

Γενικά Μαθηματικά Ι

2ο ΣΕΤ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

Ημερομηνία παράδοσης: 2/11/2015

Τμήμα Τ1: Ν. Στεργιούλας

Άσκηση 1: Δίδεται η καμπύλη:

$$y = [4x^5 + x^3(\exp(2x) - 4) + 3x - \cos(xy)] g(x)$$

όπου $g(0) = 10$ και $\lim_{x \rightarrow 0} [(g(x) - 10)/x] = 5$. Χρησιμοποιείστε τη μέθοδο παραγωγής πεπλεγμένης συνάρτησης για να βρείτε την εξίσωση της εφαπτόμενης της καμπύλης και την κάθετο επί αυτής στο σημείο $x_0 = 0$.

Άσκηση 2: Ένα σύρμα κρέμεται από δύο κολώνες, ύψους 0.75m η καθεμία, που απέχουν μεταξύ τους απόσταση 5m. Το χαμηλότερο σημείο του σύρματος ακουμπά στο έδαφος. Υποθέστε αρχικά ότι το σχήμα του σύρματος είναι μια *παραβολή* και προσδιορίστε τη γωνία που σχηματίζεται μεταξύ του σύρματος και τις κολώνες. Στη συνέχεια, με το πρόγραμμα desmos.com βρείτε μια παλινδρόμηση της μορφής $y = \frac{1}{a} \cosh(ax) + b$, χρησιμοποιώντας ως δεδομένα τις τιμές της παραβολής στα πέντε σημεία $x = 0, \pm 1, \pm 2$. Βρείτε πάλι τη γωνία που σχηματίζεται μεταξύ του σύρματος και της κολώνας, χρησιμοποιώντας το αποτέλεσμα της παλινδρόμησης. Πόσο διαφέρουν μεταξύ τους (επί τοις εκατό) οι δύο τιμές που υπολογίσατε για τη γωνία; Σχεδιάστε στο ίδιο σχήμα την παραβολή, την παλινδρόμηση και την εφαπτόμενη.

Άσκηση 3: Να εξεταστεί εάν η συνάρτηση $f(x) = \frac{x^3}{|x|} + e^{a|x-1|+b}$, με $a, b \neq 0$ είναι συνεχής και παραγωγίσιμη στο σημείο $x = 1$.

Άσκηση 4: Αν η συνάρτηση $y = f(x)$ ορίζεται από τις παραμετρικές εξισώσεις $x = a(t + 2/t)$ και $y = a(t - 2/t)$, δείξτε ότι

$$y^3 \frac{d^2 y}{dx^2} = -8a^2$$

Άσκηση 5: Δυο θετικοί αριθμοί έχουν γινόμενο 100. Να εξεταστεί αν το άθροισμα τους γίνεται μέγιστο ή ελάχιστο.

Άσκηση 6: Στο επίπεδο $x - y$ μια καμπύλη ορίζεται από την εξίσωση $x^2 - 2x + 1 - y^4 = 0$. Να βρεθεί το σημείο της καμπύλης που έχει την ελάχιστη απόσταση από την αρχή των αξόνων.