

ΘΕΩΡΙΑ ΣΧΕΤΙΚΟΤΗΤΑΣ:

Ιστορική εξέλιξη και σύγχρονα πειράματα

ΝΙΚΟΛΑΟΣ ΣΤΕΡΓΙΟΥΛΑΣ

ΤΜΗΜΑ ΦΥΣΙΚΗΣ
ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ



Νάουσα, 31/3/2012

Περιεχόμενα

1. Ειδική Θεωρία Σχετικότητας (ΕΘΣ)
2. Γενική Θεωρία Σχετικότητας (ΓΘΣ)
3. Βαρυτικοί φακοί
4. Επεκτάσεις της ΓΘΣ - Πειραματικοί έλεγχοι

1. Ειδική Θεωρία Σχετικότητας (ΕΘΣ)

Η Αρχή της Σχετικότητας

Οι νόμοι της φύσης είναι ανεξάρτητοι από την **θέση** του παρατηρητή

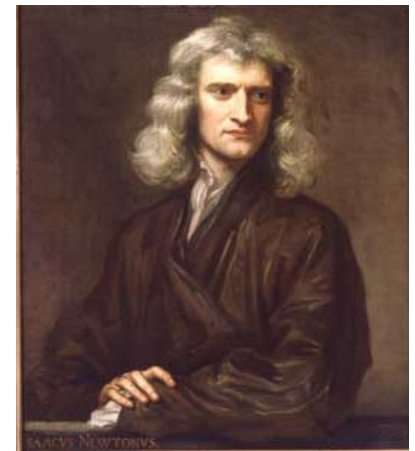
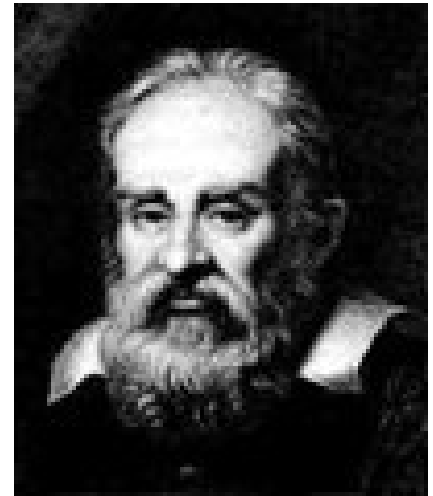
Οι νόμοι της φύσης είναι ανεξάρτητοι από τον **χρόνο** του παρατηρητή

1632: Αρχή Σχετικότητας του Γαλιλαίου

«Οι νόμοι της φύσης είναι ανεξάρτητοι από τη (σταθερή) **ταχύτητα** του παρατηρητή»

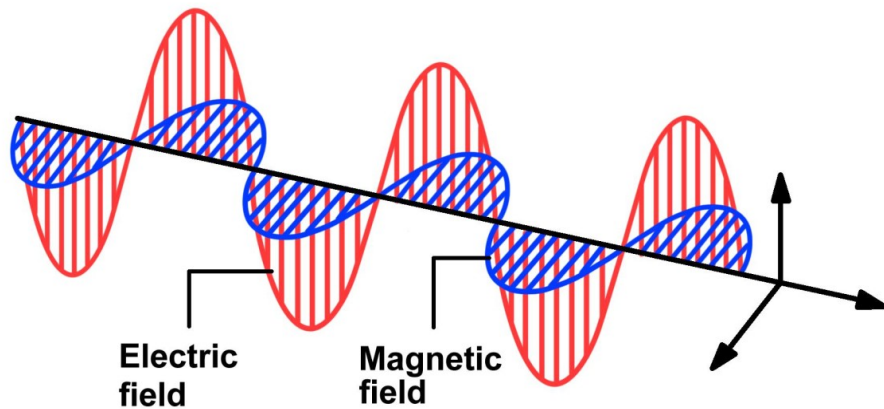
1687: Νεύτωνα

«Ο **χρόνος** και ο **χώρος** είναι **απόλυτες έννοιες**»

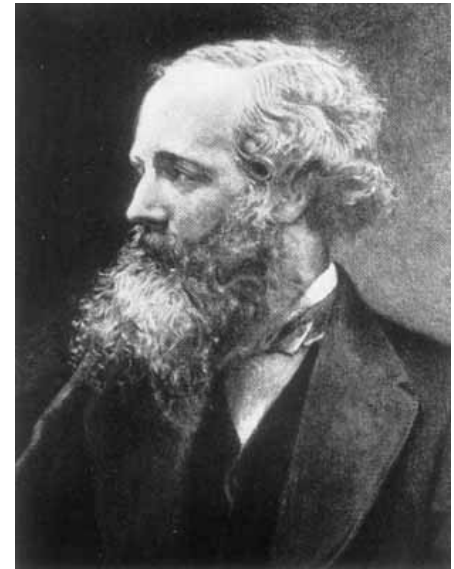


Ηλεκτρομαγνητισμός

1873: Ο **Maxwell** εξήγησε το φως ως ηλεκτρομαγνητικό κύμα που διαδίδεται με σταθερή ταχύτητα **c**.



Τα Η/Μ κύματα **δεν υπακούν** στην αρχή σχετικότητας του Γαλιλαίου, αν θεωρήσουμε ότι ο χρόνος και ο χώρος είναι απόλυτες έννοιες, όπως τις ήθελε ο Νεύτωνας!



$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} - \vec{M}$$

$$\nabla \times \vec{H} = -\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{J}$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0$$

Η ταχύτητα του φωτός

5^{ος} αιώνας π.Χ.: Εμπεδοκλής: το φως διαδίδεται με πεπερασμένη ταχύτητα

1676: υπολογισμός της ταχύτητας του φωτός από τον **Rømer** (παρατηρώντας τις εκλείψεις της Ιούς, δορυφόρο του Δία).

1849: πειραματική μέτρηση της ταχύτητα του φωτός από τον **Fizeau**.

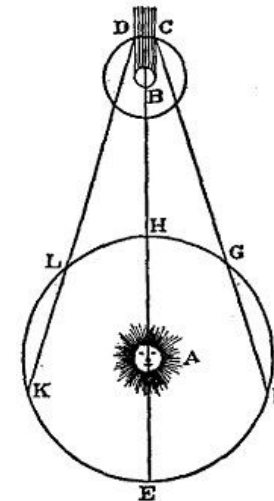
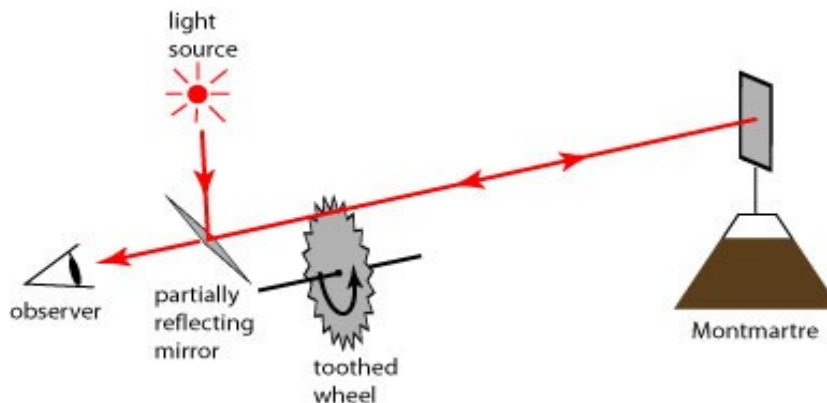
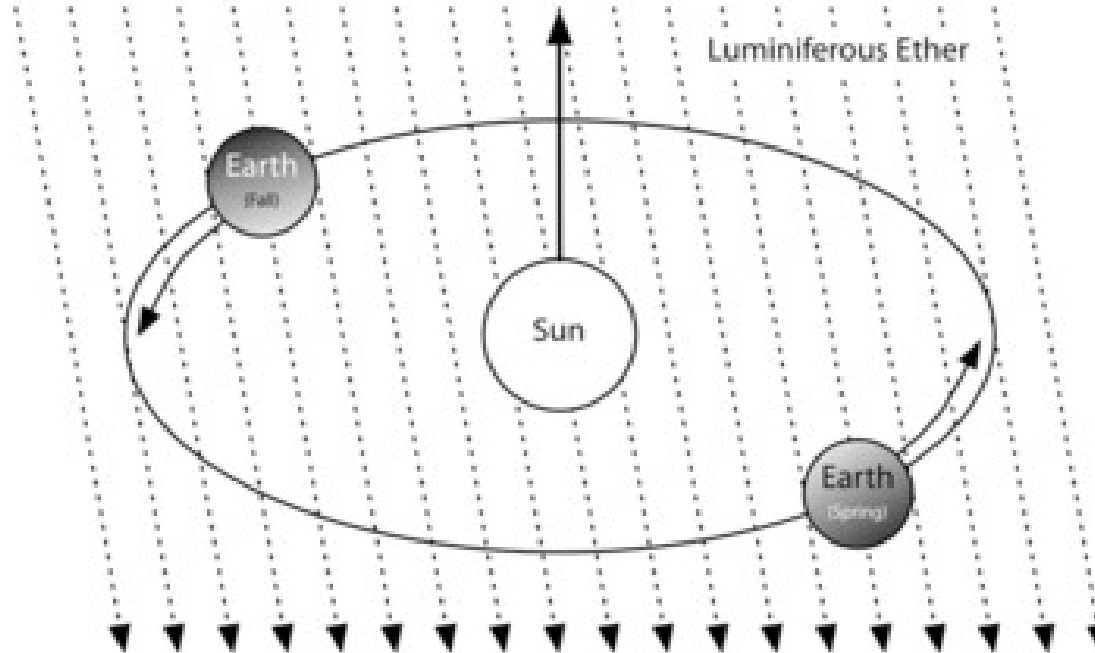


FIG. 70.



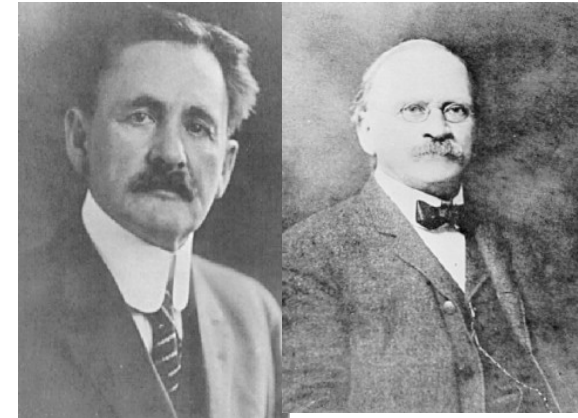
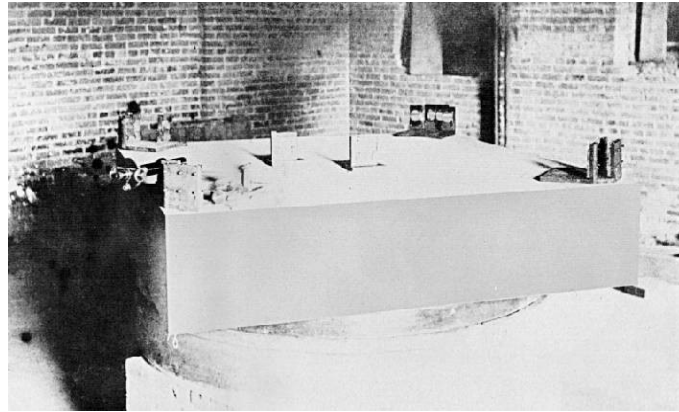
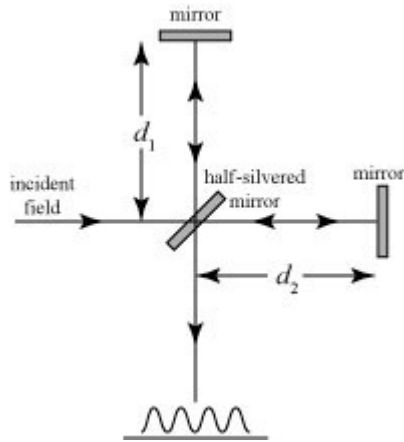
Η ταχύτητα του φωτός

Η αρχική υπόθεση για το φως ήταν πως είναι ένα κύμα που διαδίδεται μέσα σε ένα ακίνητο μέσο, τον **αιθέρα**, με σταθερή ταχύτητα ως προς αυτόν.



