Στους γονείς μου

Από τη θέση αυτή θα ήθελα να ευχαριστήσω:

Τους επιβλέποντες καθηγητές μου κ. Γ. Λαλαζήση, Αναπληρωτή Καθηγητή του Τμ.Φυσικής και κ. Ν. Στεργιούλα, Επίκουρο Καθηγητή Τμ. Φυσικής, για την πολύτιμη συμβολή τους στην εκπόνηση αυτής της διπλωματικής εργασίας και την εμπιστοσύνη που μου έδειξαν από την πρώτη στιγμή.

Τον κ. Κ. Κόκκοτα, Αναπληρωτή Καθηγητή του Τμ. Φυσικής για τη βοήθειά του σε όλα τα στάδια εκπόνησης αυτής της διπλωματικής εργασίας.

Τον κ. Μ.Βαβουλίδη, Υποψήφιο Διδάκτορα του Τμήματος Φυσικής Α.Π.Θ. για τις γνώσεις προγραμματισμού που μου έδωσε.

Τον F.Weber, Καθηγητή του San Diego State University, για τις χρήσιμες παρατηρήσεις και βελτιώσεις πάνω στους κώδικές μας.

Τον Χ.Κούβαρη, Υποψήφιο Διδάκτορα του Τεχνολογικού Ινστιτούτου της Μασαχουσέτης για τις συζητήσεις που είχε μαζί μου πάνω σε θέματα κβαντικής χρωμοδυναμικής και υπεραγωγιμότητας χρώματος.

Τους φοιτητές Θ.Μπίσμπα και Δ.Τσορμπατζίδη για την ανάγνωση μέρους του αρχικού κειμένου καθώς και όλους τους φίλους που βρέθηκαν δίπλα μου στον τελευταίο αυτό χρόνο.

.

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στην εργασία αυτή επιχειρείται μια συστηματική επισκόπηση των διαφόρων θεωριών για τη περιγραφή της δομής και της σύστασης ενός αστέρα νετρονίων και των αντίστοιχων καταστατικών εξισώσεων που προκύπτουν από τις θεωρίες αυτές. Αναλυτικότερα:

Αρχικά παρουσιάζεται η σύλληψη και η εξέλιξη της ιδέας για την ύπαρξη ενός αστέρα νετρονίων. Στο επόμενο κεφάλαιο, έπειτα από μια θερμοδυναμική εισαγωγή, παρουσιάζονται διάφορες προσεγγίσεις για την περιγραφή της κρούστας ενός αστέρα νετρονίων, για πυκνότητες μέχρι τη πυκνότητα της γραμμής κόρου νετρονίου-πρωτονίου (neutron drip-line). Στη συνέχεια, δίνεται μια εισαγωγή στη θεωρία αλληλεπίδρασης νουκλεονίου-νουκλεονίου και μια σύγκριση μεταξύ των διαφόρων μεθόδων περιγραφής του προβλήματος των πολλών σωμάτων και των εμπερικών δεδομένων. Επίσης συγκρίνονται οι προβλέψεις από σχετικιστικά και μη-σχετικιστικά μοντέλα για την μέγιστη μάζα και ακτίνα ενός αστέρα. Έπειτα και αφού παρουσιάσουμε αναλυτικά την δομή και τα διάφορα στρώματα στο εσωτερικό ενός αστέρα νετρονίων, ασχολούμαστε αναλυτικότερα με τη μορφή της ύλης στην κρούστα του αστέρα. Προχωρώντας περιγράφουμε το μοντέλο Walecka και το επεκτείνουμε προκειμένου να περιγράψει την ασύμμετρη πυρηνική ύλη στο εσωτερικό ενός αστέρα νετρονίων και περιγράφουμε την πιθανότητα εμφάνισης βαρυονίων σε υψηλότερες πυκνότητες στο εσωτερικό ενός αστέρα και στην περιγραφή της τελικής σύστασης ενός τέτοιου αστέρα. Η ύπαρξη quark-gluon πλάσματος στο κέντρο του αστέρα και η περιγραφή του M.I.T Bag Model για την επίλυση των εξισώσεων της Q.C.D και την εύρεση των καταστατικών εξισώσεων, είναι τα θέματα που θα μας απασχολήσουν στη συνέχεια ενώ στο ίδιο κεφάλαιο ασχολούμαστε με την εμφάνιση υπεραγωγιμότητας χρώματος και τις συνέπειες που αυτή θα είχε στην καταστατική εξίσωση και στα παρατηρήσιμα μεγέθη του αστέρα.

Τέλος στα δύο τελευταία κεφάλαια παρουσιάζονται καταστατικές που εξάγονται είτε από την πυρηνική θεωρία, είτε από τη κβαντική χρωμοδυναμική και συγκρίνονται με τα παρατηρησιακά μας δεδομένα. Για το σκοπό αυτό παρουσιάζουμε τα πιθανά σενάρια για τη ψύξη ενός αστέρα και στη συνέχεια συγκρίνονται τα αποτελέσματά τους για τις μετρούμενες φωτεινότητες και θερμοκρασίες με παρατηρήσιες από κοντινούς pulsar. Ενώ στο τελευταίο κεφάλαιο ασχολούμαστε με περιστρεφόμενους αστέρες νετρονίων και πως διάφορες ανωμαλίες της περιόδου περιστροφής μπορούν να μας δώσουν πληροφορία για το εσωτερικό ενός αστέρα. Τέλος γίνεται μια σύντομη αναφορά στο ενδεχόμενο ανίχνευσης βαρυτικών κυμάτων από έναν τέτοιο αστέρα και των σημάτων που περιμένω με βάση τη σύστασή του.

ABSTRACT

In this work we are presenting various theories concerning the internal structure and the composition of a neutron star. Moreover we also present the corresponding Equations of State (E.O.S) for each one of these theories. More specific:

In the beginning we are giving the primary idea for the existence of a neutron star and the first observational data in favor of this idea. In the next chapter, after a short thermodynamical introduction we are giving various approximations for the crust of a neutron star for densities up to the neutron drip density. Afterwards we are concerned with the theory of the nucleon-nucleon interaction and we go through different approaches for the potential of this interaction as well as for various approaches to the many-body problem and we compare their results with the empirical data. After that we give a description of the internal structure of a neutron star and a detail description of the crust is given. Following that a description of the Walecka model for the many-body problem and its extrapolations in order to account for asymmetric nuclear matter like that in the interior of a neutron star is given. Moreover we present calculations concerning the existence of hyperons in the interior such an object. The existence of quark-gluon plasma and the M.I.T bag model in order to extract equations of state for strange and hybrid stars are the topics of the next chapter. Also we give the basic concept of color superconductivity and its effects on the observables of a neutron star.

Furthermore we are presenting the two important scenarios for the cooling of a neutron star and we compare their predictions with our observational data. Finally we are considering the rotation of a neutron star and how various anomalies on its frequency can give us some information on its internal composition and the corresponding constraints in the E.O.S.. We also give the basic concepts of the gravitational waves, emitted by such objects and the important role that they can have in determining the E.O.S of a neutron star.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ.

Κεφάλαιο 1ο.

Ο θάνατος ενός αστέρα (ή η γέννηση ενός νέου)

Η μελέτη των συμπαγών αστέρων ξεκίνησε με την ανακάλυψη των λευκών νάνων και την πετυχημένη περιγραφή των ιδιοτήτων τους από την στατιστική των Fermi Dirac υποθέτοντας ότι η πίεση των εκφυλισμένων ηλεκτρονίων είναι που τους συγκρατεί από την βαρυτική κατάρρευση – ιδέα που πρωτοπροτάθηκε από τον Fowler το 1926. Μια μέγιστη μάζα βρέθηκε για τα αντικείμενα αυτά το 1930, από τον Chandrasekhar, λόγω σχετικιστικών φαινομένων.

Το 1967 η Jocelyn Bell Bernel, μαζί με τον επιβλέποντά της Anthony Hewish, ανακάλυψαν τον πρώτο pulsar, ένα αντικείμενο από το εξώτερο διάστημα που εκπέμπει παλμούς σε ραδιοσυχνότητες. Παρά το ότι αρχικά έγινε η υπόθεση ότι οι παλμοί αυτοί εκπέμπονταν από κάποια εξωγήινη πηγή ζωής., σύντομα αυτή εγκαταλείφθηκε και προτάθηκε ότι η πηγή τους ήταν κάποιος γρήγορα περιστρεφόμενος αστέρας νετρονίων με ένα πολύ έντονο μαγνητικό πεδίο. Μέχρι τώρα πάνω από χίλιοι pulsars έχουν κατηγοριοποιηθεί. Οι Pulsar είναι από μόνοι τους πολύ ενδιαφέροντα αντικείμενα αλλά ακόμη πιο ενδιαφέρουσα είναι η δομή του αστέρα.

Αν πάμε λίγα χρόνια πίσω στο 1932, οι Baade και Zwicky συνέλαβαν την ιδέα ενός αστεριού που αποτελείται μόνο από νετρόνια, ένα χρόνο μετά την ανακάλυψη του νετρονίου από τον Chadwick. Το βασικό ερώτημα που αντιμετώπισαν ήταν: Ποια άλλη πηγή εκτός από τη βαρυτική ενέργεια σύνδεσης ενός υπέρπυκνου αντικειμένου που σχηματίστηκε από τον κεντρικό πυρήνα ενός presupernova θα μπορούσε να ελευθερώσει ένα τόσο μεγάλο ποσό ενέργειας που να είναι ορατό ακόμη και στο φως της μέρας και να αναγκάζει ύλη κάποιων ηλιακών μαζών να ταξιδεύει με ταχύτητες εκατοντάδων χιλιομέτρων.

Όμως κανείς δεν ήξερε τι ακριβώς ήταν αυτό που έπρεπε να δούμε και πως θα μπορούσαμε να το δούμε. Ένα συμπαγές αστέρι που θα αποτελούνταν από πακτωμένα νετρόνια θα έπρεπε να είναι εκφυλισμένο. Δεν θα μπορούσε να δημιουργήσει ενέργεια μετά το σχηματισμό του, αλλά θα μπορούσε μόνο να ακτινοβολεί τα υπάρχοντα αποθέματα θερμότητα για εκατομμύρια χρόνια μέσω της αργής διαδικασίας της διάχυσης φωτονίων, όπως και με τους λευκούς νάνους.. Βέβαια εκτός της ηλεκτρομαγνητικής έχει αρχίσει εδώ και αρκετά χρόνια μια συζήτηση για την εκπομπή βαρυτικής ακτινοβολίας από ένα τέτοιο αντικείμενο.

Το 1940 ο Woltjer υπολόγισε ότι η διατήρηση της μαγνητικής ροής σε ένα αστέρι, το οποίο προέρχεται από τη συστολή ενός ερυθρού γίγαντα σε ένα αστέρι νετρονίων, θα μπορούσε να δημιουργήσει μαγνητικά πεδία της τάξης των 10^{12} G. Τόσο ισχυρά πεδία, οδήγησαν τον Pacini στην ιδέα ότι η ενέργεια παρέχεται από έναν περιστρεφόμενο αστέρα νετρονίων με ισχυρό μαγνητικό πεδίο στο Crab Nebula το οποίο ξέρουμε ότι έχει μια επιταχυνόμενη διαστολή.

Στο μεταξύ, όπως έχουμε ήδη αναφέρει ο Hewish στο Cambridge είχε σχεδιάσει ένα ράδιο-τηλεσκόπιο, ικανό να ανιχνεύσει τόσο μεγάλα μήκη κύματος, εκπεμπόμενα από μια πηγή με τόσο μικρή περίοδο. Εντός ενός μήνα, η μαθήτριά του, η Jocelyn Bell, πρόσεξε τις πρώτες ενδείξεις μιας περιοδικής πηγής ραδιοκυμάτων, η οποία αργότερα μετρήθηκε να έχει περίοδο ίση με 1,337sec. 34 χρόνια μετά την αρχική ιδέα των Baade και Zwicky, ότι η πηγή της ενέργειας για ένα supernova είναι η βαρυτική έλξη, οι Hewish, Bell, Millington, Scott και Collins δημοσίευσαν την εργασία με την ανακάλυψή τους. Είχαν ανιχνεύσει μια πολύ ασθενή πηγή ραδιοκυμάτων που βρισκόταν εκτός του ηλιακού συστήματος, πιθανότατα ένα αστέρι πολύ υψηλής πυκνότητας. Είχε μόλις ανακαλυφθεί ο πρώτος pulsar.

Η ονομασία pulsar δόθηκε από το γεγονός ότι είναι πηγές περιοδικών σημάτων με μεγάλη σταθερότητα στο χρόνο και είναι τα αστροφυσικά αντικείμενα τα οποία πιστεύουμε ότι αντιστοιχούν σε αυτό που ονομάζουμε αστέρες νετρονίων.

Μετά από αυτή την ανακάλυψη, ακολούθησε η εργασία του Gold ο οποίος κατάφερε να ταυτίσει με έναν πολύ ικανοποιητικό τρόπο τους pulsars με τους αστέρες νετρονίων. Πολύ συγγραφείς όπως ο Canuto, ο Ruderman, ο Ostriker και ο Gunn, οι Pines, Shaham και Alpar πρόσθεσαν και άλλα πειστικά επιχειρήματα στην παραπάνω ιδέα.

Πολύ σύντομα η ιδέα ενός αστέρα αποτελούμενου αποκλειστικά από νετρόνια, εγκαταλείφθηκε και προτάθηκε η ύπαρξη υπερονίων στους αστέρες αυτούς. Η πρώτη εργασία στην οποία παρουσιάστηκε αυτή η ιδέα ήταν των: Cameron, Ambartsumyan και Saakayan οι οποίοι χρησιμοποίησαν ένα αέριο Fermi για να περιγράψουν την σύσταση του αστέρα νετρονίων. Οι Panharipande και οι Bethe και Johnson εισήγαγαν τα υπερόνια σε ένα δυναμικό Schroedinger προκειμένου να προσεγγίσουν τις αλληλεπιδράσεις μεταξύ των νουκλεονίων. Η δουλειά αυτή έδειξε το πόσο σημαντικό είναι να εισάγουμε κάποιους περιορισμούς στη θεωρία μας, στηριγμένους στις πυρηνικές αλληλεπιδράσεις. Ένα άλλο σενάριο που προτάθηκε από τον Glendenning και τον Weber ήταν τα λεγόμενα hybrid stars, δηλαδή αστέρες νετρονίων στους οποίους συνυπάρχει η φάση αδρονικής ύλης και των quark.

Οι pulsars πιστεύουμε ότι είναι περιστρεφόμενοι αστέρες νετρονίων με πολύ υψηλό μαγνητικό πεδίο. Μια ηλεκτρομαγνητική δέσμη, συνήθως σε ραδιοσυχνότες, εκπέμπεται κατά μήκος του μαγνητικού άξονα με μία γωνιακή απόκλιση της τάξης των δέκα μοιρών. Αν υπάρχει μια απόσταση μεταξύ του άξονα περιστροφής και του μαγνητικού άξονα, το περιστρεφόμενο αντικείμενο είναι ανάλογο ενός φάρου. Αν, σαν παρατηρητές στη Γη, βρεθούμε στον κώνο φωτός που σαρώνει το περιστρεφόμενο αστέρι, έχουμε την ευκαιρία να το παρατηρήσουμε σαν μια παλλόμενη πηγή. Υπάρχει ένα πολύ μεγάλο εύρος συχνοτήτων στο εκπεμπόμενο σήμα κάποιων pulsars το οποίο αρχίζει από το οπτικό και φτάνει μέχρι τις ακτίνες Χ. Παρ' όλα αυτά οι περισσότεροι pulsars έχουν παρατηρηθεί στις ραδιοσυχνότητες.

Ο γρηγορότερος pulsars που ξέρουμε μέχρι τώρα είναι ο pulsar PSR 1937+21 που ανακαλύφθηκε το 1982 από τους Backer, Kulnarni, Heiles και Goss. Έχει μια περίοδο της τάξης των 1,56ms και χρειάστηκε μεγάλη δεξιοτεχνία στην ανακάλυψη τόσο σύντομων παλμών δεδομένης της διάχυσής τους από το μεσοαστρικό υλικό, ήταν ο πρώτος millisecond pulsar που ανακαλύφθηκε. Τόσο γρήγορες περιστροφές των 650 φορών ανά δευτερόλεπτο ήταν πολύ εντυπωσιακές. Ήταν ο πρώτος μιας εντελώς νέας οικογένειας pulsars οι οποίοι είχαν προβλεφθεί από τους Alpar, Cheng και Shaham και από τους Bachus, Taylor και Damashek ως αποτέλεσμα της αύξησης της ιδιοπεριστροφής ενός χαμηλού μαγνητικού πεδίου αστέρα νετρονίων, λόγω ενός δίσκου προσαύξησης Kepler. Αυτή η ερμηνεία σύντομα επιβεβαιώθηκε από την ανακάλυψη ενός δεύτερου millisecond pulsar PSR 1953+29 σε μία τροχιά περιόδου 120 ημερών με έναν λευκό νάνο.

Η πιθανότητα το επίπεδο της τροχιάς ενός Pulsar και του συνοδού του να βρίσκεται πολύ κοντά στο ορατό από εμάς επίπεδο, ώστε να κάνει τον Pulsar να είναι εκλειπτικός, είναι πολύ μικρή. Εντούτοις έχει παρατηρηθεί για pulsar των 1,6ms που είναι σε μία τροχιά 8 ωρών γύρω από ένα λευκό νάνο. Το σήμα του pulsar χάνεται για περίπου ένα δέκατο της τροχιακής περιόδου. Ο παρών ρυθμός ανακάλυψης των millisecond pulsar αναμένεται να αυξηθεί μετά την ανακάλυψη ότι τα σφαιρωτά σμήνη έχουν έναν πολύ μεγάλο αριθμό millisecond pulsars. Υπάρχουν περίπου 150 σφαιρωτά σμήνη στον γαλαξία μας και είναι όλοι κατανεμημένοι σφαιρικά σε αποστάσεις από το κέντρο του γαλαξία μας, ίσες με την ακτίνα του δίσκου. Οι αριθμητικές πυκνότητες ύπαρξης των αστέρων είναι περίπου 1000 φορές μεγαλύτερη από την περιοχή του γαλαξία στην οποία βρίσκεται ο ήλιος.

Εξαρτώμενο από ένα συνδυασμό της έντασης του μαγνητικού πεδίου και της περιόδου, η δέσμη του pulsar σβήνει σε κάποια κρίσιμη τιμή, του γινομένου της μικρής περιόδου και της έντασης του χαμηλού πεδίου. Προφανώς λίγη ενέργεια για να τροφοδοτήσει την ακτινοβολία, δίνεται στην μαγνητόσφαιρα από το περιστρεφόμενο πεδίο. Σε κάθε περίπτωση όταν η θέση του pulsar σημειωθεί σε ένα γράφημα με άξονες της ένταση του πεδίου και την περίοδο, το αποτέλεσμα είναι πολύ εντυπωσιακό. Οι ενεργοί pulsar βρίσκονται όλοι στην ίδια πλευρά μιας αόρατης γραμμής που την λέμε γραμμή θανάτου.

