

Γενικά Μαθηματικά Ι
1ο ΣΕΤ ΑΣΚΗΣΕΩΝ
Ημερομηνία παράδοσης: 19/10/2015

Τμήμα Τ1: Ν. Στεργιούλας

Άσκηση 1: Να βρεθεί το πεδίο ορισμού των συναρτήσεων:

1. $f(x) = \ln(5^x - 3^x - 2)$

2. $g(x) = \sqrt{\ln \left[\ln \left(\frac{30x + 6}{-2x + 5} \right) \right]}$

3. $h(x) = \sqrt{|x^2 + 18x - 3| - 12}$

Άσκηση 2: Να βρεθεί (αν υπάρχει) η αντίστροφη συνάρτηση των:

1. $f_1(x) = 3x + \sqrt{x^2 + 9}$

2. $f_2(x) = \frac{4^x}{4 + 4^x}$

Άσκηση 3: Να υπολογιστούν τα όρια:

1. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{x^2 + 8} - 3}{\sqrt{x + 1}}$

2. $\lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{\sqrt{2x}(x - 1)}{|x - 1|}$

3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + \sin x + 2\sqrt{x}}{x + \sin x}$

Άσκηση 4: Υπάρχει τιμή του a για την οποία η συνάρτηση:

$$f(x) = \begin{cases} 3x^4 + e^{x^3} + \frac{2}{3}a, & \text{αν } x < 0 \\ \sec(3x^4 + ax), & \text{αν } x \geq 0 \end{cases}$$

γίνεται συνεχής στο $x = 0$; Σχεδιάστε την $f(x)$ (για τη συγκεκριμένη τιμή του a) μεταξύ $-2 < x < 2$ χρησιμοποιώντας όποιο πρόγραμμα γραφικών θέλετε (πχ., desmos).

Άσκηση 5:

Βρείτε ποια τιμή πρέπει να έχει το όριο $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$, ώστε να αληθεύουν οι ακόλουθες σχέσεις:

$$1. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{4 - g(x)}{x} \right) = 1$$

$$2. \lim_{x \rightarrow -4} \left(x \lim_{x \rightarrow 0} g(x) \right) = 1$$

Άσκηση 6: Η κίνηση ενός σώματος περιγράφεται από τις παραμετρικές εξισώσεις $x(t) = t^2 - 2$, $y(t) = t^3 - 2t$, με $-\infty < t < \infty$. Βρείτε τα σημεία της τροχιάς στα οποία η εφαπτόμενη είναι παράλληλη με τον άξονα Ox .