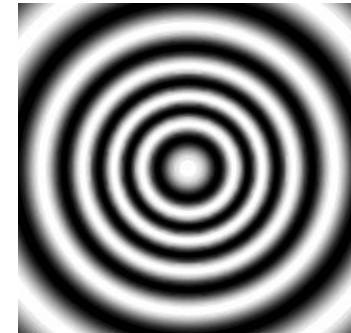
Το πείραμα των Michelson και Morley

1887: Πείραμα των Michelson και Morley



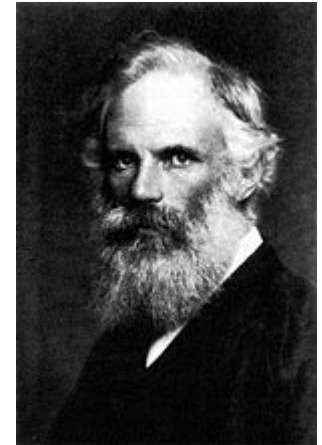
Εάν υπήρχε ο αιθέρας, τότε το συμβολόμετρο θα έπρεπε να ανιχνεύσει τη σχετική κίνηση της Γης ως προς αυτόν.

Το αποτέλεσμα ήταν 20 φορές μικρότερο από το αναμενόμενο και υποδείκνυε ότι οι μετασχηματισμοί του Γαλιλαίου είχαν περιορισμένη χρησιμότητα.

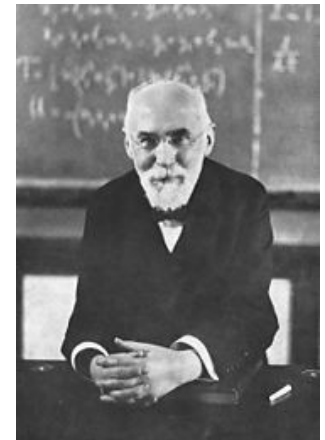


Η συστολή του μήκους

1889: Ο **Fitzgerald** έδειξε ότι τα αποτελέσματα του πειράματος των Michelson-Morley ερμηνεύονται εάν **το μήκος** κινούμενων αντικειμένων **συστέλλεται** κατά μήκος της κίνησής τους.



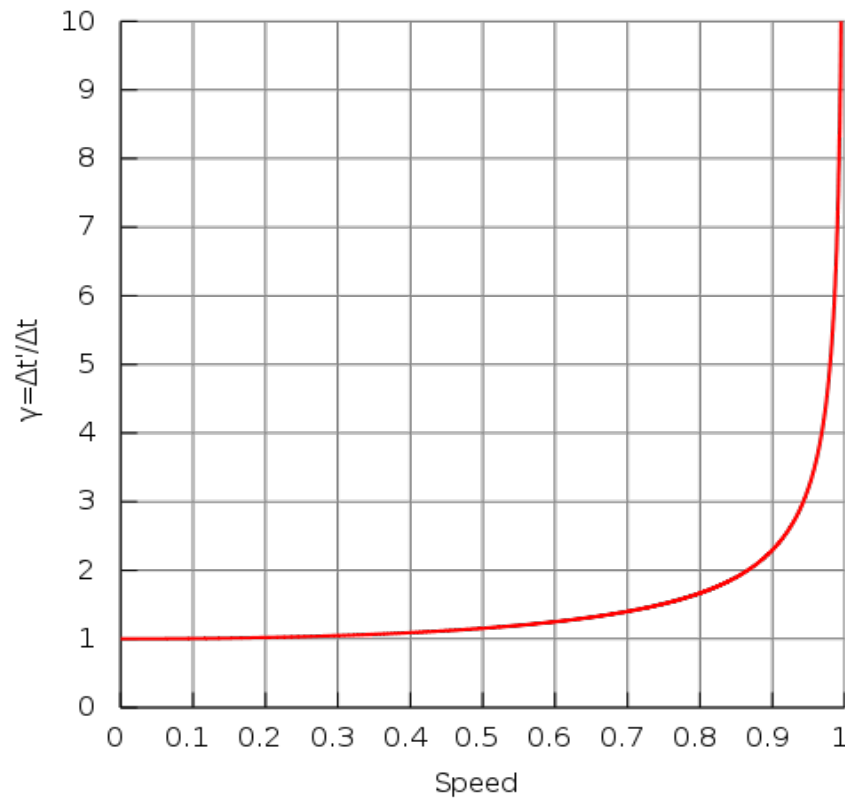
1899-1904: Ο **Lorentz** εισήγαγε την έννοια του **τοπικού χρόνου t'** για έναν παρατηρητή με ταχύτητα v . Επίσης, έδειξε ότι η **μάζα αυξάνει με την ταχύτητα**. Οι εξισώσεις του H/M υπακούουν στους **μετασχηματισμούς Lorentz**.



Ο παράγοντας Lorentz

Ο παράγοντας Lorentz είναι

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$



Η Ειδική Θεωρία Σχετικότητας (ΕΘΣ)

1905: ο Einstein ενοποίησε τα προηγούμενα αποτελέσματα και θεμελίωσε την ΕΘΣ με τα εξής δύο αξιώματα:

1. Δυναμικό αξίωμα (Αρχή της Ειδικής Σχετικότητας):

Όλοι οι νόμοι της φύσης είναι ίδιοι για κάθε αδρανειακό παρατηρητή.

2. Κινηματικό αξίωμα:

Η ταχύτητα του φωτός είναι σταθερή και ίση για όλους τους παρατηρητές .



Συνέπειες του κινηματικού αξιώματος της ΕΘΣ

1. Ο χρόνος και το μήκος είναι σχετικές έννοιες (εξαρτώνται από την ταχύτητα του παρατηρητή που κάνει τη μέτρηση).
2. Δυο γεγονότα που είναι ταυτόχρονα ως προς έναν παρατηρητή, δεν είναι ταυτόχρονα ως προς κάποιον άλλο παρατηρητή με διαφορετική ταχύτητα.
3. Οι νόμοι της φυσικής παραμένουν αναλλοίωτοι όταν μετασχηματίζονται μεταξύ αδρανειακών παρατηρητών με βάση μετασχηματισμούς που ταυτίζονται με αυτούς που εισήγαγε ο Lorentz για τον ηλεκτρομαγνητισμό.

Συνέπειες του δυναμικού αξιώματος της ΕΘΣ

1. **Σχετικιστική ορμή**: Για να έχουμε διατήρηση της ορμής p ενός σωματιδίου με **μάζα ηρεμίας** m_0 , σε δυναμικές αλληλεπιδράσεις, αυτή πρέπει να έχει τη μορφή

$$p = \gamma m_0 v$$

2. **Σχετικιστική ενέργεια**: Σε δυναμικές αλληλεπιδράσεις έχουμε διατήρηση της **ολικής ενέργειας** σωματιδίων

$$E = \gamma m_0 c^2 \rightarrow m_0 c^2 + \frac{1}{2} m_0 v^2$$

(στο όριο χαμηλών ταχυτήτων προκύπτει το άθροισμα της ενέργειας ηρεμίας και της κινητικής ενέργειας).

3. **Σχετικιστική μάζα**: Μπορούμε να την ορίσουμε ως

$$m = \gamma m_0$$

Πειραματικός έλεγχος της ΕΘΣ

1. Έλεγχος της ισοτροπίας της ταχύτητας του φωτός . Χρησιμοποιώντας μια εκσυγχρονισμένη διάταξη τύπου Michelson-Morley (Herrmann et al. 2005)

$$\frac{\delta c}{c} < 10^{-15}$$

2. Πειραματικά όρια στη “μάζα ηρεμίας” του φωτός . Χρησιμοποιώντας μια εκσυγχρονισμένη διάταξη τύπου Cavendish (Luo et al. 2003)

$$m < 10^{-50} \text{ g}$$

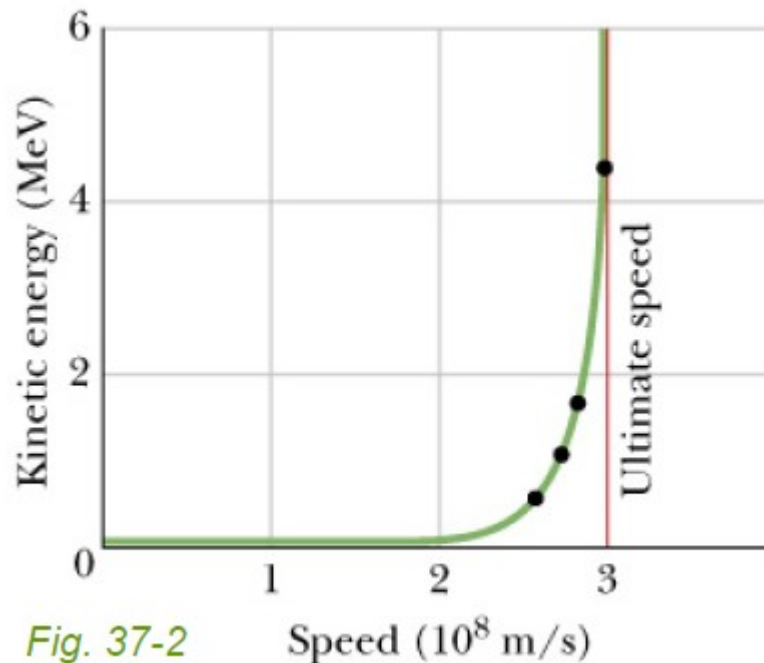
3. Έλεγχος της διαστολής του χρόνου. Σε πολύ υψηλές ταχύτητες (συκρούσεις σωματιδίων στο CERN) επιβεβαιώνεται με μεγάλη ακρίβεια. Στο πιο πρόσφατο πείραμα του NIST (Chou et al. 2010), χρησιμοποιώντας “ρολόγια” ακτίνων laser, επιβεβαιώθηκε ακόμη και για χαμηλές ταχύτητες της τάξης

$$40 \text{ km/h}$$

Πειραματικός έλεγχος της ΕΘΣ

4. Έλεγχος της αύξησης της μάζας με την ταχύτητα . Χρησιμοποιώντας επιταχυντές σωματιδίων επιβεβαιώθηκε ότι η μάζα αυξάνει και τείνει στο άπειρο όταν η ταχύτητα τείνει στην ταχύτητα του φωτός με ακρίβεια (Greene et al. 1991)

$$\frac{\delta c}{c} < 10^{-5}$$



(Bertozzi 1964)

Fig. 37-2 Speed (10⁸ m/s)

2. Γενική Θεωρία Σχετικότητας (ΓΘΣ)

Νευτώνεια βαρύτητα

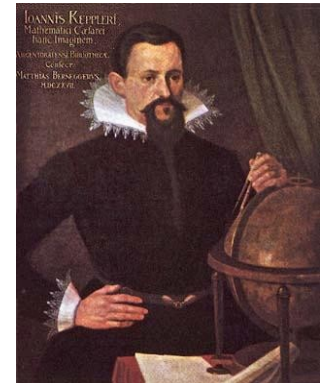
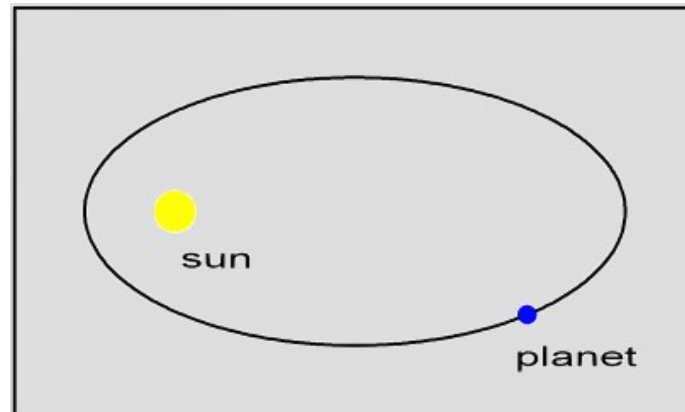
1687: Ο Νεύτωνας θεωρούσε ότι η βαρύτητα δρα ακαριαία σε οποδήποτε μεγάλες αποστάσεις.