Αν το μαγνητικό πεδίο ελαττώνεται με έναν πολύ χαμηλό ρυθμό σε μια χρονική κλίμακα των λίγων εκατομμυρίων ετών, η προβολή των pulsar στην γραμμή θανάτου, θα είναι σε μία σταθερή ένταση πεδίου. Όταν σβήσει αυτή η δέσμη ακτινοβολίας, ένας pulsar παύει να είναι ορατός. Αλλά υπάρχει και ένας άλλος πληθυσμός pulsar στον οποίο ανήκουν αυτοί οι pulsar που έχουν φτάσει στην γραμμή θανάτου, αφού περάσουν από την διαδικασία που περιγράψαμε παραπάνω. Αυτοί οι pulsar πιστεύουμε ότι έχουν γίνει μέλη ενός διπλού συστήματος και κατέληξαν να είναι millisecond pulsars λόγω συνεχούς ροής ύλης από έναν λιγότερο πυκνό σύντροφο κατά το τελευταίο στάδιο της ζωής τους. Συχνά τους αναφέρουμε ως ανακυκλωμένους pulsars αντί για millisecond pulsars. Οι pulsar πιστεύεται ότι είναι πολύ μεγάλης ηλικίας, επειδή οι σύντροφοί τους πιστεύεται ότι είναι λευκοί νάνοι. Η μικρή περίοδος αυτών των millisecond pulsars θα παίξει σημαντικό ρόλο στην υπόθεσή μας για την εσωτερική δομή του αστέρα νετρονίων.

Στα παραπάνω περιγράψαμε κάποιες από τις βασικές ιδιότητες των pulsars. Είδαμε ότι οι παλμοί που εκπέμπονται από τους pulsars, είναι αποτέλεσμα της περιόδου περιστροφής τους και όχι αποτέλεσμα της δόνησης τους. Οι βασικοί λόγοι που οδηγούν σε αυτό το συμπέρασμα είναι τα τεράστια ποσά ενέργειας που ακτινοβολούνται και που είναι της τάξης 10^{38} erg/s, η ενέργεια περιστροφής που μπορεί να περικλείεται από ένα τόσο πυκνό αστέρα και το πολύ μεγάλο μαγνητικό πεδίο στο οποίο ένα αστέρι θα έφτανε λόγω διατήρησης της ροής του προγεννήτορα αστέρα. Όλα αυτά δείχνουν ότι ένα περιστρεφόμενο μαγνητισμένο αστέρι είναι η πηγή τόσο σταθερών περιοδικών σημάτων σαν αυτά που παρατηρούμε.

Ένα ακόμη λόγος που πιστεύουμε ότι οι παλμοί οφείλονται στην περιστροφή είναι ότι το πλάτος της δόνησης μειώνεται με το χρόνο λόγω της απώλειας ενέργειας, ενώ η συχνότητα όχι. Από την άλλη πλευρά αν έχουμε περιστροφή, η συχνότητα πρέπει να μειώνεται και αυτή και αυτό είναι που παρατηρείται στην πράξη.

Ένα άλλο πολύ ενδιαφέρον φαινόμενο, που έχει να κάνει με την περίοδο των pulsar είναι οι ξαφνικές αλλαγές των συχνοτήτων περιστροφής οι οποίες είναι τα γνωστά μας glitches. Ο χρόνος μεταξύ των *σπινθηρισμών* μπορεί να ποικίλλει από μήνες μέχρι χρόνια. Το πρώτο τέτοιο φαινόμενο, παρατηρήθηκε στον Vela pulsar, και από τότε τέτοια φαινόμενα παρατηρήθηκαν και σε πολλούς άλλους pulsars. Το φαινόμενο δεν παρουσιάζει καμία ομοιότητα μεταξύ διαφορετικών pulsar και πολλές φορές είναι τελείως διαφορετικό ακόμη και για τον ίδιο pulsar χωρίς να εμφανίζει καμία περιοδικότητα, ούτε και να έχει βρεθεί ακόμη κάποια χρονοσειρά που να το προσεγγίζει. Αναλυτικότερα το θέμα της περιστροφής ενός αστέρα νετρονίου και των συμπερασμάτων που μπορούν να βγουν, θα συζητηθεί στο κεφάλαιο 9.

Ένα αντικείμενο που περιστρέφεται με τόσο μεγάλη περίοδο θα ασκείται μια πολύ μεγάλη φυγόκεντρη δύναμη που πρέπει να εξισορροπείται από την βαρύτητα, γιατί αλλιώς θα διαλύονταν. Αυτό φαίνεται πιο καθαρά, αν λάβουμε υπ' όψιν ότι η πυρηνική δύναμη έχει ένα πολύ μικρό εύρος και επομένως ασκείται μόνο μεταξύ γειτονικών σωματιδίων. Από την άλλη η βαρυτική δύναμη έχει μεγάλο εύρος και δρα σε ολόκληρη την μάζα-ενέργεια του αστέρα.

Αν υπολογίσουμε τις ενέργειες σύνδεσης ανά νουκλεόνιο, βλέπουμε ότι η βαρυτική ενέργεια είναι της τάξης του 160MeV/A ενώ η ενέργεια σύνδεσης της πυρηνικής ύλης είναι της τάξης των 16MeV/A. Η βαρύτητα συμπυκνώνει την ύλη με τέτοιο τρόπο που η πυκνότητα παίρνει τιμές πολύ μεγαλύτερες από την πυκνότητα κόρου της πυρηνικής ύλης. Τα νουκλεόνια δεν νοιώθουν την έλξη από τους γείτονές τους, αλλά άπωση. Στην πραγματικότητα η ενέργεια που απαιτείται για να συμπυκνώσει την πυρηνική ύλη στην πυκνότητα που βρίσκουμε στο κέντρο πιο μαζικών αστέρων νετρονίων είναι περίπου 200-300MeV ανά νουκλεόνιο. Η ενέργεια συμπίεσης μειώνει την καθαρή ενέργεια σύνδεσης κατά έναν παράγοντα 100MeV και επομένως έχει αρνητική συνεισφορά στην ενέργεια σύνδεσης των αστέρων νετρονίων.

Μια πρώτη προσέγγιση στη δομή ενός αστέρα νετρονίων προκύπτει από την υπόθεση ότι το εκφυλισμένο αέριο αποτελείται μόνο από μη αλληλεπιδρόντα σωματίδια. Η πρώτη αριθμητική αντιμετώπιση ενός τέτοιου απλού μοντέλου που υπολογίζει την μέγιστη μάζα και την αντίστοιχη ακτίνα είναι η εξίσωση Oppenheimer-Volkoff. Υπολόγισαν ότι η μάζα του πρέπει να είναι ίση με 0,7 ηλιακές μάζες και η ακτίνα του R=10km.

Στα επόμενα κεφάλαια θα παρουσιάσουμε διάφορες καταστατικές εξισώσεις και τις μέγιστες μάζες και ακτίνες που η καθεμία τους προβλέπει για έναν αστέρα νετρονίων και θα συγκρίνουμε τα αποτελέσματα αυτά με τις υπάρχουσες παρατηρήσεις. Πρώτα όμως θα παραθέσουμε μια σύντομη εισαγωγή με τις απαραίτητες θερμοδυναμικές ποσότητες για την περαιτέρω συζήτηση του θέματός μας.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2ο - *Η πρώτη προσέγγιση.*

2.1 Θερμοδυναμική Εισαγωγή.

Οι θερμοδυναμικές ποσότητες είναι όλες ποσότητες που αναφέρονται σε μακροσκοπικές μεταβλητές. Για να είναι σχετικιστικά αναλλοίωτες, οι ποσότητες αυτές πρέπει να μετρηθούν σε ένα τοπικό αδρανειακό σύστημα αναφοράς το οποίο κινείται μαζί με το υγρό. Επομένως μπορούμε να φανταστούμε ένα τοπικό σύστημα αναφοράς Lorentz, το οποίο κινείται με την ίδια ταχύτητα με τα στοιχεία του ρευστού.

Ο πρώτος νόμος της θερμοδυναμικής γίνεται:

$$đQ = d\left(\frac{\varepsilon}{n}\right) + Pd\left(\frac{1}{n}\right) \tag{0.1}$$

όπου $đQ$ είναι η θερμότητα που κερδίζεται ανά βαρυόνιο, P είναι η πίεση, και 1/n είναι ο όγκος που αντιστοιχεί σε κάθε βαρυόνιο. Ο λόγος που προτιμάμε να εκφράζουμε όλες τις ποσότητές μας σαν συναρτήσεις του βαρυονικού αριθμού είναι πως ο βαρυονικός αριθμός είναι μια διατηρούμενη ποσότητα για τα συστήματα που θα μελετήσουμε.

Αν συνδυάσουμε την (1) με το $đQ = Tds$ παίρνουμε την έκφραση:

$$d\left(\frac{\varepsilon}{n}\right) = -Pd\left(\frac{1}{n}\right) + Tds \tag{0.2}$$

Παρ' όλα αυτά καθώς η ενεργειακή πυκνότητα ενός συστήματος πολλών συστατικών, που περιέχει διαφορετικά είδη σωματιδίων εξαρτάται από τις σχετικές ποσότητες κάθε είδους, όπως και από τον όγκο (1/n) και την αδιαβατική τιμή του s. Αν καθορίσουμε την συγκέντρωση του i-οστού είδους σωματιδίων ως:

$$Y_i \equiv \frac{n_i}{n} \tag{0.3}$$

όπου n_i είναι η αριθμητική πυκνότητα του i σωματιδίου, τότε ε=ε(n,s,Y_i) και έτσι έχουμε την γενική έκφραση:

$$d\left(\frac{\varepsilon}{n}\right) = -Pd\left(\frac{1}{n}\right) + Tds + \sum_i \mu_i dY_i \tag{0.4}$$

και ορίζουμε τις ακόλουθες χρήσιμες εκφράσεις για τη συζήτηση των διαφόρων καταστατικών εξισώσεων:

$$\begin{aligned} P &\equiv \frac{-\partial(\varepsilon/n)}{\partial(1/n)} = n^2 \frac{\partial(\varepsilon/n)}{\partial n} \\ T &\equiv \frac{\partial(\varepsilon/n)}{\partial s} \end{aligned} \tag{0.5}$$

και το χημικό δυναμικό του i-οστού είδους είναι ίσο με:

$$\mu_\iota \equiv \frac{\partial(\varepsilon / n)}{\partial Y_i} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial n_i} \tag{0.6}$$

και όπως μπορεί να συμπεράνει κανείς από τις παραπάνω εκφράσεις, μας δίνει ένα μέτρο του πόσο αλλάζει η ενέργεια με μία μοναδιαία αύξηση στην αριθμητική πυκνότητα του είδους i, όταν ο όγκος, η εντροπία και όλες οι άλλες ποσότητες διατηρούνται σταθερές.

Αν θεωρήσουμε την γενική περίπτωση όπου το σύστημα δεν έιναι θερμικά μονωμένο και μπορεί να εκτελεστεί έργο στο σύστημα. Αν το σύστημα φτάνει σε ισορροπία με ημιστατικές διαδικασίες, τότε Tds= $đQ$. Από το δεύτερο νόμο της θερμοδυναμικής έχουμε:

$$đQ \leq Tds \tag{0.7}$$

και η διατήρηση της ενέργειας είναι:

$$d(\frac{\varepsilon}{n}) + Pd(\frac{1}{n}) \leq Tds \tag{0.8}$$

Αν το T και το n μείνουν σταθερά, τότε έχουμε στην ισορροπία, $df \leq 0$ όπου έχουμε καθορίσει την ελεύθερη ενέργεια Helmholtz: $f \equiv \frac{\varepsilon}{n} - Ts$. Ομοίως αν τα T και P κρατηθούν σταθερά τότε η $dg \leq 0$, όπου g = Ts είναι η ελεύθερη ενέργεια Gibbs ανά βαρυόνιο. Η ισορροπία αντιστοιχεί σε ένα ελάχιστο σε αυτή την ενέργεια σε σταθερό T και P. Αυτή η έκφραση της συνθήκης ισορροπίας είναι ιδιαίτερα χρήσιμη όταν έχουμε αλλαγές φάσεων που συνοδεύονται από ασυνέχειες στο n, με τα T και P να μένουν συνεχή.

Ας γίνουμε λίγο πιο ακριβείς σχετικά με τον αριθμό των ανεξάρτητων θερμοδυναμικών ποσοτήτων που απαιτούνται για να καθορίσουμε μια κατάσταση ισορροπίας. Θεωρείστε ένα μείγμα αλληλεπιδρόντων βαρυονίων και λεπτονίων. Όλες οι αντιδράσεις σε δοσμένο όγκο θα διατηρούν την αριθμητική πυκνότητα βαρυονίων, την αριθμητική πυκνότητα των ηλεκτρονίων, την αριθμητική πυκνότητα των μυονίων και την πυκνότητα των ηλεκτρικών φορτίων. Διαλέγουμε τέσσερα βασικά χημικα δυναμικά που να αντιστοιχούν στις τέσσερις αυτές διατηρούμενες ποσότητες. Για παράδειγμα, ας διαλέξουμε το μ_P, το μ_n και το μ_e. Τότε στην ισορροπία όλα τα άλλα χημικά δυναμικά θα είναι γραμμικός συνδυασμός των τεσσάρων αυτών ποσοτήτων.

Τώρα στην ισορροπία όλες οι θερμοδυναμικές ποσότητες που σχετίζονται με τα είδη i είναι συναρτήσεις μόνο του T και του μ_i. Επομένως πρέπει κανείς να καθορίσει το T και τέσσερα από τα χημικά δυναμικά προκειμένου να πετύχει μια πλήρη περιγραφή της κατάστασης σε ισορροπία.

Η κατάσταση ενός συστήματος σε μία σχετικά χαμηλή πυκνότητα μπορεί να περιγραφεί καλά αν χρησιμοποιήσουμε την αριθμητική πυκνότητα για κάθε είδος σωματιδίου α:

όπου V είναι ο όγκος ενός κελιού στο χώρο φάσεων των σωματιδίων με συντεταγμένες **r** και ορμές **k.** Από εδώ και πέρα θα υιοθετήσουμε το σύστημα μονάδων με $\hbar = c = 1$. Επίσης έχουμε το γ_s που καθορίζει τον εκφυλισμό των καταστάσεων και ισχύει $\gamma_s = 2S_s + 1$ για σωματίδια μεγάλης μάζας, το S_s αναφέρεται στο spin και το f_s δηλώνει την αδιάστατη συνάρτηση κατανομής., η οποία για ένα ιδανικό αέριο φερμιονίων σε θερμοκρασίες T παίρνει την μορφή μιας κατανομή Fermi-Dirac:

$$f_s = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{\varepsilon - \varepsilon_F}{T}\right)} \tag{0.9}$$

όπου ε είναι η ενέργεια ενός σωματιδίου με συντεταγμένες χώρου φάσεων r και k και ε_F η ενέργεια Fermi. Για αρκετά χαμηλές πυκνότητες σωματιδίων και υψηλές θερμοκρασίες η κατανομή Fermi-Dirac μπορεί να προσεγγιστεί από την αντίστοιχη κατανομή Maxwell-Boltzmann.

Θα ενδιαφερθούμε όμως περισσότερο για το άλλο όριο, των χαμηλών θερμοκρασιών T=0, το οποίο δίνει την κατανομή ενός εκφυλισμένου συστήματος φερμιονίων:

$$f_s(\varepsilon) = \begin{cases} 1, \varepsilon \le \varepsilon_F \\ 0, \varepsilon \ge \varepsilon_F \end{cases} \tag{0.10}$$

Στο όριο του εκφυλισμένου αερίου φερμιονίων, η αριθμητική πυκνότητα κάθε είδους σωματιδίων δίνεται από τη σχέση:

$$n = \int \frac{dN_S}{d^3 r d^3 k} d^3 k = \frac{\gamma_S}{6\pi^2} k_{F_S}^3 \tag{0.11}$$

με το k_{F_s} να αναφέρεται στην ορμή Fermi των ειδών και έχουμε χρησιμοποιήσει τους προηγούμενους ορισμούς για τη συνάρτηση κατανομής στο χώρο φάσεων με το διάστημα ολοκλήρωσης να εκτείνεται σε όλες τις ορμές. Η πυκνότητα ενέργειας δίνεται από:

$$\varepsilon = \int \mathrm{E} \frac{dN}{d^3 x d^3 k} d^3 k \tag{0.12}$$

όπου $E = (p^2 c^2 + m^2 c^4)^{1/2}$ και m είναι η μάζα ηρεμίας.

Η πίεση ενός συστήματος με ισότροπη κατανομή της ορμής δίνεται από την:

$$p = \frac{1}{3} \frac{4\pi \gamma_s}{(2\pi)^3} \int_0^{k_F} dk k^2 \sqrt{k^2 + m_s^2} = \frac{\gamma_s}{6\pi^2} \int_0^{k_\Phi} dk \frac{k^4}{\sqrt{k^2 + m_s^2}} \tag{0.13}$$

με την ταχύτητα ίση με u=p/e και έναν παράγοντα 1/3 να προέρχεται από την ισοτροπία αυτή. Είναι βολικό να ορίσουμε μία αδιάστατη ορμή Fermi ως $x = \frac{k_F}{m_s}$. Η παράμετρος αυτή είναι ένα πολύ σημαντικό κριτήριο για τη σημασία των σχετικιστικών φαινομένων μιας και αυτά μπορούν να αγνοηθούν για x<<1.

2.2. Δύο πολύ σημαντικοί περιορισμοί.

2.2.1. Ηλεκτροστατικές Διορθώσεις.

Η καταστατική εξίσωση για ένα ιδανικό αέριο Fermi της προηγούμενης ενότητας εφαρμόστηκε από τον Chandrasekhar στην ανάλυση της ισορροπίας των λευκών νάνων. Παρ' όλα αυτά, αυτή η αντιμετώπιση του εσωτερικού ενός αστέρα νετρονίου αποδείχτηκε σύντομα ότι ήταν πολύ απλούστερη. Ένα πρώτο βήμα στην εύρεση μιας καταλληλότερης E.O.S είναι το να λάβουμε υπ' όψιν μας τις ηλεκτροστατικές διορθώσεις μεταξύ των ιόντων και των ηλεκτρονίων ενώ η άλλη είναι η αντίστροφη β-διάσπαση.

Ο λόγος που εισαγάγαμε την πρώτη διόρθωση είναι ότι τα θετικά φορτία, δεν είναι ομοιόμορφα κατανεμημένα στο αέριο αλλά είναι συγκεντρωμένα σε μεμονωμένους πυρήνες, φορτίου Z. Αυτό μειώνει την ενέργεια και την πίεση των ηλεκτρονίων του περιβάλλοντος: τα ηλεκτρόνια που απωθούνται είναι κατά μέσο όρο σε πολύ μεγαλύτερες αποστάσεις από τη μέση απόσταση μεταξύ των πυρήνων και των ηλεκτρονίων και έτσι η άπωση είναι πολύ ασθενέστερη από την έλξη

Σε ένα μη εκφυλισμένο αέριο, τα φαινόμενα Coulomb γίνονται ολοένα και πιο σημαντικά με την αύξηση της πυκνότητας: ο λόγος της ενέργειας Coulomb προς την θερμική ενέργεια είναι περίπου:

$$\frac{E_C}{kT} = \frac{Ze^2 / \langle r \rangle}{kT} = \frac{Ze^2 n_e^{1/3}}{kT} \tag{0.14}$$

η οποία αυξάνεται με το n_e. Εδώ η $\langle r \rangle \propto n_e^{=1/3}$ είναι η χαρακτηριστική απόσταση ηλεκτρονίου-ιόντος. Σε αντίθεση, για ένα εκφυλισμένο αέριο έχουμε:

$$\frac{E_c}{E_F} = 2\left(\frac{1}{3\pi^2}\right)^{2/3} \frac{Z}{\alpha_0} \frac{1}{n_e^{1/3}} = \left(\frac{n_e}{Z^3 \times 6 \times 10^{22}\, cm^{-3}}\right)^{-1/3} \tag{0.15}$$

όπου $a_0 = \hbar^2 / m_e e^2$ είναι η ακτίνα Bohr. Επομένως $E_c << E_F^{'}$ για τα περισσότερα αστροφυσικά αντικείμενα.

