

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

1.123

Τραβάμε διαδοχικά δύο χαρτιά στην τύχη από μία τράπουλα. Να βρεθεί η πιθανότητα (α) το πρώτο χαρτί να μην είναι δέκα σπαθί ή άσος, (b) το πρώτο χαρτί να είναι άσος και το δεύτερο να μην είναι (c) τουλάχιστον ένα χαρτί να είναι καρό (d) τα δύο χαρτιά να είναι από διαφορετικές σειρές (e) το πολύ ένα χαρτί να είναι φιγούρα (f) το δεύτερο χαρτί να μην είναι φιγούρα (g) το δεύτερο χαρτί να μην είναι φιγούρα, εάν ξέρουμε ότι το πρώτο ήταν φιγούρα, (h) τα χαρτιά να είναι φιγούρες ή μπαστούνια ή και τα δύο.

Λύση

- (a) $A = \{\text{Πρώτο χαρτί 10 σπαθί}\}$, $B = \{\text{Πρώτο χαρτί άσος}\} \Rightarrow P(A) = 1/52$, $P(B) = 4/52$
 $P(A \cup B) = P(A) + P(B) = 1/52 + 4/52 = 5/52 \Rightarrow P(\text{να μην είναι δέκα σπαθί ή άσος}) = 1 - 5/52 = 47/52 = 90,3\%$
- (b) $A = \{\text{πρώτο χαρτί άσος}\} \Rightarrow P(A) = 4/52$, $B = \{\text{δεύτερο χαρτί όχι άσος}\} \Rightarrow P(B) = 48/51 \Rightarrow P(A \cap B) = (4/52) \cdot (48/51) = 192/1326 = 14,47\%$
- (c) $A = \{\text{πρώτο χαρτί όχι καρό}\} \Rightarrow P(A) = 39/52$, $B = \{\text{δεύτερο χαρτί όχι καρό}\} \Rightarrow P(B) = 38/51$
 $P(A \cap B) = (39/52) \cdot (38/51) \Rightarrow P(\text{ένα τουλάχιστον καρό}) = 1 - P(A \cap B) = 585/1326 = 44,1\%$
- (d) $A = \{\text{πρώτο χαρτί από μία σειρά}\} \Rightarrow P(A) = 13/52$
 $B = \{\text{δεύτερο από την ίδια σειρά}\} \Rightarrow P(B) = 12/51 \Rightarrow P(\text{δεύτερο από άλλη σειρά}) = 1 - P(B) = 1 - (12/51) = 39/51 = 76,47\%$
- (e) $A_1 = \{\text{πρώτο φιγούρα}\} \Rightarrow P(A_1) = 12/52$,
 $A_2 = \{\text{δεύτερο φιγούρα}\} \Rightarrow P(A_2) = 11/51$,
 $B_1 = \{\text{πρώτο όχι φιγούρα}\} \Rightarrow P(B_1) = 40/52$
 $B_2 = \{\text{δεύτερο όχι φιγούρα}\} \Rightarrow P(B_2) = 39/51$
 $P(A_1 \cap B_2) + P(B_1 \cap A_2) + P(B_1 \cap B_2) = (12/52)(40/51) + (40/52)(12/51) + (40/52)(39/51) = 0,95 = 95\%$
- (f) $B_2 = \{\text{δεύτερο φιγούρα}\}$ δεν ξέρω τι είναι το πρώτο, το οποίο μπορεί να είναι ή να μην είναι φιγούρα $P(B_2/A_1) + P(B_2/B_1) = (12/52)(40/51) + (39/51)(40/52) = 40/52 = 76,9\%$
- (g) $P(B_2/A_1) = 40/51$ αφού το πρώτο ήταν φιγούρα, μας έμειναν 51 χαρτιά από τα οποία 40 δεν είναι φιγούρες.
- (h) $P(\text{μπαστούνι ή φιγούρα}) = 22/52$, $P(\text{μπαστούνι ή φιγούρα /μπαστούνι και φιγούρα}) = (22/52)(21/51) = 462/2652 = 17,4\%$

1.139

Διαλέγουμε στην τύχη τέσσερεις μονοψήφιους ακέραιους (από 0 έως 9). Ποια είναι η πιθανότητα (a) να είναι όλοι διαφορετικοί (b) το πολύ δύο να είναι ίδιοι.

Λύση

- (a) $P(10) = 10/10$, $P(20) = (9/10)$, $P(30) = (8/10)$, $P(40) = (7/10) \Rightarrow P(\text{όλοι διαφορετικοί}) = (10/10)(9/10)(8/10)(7/10) = 504/1000 = 0,504 = 50,4\%$
- (b) Το πολύ δύο ίδιοι = όλοι διαφορετικοί + δύο ίδιοι
- (c) Η πιθανότητα να πάρουμε τον δεύτερο ίδιο με τον πρώτο είναι $(10/10) \cdot (1/10) \cdot (9/10) \cdot (8/10) = 720/10000 = 0,072 = 0,72\%$ Οι δυνατοί συνδυασμοί είναι

$\binom{4}{2} = 6$ επομένως $P(\text{δύο ίδιοι}) = 6 \cdot 0,72 \cdot 0,28 = 1,2096 = 12,096\%$ άρα $P(\text{Το πολύ δύο ίδιοι}) = 50,4\% + 12,096\% = 62,496\%$

1.147

Η πιθανότητα να επιτύχει ένας σκοπευτής ένα στόχο είναι $2/3$. Εάν πυροβολεί συνεχώς μέχρις ότου κτυπήσει το στόχο μία φορά, ποια είναι η πιθανότητα να πυροβολήσει 5 φορές;

Λύση

$E = \{\text{επιτυχία}\}$, $A = \{\text{αποτυχία}\}$. $P(E) = 2/3$, $P(A) = 1/3$ αφού πέτυχε το στόχο την 5^η φορά έχουμε $P(A)P(A)P(A)P(A)P(E) = (1/3)^4 (2/3) = 2/243 = 0,0082 = 0,82\%$