$$F = \frac{G m_1 m_2}{r^2}$$

(το βαρυτικό δυναμικό Φ δίνεται από μια ελλειπτική εξίσωση)

$$\nabla^2 \Phi = 4\pi G\rho$$

Έτσι εξήγησε τους νόμους των πλανητικών τροχιών που είχε βρει εμπειρικά ο Κέπλερ (1609)

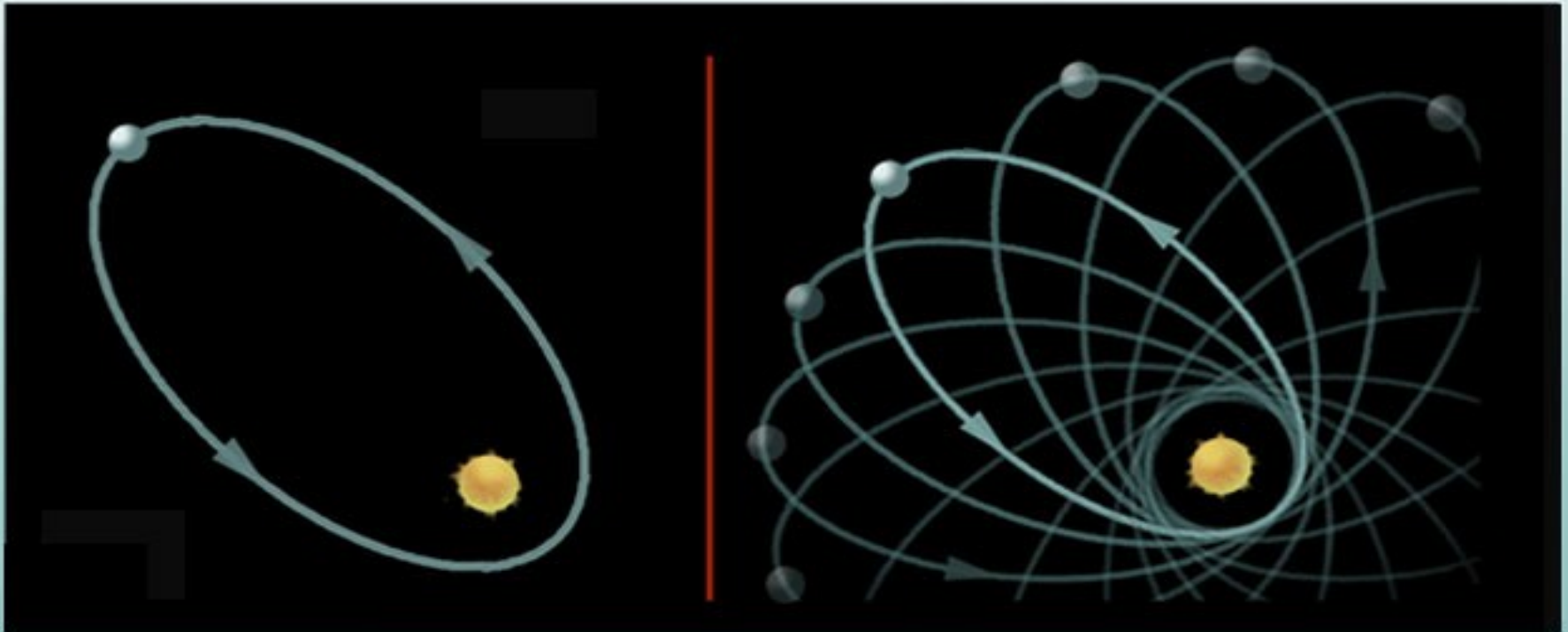


Προβλήματα της Νευτώνειας βαρύτητας

1859: **Le Verrier**: Το περιήλιο της ελλειπτικής τροχιάς του Ερμή μετατίθεται κατά ένα ανεξήγητο $38''$ /αιώνα!



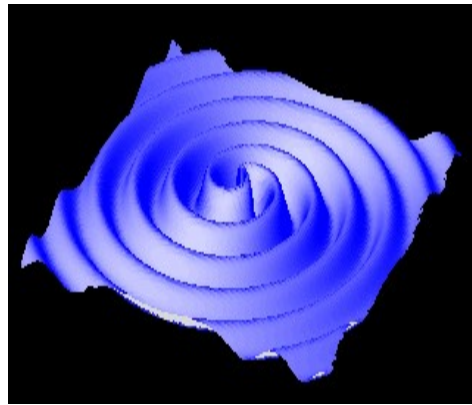
MERCURY'S ORBIT



Προβλήματα της Νευτώνειας βαρύτητα

1900: ο Lorentz προτείνει ότι η δύναμη της βαρύτητας δε μεταδίδεται ακαριαία (όπως προβλέπει η Νευτώνεια θεωρία) αλλά με την ταχύτητα του φωτός.

1905: ο Poincaré προτείνει την ύπαρξη βαρυτικών κυμάτων.



Έπρεπε να βρεθεί μια νέα θεωρία για τη βαρύτητα, η οποία να περιγράφεται από κυματικές εξισώσεις (υπερβολικού τύπου).

Η αρχή της ισοδυναμίας

6^{ος} αιώνας: Ο Ιωάννης Φιλόπονος περιγράφει ότι

«αν αφήσει κανείς ταυτόχρονα δυο σώματα με διαφορετικές μάζες να πέσουν από το ίδιο ύψος, θα φτάσουν στο έδαφος στον ίδιο χρόνο»

17^{ος} αιώνας: Γαλιλαίος: πειραματική επαλήθευση

Το πείραμα αυτό είναι **ισοδύναμο** με την υπόθεση ότι η **μάζα αδράνειας** m_α είναι ίση με τη βαρυτική **μάζα** m_β .

$$F = m_\alpha a = G \frac{m_\beta M}{r^2}$$

$$\Rightarrow a = \left(\frac{m_\beta}{m_\alpha} \right) \frac{G M}{r^2}$$

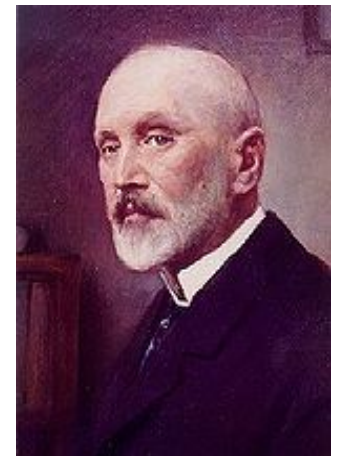
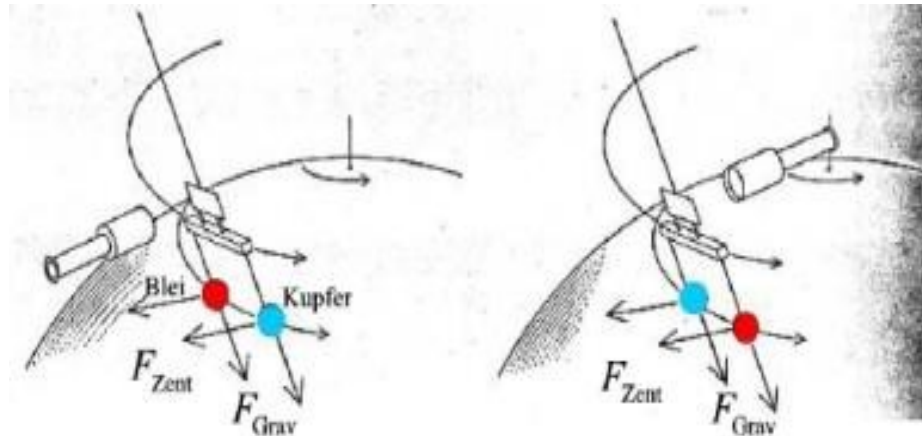
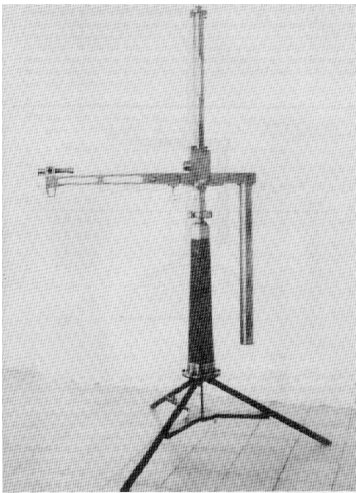
Αν $m_\alpha = m_\beta$ τότε η επιτάχυνση είναι ανεξάρτητη της μάζας.

Η αρχή της ισοδυναμίας

1880: Eötvös: πειραματική επαλήθευση

μάζα αδράνειας = βαρυτική μάζα

με σχετική ακρίβεια 10^{-8} .



Η αρχή της ισοδυναμίας

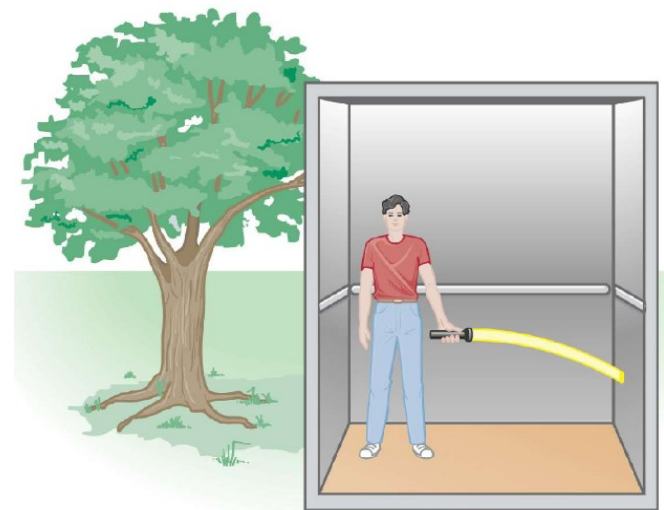
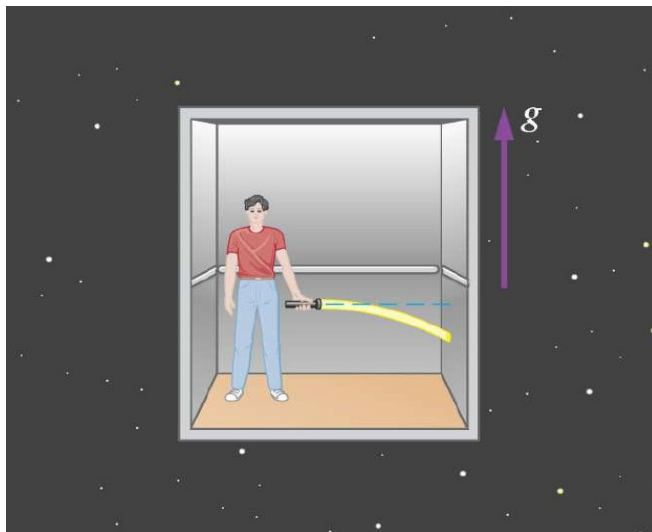
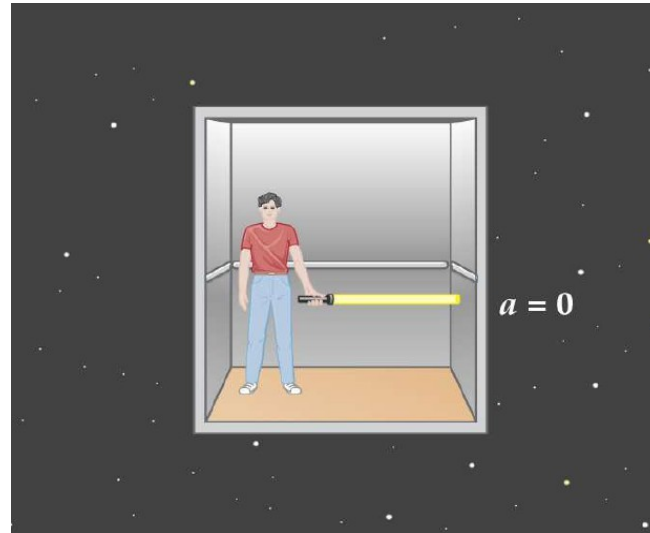
1907: Ο Einstein συνειδητοποιεί ότι η βαρύτητα δρα ισοδύναμα ως επιτάχυνση.