Καθώς το $T \to 0$ τα ιόντα βρίσκονται στο πλέγμα που μεγιστοποιεί την απόσταση της αλληλεπίδρασης. Θεωρείστε ένα σφαιρικό κελί στο πλέγμα, με όγκο ίσο με $4\pi r_0^3 / 3 = 1 / n_N$, όπου n_N είναι η αριθμητική πυκνότητα των πυρήνων. Σε αυτή την Wigner-Seitz προσέγγιση το αέριο προσεγγίζεται σαν να είναι χωρισμένο σε ουδέτερες σφαίρες ακτίνας r_0 γύρω από κάθε πυρήνα, ο οποίος περιέχει τα Z ηλεκτρόνια πλησιέστερα στον πυρήνα.

Η ολική ηλεκτροστατική ενέργεια της κάθε σφαίρας είναι το άθροισμα των πιθανών ενεργειών λόγω της αλληλεπίδρασης ηλεκτρονίου-ηλεκτρονίου και ηλεκτρονίου-ιόντος. Για να σχηματίσουμε μια ομοιόμορφη σφαίρα Z ηλεκτρονίων απαιτείται ενέργεια:

$$E_{e=e} = \int_0^{r_0} \frac{qdq}{r} \qquad q = -Ze\frac{r^3}{r_0^3} \tag{0.16}$$

Επομένως μπορούμε να υπολογίσουμε τις δύο συνεισφορές της ολική ενέργειας Coulomb ενός κελιού και αυτές είναι:

$$E_{e=e} = \frac{3}{5}\frac{Z^2e^2}{r_0} \quad \text{και} \quad E_{e=i} = -\frac{3}{2}\frac{Z^2e^2}{r_0} \tag{0.17}$$

και η ενέργεια Coulomb του κελιού είναι:

$$E_C = E_{e=e} + E_{e=i} = -\frac{9}{10}\frac{Z^2e^2}{r_0} \tag{0.18}$$

Μιας και θεωρούμε τα κελιά να είναι ηλεκτρικά ουδέτερα, κάθε αλληλεπίδραση μεταξύ των ηλεκτρονίων και των πυρήνων διαφορετικών κελιών μπορεί να αγνοηθεί.

Η ηλεκτροστατική ενέργεια ανά ηλεκτρόνιο είναι:

$$\frac{E_c}{Z} = -\frac{-9}{10}\left(\frac{4\pi}{3}\right)^{1/3} \mathrm{Z}^{2/3}e^2n_e^{1/3}, \quad n_e = \frac{Z}{4\pi r_0^3/3} \tag{0.19}$$

και η αντίστοιχη πίεση είναι αρνητική και δίνεται από την εξίσωση:

$$P_c = n_e^2\frac{d(E_c/Z)}{dn_e} = -\frac{3}{10}\left(\frac{4\pi}{3}\right)^{1/3} \mathrm{Z}^{2/3}e^2n_e^{4/3} \tag{0.20}$$

Ας εξετάσουμε πρώτα αυτό το αποτέλεσμα στο ακραίο σχετικιστικό όριο. Εκεί το ιδανικό όριο Chandrasekhar είναι:

$$P_0 \to \hbar c(3\pi^2)^{1/3}\frac{n_e^{4/3}}{4} \tag{0.21}$$

και επομένως:

$$\frac{P}{P_0} = \frac{P_0 + P_c}{P} = 1 - \frac{2^{5/3}}{5}\left(\frac{3}{\pi}\right)^{1/3} \alpha Z^{2/3} \tag{0.22}$$

όπου $\alpha = \frac{e^2}{\hbar c} = \frac{1}{137}$ είναι η σταθερά λεπτής υφής. Ο επόμενος όρος σε αυτή τη σειρά δυνάμεων του $a\mathrm{Z}^{2/3}$ προκύπτει από την απόκλιση της κατανομής των ηλεκτρονίων από την ομοιόμορφη κατανομή.

Αν και οι παραπάνω διορθώσεις Coulomb είναι μικρές, πρέπει να βρούμε ότι είναι σημαντικές για χαμηλής πυκνότητας αστέρες νετρονίων.

Μια αδυναμία του παραπάνω μοντέλου φαίνεται από τις ακόλουθες σκέψεις: Στο μη σχετικιστικό όριο, έχουμε για την πίεση: $P_0 \to \hbar^2(3\pi^2)^{2/3}\frac{n_e^{5/3}}{5m_e}$ και το λόγο: $\frac{P}{P_o} = 1 - \frac{Z^{2/3}}{2^{1/3}\pi\alpha_0 n_e^{1/3}}$. Αυτό μας δίνει P=0 όταν:

$$n_e = \frac{Z^2}{2\pi^3\alpha_0^3} \tag{0.23}$$

που αντιστοιχεί σε μία πυκνότητα:

$$\rho_0 = 0,4\mathrm{Z}^2 g/cm^3 \tag{0.24}$$

Η αδυναμία προκύπτει όταν προσπαθούμε να υπολογίσουμε αυτή την τιμή για το σίδηρο και βρίσκουμε 250g cm^{-3} αντί της πειραματικής τιμής των: 7,86 g cm^{-3}. Ο λόγος για αυτή την διαφορά είναι ότι σε χαμηλές πυκνότητες δεν είναι πλέον καλή προσέγγιση να συμπεριφερόμαστε στο αέριο ηλεκτρονίων ως να ήταν ομοιόμορφο.

Μια ακριβής καταστατική εξίσωση σε πυκνότητες εργαστηρίου είναι πολύ δύσκολο να βρεθεί, επειδή τα φαινόμενα φλοιού εμποδίζουν τα απλούστερα στατιστικά φαινόμενα. Σε πυκνοτητες μεγαλύτερες από αυτές του εργαστηρίου, μια στατιστική προσέγγιση στην καταστατική εξίσωση μπορεί να εφαρμοστεί με μεγάλη επιτυχία για την περιοχή χαμηλών μαζών των αστέρων νετρονίων.

Η προσέγγιση Thomas-Fermi

Μπορεί κανείς να υποθέσει ότι σε κάθε κυψελίδα Wigner-Seitz, τα ηλεκτρόνια κινούνται σε ένα αργά μεταβαλλόμενο σφαιρικό συμμετρικό δυναμικό V(r). Επειδή το δυναμικό είναι σχεδόν σταθερό σε κάθε σημείο, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τη στατιστική Fermi-Dirac ελεύθερου σωματιδίου. Αυτό σημαίνει ότι παίρνουμε την ενέργεια αλληλεπίδρασης μεταξύ των ηλεκτρονίων να είναι πολύ μικρότερη από την κινητική ενέργεια ή τις πιθανές ενέργειες μεταξύ των μεμονωμένων ηλεκτρονίων. Επομένως σε κάθε r, όλες οι καταστάσεις μέχρι την ενέργεια $E = E_F$ είναι κατειλημμένες. Η ενέργεια E_{Fi} είναι ανεξάρτητη του r, αλλοιώς τα ηλεκτρόνια θα μετακινούνταν σε περιοχές μικρότερου E_{Fi}. Επομένως $E_F = -eV(r) + \frac{p_F^2}{2m_e} = cons\tan t$, όπου p_F είναι η μέγιστη ορμή των ηλεκτρονίων σε ακτίνα r.

Έχουμε επίσης για την αριθμητική πυκνότητα των ηλεκτρονίων ότι:

$$n_e = \frac{8\pi}{3h^3} p_{\frac{3}{F}} = \frac{8\pi}{3h^3}(2m_e[E_F + eV(r)])^2 \tag{0.25}$$

Το δυναμικό V(r) προκύπτει από την εξίσωση Poisson:

$$\nabla^2 V = 4\pi e n_e + \text{nuclear contributions} \tag{0.26}$$

Αλλά οι πυρηνικές συνεισφορές είναι μια συνάρτηση δέλτα γύρω από την αρχή και μπορούμε να τις παραλείψουμε για σχετικά μεγάλες αποστάσεις (r>>0) και να εφαρμόσουμε την οριακή συνθήκη:

$$\lim_{r\to 0} rV(r) = Ze \tag{0.27}$$

Η οριακή συνθήκη στο όριο του κελιού r_0 είναι ότι το ηλεκτρικό πεδίο μηδενίζεται (neutral cell).

$$\left.\frac{dV}{dr}\right|_{r_0} = 0 \tag{0.28}$$

Οι εξισώσεις (2.25) και (2.26) μας δίνουν μια νέα εξίσωση από την οποία μπορούμε να υπολογίσουμε το δυναμικό:

$$\frac{1}{r}\frac{d^2}{dr^2}(rV) = \frac{32\pi^2 e}{3h^3}\left[2m_e(E_F + eV)\right]^{3/2} \tag{0.29}$$

και κάνουμε τις ακόλουθες αντικαταστάσεις για λόγους απλότητας r=μx και $E_F + eV(r) = \frac{Ze^2\phi(x)}{r}$ και έχουμε ότι: $\mu = \left(\frac{9\pi^2}{128Z}\right)^{1/3}\alpha_0$. Μετά από κάποιες απλοποιήσεις βρίσκουμε τελικά την εξίσωση Thomas-Fermi:

$$\frac{d^2\phi}{dx^2} = \frac{\phi^{3/2}}{x^{1/2}} \tag{0.30}$$

η οποία υπόκειται στις συνοριακές συνθήκες:

$$\begin{aligned} &\phi(0) = 1 \\ &\phi'(x_0) = \frac{\phi(x_0)}{x_0} \end{aligned} \tag{0.31}$$

Η εξίσωση Thomas-Fermi είναι μια μη γραμμική εξίσωση και η λύση της δόθηκε από τους Feynman, Metropolis και Teller. Υπάρχει μια ειδική τιμή για την οποία φ'(0) = - 1,5880710, για την οποία η λύση τείνει ασυμπτωτικά στον x-άξονα και ικανοποιείται για μεγάλα x από την: $\phi'(x_0) \to 0, \phi(x_0) \to 0, x_0 \to \infty$. Αυτή είναι η περίπτωση της μηδενικής πίεσης που αντιστοιχεί σε άπειρη ακτίνα και σε μηδενική πυκνότητα. Μπορούμε να ξεπεράσουμε αυτό το μειονέκτημα του μοντέλου Thomas-Fermi αν υπολογίσουμε τα φαινόμενα ανταλλαγής .

Αν φ'(0)>-1,5880710, το φ(x) δεν γίνεται μηδέν και αποκλίνει για μεγάλα x. Η δεύτερη οριακή συνθήκη μπορεί να ικανοποιηθεί μόνο από ένα x με πεπερασμένη τιμή το οποίο καθορίζει την ακτίνα του κελιού και αντιστοιχεί σε ουδέτερα άτομα κάτω από πίεση. Δεν θα ασχοληθούμε με την περίπτωση του φ'(0) < -1,5880710 , για την οποία το φ(x) = 0 σε πεπερασμένο x_0 που αντιστοιχεί σε ελεύθερα θετικά ιόντα.

Μπορούμε τώρα να υπολογίσουμε την πίεση στο όριο της κυψελίδας, η οποία θα δίνεται από την έκφραση:

$$P = \frac{2}{\hbar^3}\frac{1}{3}\int_0^{p_F}\frac{p^2}{m_e}4\pi p^2 dp = \frac{8\pi}{15h^3 m_e}p_F^5(r_0) \tag{0.32}$$

και αν αντικαταστήσουμε την πίεση με την έκφραση την οποία βρήκαμε από την αριθμητική πυκνότητα των ηλεκτρονίων και χρησιμοποιήσουμε τους συμβολισμούς που χρησιμοποιήσαμε και προηγουμένως για να βρούμε τις εξισώσεις Thomas-Fermi, βρίσκουμε τελικά:

$$P = \frac{1}{10}\frac{Z^2 e^2}{\mu^4}\left[\frac{\phi(x_0)}{x_0}\right]^{5/2} \quad (0.33)$$

Η πυκνότητα δίνεται απλά από την ολική μάζα μέσα στην κυψελίδα:

$$\rho_0 = \frac{\mathrm{A} m_B}{4\pi\mu^3 x_0^3 / 3} \quad (0.34)$$

Αυτές οι δύο εξισώσεις μας δίνουν την καταστατική εξίσωση, συναρτήσει της παραμέτρου x.

Αυτή η μέθοδος μας δίνει λογικά αποτελέσματα για πίεση όχι τόσο χαμηλή. Αυτό μπορεί να διορθωθεί αν συμπεριλάβουμε και τη συνεισφορά των αλληλεπιδράσεων των ηλεκτρονίων στην ολική ενέργεια.

2.2.2 Αντίστροφη β-διάσπαση. Το ιδανικό αέριο n-p-e.

Όπως έχουμε ήδη πει οι προηγούμενες διορθώσεις των ηλεκτροστατικών αλληλεπιδράσεων μεταξύ ηλεκτρονίων αφορούν την προσέγγιση των κελιών Wigner και επομένως προϋποθέτουν χαμηλότερες πυκνότητες. Υπάρχει παρόλα αυτά άλλη μια διόρθωση η οποία είναι ιδιαίτερα σημαντική σε υψηλότερες πυκνότητες. Αυτή η διόρθωση οφείλεται στην αντίστροφη β-διάσπαση:

$$e^{=} + p \rightarrow n + \nu_e$$

μια διαδικασία η οποία συμβαίνει όταν τα ηλεκτρόνια έχουν αρκετή ενέργεια, τουλάχιστον ίση με τη διαφορά μάζας μεταξύ πρωτονίων και νετρονίων: δm=1,2MeV. Αν αγνοήσουμε προς το παρόν το γεγονός ότι τα νουκλεόνια είναι δέσμια στον πυρήνα και υποθέσουμε ότι μπορούμε να κοιτάξουμε το σύστημα ως ένα μείγμα από ελεύθερα πρωτόνια, νετρόνια και ηλεκτρόνια, η ισορροπία αποκτάται αν τα χημικά δυναμικά ή οι αντίστοιχες ενέργειες Fermi ικανοποιούν την εξίσωση:

$$\varepsilon_F(p) + \varepsilon_F(e) = \varepsilon_F(n) \quad (0.35)$$

$$m_p\sqrt{1+x_p^2} + m_e\sqrt{1+x_e^2} = m_n\sqrt{1+x_n^2} \quad (0.36)$$

Η ηλεκτρική ουδετερότητα υπονοεί ότι η αριθμητική πυκνότητα για τα πρωτόνια είναι ίση με αυτή των ηλεκτρονίων, ή:

$$x_e m_e = x_p m_p \quad (0.37)$$

και επομένως μπορούμε να υπολογίσουμε την καταστατική εξίσωση ως συνάρτηση μιας ελεύθερης παραμέτρου όπως είναι η x_e. Διαλέγουμε μια τιμή για το x_e και από την παραπάνω εξίσωση της ηλεκτρικής ουδετερότητας υπολογίζουμε το x_p. Τέλος υπολογίζουμε από την εξίσωση (2.36) το x_n

Τότε βρίσκουμε από το ακόλουθο σύνολο εξισώσεων:

$$P = \frac{m_e c^2}{\lambda_\varepsilon^3}\phi(x_e) + \frac{m_p c^2}{\lambda_p^3}\phi(x_p) + \frac{m_n c^2}{\lambda_n^3}\phi(x_n) \tag{0.38}$$

$$\varepsilon = \frac{m_e c^2}{\lambda_\varepsilon^3}\chi(x_e) + \frac{m_p c^2}{\lambda_p^3}\chi(x_p) + \frac{m_n c^2}{\lambda_n^3}\chi(x_n) \tag{0.39}$$

$$n = \frac{1}{3\pi^2 \lambda_p^3} x_p^3 + \frac{1}{3\pi^2 \lambda_n^3} x_n^3 \tag{0.40}$$

2.3 Η καταστατική εξίσωση των Harrison Wheeler.

Προκειμένου να προσδιορίσουμε με μεγαλύτερη ακρίβεια τη σωστή καταστατική εξίσωση στο εύρος πυκνοτήτων $10^7 << \rho << 10^{11} g/cm^3$ θέλουμε να υπολογίσουμε την κατώτερη ενεργειακά κατάσταση ενός συστήματος $A \approx 10^{57}$ βαρυονίων που αποτελούνται από χωριστούς πυρήνες σε β-ισορροπία με ένα σχετικιστικό αέριο ηλεκτρονίων. Πρέπει να καθορίσουμε ποιοί πυρήνες υπάρχουν, δηλαδή τις τιμές των Α και Ζ που ελαχιστοποιούν την ενέργεια και δεύτερον, την αντίστοιχη πίεση.

Υποθέτουμε σε αυτή την ενότητα ότι αν δοθεί αρκετός χρόνος έπειτα από την πυρηνική καύση, η ύλη αφού ψυχθεί θα βρεθεί σε πλήρη θερμοδυναμική ισορροπία. Η σύσταση της ύλης και η καταστατική εξίσωση θα καθορίζονται από την χαμηλότερη δυνατή ενεργειακή κατάσταση.

Αν η ισορροπία καθορίζονταν μόνο από τις πυρηνικές δυνάμεις, τα νουκλεόνια θα συσσωρεύονταν σε πυρήνες απεριόριστου μεγέθους. Παρ' όλα αυτά οι απωστικές δυνάμεις Coulomb γίνονται τόσο μεγάλες που ένας μεγάλος αριθμός νουκλεονίων υπόκειται σύντηξη. Για χαμηλές πυκνότητες, αυτά τα δύο αντίθετα φαινόμενα ισορροπούν σε μία τιμή Α=56. Παρ' όλα αυτά, όταν τα σχετικιστικά ηλεκτρόνια ληφθούν υπ' όψιν η εικόνα αλλάζει. Ο πυρήνας περιέχει μια μεγαλύτερη αναλογία νετρονίων-πρωτονίων (λόγω της αντίστροφης β-διάσπασης) και οι δυνάμεις Coulomb παίζουν έναν μικρότερο ρόλο. Επομένως υπάρχει μεγαλύτερη τάση για μεγαλύτερους πυρήνες να σχηματιστούν. Όταν ο μαζικός αριθμός γίνεται Α=122, η πυκνότητα παίρνει μια κρίσιμη τιμή που επιτρέπει την αποβολή νετρονίων από τον πυρήνα. Στην τιμή αυτή η ενέργεια σύνδεσης των νετρονίων γίνεται ίση με το μηδέν που σημαίνει ότι με μηδενικό κόστος μπορώ να τα αποσπάσω από τον πυρήνα. Καθώς η πυκνότητα αυξάνεται πάνω από την κρίσιμη τιμή των 4×10^{11} $\mathrm{g/cm^3}$, περισσότερη πίεση δίνεται από τα νετρόνια παρά από τα ηλεκτρόνια. Για μια συστηματική μελέτη ξεκινάμε γράφοντας την ενεργειακή πυκνότητα ενός μείγματος νουκλεονίων, ελεύθερων ηλεκτρονίων και ελεύθερων νετρονίων στη μορφή:

$$\varepsilon = n_N M(A,Z) + \varepsilon_e^{'}(n_e) + \varepsilon_n(n_n) \tag{0.41}$$

Εδώ η Μ(Α,Ζ) είναι η ενέργεια ενός πυρήνα (Α,Ζ) περιλαμβανομένης και της μάζας ηρεμίας των νουκλεονίων. Είναι βολικό στην πυρηνική φυσική να συμπεριλάβουμε τη μάζα ηρεμίας των ηλεκτρονίων στην εμπειρική μάζα του πυρήνα. Πρέπει επομένως να αφαιρέσουμε την ποσότητα

$n_e m_e c^2$ από την έκφραση για τη ε_e και να συμβολίσουμε αυτό που μένει ως $\varepsilon_e^{'}$. Η βαρυονική πυκνότητα n και η πυκνότητα ηλεκτρονίων n_e δίνονται από τη σχέση:

$$n = n_N A + n_n, n_e = n_N Z \tag{0.42}$$

Αυτό μας δίνει:

$$1 = AY_N + Y_n \qquad \text{και} \qquad Y_e = Y_N Z \tag{0.43}$$

Επομένως αντί να θεωρήσουμε το ε στο T=0 σαν συνάρτηση των (n, Y_N, Y_e, Y_n) μπορούμε ισοδύναμα να το θεωρήσουμε ως συνάρτηση του (n, A, Z, Y_n). Η σύσταση στην ισορροπία και η προκύπτουσα καταστατική εξίσωση καθορίζονται από την ελαχιστοποίηση του ε ως προς τα A,Z και Y_n για δοσμένο n.

