

ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΗ ΦΥΣΙΚΗ

3η Ομάδα Προβλημάτων

15 Απριλίου 2011¹

- Βρείτε τη λύση της διαφορικής εξίσωσης

$$x^2 y'' - 6y = 0$$

με οριακές τιμές $y(1) = y(2) = 1$.

- Βρείτε τη λύση της διαφορικής εξίσωσης

$$y'' + y - \cos 2x = 0$$

με οριακές τιμές $y(0) = 0$ και $y(4/3) = \pi/2$.

Αναλυτική λύση : $y = (\cos x - \cos 2x)/3 + \sin x$

- Βρείτε τη λύση της διαφορικής εξίσωσης

$$(1 + x^2)y'' + xy - y - x^2 = 0$$

με οριακές τιμές $y(0) = 1$ και $y(2) = 2$.

Αναλυτική λύση :

$$y = -\frac{\sqrt{5}}{6}x + \frac{1}{3}(1 + x^2)^{1/2} + \frac{1}{3}(2 + x^2)$$

- Βρείτε τις χαρακτηριστικές τιμές της διαφορικής εξίσωσης

$$xy'' + y' + \frac{\lambda}{x}y = 0$$

με οριακές τιμές $y(1) = 0$ και $y'(e) = 0$.

Η αναλυτική λύση είναι :

$$\lambda_n = \left[\frac{(2n+1)\pi}{2} \right]^2 \quad \text{και} \quad y_n = \sin \left[\frac{(2n+1)\pi}{2} \log_e |x| \right]$$

¹Επιστροφή ως την 15η Μαΐου

- Με τη χρήση της Mathematica να λυθούν τα προβλήματα **συνοριακών τιμών**:

$$y''(x) + y(x) = 0 \quad \text{όπου } y(0) = 0, y(\pi/2) = 2$$

$$y''(x) - x + y = 0 \quad \text{όπου } y(0) = 0, y(1) = 2$$

- Να λυθεί το πρόβλημα **χαρακτηριστικών τιμών** της εξίσωσης Mathieu

$$y'' + (\lambda - 10 \cos 2x)y = 0 \quad \text{όπου } y'(0) = 0, y'(\pi) = 0, y(0) = 1$$