Αντικαθιστά τους αδρανειακούς παρατηρητές της Νευτώνειας θεωρίας, από παρατηρητές που πέφτουν ελεύθερα σε ένα πεδίο βαρύτητας.



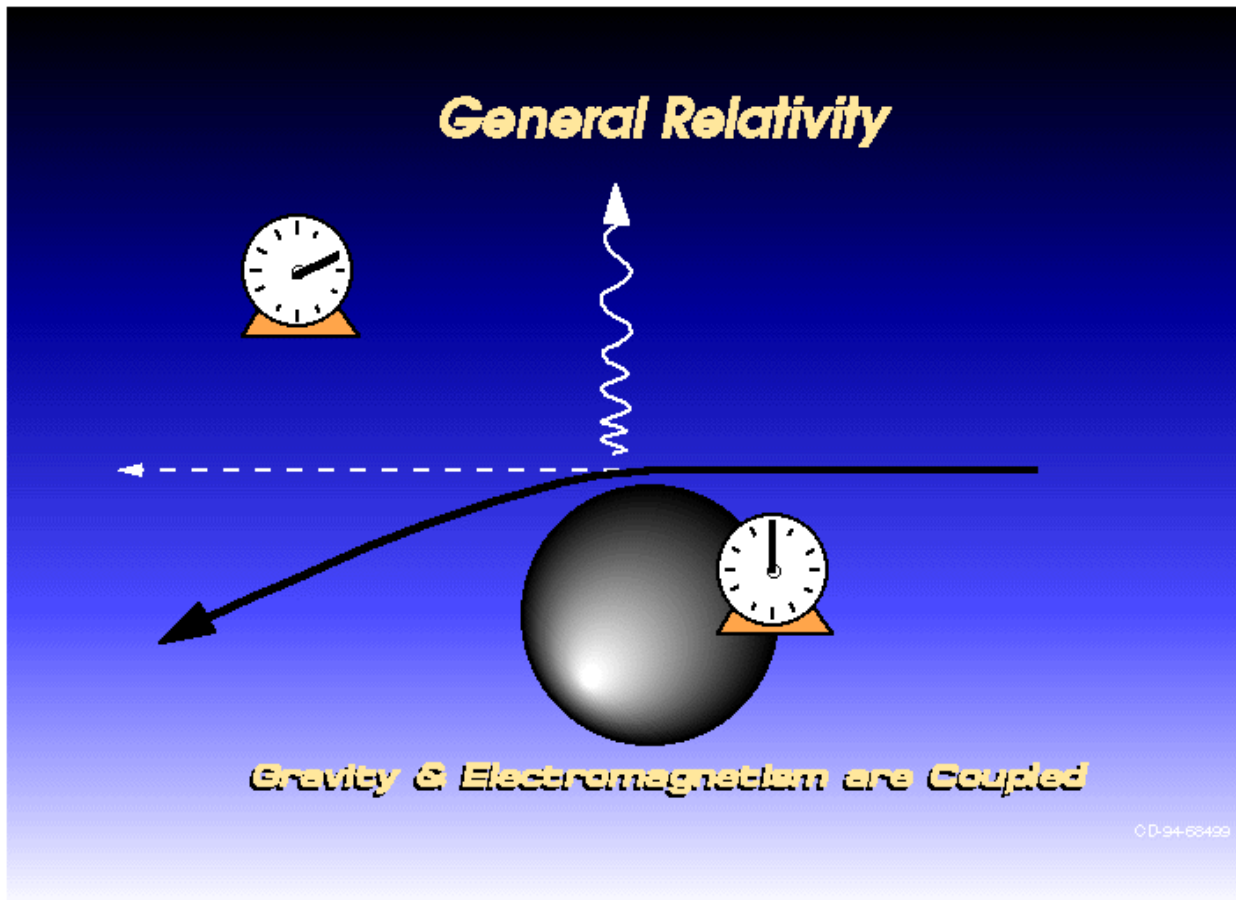
Η αρχή της ισοδυναμίας

1907: Ο Einstein αποδεικνύει με βάση την αρχή της ισοδυναμίας ότι η τροχιά των φωτονίων καμπυλώνεται από βαρυτικά πεδία.



Ελάττωση της ενέργειας φωτονίων

1907: Ο Einstein αποδεικνύει με βάση την αρχή της ισοδυναμίας ότι η ενέργεια των φωτονίων ελαττώνεται όταν εξέρχονται από βαρυτικά πεδία.



Η αρχή σχετικότητας του Einstein

1912: Ο Einstein γενικεύει την αρχή της σχετικότητας:

«Οι νόμοι της φυσικής πρέπει να είναι ίδιοι για όλους τους παρατηρητές (και για τους επιταχυνόμενους)»

Καμπύλωση του χωροχρόνου

Το φως ανιχνεύει άμεσα τις ιδιότητες του χωρόχρονου. Εφ' όσον το φως **καμπυλώνεται**, η γεωμετρία του χωρόχρονου **δε μπορεί να είναι Ευκλείδεια** (επίπεδη).

Ο Einstein έμαθε από τον Grossmann για τη διαφορική γεωμετρία καμπύλων χώρων, που είχε ήδη θεμελιωθεί από τους **Riemann**, **Ricci** και **Levi-Civita**.



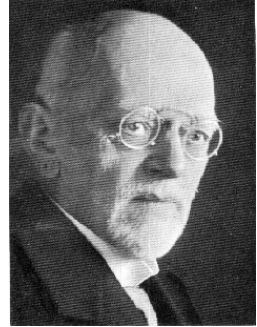
$$R_{ik,jl} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 g_{il}}{\partial x^k \partial x^j} + \frac{\partial^2 g_{kj}}{\partial x^i \partial x^l} - \frac{\partial^2 g_{ij}}{\partial x^k \partial x^l} - \frac{\partial^2 g_{kl}}{\partial x^i \partial x^j} \right) + \sum_{\alpha, \beta=1}^n g^{\alpha\beta} (\Gamma_{kj,\alpha} \Gamma_{il,\beta} - \Gamma_{kl,\alpha} \Gamma_{ij,\beta}),$$

$$R_{ij} = \sum_{k,l=1}^n g^{kl} R_{ik,jl}$$

$$\varepsilon_{\alpha\beta\gamma\delta} = \xi \varepsilon^{\alpha\beta\gamma\delta}$$

Καμπύλωση του χωροχρόνου

1914: Ο Einstein προτείνει μια νέα (σχεδόν τελική) θεωρία βαρύτητας



1915: Ο Einstein επισκέπτεται το Πανεπιστήμιο του Göttingen, όπου παρουσιάζει τη θεωρία του στους εξέχοντες μαθηματικούς Hilbert και Klein.



1915: Οι Einstein και Hilbert προτείνουν ανεξάρτητα την τελική μορφή της νέας θεωρίας βαρύτητας.

$$\Gamma_{\mu\nu}^{\lambda} = \frac{1}{2} g^{\lambda\rho} \left(\frac{\partial g_{\rho\nu}}{\partial x^{\mu}} + \frac{\partial g_{\rho\mu}}{\partial x^{\nu}} - \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^{\rho}} \right)$$

$$R_{\sigma\mu\nu}^{\rho} = \partial_{\mu} \Gamma_{\sigma\nu}^{\rho} - \partial_{\nu} \Gamma_{\sigma\mu}^{\rho} + \Gamma_{\mu\lambda}^{\rho} \Gamma_{\sigma\nu}^{\lambda} - \Gamma_{\nu\lambda}^{\rho} \Gamma_{\sigma\mu}^{\lambda}$$

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} R g_{\mu\nu} = 8\pi G T_{\mu\nu}$$



Ο μετρικός τανυστής

Η ΓΘΣ χρησιμοποιεί ως κύριο μαθηματικό εργαλείο έναν *συμμετρικό πίνακα διαστάσεων 4x4*, τον *μετρικό τανυστή*

$$g_{ij} = \begin{bmatrix} g_{tt} & g_{tx} & g_{ty} & g_{tz} \\ g_{tx} & g_{xx} & g_{xy} & g_{xz} \\ g_{ty} & g_{xy} & g_{yy} & g_{yz} \\ g_{tz} & g_{xz} & g_{yz} & g_{zz} \end{bmatrix}$$

Για παράδειγμα, ο *ίδιος χρόνος* $d\tau$ ενός παρατηρητή, δίνεται από τη σχέση

$$d\tau^2 = - \sum_{i=0}^4 \sum_{j=0}^4 g_{ij} dx^i dx^j$$

Ο χώρος και ο χρόνος σχηματίζουν ένα 4-διάστατο *χωροχρόνο*.

Οι εξισώσεις πεδίου της ΓΘΣ

Η εξίσωση Poisson της Νευτώνειας θεωρίας (που προβλέπει ακαριαία δράση από απόσταση)

$$\nabla^2 \Phi = 4\pi G \rho$$

αντικαθίσταται από τις εξισώσεις πεδίου της ΓΘΣ

$$R_{ij} - \frac{1}{2} R = \frac{8\pi G}{c^4} T_{ij}$$

οι οποίες είναι εμπειρικές κυματικές εξισώσεις που περιγράφουν τη διάδοση βαρυτικών κυμάτων.

Οι σταθερά της βαρύτητας G και η ταχύτητα του φωτός στο κενό c θεωρούνται παγκόσμιες σταθερές.

Η αρχή της ελάχιστης δράσης

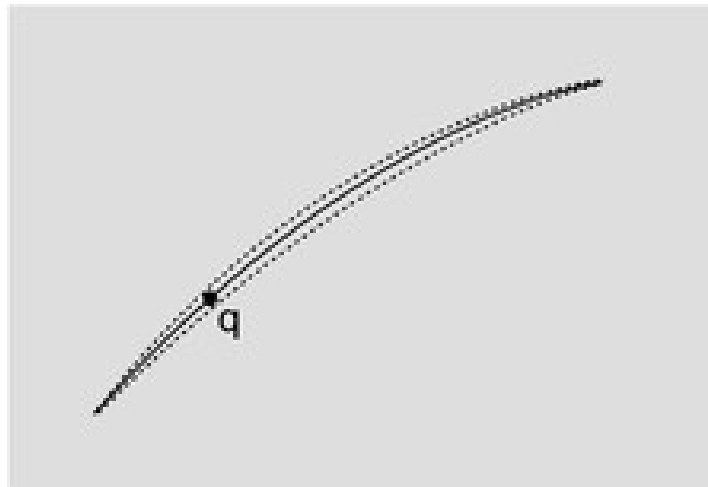
1^{ος} αιώνας π.Χ.: Ο Ήρων ο Αλεξανδρινός παρατηρεί πως

«το φως κατά την ανάκλασή του ακολουθεί τη συντομότερη δυνατή διαδρομή»



Οι εξισώσεις πεδίου της ΓΘΣ μπορούν να **εξαχθούν** από την **αρχή της ελάχιστης δράσης** (ορίζοντας κατάλληλα τη δράση).