Η μάζα M(A,Z) δεν είναι γνωστή πειραματικά για πολύ πλούσιους σε νετρόνια πυρήνες, που παράγονται για ακόμη μεγαλύτερες πυκνότητες και πρέπει να βρεθεί θεωρητικά. Αυτό γίνεται μέσω ενός ημιεμπειρικού τύπου, τουλάχιστον μέχρι του σημείου της γραμμής κόρου πρωτονίου-νετρονίου (neutron drip).

Μια σχετικά απλή προσέγγιση της καταστατικής εξίσωσης δόθηκε από τους Harisson και Wheeler το 1958, όπου χρησιμοποίησαν τον ημιεμπειρικό τύπο μάζας του Green:

$$M(Z,A) = \left[(A-Z)m_n c^2 + Z(m_p + m_e)c^2 - A\bar{\bar{E}}_b \right] = m_u c^2 \left[b_1 A + b_2 A^{2/3} = b_3 Z + b_4 A \left(\frac{1}{2} - \frac{Z}{A} \right)^2 + b_5 \frac{Z^2}{A^{1/3}} \right] \tag{0.44}$$

και αν ελαχιστοποιήσουμε την ενεργειακή πυκνότητα για σταθερά Z και A. παίρνουμε τις εξισώσεις:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varepsilon}{\partial \mathrm{Z}} &= 0 \rightarrow \frac{\partial \mathrm{M}}{\partial \mathrm{Z}} = -(\mathrm{E}_F - m_e c^2) \\ \frac{\partial \varepsilon}{\partial A} &= 0 \rightarrow A^2 \frac{\partial}{\partial A}\left(\frac{M}{A} \right) = Z\left(E_{F_e} - m_e c^2 \right) \end{aligned} \tag{0.45}$$

οι οποίες συνδυάζονται και δίνουν:

$$\begin{aligned} & Z\frac{\partial \mathrm{M}}{\partial \mathrm{Z}} + \mathrm{A}\frac{\partial \mathrm{M}}{\partial \mathrm{A}} - \mathrm{M} = 0 \Rightarrow \\ & \Rightarrow \mathrm{Z} = \left(\frac{b_2}{2b_5} \right)^{1/2} A^{1/2} = 3{,}54 A^{1/2} \end{aligned} \tag{0.46}$$

Για να κατασκευάσουμε την καταστατική εξίσωση από τις παραπάνω σχέσεις, διαλέγουμε μια τιμή του A>56 οπότε το Z δίνεται από την παραπάνω εξίσωση. Μέχρι το όριο της γραμμής κόρου νετρονίου-πρωτονίου μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τις εξισώσεις για την ενεργειακή πυκνότητα, τη πίεση και την πυκνότητα που ισχύουν και για το ιδανικό αέριο n,p,e. Αλλιώς η καταστατική υπολογίζεται από τις:

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{\varepsilon}{c^2} = \frac{n_e M(A,Z)/Z + \varepsilon_e' + \varepsilon_n}{c^2} \\ P &= P_e + P_n \\ n &= n_e \frac{A}{Z} + n_n \end{aligned} \tag{0.47}$$

Η αποβολή νετρονίων ξεκινάει σε πυκνότητες $\rho \approx 3{,}18\times10^{11} g/cm^3$ όπου (A,Z) – (122,39,1). Πάνω από αυτή την πυκνότητα, τα ελεύθερα νετρόνια αρχίζουν να παρέχουν ένα ολοένα και μεγαλύτερο κομμάτι της ολικής πίεσης και πυκνότητας. Για πυκνότητες $\rho \approx 4{,}54\times10^{12} g/cm^3$ τα νετρόνια παρέχουν το 60% της πίεσης και της πυκνότητας και οι πυρήνες παύουν να υπάρχουν ως χωριστές οντότητες. Πάνω από αυτή την πυκνότητα οι Harisson και Wheeler χρησιμοποίησαν την καταστατική εξίσωση ενός ιδανικού αερίου n-p-e.

2.4 Η καταστατική εξίσωση των Baym-Pethick-Sutherland.

Οι εξισώσεις των Baym-Pethick και Sutherland (B.P.S-1971) βελτίωσαν την προηγούμενη του Salpeter με την χρήση ενός καλύτερου τύπου για την ημιεμπειρική μάζα και την υπόθεση ότι για την ενέργεια πλέγματος έπρεπε να ληφθεί υπ' όψιν η ισορροπία μεταξύ των πυρηνικών δυνάμεων επιφάνειας και της ενέργειας Coulomb. Σε μια πυκνότητα $10^{11} g/cm^3$ η ενέργεια επιφανείας μειώνει τη θετική ενέργεια Coulomb κατά $\approx 15\%$ και αυτό επιδρά στη σύσταση του αστέρα.

Για να βρούμε την καταστατική εξίσωση B.P.S, ξεκινούμε προσθέτοντας την ενέργεια πλέγματος στην εξίσωση για την ενεργειακή πυκνότητα:

$$\varepsilon = n(1-Y_n)\frac{M(A,Z)}{A} + \varepsilon_e'(n_e) + \varepsilon_n(n_n) + \varepsilon_L \tag{0.48}$$

όπου υποθέτουμε μια bcc(basic-central-cubic) δομή για το πλέγμα και η αντίστοιχη ενέργεια είναι ίση με $\varepsilon_L = -1{,}444 Z^{2/3} e^2 n_e^{4/3}$.

Η συνθήκη $(\partial\varepsilon/\partial/\mathrm{Y}_n) = 0$ μας δίνει:

$$E_{Fe} = \frac{M(A,Z) + Z(E_F - m_e c^2) + 4Z\varepsilon_L/3n_e}{A} \tag{0.49}$$

Η ισορροπία καθορίζεται από το ζεύγος των (A,Z) που ελαχιστοποιεί το ε. Η πίεση δίνεται από την:

$$P = n^2 \frac{\partial(\varepsilon/n)}{\partial n} = P_e + P_L \tag{0.50}$$

όπου

$$P_L = \frac{1}{3}\varepsilon_L \tag{0.51}$$

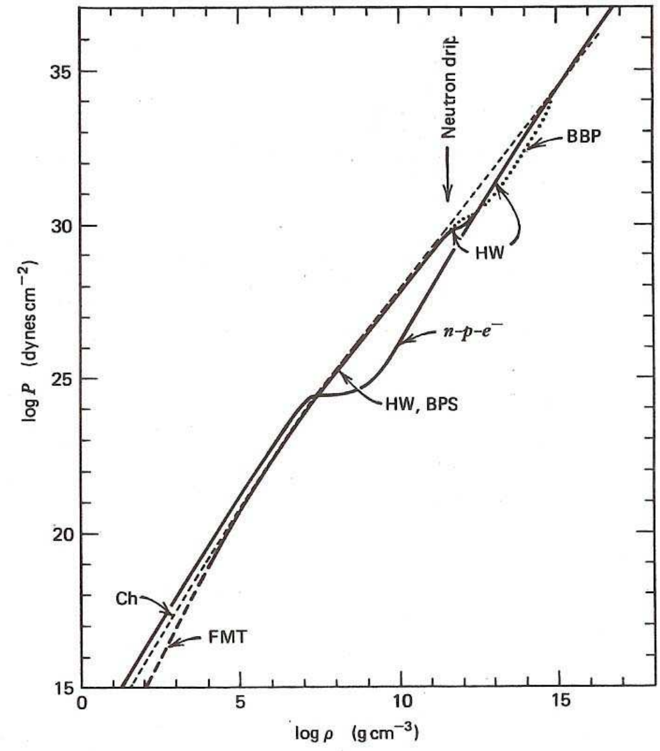
Όταν υπάρχει μια αλλαγή φάσης από έναν σταθερό πυρήνα σε έναν άλλον, συνοδεύεται από μια ασυνέχεια στο n και στην πυκνότητα $\rho = \varepsilon / c^2$. Αυτό συμβαίνει επειδή η πίεση πρέπει να είναι μια συνεχής συνάρτηση της ακτίνας μέσα στον αστέρα. Μπορούμε να εκτιμήσουμε το μέγεθος αυτής της ασυνέχειας, αν παρατηρήσουμε ότι αφού $P_L << P_e$ και το P_e εξαρτάται μόνο από το n_e, η ποσότητα n_e είναι ουσιαστικά συνεχής στο όριο των φάσεων. Αλλά $n_e = nZ / A$, έτσι ώστε:

$$\frac{\Delta\rho}{\rho} = \frac{\Delta n}{n} = -\frac{\Delta(\mathrm{Z}/\mathrm{A})}{\mathrm{Z}/\mathrm{A}} \tag{0.52}$$

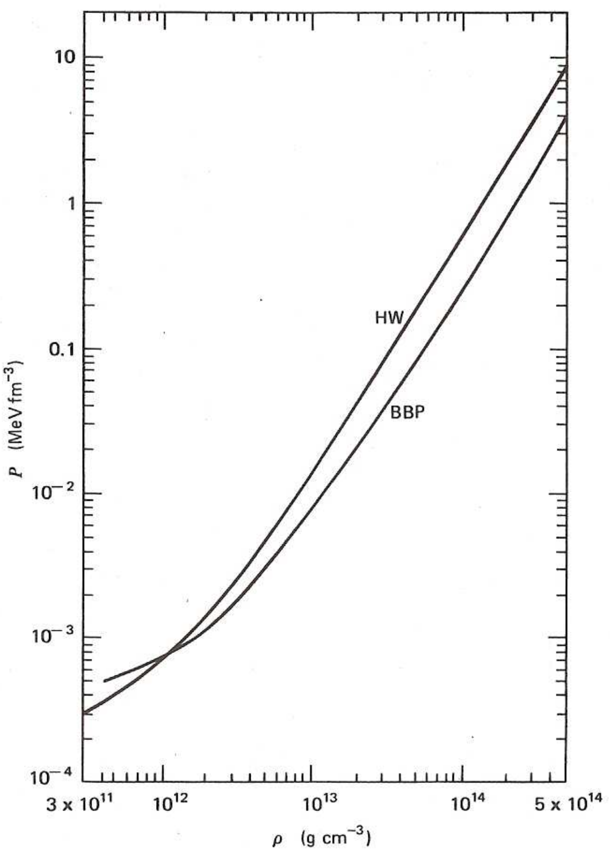
Λόγω αυτών των ανωμαλιών είναι πιο δύσκολο να βρούμε ποια είναι η τιμή της πίεσης στην οποία η συμβαίνει η μετάβαση. Αυτό είναι ένα μειονέκτημα της παραπάνω διαδικασίας και είναι πιο βολικό να ελαχιστοποιήσω την ελεύθερη ενέργεια Gibbs σε σταθερή πίεση P.

Από την παραπάνω συζήτηση μπορούμε να συμπεράνουμε ότι η καταστατική εξίσωση κάτω από την πυκνότητα της γραμμής κόρου νετρονίου-πρωτονίου καθορίζει τη δομή των πλανητών και των σταθερών λευκών νάνων. Στους λευκούς νάνους, η ύλη δεν έχει πιθανότατα φτάσει σε πλήρη ισορροπία και έτσι η καταστατική εξίσωση Chandrasekhar με τις διορθώσεις Coulomb μπορεί να ισχύσει. Στους αστέρες νετρονίων, η ύλη στο δεδομένο εύρος πυκνοτήτων είναι σε πλήρη ισορροπία και μια καταστατική εξίσωση που αφορά καταστάσεις ισορροπίας, μπορεί να εφαρμοστεί. Συμπεραίνουμε ότι η καταστατική εξίσωση μπορεί να εφαρμοστεί με μεγάλη επιτυχία μέχρι του σημείου του neutron drip.

Η προσέγγιση για μηδενική θερμοκρασία (T=0) για τον υπολογισμό των ιδιοτήτων της ύλης υψηλής πυκνότητας είναι αρκετή για να καθορίσουμε τη δομή των λευκών νάνων. Παρ' όλα αυτά για σενάρια που αφορούν την ψύξη αστρικών σωμάτων, τα φαινόμενα πεπερασμένων θερμοκρασιών πρέπει να συμπεριληφθούν. Επομένως η ελεύθερη ενέργεια επιλέγεται ώστε να περιέχει διάφορες επιπλέον συνεισφορές όπως είναι οι θερμοκρασιακές διορθώσεις για το ιδανικό αέριο Fermi των ηλεκτρονίων ή την ενέργεια των φωνονίων σε ένα πλέγμα ιόντων.



Εικ.2.1 Οι γραφικές παραστάσεις για τέσσερις διαφορετικές καταστατικές εξισώσεις: FMT (Friedman and Panharipande). n-p-e για αέριο ελεύθερων φερμιονίων, HW για την Harisson-Wheeler και η BPS των Bayme-Pethick-Sutherland. Στο σχήμα διακρίνονται τα σημεία της γραμμής κόρου νετρονίου-πρωτονίου, και το αντίστοιχο πλατό που εμφανίζει η πίεση στο σημείο εκείνο, πάνω από το οποίο αρχίζουν πλέον και τα νετρόνια να συνεισφέρουν στην ολική πίεση του αστέρα νετρονίου. (Βλ. Αναφορά 1)



Εικ 2.2. Δίνονται μόνο οι καταστατικές H-W και B.P.S , και μάλιστα σε εκείνο το εύρος πυκνοτήτων (ρ> 3×10^{11} g/ cm^3) όπου διαφοροποιούνται ως προς τα αποτελέσματά τους. (Βλ. Αναφορά 1)

2.5 Ο Νόμος των Ιδανικών Αερίων.

Οι συνθήκες στον φάκελο του αστέρα, απαιτούν τον υπολογισμό της καταστατικής εξίσωσης E.O.S σε υψηλές θερμοκρασίες και χαμηλές πυκνότητες και μια πρώτη προσέγγιση δίνεται από τον νόμο των ιδανικών αερίων. Το μέσο μοριακό βάρος μ_m μπορεί να εκφραστεί μέσω του αριθμού N_S των διάφορων ατομικών και μοριακών ειδών, αθροισμένων για όλες τις καταστάσεις ιονισμού:

$$\mu_m = \frac{1}{m_u}\frac{\sum_s m_s N_s}{N_e + \sum_s N_s} \tag{0.53}$$

όπου m_s είναι η μάζα του σωματιδίου και το N_e είναι ο αριθμός των ελεύθερων ηλεκτρονίων σε έναν όγκο V. Λόγω της ολικής ηλεκτρικής ουδετερότητας του πλάσματος, το N_e δίνεται από τους αριθμούς $N_{s,i}$ των ιόντων των ειδών s με καταστάσεις ιονισμού I και φορτίου $Z_{s,i}$:

$$N_S = \sum_s \sum_i Z_{s,i} N_{s,i} \tag{0.54}$$

Επομένως το μέσο μοριακό βάρος και η αντίστοιχη καταστατική εξαρτώνται από την κατάσταση ιονισμού της ύλης η οποία εκφράζεται από ένα σύνολο εξισώσεων Saha:

$$\frac{N_{s,i+1}N_e}{N_{s,i}V} = \frac{2U_{s,i+1}}{U_{s,i}}\left(\frac{2\pi m_e kT}{h^2}\right)^{3/2} \exp(-\chi_{s,i}/kT) \tag{0.55}$$

όπου m_e είναι η μάζα του ηλεκτρονίου, $\chi_{s,i}$ είναι η κατάσταση ιονισμού και η $U_{s,i}$ δηλώνει την εσωτερική συνάρτηση επιμερισμού για κατάσταση ιονισμού ι:

$$U_{s,i} = \sum_j g_{s,i}^j \exp(-E_{s,i}/kT) \tag{0.56}$$

Το άθροισμα επεκτείνεται σε όλες τις εσωτερικές κβαντικές καταστάσεις των ιόντων με ενέργεια $E_{s,i}^j$ και στατιστικό βάρος $g_{s,i}^j$. Για ένα αέριο μη αλληλεπιδρόντων σωματιδίων το άθροισμα αποκλίνει μιας και η $E_{s,i}^j$ πλησιάζει την πεπερασμένη ενέργεια ιονισμού για μεγάλα j και τα $g_{s,i}^j$ αυξάνονται με το j.

Το πρόβλημα αυτό μπορεί να αποφευχθεί με τον τερματισμό της σειράς σε κάποιο j αρκετά μεγάλο αφού συνήθως οι υψηλά διεγερμένες καταστάσεις είναι ευαίσθητες σε διαταραχές από σωματίδια πλάσματος του περιβάλλοντος και μπορούν εύκολα να υποπολλαπλασιαστούν. Αυτό το φαινόμενο οδηγεί σε μεγάλες πυκνότητες σε ένα πλήρως εκφυλισμένο αέριο, το οποίο κινείται σε ένα πλέγμα ιόντων, το οποίο συζητήθηκε και προηγουμένως. Προκειμένου να κρατήσουμε το άθροισμα πεπερασμένο, πρέπει να χρησιμοποιήσουμε ατομικά μοντέλα με τροποποιημένο το δυναμικό Coulomb ώστε να περιλάβει αλληλεπιδράσεις με άλλα σωματίδια. Η απλούστερη μέθοδος αποτελείται από ένα άπειρο φράγμα δυναμικού σε κάποια χαρακτηριστική ακτίνα που είναι η ενδοατομική απόσταση, ώστε να προσομοιώσουμε τον έντονα απωστικό πυρήνα σε συγκρούσεις μεταξύ των σωματιδίων. Το πεπερασμένο ατομικό μοντέλο είναι μια λογική προσέγγιση για ουδέτερα σωματίδια. Οι αλληλεπιδράσεις μεταξύ φορτισμένων σωματιδίων μελετήθηκαν από τον Roger με τη χρήση του τροποποιημένου (screened) δυναμικού Coulomb:

$$\frac{1}{r}e^{-r/\lambda_D}, \lambda_D = \sqrt{\frac{kTV}{4\pi e^2 \sum_{s,i} N_{s,i} Z_{s,i}^2}} \tag{0.57}$$

για την επίλυση της εξίσωσης Schrodinger για υδρογονοειδή άτομα. Με αυτό το μοντέλο το άθροισμα στη συνάρτηση επιμερισμού τερματίζεται σε ένα μέγιστο κβαντικό αριθμό, μικρότερο από:

$$\left(1,2701\frac{Z_{s,i}\lambda_D}{a_o} - 0,1045\right)^{1/2} \tag{0.58}$$

όπου $a_0 = \hbar^2/\left(4\pi^2 m_e e^2\right)$ είναι η ακτίνα Bohr. Τόσο το πεπερασμένο-confined μοντέλο του ατόμου όσο και το μοντέλο για το τροποποιημένο δυναμικό Coulomb μπορούν να δώσουν ασυνέχειες στην συνάρτηση επιμερισμού μιας και οι δέσμιες καταστάσεις συμπεριλαμβάνονται ή όχι στο άθροισμα ανάλογα με την πυκνότητα και τη θερμοκρασία.

Μια ενδιαφέρουσα προσέγγιση έγινε από τους Hummer και Mihalas σύμφωνα με την οποία ένα άτομο με δέσμιες καταστάσεις είναι εκτεθειμένο σε ένα ηλεκτρικό πεδίο που δημιουργείται από τα γειτονικά φορτισμένα σωματίδια. Αυτό θα οδηγήσει τελικά σε έναν ιονισμό των ατόμων σε υψηλά διεγερμένες καταστάσεις και οι λεπτομέρειες εξαρτώνται από την επιλογή της συνάρτησης κατανομής για το μεταβαλλόμενο τοπικό πεδίο

Για ακόμη μεγαλύτερες πυκνότητες πρέπει να χρησιμοποιηθεί μια προσέγγιση πολλών σωματιδίων η οποία όχι απλώς να θεωρεί το πλάσμα σαν ένα μείγμα από ουδέτερα και ιονισμένα άτομα και ηλεκτρόνια, αλλά λαμβάνει υπ' όψιν της του συλλεκτικούς βαθμούς ελευθερίας όπως η προάσπιση, η κατάληψη του χώρου φάσεων κ.τ.λ. και επομένως είναι απαραίτητος ο προσδιορισμός του δυναμικού αλληλεπίδρασης νουκλεονίου-νουκλεονίου. Μια συστηματική αντιμετώπιση στο ζεστό, πυκνό πλάσμα έγινε με τις συναρτήσεις Green οι οποίες μας δίνουν μια συνεπή περιγραφή της σύστασης, του βαθμού ιονισμού, της πίεσης ιονισμού και άλλων ιδιοτήτων του πλάσματος. Επιπλέον, αστάθειες στη φάση, συνδεδεμένες με αλλαγή του βαθμού ιονισμού έχουν διερευνηθεί. Σε πολύ πυκνό πλάσμα, η σωματιδιακή εικόνα αντικαθίσταται από μεθόδους φασματικών συναρτήσεων για να υπολογίσουμε τη θερμοδυναμική τους και τις οπτικές ιδιότητές τους.

2.6 Η Καταστατική Εξίσωση των Baym-Bethe-Pethick

Αυτή η καταστατική προτάθηκε αργότερα το 1971, και αποτελεί μια βελτίωση αυτών που στηρίχτηκαν σε έναν ημιεμπειρικό τύπο για τη μάζα. Καταρχάς, μιας και οι πυρήνες που υπάρχουν είναι πολύ πλούσιοι σε νετρόνια, η ύλη εντός των πυρήνων είναι όμοια με το αέριο ελεύθερων νετρονίων εκτός του πυρήνα. Σε αρχικούς υπολογισμούς όπου χρησιμοποιήθηκε ένας ημιεμπειρικός τύπος της μάζας, η ενέργεια των εσωτερικών νουκλεονίων υπολογίστηκε από τύπους που ταιριάζουν στην πυρηνική ύλη, δηλαδή σε συνηθισμένους πυρήνες οι οποίοι έχουν λόγο Z/A=0,5 ενώ η ενέργεια του αερίου νετρονίων βρέθηκε από υπολογισμούς της αλληλεπίδρασης νουκλεονίου-νουκλεονίου. Δεύτερον πρέπει κάποιος να λάβει υπ' όψιν του το γεγονός ότι η ενέργεια επιφάνειας επηρεάζεται από την εξωτερική πίεση λόγω του αερίου νετρονίων. Τρίτον το αποτέλεσμα της ύπαρξης ενός πλέγματος Coulomb, το οποίο σχηματίζεται στο πυρηνικό μέσο, ενσωματώνεται πιο προσεκτικά σε αυτή την καταστατική.

Το μοντέλο πυρήνα που χρησιμοποίησαν προκειμένου να υπολογίσουν τις καταστατικές τους εξισώσεις, ήταν αυτό ενός ασυμπίεστου υγρού. Έγραψαν την συνολική ενέργεια ως:

$$\varepsilon = \varepsilon(\mathrm{A}, \mathrm{Z}, n_n, n_N, V_N) = n_N (W_N + W_L) + \varepsilon_n (n_n)(1 - V_N n_N) + \varepsilon_e (n_e) \qquad (0.59)$$

Εδώ το n_N είναι η αριθμητική πυκνότητα των πυρήνων, n_n είναι η αριθμητική πυκνότητα των νετρονίων εκτός του πυρήνα (αέριο νετρονίων) και η νέα ιδιότητα είναι η εξάρτηση από το V_N, τον όγκο ενός νουκλεονίου. Η ποσότητα V_N μειώνεται σε αντιστοιχία με την εξωτερική πίεση του αέριου νετρονίων και έτσι πρέπει να την αντιμετωπίσουμε σαν μεταβλητή. Η ποσότητα W_N είναι η ενέργεια ενός πυρήνα, περιλαμβανομένης της μάζας ηρεμίας του πυρήνα και εξαρτάται από τα A, Z, n_n και V_N. Η ενέργεια του πλέγματος δηλώνεται ως W_L, ενώ $\varepsilon_n, \varepsilon_e$ είναι οι ενεργειακές πυκνότητες του αερίου νετρονίων και του αερίου ηλεκτρονίων αντίστοιχα. Σημειώστε ότι $V_N n_N$ είναι ο όγκος που καταλαμβάνεται από του πυρήνες και 1-$V_N n_N$ είναι ο όγκος που καταλαμβάνεται από το αέριο νετρονίων. Χρησιμοποιώντας αυτές τις ποσότητες έχουμε:

$$n_e = Z n_N \qquad (0.60)$$

ενώ η πυκνότητα των βαρυονίων είναι:

$$n = An_N + (1-V_N n_N)n_n \tag{0.61}$$

Προσέξτε ότι το n_n καθορίζεται μέσω του αριθμού: N_n των ελεύθερων νετρονίων σε έναν όγκο V_n έξω από τον πυρήνα:

$$n_n = \frac{N_n}{V_n} = \frac{N_n}{V(1-V_N n_N)} \tag{0.62}$$

όπου V είναι ο όγκος που περιέχει N_n νετρόνια και $n_N V$.
Η ισορροπία καθορίζεται ελαχιστοποιώντας το ε σε σταθερό n. Μιας και το ε εξαρτάται από πέντε μεταβλητές, αυτό μας οδηγεί σε τέσσερις ανεξάρτητες συνθήκες:

1) Η πρώτη συνθήκη έρχεται αν θεωρήσουμε μια μονάδα όγκου με σταθερό αριθμό πρωτονίων $n_N Z$, ένα σταθερό αριθμό $n_N(A-Z)$ νετρονίων σε έναν πυρήνα, ένα σταθερό κλάσμα $n_N V_N$ του όγκου που καταλαμβάνεται από τους πυρήνες και ένα σταθερό αριθμό $n_n(1-V_N n_N)$ νετρονίων έξω από τους πυρήνες. Ποιο είναι το καταλληλότερο A για έναν πυρήνα; Αυτό καθορίζεται από την ελαχιστοποίηση του ε ως προς το A, σε σταθερά, $n_N Z, n_N \mathrm{A}, n_N V_N$ και n_N. Αυτό δείχνει ότι το ε_n είναι σταθερό και το n_e είναι σταθερό και το ίδιο είναι και το ε_e. Ορίζουμε:

$$x \equiv \frac{Z}{A} \tag{0.63}$$

Τότε αφού το $n_N = consant / A$, η εξίσωση (2.61) δίνει:

$$\frac{\partial}{\partial A}\left(\frac{W_N + W_L}{A}\right)_{x, n_N A, n_N V, n_n} = 0s \tag{0.64}$$

Η φυσική σημασία αυτής της σχέσης είναι ότι η ενέργεια ανά νουκλεόνιο μέσα σε έναν πυρήνα πρέπει να είναι ελάχιστη.

2η) Η δεύτερη συνθήκη είναι ότι ο πυρήνας πρέπει να είναι σταθερός στη β-διάσπαση δηλαδή σε αλλαγές στο Z. Επομένως το ε είναι ελάχιστο ως προς το Z με σταθερά τα A, n_N, V_N και n_n.
Το χημικό δυναμικό του ηλεκτρονίου είναι:

$$\mu_e = -\frac{\partial}{\partial Z}(W_N + W_L)_{A, n_N, V_N, n_N} \tag{0.65}$$

Το χημικό δυναμικό των νετρονίων είναι:

$$\mu_n^N = \frac{\partial}{\partial A}(W_N + W_L)_{A, n_N, V_N, n_n} \tag{0.66}$$

Ομοίως το χημικό δυναμικό του πρωτονίου αναφέρεται σε ένα σταθερό αριθμό νετρονίων (Α-Ζ):

$$\mu_p^N = \frac{\partial}{\partial Z}(W_N + W_L)_{A=Z,n_N,V_N,n_n} = \frac{\partial}{\partial Z}(W_N + W_L) + \frac{\partial}{\partial A}(W_N + W_L) \quad (0.67)$$

και έτσι η συνθήκη β-σταθερότητας γίνεται:

$$\mu_e = \mu_n^N - \mu_p^N \quad (0.68)$$

3ο) Η τρίτη συνθήκη είναι ότι το αέριο των ελεύθερων νετρονίων είναι σε ισορροπία με τα νετρόνια του πυρήνα. Αυτό συμπεριλαμβάνει την ελαχιστοποίηση του ε ως προς το Α με σταθερά τα Z, n_N, V_N και n. Διαφορίζοντας την (2.62) ως προς το Α κάτω από αυτές τις συνθήκες, μας δίνει:

$$\frac{\partial n_n}{\partial A} = -\frac{n_N}{1 - V_N n_N} \quad (0.69)$$

Αν διαφορίσουμε το $W_N + W_L$ στην εξίσωση (2.64) μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε:

$$n_N \mu_n^N - \frac{n_N}{1 - V_N n_N}\left[n_N \left.\frac{\partial W_N}{\partial n_n}\right|_{Z,A,n_N,V_N} + (1 - V_N n_N)\frac{d\varepsilon_n}{dn_n} \right] = 0 \quad (0.70)$$

ή την:

$$\mu_n^N = \mu_n^G \quad (0.71)$$

όπου τα χημικά δυναμικά των ελεύθερων νετρονίων καθορίζονται από τα:

$$\mu_n^G \equiv \frac{n_N}{1 = V_N n_N}\frac{\partial W_N}{\partial n_n}_{Z,A,n_N,V_N} + \frac{d\varepsilon_n}{dn_n} \quad (0.72)$$

όπου ο πρώτος όρος αντιστοιχεί σε μία αλλαγή στην πυρηνική ενέργεια της επιφάνειας όταν ένα νετρόνιο προστεθεί στο αέριο. Στην πραγματικότητα η ενέργεια των πυρήνων ανά μονάδα όγκου που καταλαμβάνεται από το εξωτερικό αέριο νετρονίων είναι:

$$\frac{(n_N V) W_N}{V_n} = \frac{n_N}{1 - V_N n_N} W_N \quad (0.73)$$

4η) Η τέταρτη συνθήκη ισορροπίας είναι ότι πρέπει να υπάρχει ισορροπία πιέσεων μεταξύ του αερίου νετρονίων και των πυρήνων:

$$P^G = P^N \quad (0.74)$$

Αυτό προκύπτει από την ελαχιστοποίηση του ε ως προς το V_N σε συγκεκριμένα Z, A, n_N και $N_n / V = n_n(1 - V_N n_N)$. Μιας και $n_n = cons\tan/(1 - V_N n_N)$ έχουμε:

$$\frac{\partial n_n}{\partial V_N} = \frac{n_n n_N}{1 - V_N n_N} \tag{0.75}$$

Επιπλέον:

$$\left.\frac{\partial}{\partial V_N}\right|_{Z,a,n_N,n_n(1-V_N n_N)} = \left.\frac{\partial}{\partial V_N}\right|_{Z,A,n_N,n_n} + \left.\frac{\partial n_n}{\partial V_N}\frac{\partial}{\partial n_n}\right|_{Z,A,n_N V_N} \tag{0.76}$$

Επομένως αν διαφορίσουμε την εξίσωση :

$$V_N n_N = n_n (1 - V_N n_N) / n_n :$$

$$0 = n_N \frac{\partial}{\partial V_N}(W_N + W_L)_{Z,A,n_N,n_n} + n_N \frac{\partial n_n}{\partial V_N}\frac{\partial W_N}{\partial n_n} + n_n(1 - V_N n_N)\frac{\partial n_n}{\partial V_N}\frac{\partial W_N}{\partial n_n}\left(\frac{\varepsilon_n}{n_n}\right)_{Z,A,n_N,V_N} \tag{0.77}$$

Η πίεση των πυρήνων μπορεί να βρεθεί από τη σχέση:

$$P^{(N)} = -\frac{\partial}{\partial V_N}(W_N + W_L)_{Z,A,n_N,n_n} \tag{0.78}$$

και επομένως αν χρησιμοποιήσουμε τις εξισώσεις για τα χημικά δυναμικά των ελεύθερων ηλεκτρονίων και την εξίσωση 2.78 βρίσκουμε τη συνθήκη ισορροπίας που θέσαμε στην αρχή της υποενότητας θέτοντας:

$$P^G = n_n \mu_n^G - \varepsilon_n \tag{0.79}$$

και βρίσκει κανείς την ολική πίεση να είναι ίση με το άθροισμα των παραπάνω ποσοτήτων. Αυτό σημαίνει ότι η ολική πίεση είναι ίση με:

$$P^G = n_n \mu_n^G - \varepsilon_n \tag{0.80}$$

$$P \equiv n^2 \frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{\varepsilon}{n}\right) = P^{(G)} + P_e + P_L \tag{0.81}$$

Για να υπολογίσουμε την καταστατική, πρέπει να προσδιορίσουμε της συναρτησιακές μορφές των $W_N, W_L, \varepsilon_n, \varepsilon_e$. Η B.B.P χρησιμοποιεί ένα μοντέλο μιας συμπιεστής υγρής σταγόνας και έχουμε:

$$W_N = A\left[(1-x)m_n c^2 + x m_p c^2 + W(k,x)\right] + W_C + W_S \tag{0.82}$$

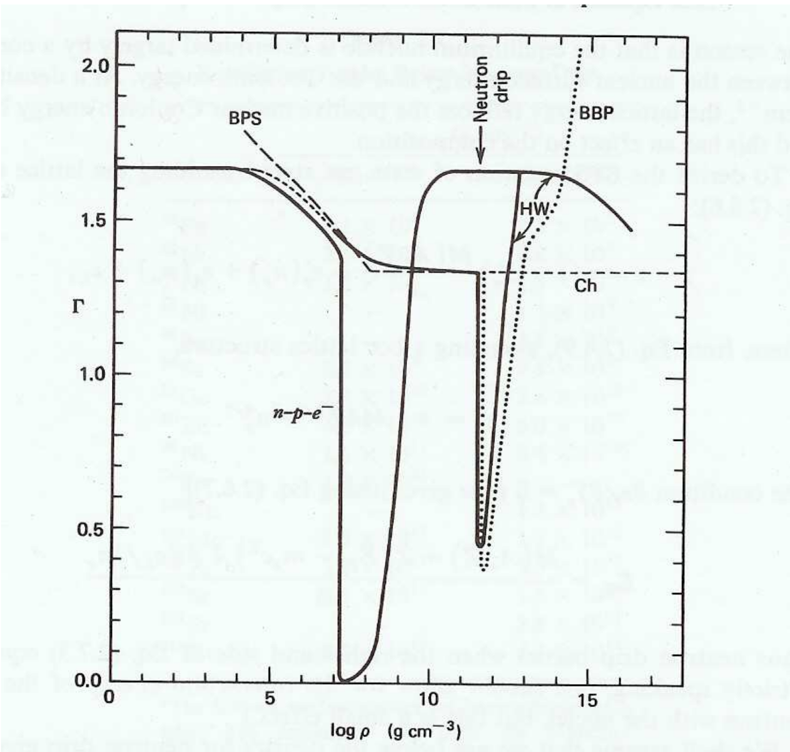
Εδώ το W_C είναι η ενέργεια Coulomb, W_S είναι η ενέργεια επιφανείας και $W(k,x)$ η ενέργεια ανά νουκλεόνιο της απλής πυρηνικής ύλης της αριθμητικής πυκνότητας νουκλεονίων:

$$n \equiv \frac{2k^3}{3\pi^2} \tag{0.83}$$

Η μακροσκοπική πυρηνική ενέργεια W(k,x) περιλαμβάνει τα φαινόμενα των αλληλεπιδράσεων νουκλεονίου-νουκλεονίου αλλά όχι και τις αλληλεπιδράσεις επιφάνειας και Coulomb. Η ποσότητα W(k,x) βρίσκεται από την αναγωγή των αποτελεσμάτων υπολογισμών πολλών σωμάτων που γίνονται σε διάφορα όρια των k,x. Οι παράμετροι στην ποσότητα W(k,x) καθορίζονται από μια προσαρμογή των πυρηνικών δεδομένων ανάλογα σε έναν ημιεμπειρικό τύπο της μάζας. Σε αντίθεση με ένα τέτοιο τύπο, η W(k,x) εξαρτάται από τη πυκνότητα μέσω του k. Ένας ημιεμπειρικός τύπος προϋποθέτει ότι η πυκνότητα είναι αυτή ενός κανονικού εργαστηριακού πυρήνα. Η ενέργεια επιφανείας W_S που χρησιμοποιείται από την BBP είναι έτσι κατασκευασμένη ώστε να μηδενίζεται αυτόματα όταν η πυκνότητα του αερίου νετρονίων εξισώνεται με αυτή του πυρήνα.

Κάτι πολύ σημαντικό να προσεχτεί είναι ότι ο αδιαβατικός δείκτης Γ $\left(\Gamma = \frac{d\ln P}{d\ln\rho}\right)$ έχει την τιμή Γ=4/3 καθώς τείνουμε στο όριο αποβολής νετρονίων και έπειτα πέφτει απότομα μέχρι να πάρει και πάλι την ίδια τιμή για πυκνότητες της τάξης του: $\rho \geq 7\times10^{12}\, g/cm^{-3}$. Το αποτέλεσμα από την παραπάνω συμπεριφορά είναι ότι κανένα σταθερό άστρο δεν μπορεί να έχει κεντρική πυκνότητα στα όρια που εξερευνήσαμε σε αυτή την ενότητα.

Σύμφωνα με τους Baym, Bethe, Pethick οι πυρήνες υπάρχουν για πυκνότητες μέχρι: $\rho = 2{,}4\times10^{14}\, g/cm^3$. Σε αυτό το σημείο οι πυρήνες ουσιαστικά έρχονται σε επαφή και σε υψηλότερες πυκνότητες το πλέγμα εξαφανίζεται και έχουμε πλέον ένα υγρό πυρήνων. Σε ακόμη υψηλότερες πυκνότητες της τάξης του $2{,}4\times10^{14}\, g/cm^{-3}$ το χημικό δυναμικό των ηλεκτρονίων ικανοποιεί την συνθήκη $\mu_e \geq 104 MeV$ και είναι ίσο με την μάζα ηρεμίας των μυονίων. Με άλλα λόγια σε αυτές τις υψηλές πυκνότητες πρέπει να εγκαταλείψουμε την κλασσική προσέγγιση της θεωρίας της πυρηνικής ύλης καθώς τα χημικά δυναμικά παίρνουν τέτοιες τιμές που επιτρέπουν σε άλλα σωματίδια να πολλαπλασιαστούν. Μια πιο εκτενής συζήτηση αυτής της εξέλιξης γίνεται στο επόμενο κεφάλαιο.