Έτσι, οι **τροχιές φωτονίων και σωματιδίων** στον καμπυλωμένο χωροχρόνο είναι **γεωδαισιακές καμπύλες** που ελαχιστοποιούν τη δράση.



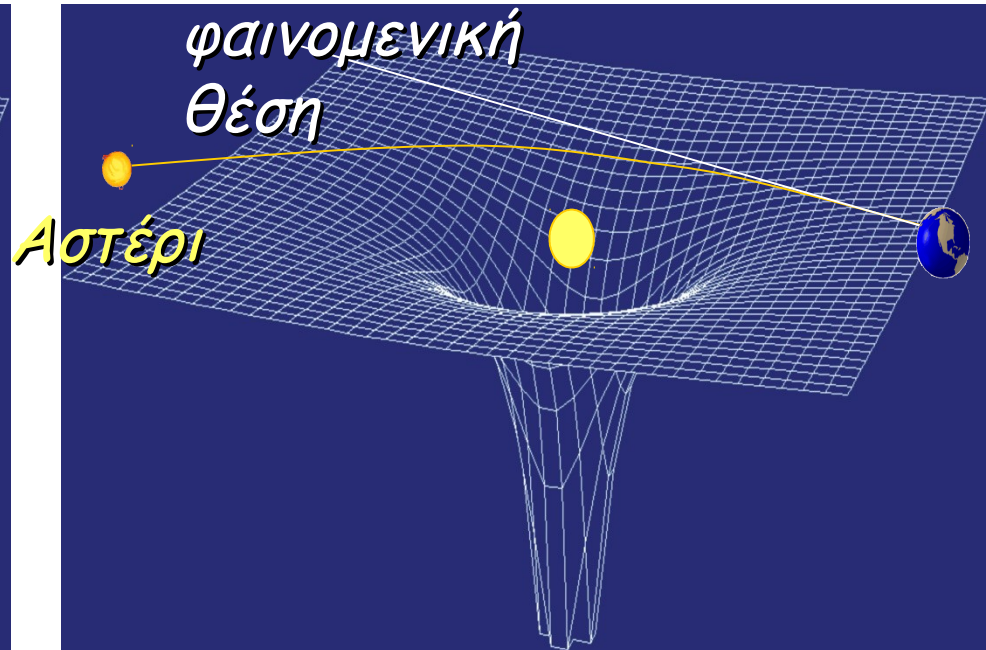
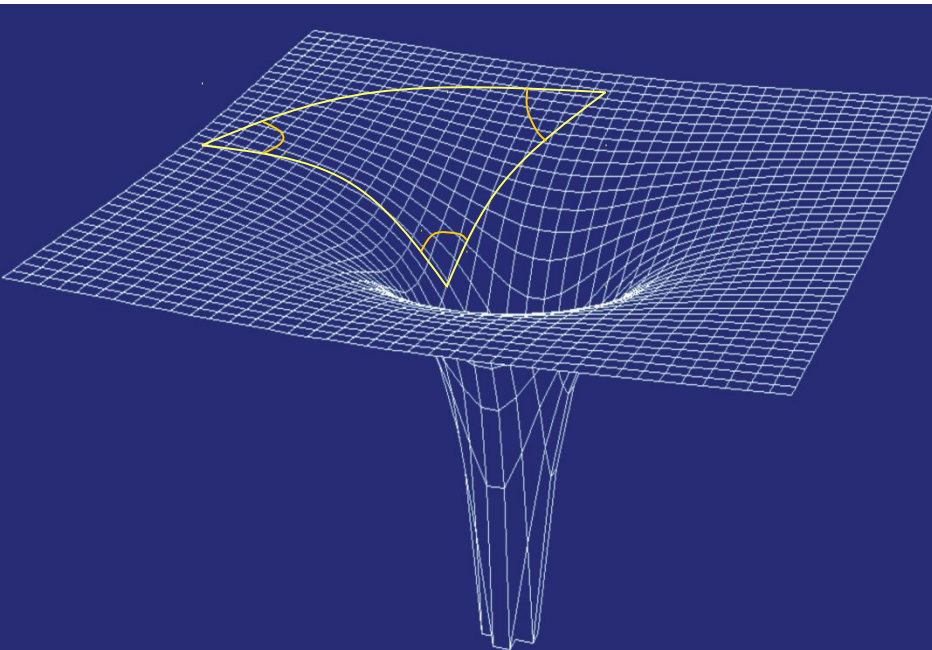
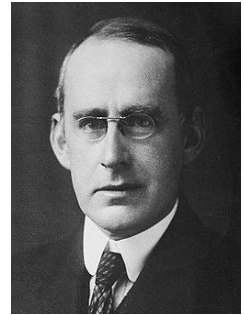
3. Βαρυτικοί Φακοί

Η καμπύλωση του φωτός

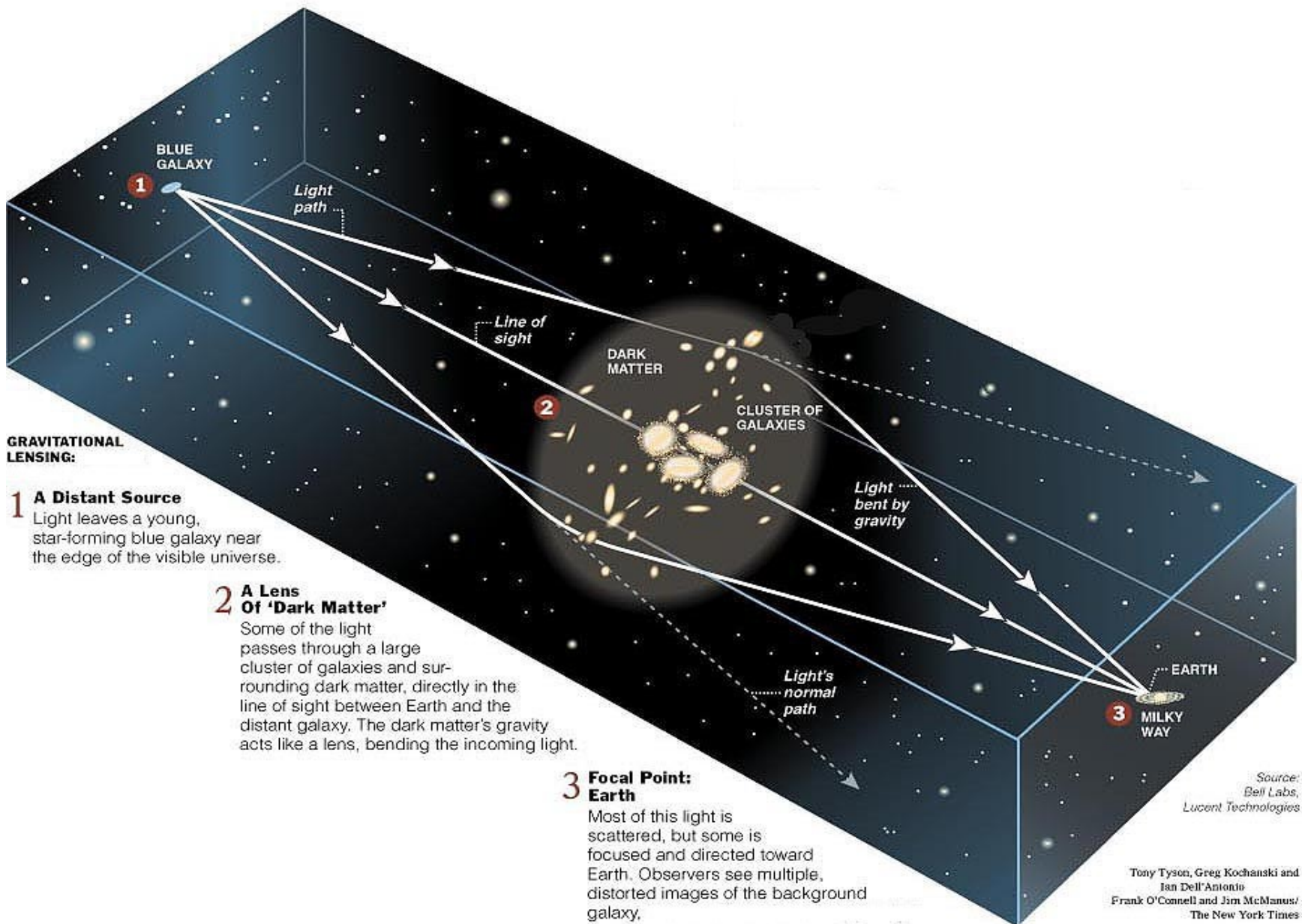
Η ΓΘΣ προβλέπει την **απόκλιση της φαινομενικής θέσης** των αστέρων από την πραγματική τους θέση, λόγω της καμπύλωσης της τροχιάς των φωτονίων από βαρυτικά πεδία.

$$\Delta\theta = \frac{4GM}{bc^2}$$

1919: ο **Eddington** παρατήρησε αυτή την απόκλιση κατά τη διάρκεια μιας ολικής έκλειψης του Ήλιου.