Εικ. 2.3 Η μεταβολή του αδιαβατικού δείκτη $\Gamma = (d\ln P)/(d\ln\rho)$, συναρτήση της πυκνότητας. Παρατηρήστε την απότομή πτώση του στην περίπτωση της BBP και το γεγονός ότι ξαναπαίρνει την τιμή 4/3 για πυκνότητες $\rho > 7\times10^{12}\, g/cm^3$. Οι αστέρες νετρονίων δεν μπορούν να έχουν τιμές κεντρικών πυκνοτήτων που αντιστοιχούν στο διάστημα όπου το Γ έχει τιμή μικρότερη του 4/3. (Βλ. Αναφορά 1).

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3ο.

ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ

Στο πρότυπο για τη δομή των νουκλεόνιων υποθέτουμε ότι περιέχουν τρία βασικά φερμιόνια τα οποία ονομάζουμε κουάρκ (quark). Όπως είναι γνωστό τα quark χαρακτηρίζονται από τρεις γεύσεις (flavours) και τρία χρώματα (colors) που αντιστοιχούν σε βαθμούς ελευθερίας της ύλης και αντιστοιχούν σε συγκεκριμένους κβαντικούς αριθμούς. Στην πυρηνική φυσική και στη μελέτη των νουκλεονίων χρησιμοποιούμε τα δύο ελαφρύτερα quark τα οποία είναι το up(u) και το down(d). Το πρωτόνιο υποτίθεται ότι περιέχει δύο up quark και ένα down (d) ενώ το νετρόνιο έχει δύο down και ένα up. Αυτά τα quark συγκρατώνται από το θεμελιώδες ισχυρό πεδίο που παράγεται από την ανταλλαγή γκλουονίων. Το γεγονός ότι η ισχυρή αλληλεπίδραση των νετρονίων είναι ίση με αυτή των πρωτονίων εξηγείται από το γεγονός της ανεξαρτησίας ως προς το φορτίο που έχει αυτή η αντίδραση.

Σε ότι αφορά τις μάζες τους , αν και δεν είναι ακόμη δυνατό να μετρηθούν ακριβώς αφού δεν μπορούμε να βρούμε ελεύθερα quark, πιστεύουμε ότι η μεγαλύτερη συνεισφορά στις μάζες τους είναι από τα πεδία των γκλουονίων που τα κρατούν συγκεντρωμένα και μόνο ένα ποσό της τάξης του Mev/c^2 προέρχεται από τις μάζες ηρεμίας των u και d quark με το d να είναι βαρύτερο του u. Η διαφορά μάζας νετρονίου πρωτονίου είναι μια απόδειξη της διαφοράς μάζας του up και down quark[1].

Επίσης τα ηλεκτρικά φορτία των quarks καθορίζονται από μετρήσεις που γίνονται στις ηλεκτρομαγνητικές μεταπτώσεις των ηλεκτρονίων μεταξύ της βασικής τους κατάστασης και των ιονισμένων καταστάσεων. Το u έχει ένα φορτίο ίσο με (2/3)e και το d έχει ένα φορτίο ίσο με (-1/3)e.

Οι διαφορές μεταξύ νετρονίων, πρωτονίων εκτός από αυτές του ηλεκτρικού και του ασθενούς φορτίου οφείλονται στη διαφορά μάζας μεταξύ του u και του d. Αυτή η διαφορά έχει μια συνέπεια στις ισχυρές αλληλεπιδράσεις και επομένως η ισχυρή αλληλεπίδραση μπορεί να θεωρηθεί ανεξάρτητη του τύπου του νουκλεονίου. Αυτή η ανεξαρτησία εκφράζεται μαθηματικά από την συμμετρία του isospin.

Τα νουκλεόνια είναι σωματίδια με πολύ πολύπλοκη δομή και επομένως περιμένουμε να υπάρχει μια αλληλεπίδραση μεταξύ τους και πράγματι μετά από 50 χρόνια έχουμε πλέον ένα πολύ καλό μοντέλο των μεταξύ τους αλληλεπιδράσεων. Υπάρχουν φυσικά ακόμη αρκετά διαφορετικά μοντέλα και το μοντέλο που υιοθετεί κανείς καθορίζει και την καταστατική εξίσωση του αστέρα και μπορεί να οδηγήσει σε τελείως διαφορετικά συμπεράσματα για τη μάζα και την ακτίνα του. Έτσι θα αφιερώσουμε την επόμενη ενότητά μας στο να συζητήσουμε κάποιες βασικές ιδιότητες αυτών των αλληλεπιδράσεων.

Εμπειρικά είμαστε έτοιμα να κατασκευάσουμε ένα κατάλληλο δυναμικό, το οποίο θα ενσωματώνει τις θεωρητικές μας γνώσεις και οι παραμέτροί του θα προσαρμόζονται από εμάς, ειδικά σε ότι αφορά τους όρους μικρού εύρους με ζητούμενο πάντα την αναπαραγωγή των δεδομένων μας είτε από πειράματα σκέδασης, είτε σε ότι αφορά κάποιες μακροσκοπικές ιδιότητες της ύλης.

[1] Στο υπόλοιπο του κειμένου διατηρούνται οι αγγλικές ονομασίες των quark, μιας και είναι αυτές που έχουν καθιερωθεί ακόμη και στην ελληνική βιβλιογραφία με σπανιότατες τις αναφορές των quark με τις ελληνικές τους ονομασίες (πάνω-κάτω-παράξενο-γοητευτικό-κορυφή-πάτος).

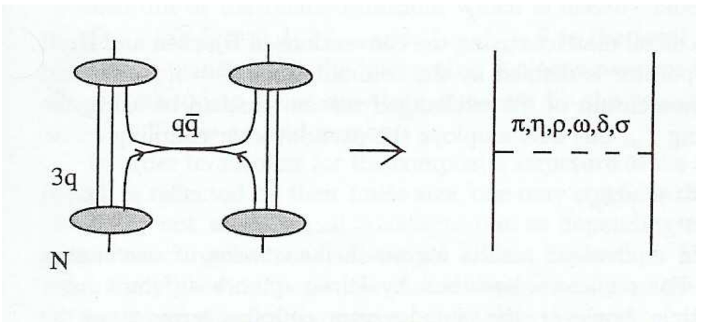
3.1. Το δυναμικό YUKAWA.

Το 1935 ο Yukawa έκανε την υπόθεση ότι όπως και οι ηλεκτρομαγνητικές δυνάμεις προκύπτουν από την ανταλλαγή ενός δυνητικού φωτονίου, η πυρηνική δύναμη μπορεί να προκύψει από την ανταλλαγή δυνητικών σωματιδίων, των λεγόμενων μεσονίων. Προκειμένου να ερμηνεύει το πεπερασμένο εύρος των πυρηνικών δυνάμεων, το μεσόνιο θα έπρεπε να είχε μια μη μηδενική μάζα σε αντίθεση με την μεγάλου εύρους ηλεκτρομαγνητική δύναμη που κυριαρχείται από τα άμαζα φωτόνια.

Το βαθμωτό πεδίο περιγράφει, quanta με spin 0, ενώ η διανυσματική θεωρία περιγράφει quanta με spin 1. Στο όριο των αργά κινούμενων σωματιδίων φορτίου g, η αλληλέπιδραση γίνεται μέσω βαθμωτών η διανυσματικών πεδίων και το δυναμικό της αλληλεπίδρασης είναι:

$$V_{12} = \pm g^2 \frac{e^{-\mu r}}{r}$$

όπου μ είναι το αντίστροφο μήκος κύματος Compton του πεδίου των κβάντα. Εδώ το θετικό πρόσημο αφορά το διανυσματικό πεδίο ενώ το αρνητικό το βαθμωτό πεδίο.



Εικ 3.1. Αλληλεπίδραση νουκλεονίου-νουκλεονίου, στην αναπαράσταση με ανταλλαγή μεσονίων και στην αναπαράσταση των quark. Η ανταλλαγή ενός ζεύγους quark-antiquark, αντικαθίσταται στην δεξιά εικόνα με την ανταλλαγή διάφορων μεσονίων.(Βλ Αναφορά 3)

Αυτή η μορφή του δυναμικού λέγεται δυναμικό Yukawa $\phi = \pm g \frac{e^{-\mu r}}{r}$ και μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να μας δώσει την καταστατική εξίσωση της πυρηνικής ύλης σε διάφορες προσεγγίσεις.. Αν το κβάντο του πεδίου έχει μια πεπερασμένη μάζα τότε το μέγεθος του δυναμικού μειώνεται κατά 1/e σε απόσταση $r_0 = \hbar / mc$. Η ποσότητα r_0 μπορεί να θεωρηθεί σαν ένα μέτρο του εύρους της αλληλεπίδρασης που προκαλείται από ένα μποζόνιο μάζας m. Για πιόνια ($m \approx 140 MeV/c^2$) η αντίστοιχη τιμή του r είναι 1,4fm. Η ανταλλαγή ενός πιονίου μπορεί να περιγράψει ικανοποιητικά την μεγάλου εύρους αλληλεπίδραση. Παρακάτω θα δώσουμε ένα απλό παράδειγμα της καταστατικής που μπορεί να προκύψει θεωρώντας ως δυναμικό αλληλεπίδρασης μόνο το δυναμικό Yukawa.

Η ενέργεια αλληλεπίδρασης εντός ενός όγκου V είναι:

$$E_V = \frac{1}{2}\sum_{i \neq j} V_{ij} = \pm \frac{1}{2} n^2 g^2 \int\int \frac{e^{-\mu r_{ij}}}{r_{ij}} dV_i dV_j$$

Υπολογίζουμε την ενέργεια από την προηγούμενη εξίσωση διαλέγοντας πρώτα το σωματίδιο στη θέση r_{ij} και στη συνέχεια ολοκληρώνοντας σε σφαιρικά κελιά ακτίνας $r = r_{ij}$. Μιας και η R>>1/μ θα έχουμε ένα πολύ μικρό σφάλμα αν αγνοήσουμε τα φαινόμενα επιφανείας και πάρουμε το ολοκλήρωμα να εκτείνεται μέχρι το άπειρο:

$$\int_0^\infty \frac{e^{-\mu r}}{r} 4\pi r^2 dr = \frac{4\pi}{\mu^2}$$

και επομένως ολοκληρώνοντας ως προς όλα τα r_j έχουμε:

$$E_V = \pm \frac{1}{2} n^2 g^2 \frac{4\pi}{\mu^2} V$$

Επομένως η ολική ενεργειακή πυκνότητα είναι:

$$\varepsilon = \varepsilon_{kin} \pm \frac{2\pi n^2 g^2}{\mu^2}$$

Η πυκνότητα της κινητικής ενέργειας μπορεί να προσεγγιστεί από τις σχέσεις του ιδανικού αερίου Fermi στο μη σχετικιστικό όριο και τα εξαιρετικά σχετικιστικά όριο εκφυλισμού.

Η καταστατική εξίσωση υπολογίζεται από την σχέση που αναφέραμε και στο προηγούμενο κεφάλαιο:

$$P = n^2 \frac{d}{dn}\left(\frac{\varepsilon}{n}\right) = P_{kin} \pm \frac{2\pi n^2 g^2}{\mu^2}$$

όπου η P_{kin} έχει τη γνωστή πολυτροπική μορφή που θα συζητήσουμε στο 4^o κεφάλαιο αναλυτικότερα.:

$$P_{kn} = Kn^\Gamma$$

με Γ=5/3 στη μη σχετικιστική περίπτωση και Γ=4/3 στην σχετικιστική.

Επομένως βλέπουμε ότι για χαμηλές πυκνότητες όπου η πυρηνική δύναμη s αναμένεται να είναι ελκτική, η πίεση ομαλοποιείται από την εισαγωγή της αλληλεπίδρασης. Για πολύ υψηλές πυκνότητες, παρ' όλα αυτά η καταστατική εξίσωση ''σκληραίνει'' (στην ίδια πίεση αντιστοιχούν μεγαλύτερες μάζες[2]) λόγω της κυριαρχίας του απωστικού δυναμικού Yukawa. Καθώς το $\rho \equiv \varepsilon / c^2 \to \infty$ η καταστατική ικανοποιεί:

$$P \to \rho c^2$$

3.2 Μεσόνια και η N-N αλληλεπίδραση.

Τα μεσόνια είναι σωματίδια τα οποία θεωρούμε ότι αποτελούνται από δύο quark. Το ισχυρό πεδίο των γκλουονίων μπορεί να συνδυάσει ένα quark με ένα anti-quark και να παράγει ένα μεσόνιο. Όπως και με τα συνηθισμένα νουκλεόνια, αυτά τα ζεύγη έχουν ένα σύνολο διεγερμένων καταστάσεων.

Στην πυρηνική φυσική τα π-μεσόνια παίζουν έναν πάρα πολύ σημαντικό ρόλο. Τα ηλεκτρικά φορτισμένα π^+, π^- είναι ζεύγη $(u\bar{d})$ και $(d\bar{u})$, το ουδέτερο π^0 είναι η υπέρθεση των $(u\bar{u} - d\bar{d})/\sqrt{2}$. Οι μάζες τους είναι $m_{\pi^+} = 139.57 MeV/c^2$ και $m_{\pi^0} = 134.98 MeV/c^2$.

[2] Στα αγγλικά η ιδιότητα αυτή αναφέρεται σαν stiffness της καταστατικής εξίσωσης και λέμε ότι η καταστατική εξίσωση είναι αρκετά stiff. Στην αντίθετη περίπτωση, η καταστατική καλείται soft.

Τα ζεύγη quark-antiquark σε αυτά τα μεσόνια έχουν στροφορμή ίση με μηδέν και τα spin τους σχετίζονται έτσι ώστε η ολική στροφορμή να είναι ίση με μηδέν.

Οι πρώτες διεγερμένες καταστάσεις έχουν και πάλι στροφορμή ίση με μηδέν, αλλά τα spin τους συνδέονται με τέτοιο τρόπο που μας δίνουν ολικό spin με κβαντικό αριθμό S=1. Αυτές οι καταστάσεις έχουν μάζες $750\,MeV/c^2$ και είναι τα ρ μεσόνια.

Για άγνωστους λόγους η δύναμη μεταξύ των νουκλεονίων σε αποστάσεις μεγαλύτερες από ένα Fermi δεν οφείλονται στην ανταλλαγή γκλουονίων αλλά στην ανταλλαγή των μεσονίων. Ακόμη και αν τα μεσόνια είναι σύνθετα σωματίδια, η κίνησή τους περιγράφεται από μια κυματοσυνάρτηση Φ(r,t) και ικανοποιεί την παρακάτω εξίσωση που είναι η εξίσωση Klein-Gordon:

$$\left[\nabla^2 - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \left(\frac{mc}{\hbar}\right)^2\right]\Phi(\mathbf{r},t) = 0 \; (3.1)$$

όπου m είναι η μάζα του σωματιδίου.

Μια λύση αυτής της εξίσωσης περιγράφεται από το πεδίο του π-μεσονίου, που συνδέεται με ένα νουκλεόνιο spin $\vec{\sigma}_1(\hbar/2)$ στην θέση $\mathbf{r}_1$:

$$\Phi(\mathbf{r},t) = g_\pi(\vec{\sigma}_1\nabla_1)\frac{e^{-mc|\mathbf{r}-\mathbf{r}_1|/\hbar}}{|\mathbf{r}_2-\mathbf{r}_1|} \qquad (3.2)$$

όπου g_π είναι μια μέτρηση της ισχύος της μεσονικής πηγής νουκλεονίων. Ο τελεστής ∇_1 δρα μόνο στο $\mathbf{r}_1$.Τα π μεσόνια είναι τα ελαφρύτερα μεσόνια και επομένως έχουν τη μεγαλύτερη συνεισφορά στην αλληλεπίδραση σε μεγάλες αποστάσεις.

Διαφορίζοντας βλέπουμε ότι η (3.2) περιέχει ένα δυναμικό τανυστικής μορφής $V_T(\mathbf{r})\Omega_T$. η ανταλλαγή των π μεσονίων αποτελεί την κύρια συνεισφορά στο δυναμικό για αποστάσεις μεγαλύτερες από $|\mathbf{r}_2-\mathbf{r}_1| \geq 1{,}4\,fm$. Σε μικρότερες αποστάσεις έχουμε συνεισφορές από την ανταλλαγή άλλων μεσονίων όπως του ρ μεσονίου. Παρ' όλα αυτά τα δυναμικά σε αποστάσεις μικρότερες των 0,8fm και ειδικά το μέρος τους που περιγράφει τη μικρού εύρους άπωση (hard-core) είναι εμπειρικά και δεν υπάρχει κάποια καθολικά αποδεκτή ερμηνεία. Η μικρού εύρους άπωση παρατηρήθηκε από τις αρνητικές αλλαγές φάσεων σε πειράματα σκέδασης και μια ερμηνεία για την ύπαρξη της είναι πως τα νουκλεόνια που περιέχουν τρία quark το καθένα όταν πλησιάσουν λόγω αλληλεπικάλυψης, αποκτούν μια κοινή περιοχή όγκου. Τα quark ως φερμιόνια δεν μπορούν να βρεθούν όλα στην ίδια κατάσταση και η ενέργεια που χρειάζεται για να διεγερθούν τα τρία από αυτά εμφανίζεται ως μια έντονη άπωση.

Τα αδρόνια συνεισφέρουν και στην ασθενή αλληλεπίδραση όπως και στην ηλεκτρομαγνητική και οι ισχυρές αλληλεπιδράσεις, όπου υπάρχει η συνένωση των quark και των λεπτονίων με τα W και Z μποζόνια. Για παράδειγμα ένα μποζόνιο μετασχηματίζεται σε ένα άλλο με την απορρόφηση ή την εκπομπή ενός υποθετικού μποζονίου W. Η β-διάσπαση όπου έχουμε το μετασχηματισμό ενός νετρονίου σε ένα πρωτόνιο και αντίστροφα πετυχαίνεται με τον ίδιο τρόπο.

Στον κενό χώρο, το πρωτόνιο είναι το μόνο σταθερό σύστημα τριών quark. Το νετρόνιο στον κενό χώρο έχει ένα πλεόνασμα μάζας σε σχέση με το πρωτόνιο και έτσι διασπάται με την εκπομπή ενός πρωτονίου. Όπως είδαμε και στην ενότητα 2.4 υπάρχει και η αντίστροφη διαδικασία όπου ένα πρωτόνιο δέσμιο σε έναν πυρήνα μπορεί να μετασχηματιστεί σε ένα νετρόνιο:

$$p \rightarrow n + e^+ + \nu_e$$

αν η αντίστοιχη ενέργεια σύνδεση το επιτρέπει.

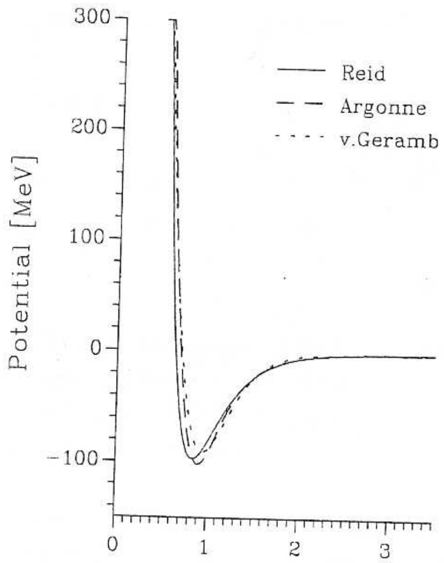
Για τον καθορισμό μιας ρεαλιστικής αλληλεπίδρασης NN, η οποία αναπαράγει τα NN δεδομένα της σκέδασης η συνήθης προσέγγιση είναι να θεωρήσουμε μια τοπική μορφή του δυναμικού, της μορφής::

$$V = \sum_a u_a(r) O_a(r) \tag{3.3}$$

με το O_a, να καθορίζει ένα σύνολο από τελεστές δύο σωμάτων, οι οποίοι αντιστοιχούν στους κβαντικούς αριθμούς του spin και του isospin των αλληλεπιδρόντων νουκλεονίων και είναι συμβατοί με τις βασικές συμμετρικές ιδιότητες της NN αλληλεπίδρασης. Παραδείγματα τέτοιων τελεστών είναι το βαθμωτό γινόμενο των δύο τελεστών του spin $\vec{\sigma}_1\vec{\sigma}_2$, που αναπαριστώνται από τους πίνακες spin του Pauli, $\vec{\sigma}_\iota$ που δρουν στο κομμάτι των spin, της κυματοσυνάρτησης του νουκλεονίου I, το αντίστοιχο γινόμενο των δύο τελεστών του isospin είναι:

$$S_{12} = 3\left(\vec{\sigma}_1 r\right)\left(\vec{\sigma}_2 r\right) - \vec{\sigma}_1\vec{\sigma}_2 \tag{3.4}$$

στην οποία το r, καθορίζει την διανυσματική μονάδα στη διεύθυνση του σχετικού διανύσματος. Αυτός ο τανυστικός τελεστής είναι ένα βαθμωτό γινόμενο δύο τανυστικών τελεστών, τάξης 2, που δρουν στις συντεταγμένες του χώρου και του isospin αντίστοιχα. Οι τοπικές συναρτήσεις $u_\alpha(r)$ στην (3.4) εξαρτώνται από την απόσταση των αλληλεπιδρόντων νουκλεονίων και προσαρμόζονται με τέτοιο τρόπο, που οι αλλαγές φάσεων που υπολογίζονται από αυτό το δυναμικό για την NN αλληλεπίδραση σε ενέργειες μέχρι το όριο παραγωγής πιονίων, ταιριάζουν με τα εμπειρικά δεδομένα για τις διάφορες περιπτώσεις μερικών κυμάτων. Παραδείγματα τέτοιων εμπειρικών δυναμικών είναι το Argonne, το Urbanna V_{14}, όπου ο δείκτης 14 χρησιμοποιείται για να δηλώσει ότι χρειάζονται 14 τελεστές O_a σαν αυτούς του αναπτύγματος της (3.4), ή το δυναμικό Reid. Είναι προφανές από το μεγάλο αριθμό τελεστών, που πρέπει να θεωρηθούν ότι και ο αριθμός των παραμέτρων που πρέπει προσαρμοστούν είναι πολύ μεγάλος. Το δυναμικό που περιγράφει την αλληλεπίδραση δύο νουκλεονίων, όπως αυτό προσεγγίστηκε από διάφορες ομάδες, έχει την παρακάτω μορφή και μπορούμε να ξεχωρίσουμε την περιοχή του σκληρού πυρήνα, την περιοχή μικρού εύρους, την περιοχή μεσαίου εύρους και τέλος την μεγάλου εύρους περιοχή για μεγάλες αποστάσεις από τον πυρήνα.



Εικ.3.2 Τοπική αλληλεπίδραση NN για την κυματοσυνάρτηση της ${}^{1}S_0$΄οπως προκύπτει απο το δυναμικό Reid (1968), Argonne (1984) και Von Geramb(1993) χρησιμοποιώντας δεδομένα σκεδάσεων. (Βλ. Αναφορά 4).

Τυπικό χαρακτηριστικό αυτών των αλληλεπιδράσεων είναι το ότι παρουσιάζουν μια πολύ ισχυρή άπωση για αποστάσεις γύρω στα 0,5fm ή μικρότερες. Αυτή η άπωση, μικρού-εύρους απαιτείται για να εμποδίσει τα δύο νουκλεόνια να έρθουν πολύ κοντά το ένα στο άλλο και για να βρούμε τις αρνητικές αλλαγές φάσεων σε ενέργειες σκέδασης πάνω από 200MeV όπως προκύπτει από την ανάλυση των εμπειρικών δεδομένων. Τα διάφορα δυναμικά δίνουν ιδανικές λύσεις, για την αλληλεπίδραση νουκλεονίων στο κενό όχι όμως και εντός ενός πυρηνικού μέσου όπου τα αλληλεπιδρώντα νουκλεόνια δεν είναι στον φλοιό (on-shell), ή πιο απλά η σχέση ενέργειας-ορμής είναι διαφορετική από αυτή του κενού. Θα ήθελε όμως κανείς να απαλλαγεί από αυτή την εξάρτηση από το μοντέλο και να βασιστεί σε μία NN αλληλεπίδραση που θα προκύπτει από τη μικροσκοπική φυσική και στην οποία λιγότεροι παράμετροι θα χρειάζονταν να προσδιοριστούν.

Μιας και μια τέτοια απευθείας λύση της Q.C.D στην περιοχή χαμηλών ενεργειών, φαίνεται να είναι αδύνατη, ακολουθεί κανείς τα επιχειρήματα των t'Hooft και Witten οι οποίοι έδειξαν ότι σε αυτό το όριο η Q.C.D θα κυριαρχείται από τις ιδιότητες μιας μεσονικής θεωρίας. Για το μοντέλο της NN αλληλεπίδρασης, αυτό σημαίνει ότι κυριαρχείται από την ανταλλαγή των συλλεκτικών quark-antiquark διεγέρσεων που είναι τα γνωστά μας μεσόνια. Πιο λεπτομερής συζητήσεις, της ανταλλαγής μεσονίου, έχουν γίνει από τους Erkelenz, Holinde, Machleidt, Brown και Jackson.

Στα μοντέλα ανταλλαγής ενός μποζονίου (O.B.E) που θα παρουσιάσουμε αναλυτικότερα παρακάτω υποθέτει κανείς ότι η βασική NN αλληλεπίδραση περιγράφεται από την ανταλλαγή των π,η,ρ.ω.δ.σ μεσονίων. Οι τελεστές για τις κορυφές μεσονίου-μεσονίου σε ένα διάγραμμα Feynmann δίνονται από:

$$\begin{aligned} \Gamma_s &= \sqrt{4\pi}\, g_s \\ \Gamma_{ps} &= i\sqrt{4\pi}\, g_{ps}\gamma^5 \\ \Gamma_v &= \sqrt{4\pi}\left[g_v \gamma^\mu + \frac{f_v}{2m} i\sigma^{\mu\nu} k_\nu \right] \end{aligned} \tag{3.5}$$

Όπως και πριν, γ^μ είναι οι συνηθισμένοι πίνακες, χρησιμοποιώντας τις συμβάσεις των Bjorken και Drell, ο τανυστής καθορίζεται από τον αντιμεταθέτη: $\sigma^{\mu\nu} = i\left[\gamma^\mu, \gamma^\nu\right]$ και το k_μ, αναφέρεται στην 4-ορμή των μεσονίων ανταλλαγής. Αντί της χρήσης των pseudoscalar coupling Γ_{ps}, μπορεί κανείς να εφαρμόσει την ψευδοδιανυσματική σύζευξη:

$$\Gamma_{pv} = i\sqrt{4\pi}\, \frac{f_{pv}}{m_{mes}} \gamma^\mu \gamma^5 k_\mu \tag{3.6}$$

και οι δύο σταθερές σύζευξης, δίνουν ίδια αποτελέσματα για on-shell νουκλεόνια, θέτοντας $m_{mes} g_{ps} = 2m f_{pv}$.Τις σχέσεις αυτές θα τις χρησιμοποιήσουμε σε ένα παράδειγμα στην αμέσως επόμενη ενότητα.

3.3 Μοντέλα Ανταλλαγής Ενός Μποζονίου (O.B.E)

Στην παράγραφο 3.2 αναφερθήκαμε στα μεσόνια ως φορείς της πυρηνικής δύναμης και στην ανάγκη για ένα πιο ρεαλιστικό δυναμικό. Ως μια τέτοια περίπτωση δυναμικού εξετάζουμε τα O.B.E μοντέλα.

Θεωρούμε την αλληλεπίδραση δύο νουκλεονίων στο σύστημα του κέντρου μάζας, με ορμές **q** και –**q** πριν και **q'** και –**q'** μετά την αλληλεπίδραση, το στοιχείο πίνακα για την ανταλλαγή ενός μεσονίου, έστω του τύπου α είναι:

$$V_a\left(\mathbf{q}', \mathbf{q}\right) = \left(\tilde{u}(-q')\Gamma_\alpha u(-q)\right) P_a(k) (\bar{u}(q')\Gamma_\alpha u\left(q\right)) \tag{3.7}$$

με τα u τα λεγόμενα spinor του Dirac[3] και $\bar{u} = u^+ \gamma^0$. Η διατήρηση της ορμής, απαιτεί ότι η 4-ορμή των μεσονίων που ανταλλάσσονται είναι k=q-q' και οι διαδότες των μεσονίων είναι:

$$\begin{aligned} P_s &= \frac{1}{k^2 - m_s^2} \\ P_v &= \frac{-g_{\mu\nu} + k_\mu k_\nu / m_v^2}{k^2 - m_v^2} \end{aligned} \tag{3.8}$$

όπου η πρώτη σχέση εφαρμόζεται για βαθμωτά και ψευδοβαθμωτά μεσόνια και η δεύτερη για διανυσματικά μεσόνια.

Ένας πολύ αποτελεσματικός τρόπος για τον υπολογισμό των στοιχείων πίνακα του O.B.E είναι να αναπτύξουμε τις καταστάσεις των δύο σωμάτων με όρους ιδιοκαταστάσεων ως

[3] Τα spinor περιγράφουν ταυτόχρονα την διάδοση σωματιδίου και αντισωματιδίου και εν γενει είναι πίνακες-στήλες με στοιχεία τις κυματοσυναρτήσεις των σωματιδίων αυτών. Για μια αναλυτικότερη συζήτηση προτείνεται η αναζήτηση σε ένα εισαγωγικό βιβλίο κβαντικής θεωρίας πεδίου.

προς τον κβαντικό αριθμό της ολικής στροφορμής J(Erkelenz a.o 1974). Μιας και τα πλάτη του O.B.E είναι αμετάβλητα κάτω από περιστροφές, η τροχιακή στροφορμή είναι ένας καλός κβαντικός αριθμός και βρίσκουμε τα στοιχεία πίνακα:

$$\left\langle \lambda_1{}'\lambda_2{}'q' \middle| V \middle| \lambda_1\lambda_2 q \right\rangle_J = 2\pi\int_0^{\pi} d\theta \sin\theta d^J_{\lambda\lambda'}(\theta) \left\langle \lambda_1{}'\lambda_2{}'\mathbf{q}' \middle| V \middle| \lambda_1\lambda_2\mathbf{q} \right\rangle \tag{3.9}$$

όπου λ_i δηλώνουν την ελικότητα του νουκλεονίου i, την προβολή του spin του στην ορμή του, θ είναι η γωνία μεταξύ των ορμών, **q** και **q'**, και $d^j_{\lambda\lambda'}$ είναι οι πίνακες περιστροφής με την αντικατάσταση $\lambda = \lambda_1 - \lambda_2$ και $\lambda' = \lambda_1' - \lambda_2'$. Η εύρεση των συμμετριών, για τα στοιχεία πίνακα στην (3.9) δείχνει ότι υπάρχουν έξι ανεξάρτητα στοιχεία πίνακα μεταξύ των διάφορων καταστάσεων ελικότητας για κάθε j. Αυτά τα στοιχεία πίνακα στην αναπαράσταση της ελικότητας μπορούν εύκολα να μετασχηματισθούν στην συμβατική βάση των μερικών κυμάτων για δύο νουκλεόνια:

$$\left| \lambda_1\lambda_2 q \right\rangle_J \Rightarrow \left| {}^{2S+1}L_j q \right\rangle \tag{3.10}$$

όπου το S καθορίζει το ολικό spin των νουκλεονίων, L είναι η τροχιακή στροφορμή της σχετικής κίνησης, η οποία συνήθως συμβολίζεται με το γράμμα S,P,D,..., για το L=0,1,2,… και J=L+S είναι η ολική στροφορμή . Η αρχή του Pauli για τα αλληλεπιδρώντα νουκλεόνια, απαιτεί το ολικό ισοσπίν T_{iso}, να σχετίζεται με αυτούς τους κβαντικούς αριθμούς με την απαίτηση ότι το άθροισμα L+S+T_{iso}, είναι ένας περιττός αριθμός. Ο τελευταίος αυτός περιορισμός προκύπτει από την απαίτηση για αντισυμμετρικότητα της ολικής κυματοσυνάρτησης αφού αυτή περιγράφει φερμιόνια και ισχύει η απαγορευτική αρχή του Pauli.

Προκειμένου να υπολογίσουμε τη σύνθετη δομή των μεσονίων και των βαρυονίων, η οποία αντανακλάται στο πεπερασμένο μέγεθός τους, μπορεί κανείς να θεωρήσει τις σταθερές σύζευξης, που έχουν τα μεσόνια όχι ως καθολικές σταθερές (global) αλλά ως εξαρτώμενες από την 4-ορμή των αλληλεπιδρώντων αδρονίων. Μια απλή επιλογή ενός παράγοντα δομής, η οποία χρησιμοποιείται ευρέως προκειμένου να δείξουμε ότι η ορμή των μεσονίων εξαρτάται μόνο από τη μεταφορά ορμής k είναι:

$$g_a^k = g_a \left(\frac{\Lambda_\alpha^2 - m_a^2}{\Lambda_\alpha^2 - k^2} \right)^{\nu} \tag{3.11}$$

με μια παράμετρο αποκοπής Λ και ένα εκθετικό ν, το οποίο είναι 1 για το λεγόμενο παράγοντα μονοπόλου.

<u>Παράδειγμα:</u>

Για να δείξουμε κάποιες ιδιότητες της ανταλλαγής μεσονίων, θα συζητήσουμε σύντομα το πλάτος ανταλλαγής ενός πιονίου. Μιας και το π είναι ένα ψευδοδιανυσματικό και isovector μεσόνιο, με ηλεκτρικό φορτίο -1,+1,0, πρέπει να θεωρήσουμε την κορυφή για ένα ψευδοβαθμωτό μεσόνιο πολλαπλασιασμένο με το διάνυσμα των πινάκων Pauli, που δρα στο μέρος του isospin των νουκελονικών καταστάσεων, τ και τον αντίστοιχο διαδότη από τους δύο για τη διάδοση μεσονίων.

Οι διαδότες αυτοί είναι οι:

$$P_s = \frac{1}{k^2 - m^2} \quad \text{και} \quad P_\nu = \frac{-g_{\mu\nu} + k_\mu k_\nu / m_\nu^2}{k^2 - m_\nu^2}$$

Αν υποθέσουμε ότι η σκέδαση είναι ελαστική $|\mathbf{q}'| = |\mathbf{q}|$ η μηδενική συνιστώσα του $\mathbf{k}$ μηδενίζεται και ο τελεστής παίρνει από τη μορφή:

$$V_\pi = -4\pi \frac{g_\pi^2}{4m^2} \frac{(\vec{\sigma}_1 k)(\vec{\sigma}_2 k)}{k^2 + m_\pi^2} \tau_1 \tau_2 \tag{3.12}$$

η έκφραση αυτή γράφεται πιο αναλυτικά ως:

$$V_\pi = -\frac{4\pi g_\pi^2}{12m^2}[(3\overline{\sigma_1} k \overline{\sigma_2} k - \overline{\sigma_1 \sigma_2}) \frac{\overline{k^2}}{\overline{k}^2 + m_\pi^2} + \overline{\sigma_1}\overline{\sigma_2} - \overline{\sigma_1}\overline{\sigma_2} \frac{m_\pi^2}{m_\pi^2 + \overline{k^2}}]\overline{\tau_1}\overline{\tau_2} \tag{3.13}$$

με $\mathbf{k}$ το μοναδιαίο διάνυσμα στη διεύθυνση της μεταφοράς ορμής. Από αυτή την αναπαράσταση μπορούμε να δούμε ότι το δυναμικό ανταλλαγής ενός πιονίου, μπορεί να διαχωριστεί σε τρείς όρους. Ο πρώτος δείχνει τη δομή ενός τανυστικού τελεστή S_{12}. Ο δεύτερος όρος με την εξάρτηση από το spin $\vec{\sigma}_1\vec{\sigma}_2$ είναι ανεξάρτητος από την μεταφορά ορμής k, το οποίο σημαίνει ότι αναπαρίσταται στο χώρο των συντεταγμένων με μία δ-συνάρτηση ως προς την απόσταση μεταξύ των αλληλεπιδρώντων νουκλεονίων. Ο μετασχηματισμός Fourier, του τρίτου όρου δίνει το ήδη γνωστό μας δυναμικό Yukawa:

$$\frac{4\pi m_\pi^2}{k^2 + m_\pi^2} \underset{fourier}{\rightarrow} m_\pi \frac{e^{-m_\pi r}}{r} \tag{3.14}$$

Πρέπει να έχουμε στο νου μας, ότι αυτή η τοπική αναπαράσταση του δυναμικού ανταλλαγής ενός πιονίου, είναι δυνατή μόνο επειδή αγνοήσαμε μια μεταφορά ορμής k, και τα φαινόμενα ενός παράγοντα μορφής. Γενικά όμως, τα μοντέλα OBE δίνουν μια μη τοπική NN αλληλεπίδραση.

Λίγα λόγια για την προσαρμογή των παραμέτρων.

Οι παράμετροι του μοντέλου OBE, για την αλληλεπίδραση NN, οι σταθερές σύζευξης, οι παράγοντες μορφής και οι μάζες των μεσονίων, θα έπρεπε να προσαρμοστούν λύνοντας το πρόβλημα δύο νουκλεονίων που αλληλεπιδρούν στο κενό. Με την ορολογία των συναρτήσεων Green που παρουσιάζεται ως παράρτημα σε αυτήν την εργασία, κάποιος θα πρέπει να υπολογίσει τις ακριβείς συναρτήσεις Green. Όπως ισχύει και στην περίπτωση των συναρτήσεων Green ενός σωματιδίου, μπορούμε να κατηγοριοποιήσουμε τα διάφορα διαγράμματα που συνεισφέρουν στον υπολογισμό των συναρτήσεων Green.

Οι πρώτοι όροι, που αναπαριστούν τα γινόμενα δύο ασυσχέτιστων μονοσωματιδιακών συναρτήσεων Green, δηλώνουν το άμεσο και το κομμάτι ανταλλαγής της διάδοσης, χωρίς καμία αλληλεπίδραση.