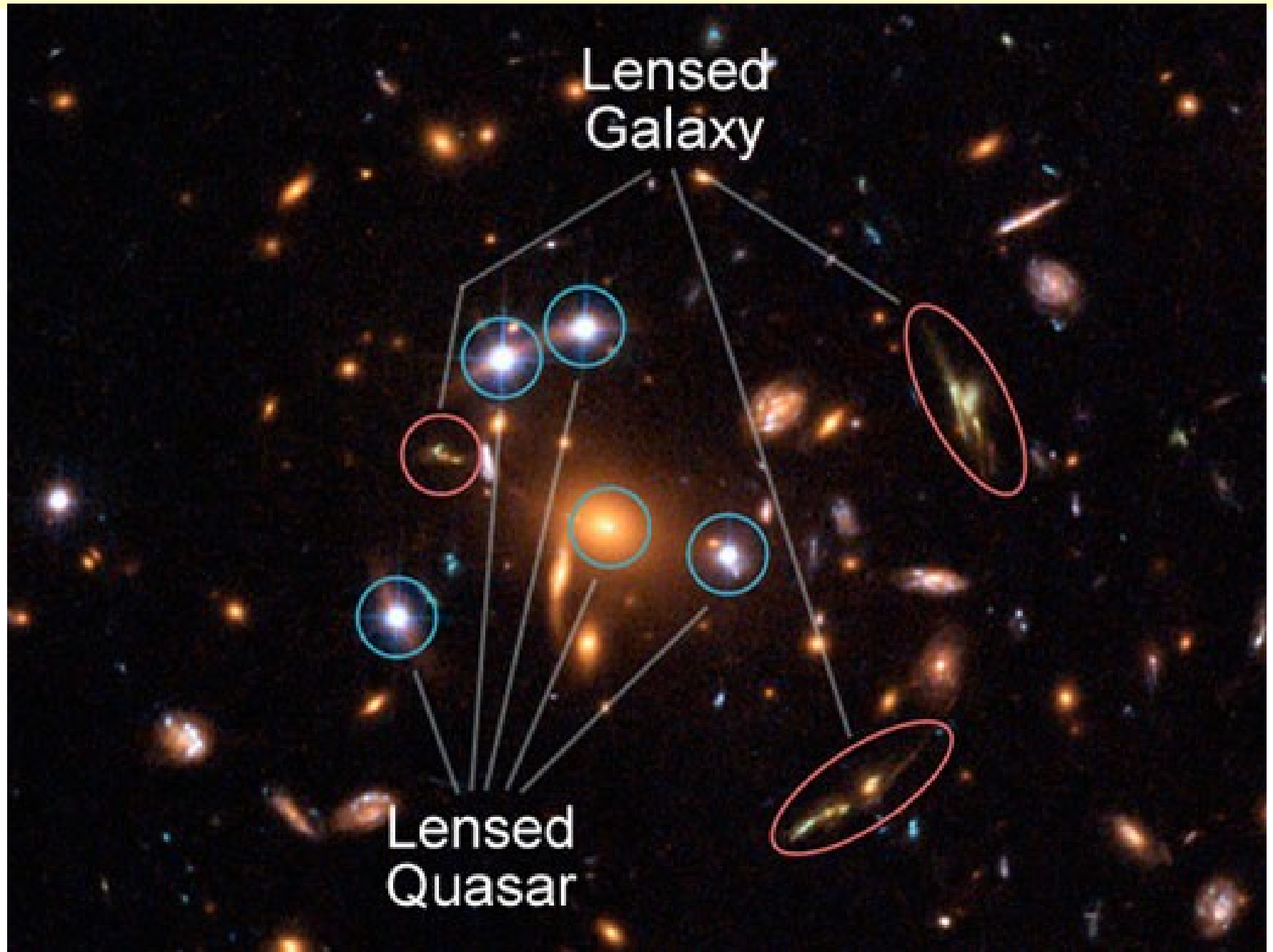
Βαρυτικοί φακοί



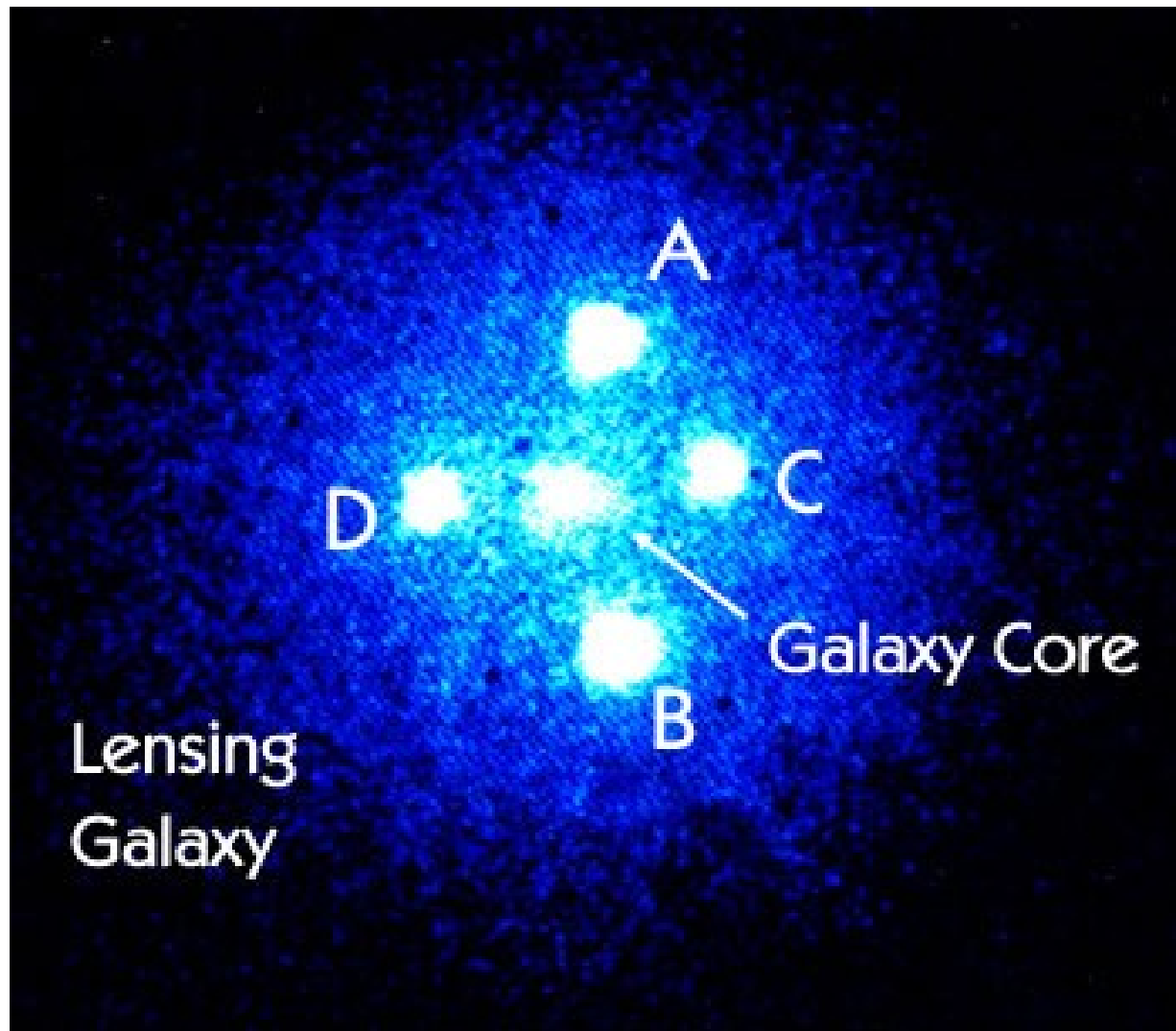
Βαρυτικοί φακοί



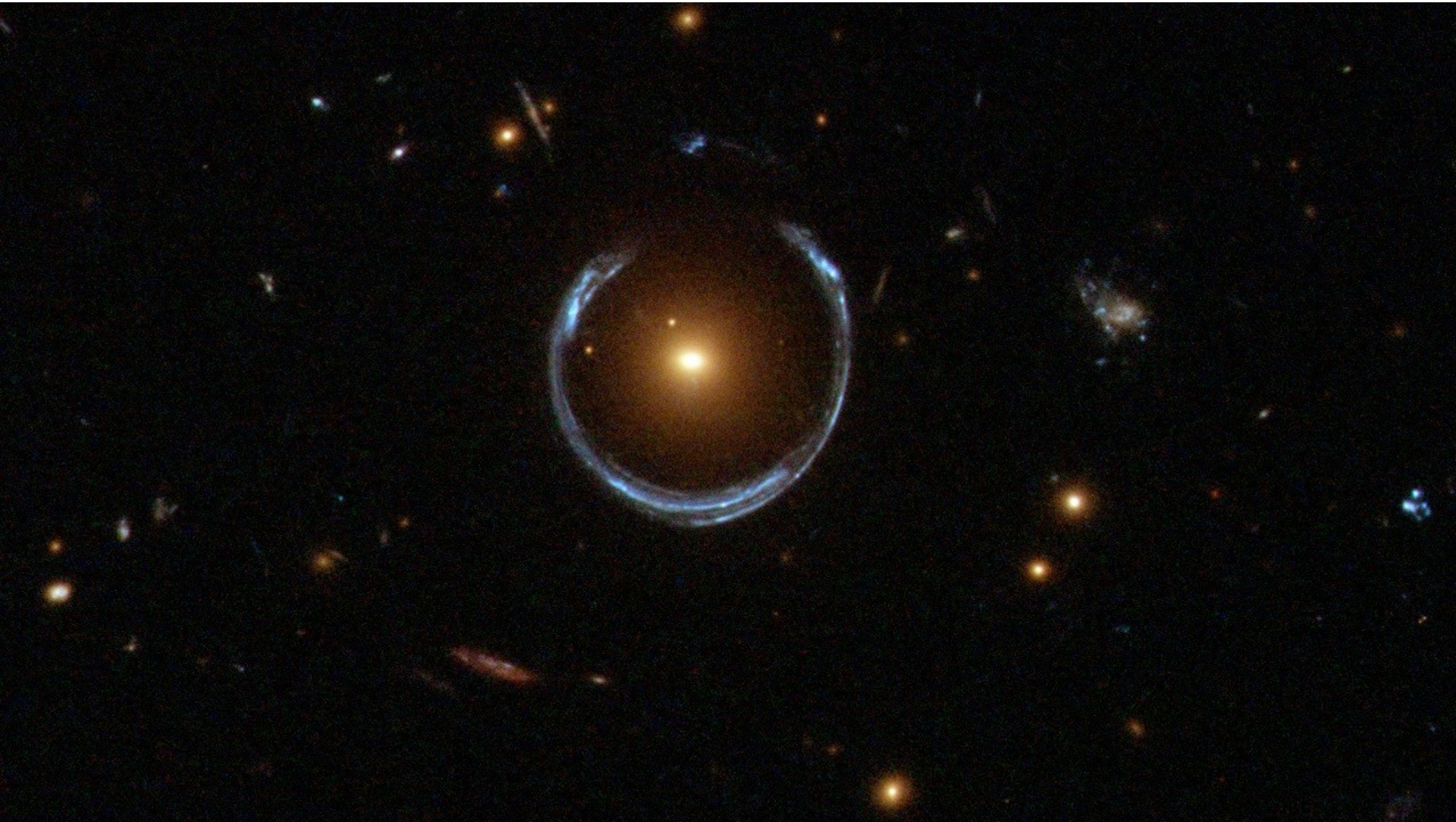
Βαρυτικοί φακοί



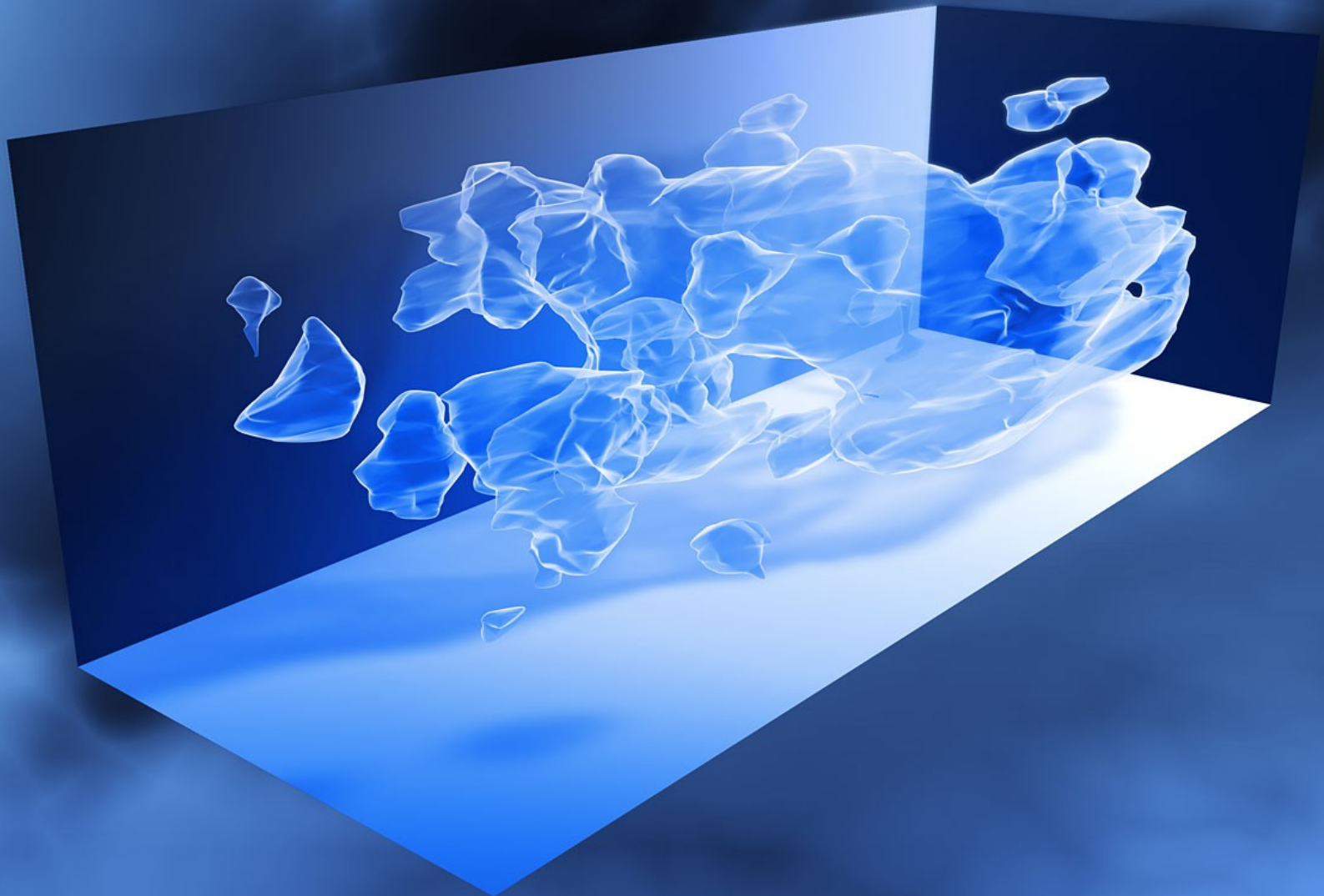
"Σταυρός του Einstein" Q2237+030



"Δαχτυλίδι του Einstein" LRG 3-757



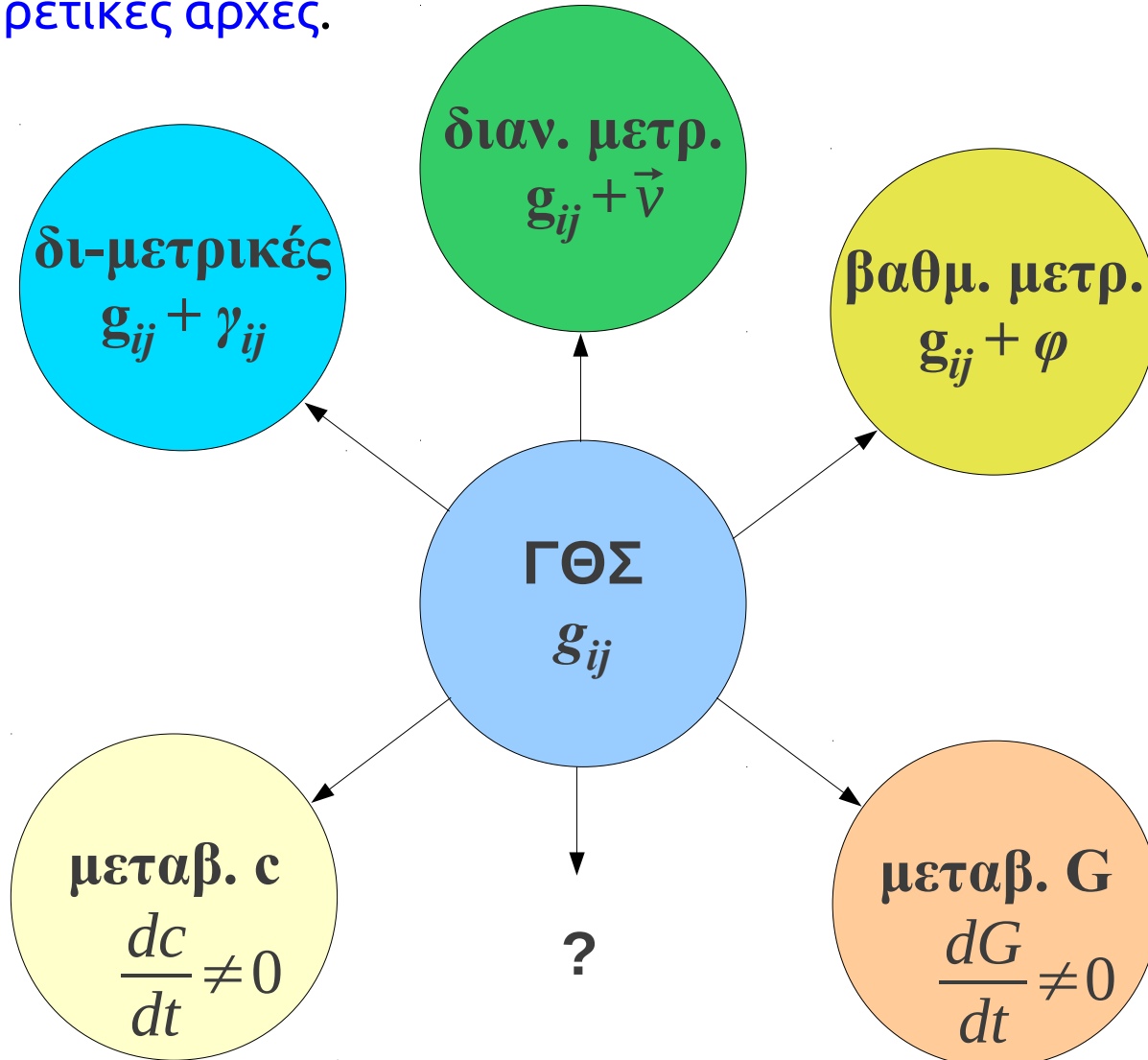
Χάρτες σκοτεινής ύλης



4. Επεκτάσεις της ΓΘΣ – Πειραματικοί έλεγχοι

Επεκτάσεις της ΓΘΣ

Σήμερα υπάρχουν **επεκτάσεις** της ΓΘΣ, που χρησιμοποιούν διαφορετικές αρχές.



Επεκτάσεις της ΓΘΣ

Οι **επεκτάσεις** έχουν ως βάση τη ΓΘΣ και αποκλίνουν από αυτή κατά 10 διαφορετικές παραμέτρους.

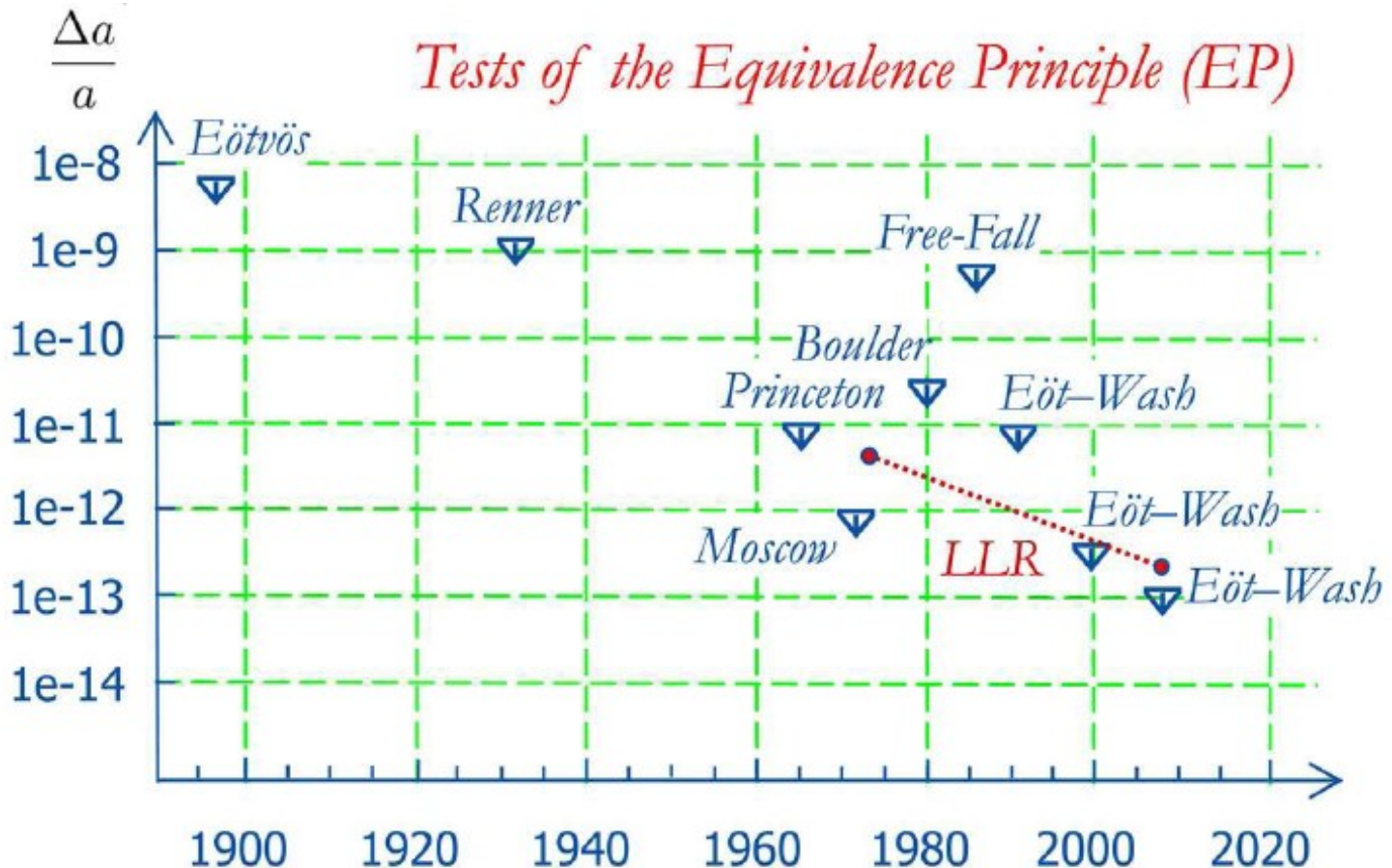


Οι δύο κύριες παράμετροι απόκλισης από τη ΓΘΣ είναι οι $\bar{\gamma}$, $\bar{\beta}$.

Εάν βρεθεί πειραματικά ότι έχουν **μη-μηδενικές τιμές**, τότε η ΓΘΣ θα αντικατασταθεί από μια νέα, πιο ακριβή θεωρία.

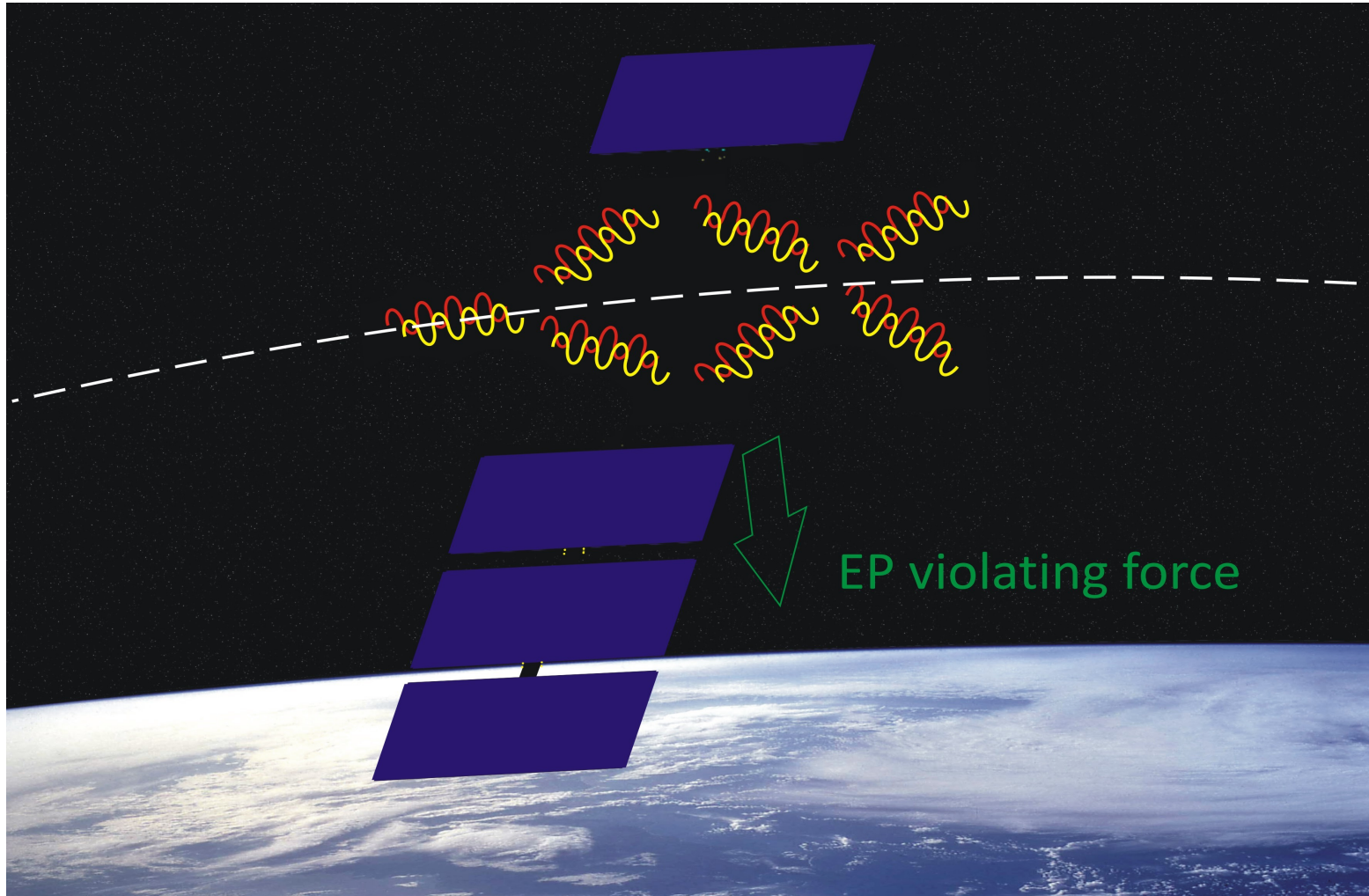
Έλεγχος της Αρχής της Ισοδυναμίας

Σε εργαστηριακά πειράματα ελέγχεται η διαφορά στην επιτάχυνση που αποκτούν μικρά σώματα από Βηρρύλιο (${}^9\text{Be}$) σε σύγκριση με όμοια σώματα από Τιτάνιο (${}^{48}\text{Ti}$).



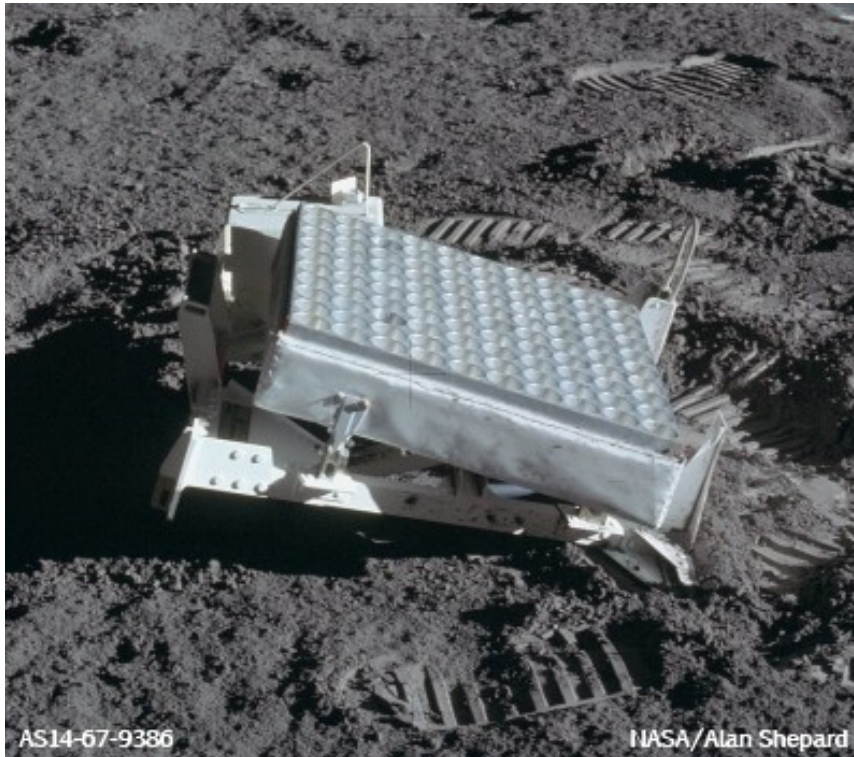
Έλεγχος της Αρχής της Ισοδυναμίας

Σε μελλοντικά πειράματα στο διάστημα αναμένεται να αυξηθεί η ακρίβεια κατά πολλές τάξεις μεγέθους.



Έλεγχος της Αρχής της Ισοδυναμίας

Με αποστασιόμετρα Laser, μετράται η απόσταση Γης-Σελήνης, με ακρίβεια χιλιοστών το μέτρου. Χρησιμοποιούνται ανακλαστήρες που τοποθετήθηκαν κατά τις αποστολές Apollo και Lunokhod.



Στο μέλλον: μέτρηση της απόστασης Γης-Αρη με αποστασιόμετρα Laser!

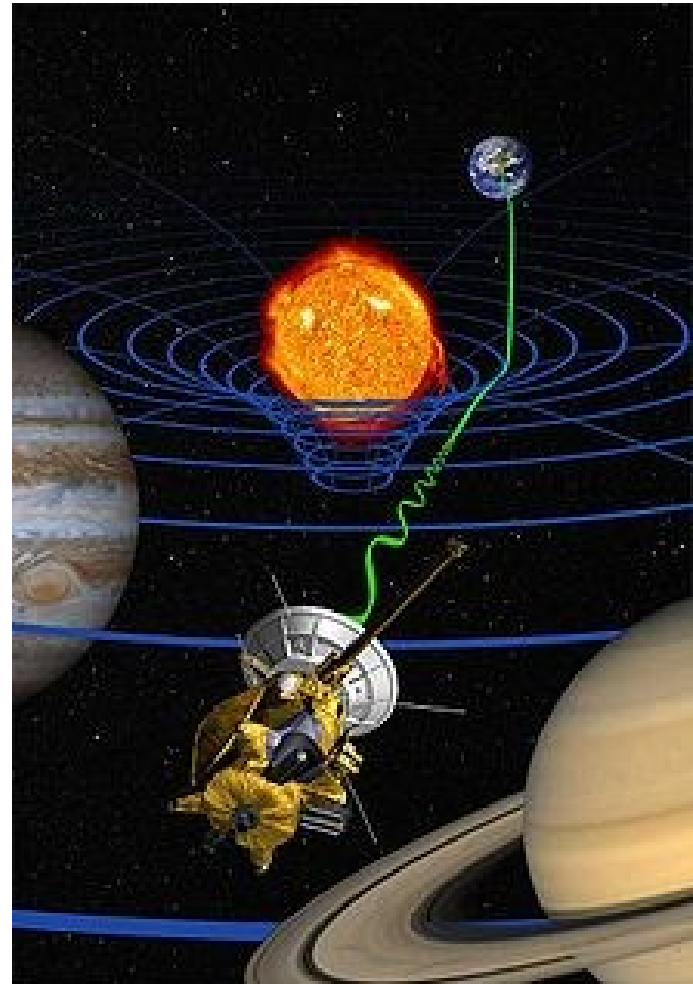
Πειραματικός έλεγχος της παραμέτρου $\bar{\gamma}$

Τα σήματα ραντάρ που έστειλε το διαστημόπλοιο *Cassini* κατά τη διάρκεια μιας έκλειψης της Γης από τον Ήλιο, έφτασαν με καθυστέρηση, λόγω της καμπύλωσης της τροχιάς των ραδιοκυμάτων.

Η παράμετρος $\bar{\gamma}$ μετρήθηκε ως

$$\bar{\gamma} \sim 10^{-5}$$

Το 2015: αντίστοιχο πείραμα κατά τη διάρκεια της αποστολής *BepiColombo* του ΕΟΔ (ESA) στον Ερμή.



Η Σχετικότητα στο GPS

Τροχιά δορυφόρων: 27.000 km

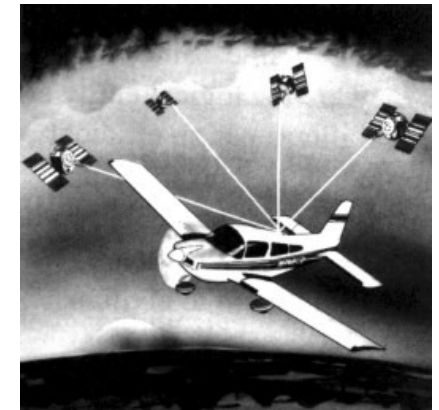
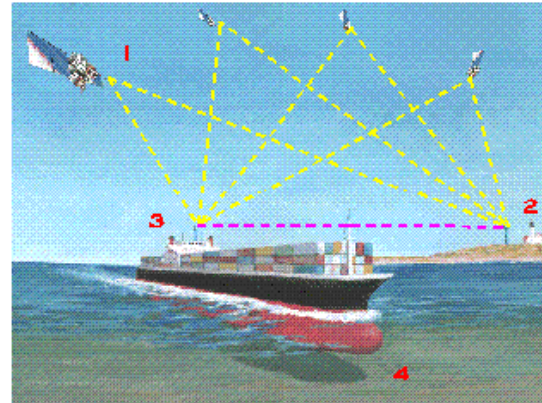
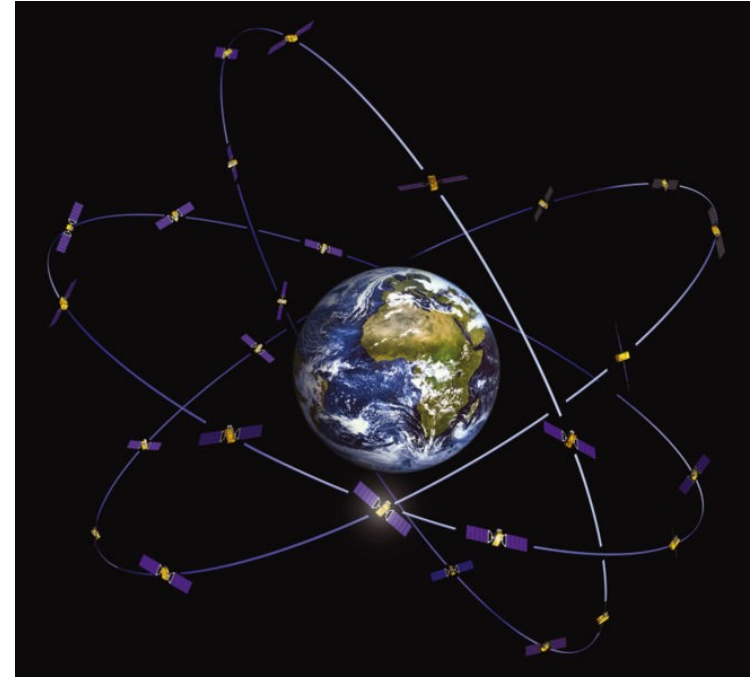
Ταχύτητα: 14.000 km/h

- 7 μικροδευτερόλεπτα/ημέρα
λόγω **Ειδικής Σχετικότητας**

+ 45 μικροδευτερόλεπτα/ημέρα
λόγω **Γενικής Σχετικότητας**

Σφάλμα χωρίς τη σχετικότητα:

10 km την ημέρα!



ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Τα νέα διαστημικά πειράματα που έχουν προταθεί για την επόμενη δεκαετία θα βελτιώσουν κατά πολύ την ακρίβεια ελέγχου της ΓΘΣ.

Δεν αποκλείεται η ακρίβεια που θα επιτευχθεί να οδηγήσει στην αντικατάσταση της ΓΘΣ από μια ακριβέστερη εκδοχή της.

Η πρόοδος στη βασική έρευνα στις θετικές επιστήμες είναι πολύ σημαντική, καθώς μακροπρόθεσμα οδηγεί τις εξελίξεις στην εφαρμοσμένη έρευνα.

ΤΕΛΟΣ

<http://www.astro.auth.gr/~niksterg>