Η ασυσχέτιστη συνάρτηση Green G_{BS} μπορεί να γραφεί σαν γινόμενο μονοσωματιδιακών συναρτήσεων Green, με τη σχετικιστική μορφή:

$$G_{BS}(k;P) = \left(\frac{1}{\frac{1}{2}\not{P} + \not{k} - m + in}\right)^{(1)} \left(\frac{1}{\frac{1}{2}\not{P} - \not{k} - m + in}\right)^{(2)} \tag{3.15}$$

όπου οι δείκτες (1) και (2) αναφέρονται στα αντίστοιχα νουκλεόνια. Θα αγνοήσουμε τη διάδοση της λύσης αρνητικής ενέργειας και επιπλέον θα μειώσουμε την 4-διάστατη εξίσωση Bethe-Salpeter σε μια εξίσωση ολοκληρωμάτων στις τρεις διαστάσεις, δίνοντας μια σταθερή τιμή στη χρονική συνιστώσα του k με έναν συναλλοίωτο τρόπο. Μια πιθανή επιλογή είναι η προσέγγιση που έγινε από τους Blackbenbecler και Sugar:

$$G_{BBS}(k,P) = \delta(k_0)\frac{i}{2\pi}\frac{m^2}{E_k}\frac{\Lambda^+(k)\Lambda^+(-k)}{\frac{1}{4}s - E_k^2 + in} \tag{3.16}$$

Υποθέτοντας ότι τα στοιχεία πίνακα των θεμελιωδών πινάκων αλληλεπιδράσεων M υπολογίζονται μεταξύ spinors που αντιστοιχούν σε θετικές λύσεις της εξίσωσης Dirac μπορούμε να ορίσουμε:

$$V(q'.q) = \sqrt{\frac{m}{E_{q'}}} M_{irr}(q', q, P) \sqrt{\frac{m}{E_q}} \tag{3.17}$$

και:

$$T_{scat}(q', q) = \sqrt{\frac{m}{E_{q'}}} \mathrm{M}_{red}(q', q; P) \sqrt{\frac{m}{E_q}} \tag{3.18}$$

Αυτό μας επιτρέπει να ξαναγράψουμε την εξίσωση Blankenbecler-Sugar ως:

$$T_{scat}(\mathbf{q}', \mathbf{q}) = V(q', q) + \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} V(\mathbf{q}', \mathbf{k}) \frac{m}{q^2 - k^2 + in} T_{scat}(\mathbf{k}, \mathbf{q}) \tag{3.19}$$

η οποία έχει τη μορφή μιας μη σχετικιστικής εξίσωσης Lippmann-Schwinger για τον πίνακα σκέδασης T_{scat}.

Εκτός από την προσέγγιση των Blankenbecler-Sugar που συζητήσαμε, έχουν προταθεί και πολλές ακόμη προσεγγίσεις: (Kadychevsky 1968,Gross 1969, Thompson 1970, Schierholz 1972, Erkelenz 1974). Brown and Jackson (1976).)

Τα μοντέλα O.B.E για τις αλληλεπιδράσεις NN καθορίζοντα υποθέτοντας ότι το αναλλοίωτο μέρος της σχετικιστικής αλληλεπίδρασης, καθορίζεται από την ανταλλαγή ενός μεσονίου για τα διάφορα μεσόνια. Με αυτή την υπόθεση , λύνει κανείς την εξίσωση σκέδασης, όπως η Blackbenbecler και Sugar, υπολογίζει τις μεταβολές φάσεων και προσαρμόζει τις παραμέτρους της υπόθεσης O.B.E μέχρι να ταιριάξει με τα πειραματικά δεδομένα.

Οι σταθερές σύζευξης για το ρ-μεσόνιο, και ειδικά για την σύζευξη του τανυστή f_ρ, βρίσκονται από δεδομένα σκέδασης πN από τους Pietarinen και Hohler. Αυτή η ισχυρή σύζευξη για το ρ έχει σημασία για τη δομή του πυρήνα. Η τιμή της σταθεράς σύζευξης για το ω, είναι μεγάλη. Ένα απλό μοντέλο της SU(3) προβλέπει ότι η σταθερά σύζευξης θα είναι εννιά φορές μεγαλύτερη από του isovector-vector μεσονίου και η μεγάλη του συμμετοχή απαιτείται ώστε να έχω ικανή άπωση στις μικρές αποστάσεις.

Το μόνο σημείο του μοντέλου O.B.E. που είναι καθαρά φαινομενολογικό, είναι η ανταλλαγή του σ, η οποία περιγράφει την μέσου εύρους έλξη της NN αλληλεπίδρασης. Παρ' όλα αυτά, πρέπει να θεωρηθεί σαν μια μεγάλη επιτυχία του μοντέλου O.B.E. το ότι μας δίνει μια ακριβή περιγραφή της σκέδασης NN, με την προσαρμογή λιγότερων παραμέτρων με όρους τοπικών αλληλεπιδράσεων. Ακόμη περισσότερο, όπως έχουμε συζητήσει, οι περισσότερες από αυτές τις παραμέτρους προσαρμόζονται με βάση τους περιορισμούς από ανεξάρτητες παρατηρήσεις..

Meson	Type	$T_{\rm iso}$	m_α [MeV]	$g_\alpha^2/4\pi$	Λ_α [MeV]
π	ps	1	138.03	14.4	1700
η	ps	0	548.8	3	1500
ρ	v	1	769	0.9^{a}	1850
ω	v	0	782.6	24.5^{a}	1850
δ	s	1	983	2.488	2000
σ	s	0	550^{b}	8.9437^{b}	2000

Οι παράμετροι του μοντέλου O.B.E.

Άλλα προβλήματα που προκύπτουν είναι ότι οι χρόνοι ημιζωής πολλών μεσονίων είναι πολύ μικροί και αμφισβητείται η ισχύς μια εικόνας που να περιλαμβάνει την ανταλλαγή σωματιδίων χωρίς να λαμβάνει υπ'όψιν της το χρόνο ημιζωής τους. Επίσης το γεγονός ότι προκειμένου να περιγράψουμε επιτυχώς τα πειραματικά δεδομένα, με έναν περιορισμένο αριθμό όρων το εύρος του κάθε όρους του δυναμικού και άρα και η μάζα του αντίστοιχου σωματιδίου γίνονται μεταβλητές στο πρόβλημά μας, συχνά χωρίς να έχουν καμία σχέση με τα πραγματικά δεδομένα. Παρ' όλα αυτά όμως το μοντέλο O.B.E είναι από τα πλέον πετυχημένα μοντέλα της πυρηνικής.

Μια δεύτερη προσέγγιση ήταν το να κατασκευάσουμε ένα δυναμικό στηριζόμενοι στις γνώσεις μας για τη δομή των αδρονίων και να αντιμετωπίσουμε φαινομενολογικά μόνο τις μικρού εύρους αλληλεπιδράσεις για τις οποίες έχουμε και τις λιγότερες πληροφορίες. Δύο τέτοιες προσεγγίσεις έδωσαν το Paris potential και το Bonn potential. Οι διαφορές τους αφορούν την αντιμετώπιση της ανταλλαγής τριών ή τεσσάρων πιονίων που είναι μέρος της μικρού εύρους άπωσης, η αντιμετώπιση του σωματίου Δ. Έχει παρατηρηθεί από πειράματα σκέδασης ότι στη σκέδαση πιονίων από πρωτόνια υπάρχει ένας ισχυρός συντονισμός ο οποίος θα επιδρά και στην αλληλεπίδραση νουκλεονίου-νουκλεονίου. Ένα νουκλεόνιο για παράδειγμα μπορεί να διεγείρεται σε έναν συντονισμό Δ, ο οποίος δεν θα επηρεάζεται από την απαγορευτική αρχή του Pauli ως προς τα νουκλεόνια στον πυρήνα. Για εφαρμογές που αφορούν ενέργειες πάνω από 300 MeV, ο σχηματισμός ενός Δ σωματιδίου αναμένεται να παίξει έναν σημαντικό ρόλο και πρέπει να είναι μέρος του δυναμικού μόνο που η κάθε προσέγγιση το ενσωματώνει με διαφορετικό τρόπο. Τέλος μια διαφορά του Paris και του Bonn δυναμικού είναι το πως ενσωματώνουν τις αλληλεπιδράσεις μεταξύ νουκλεονίου και αντινουκλεονίου.

Και για τα δύο είδη δυναμικών, η ενέργεια ανά σωματίδιο σαν συνάρτηση της πυκνότητας, δίνεται από τη σχέση:

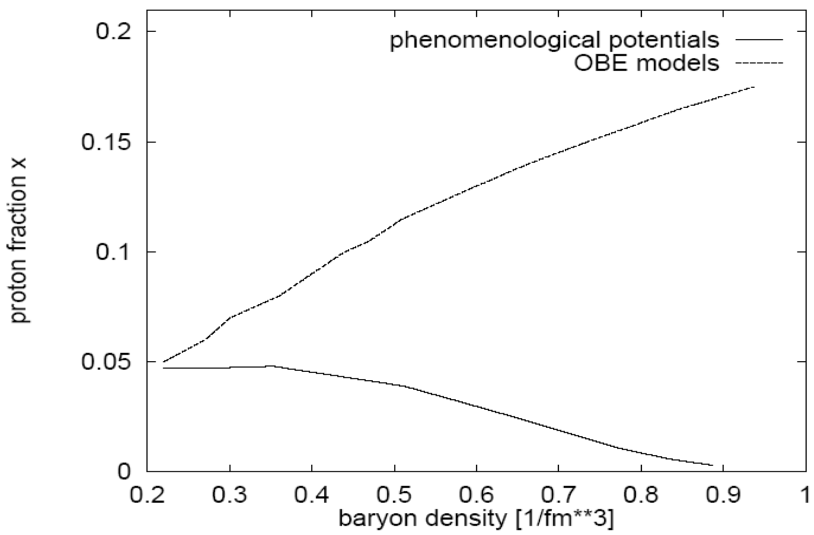
$$E(n) = \frac{1}{n}(\varepsilon_{kin} + \varepsilon_{\rm int})$$

Και βρίσκεται αν χρησιμοποιήσουμε μία από τις θεωρίες πολλών σωμάτων που θα παρουσιάσουμε παρακάτω. Μεγάλη σημασία για την αστροφυσική και σε υψηλές πυκνότητες, έχει το πόσο soft είναι η καταστατική και τι αναλογία πρωτονίων προβλέπει. Οι συνιστώσες του δυναμικού που είναι υπεύθυνες για αυτές τις ιδιότητες είναι το κεντρικό δυναμικό $u_c(r)$ και το δυναμικό του isospin $u_T(r)$. Το δυναμικό λοιπόν γράφεται:

$$u_{NN}(r) = u_C(r) + u_T \vec{\tau}_1 \vec{\tau}_2 + \ldots$$

Η μικρού εύρους συμπεριφορά του κεντρικού όρου καθορίζει το πόσο soft είναι η καταστατική και προκύπτει ότι όσο πιο απωστικός ο πυρήνας του δυναμικού τόσο πιο stiff η καταστατική.

Το δυναμικό του isospin καθορίζει την αναλογία των πρωτονίων στην ύλη του αστέρα νετρονίων. Για δυναμικά όπως το Reid, το Argonne και το Urbanna ο όρος αυτός είναι αρνητικός $u_T < 0$ και μειώνεται όσο πλησιάζω σε μικρές αποστάσεις. Έτσι το δυναμικό μεταξύ πρωτονίου-νετρονίου είναι πιο απωστικό απ' ότι μεταξύ δύο νετρονίων και ευνοείται η μείωση του λόγου των πρωτονίων. Από την άλλη στα Ο.Β.Ε μοντέλα το δυναμικό αυτό προβλέπεται να είναι θετικό σε μεγάλες πυκνότητες και περιμένουμε σε αυτές να έχουμε μια αύξηση του λόγου των πρωτονίων στον αστέρα. Προφανώς μία από τις δύο κατηγορίες μοντέλων είναι λανθασμένες, αλλά δυστυχώς δεν μπορούμε ακόμη να πούμε πια, μιας και αυτό θα χρειαζόταν μια πειραματική διάταξη πολύ ευαίσθητη στην μικρού εύρους αλληλεπίδραση. Τα παραπάνω φαίνονται καλύτερα στην παρακάτω εικόνα 3.3.



Εικ 3.3 Διαφορετική συμπεριφορά του δυναμικού για το ισοσπίν στα Ο.Β.Ε μοντέλα και στα φαινομενολογικά μοντέλα. (Βλ. Αναφορά 38)

3.4 Η προσέγγιση Hartree .

Οι μηδενικής τάξης υπολογισμοί για ένα πρόβλημα πολλών σωμάτων, όπως είναι αυτό των πυρήνων σε έναν αστέρα νετρονίων, πετυχαίνεται στο μη σχετικιστικό όριο μέσω των εξισώσεων Hartree. Σε αυτή την προσέγγιση, περιγράφουμε την συνάρτηση πολλών σωμάτων ως ένα γινόμενο συναρτήσεων:

$$\Psi = u_1(\mathbf{r}_1)u_2(r_2)\ldots u_N(\mathbf{r}_N) \tag{3.20}$$

όπου κάθε νουκλεόνιο i περιγράφεται πλήρως από τη δική του κανονικοποιήμενη κυματοσυνάρτηση $u_i(\mathbf{r}_i)$. Η μορφή της Ψ που υιοθετούμε δεν περιλαμβάνει τα φαινόμενα του spin, ούτε του συσχετισμού των συναρτήσεων των σωματιδίων μιας και η κυματοσυνάρτηση κάθε σωματιδίου εξαρτάται μόνο από τη θέση του.

Η παράλειψη των φαινομένων λόγω του spin μπορεί να ξεπεραστεί από την προσέγγιση Hartree Fock, που περιγράφεται σε αυτή την ενότητα και στην οποία λαμβάνεται υπ' όψιν το γεγονός ότι είναι φερμιόνια και επομένως υπακούουν στην απαγορευτική αρχή του Pauli. Τα φαινόμενα συσχέτισης μπορούν να συμπεριληφθούν εισάγοντας συναρτήσεις συσχέτισης στην κυματοσυνάρτηση της προσέγγισης Hartree Fock και επιλύωντας τις προκύπτουσες κυματοσυναρτήσεις με μια κατάλληλη προσέγγιση.

Στην προσέγγιση Hartree η ενέργεια της βασικής κατάστασης του συστήματος είναι:

$$\langle H\rangle = \langle \Psi|\mathrm{H}|\Psi\rangle = \sum_{\iota}\int dVu_i^*(\mathbf{r})\left(-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\right)u_i(\mathbf{r}) + \sum_{i<j}\int\int dV_1 dV_2 V_{12}\left|u_i(\mathbf{r}_1)\right|^2\left|u_j(\mathbf{r}_2)\right|^2 \tag{3.21}$$

Όπου H είναι η ολική Χαμιλτονιανή και φυσικά στην περίπτωση μας, το V_{12} δίνεται χρησιμοποιώντας ένα δυναμικό Yukawa. Από την εξίσωση αυτή και εφαρμόζοντας την αρχή των μεταβολών, χρησιμοποιώντας ως συνθήκης κανονικοποίησης την ορθοκανονικότητα κυματοσυναρτήσεων του ίδιου σωματιδίου, παίρνουμε:

$$-\frac{\hbar}{2m}\nabla^2 u_i + V_i u_i = \varepsilon_\iota u_i \tag{3.22}$$

όπου το ενεργό δυναμικό ενός σωματιδίου i είναι:

$$V_i(\mathbf{r}_i) = \sum_{j\neq i}\int dV_2 V_{12}(\mathbf{r}_{12})\left|u_j(\mathbf{r}_2)\right|^2 \tag{3.23}$$

Σε συμφωνία με τη στατιστική Fermi υποθέτουμε ότι οι χαμηλότερες ενεργειακές καταστάσεις είναι διπλά κατειλημμένες μέχρι την ορμή $p = p_F$ ή $k = k_F$. Επομένως αθροίσματα ως προς το i γίνονται ολοκληρώματα ως προς το **k** μέχρι το $k = k_F$. Η κυματοσυνάρτηση Ψ της εξίσωσης (3.20) θα παριστάνει ένα εκφυλισμένο σύστημα ομοιόμορφης πυκνότητας. Μπορούμε επομένως να σκεφτούμε ότι οι u_i είναι ένα περιορισμένο σύνολο δοκιμαστικών συναρτήσεων κατάλληλες μόνο για εκείνα τα δυναμικά αλληλεπιδράσεων που είναι ασθενή.

Επομένως προκύπτει η Χαμιλτονιανή:

$$\langle H\rangle = \sum_k \frac{p^2}{2m} \pm \frac{1}{2V^2}\sum_{k,k}\int\int dV_1 dV_2 g^2\frac{\exp(-\mu r_{12})}{r_{12}} \tag{3.24}$$

Το διπλό ολοκλήρωμα υπολογίζεται και μας δίνει:

$$\langle H\rangle = \sum_k \frac{p^2}{2m} \pm \sum_{k,k'}\frac{2\pi g^2}{V\mu^2} \tag{3.25}$$

Τώρα ως συνήθως έχουμε:

$$\frac{1}{V}\sum_{k} \to \frac{2}{h^3}\int d^3 p = 2\int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} \tag{3.26}$$

και επομένως:

$$\sum_{\kappa} 1 = \frac{2}{h^3} V \int_0^{p_F} 4\pi p^2 dp = nV \tag{3.27}$$

Τελικά βρίσκουμε για την ολική ενέργεια:

$$\varepsilon \equiv \frac{\langle H \rangle}{V} + nmc^2 \to \varepsilon_{kin} \pm \frac{2\pi n^2 g^2}{\mu^2} \tag{3.28}$$

Η κυματοσυνάρτηση για ένα σύστημα N φερμιονίων θα έπρεπε να είναι αντισυμμετρική κάτω από την ανταλλαγή ενός οποιουδήποτε συστήματος σωματιδίων. Αυτό μπορεί να γίνει αν γράψουμε την κυματοσυνάρτηση με τη μορφή μιας ορίζουσας Slater:

$$\Psi = \frac{1}{(\mathrm{N}!)^{1/2}} \begin{vmatrix} u_1(1) & u_1(2) & \dots & u_1(N) \\ u_2(1) & & & \\ \dots & & & \\ u_N(1) & & & u_N(N) \end{vmatrix} \tag{3.29}$$

κάθε όρος του αθροίσματος του Ψ είναι γινόμενο κυματοσυναρτήσεων ενός σωματιδίου, της μορφής:

$$u_i(j) = u_i(\mathbf{r}_j)\chi_\iota(\sigma_j) \tag{3.30}$$

όπου το spinor χ(σ) είναι είτε χ_1 είτε το χ_2:

$$\chi_1 \equiv \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \chi_2 \equiv \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Εδώ το σ είναι το όρισμα του χ στο χώρο του spin και παίρνει τις τιμές 1 ή 2. Αν το $\chi = \chi_1$ τότε $\chi(1) = 1, \chi(2) = 0$ και ομοίως το $\chi = \chi_2$, τότε $\chi(1) = 0, \chi(2) = 1$. Σε αντίθεση με την υπόθεση του Hartree, εδώ απαιτούμε ορθογωνιότητα όλων των κυματοσυναρτήσεων:

$$\sum_{\sigma_1}\int dV_1 u_i^*(1) u_j(1) = \delta_{ij} \tag{3.31}$$

Από τη συνθήκη μεταβολών:

$$\delta\langle\Psi|\mathrm{H}|\Psi\rangle = 0 \tag{3.32}$$

παίρνουμε τις συνηθισμένες εξισώσεις Hartree-Fock. Εδώ όμως θα χρησιμοποιήσουμε κυματοσυναρτήσεις που περιγράφουν επίπεδα κύματα σαν δοκιμαστικές συναρτήσεις στον υπολογισμό της ενέργειας της βασικής κατάστασης. Για να υπολογίσουμε αυτή την ενέργεια πρέπει να λάβουμε υπ'όψιν μας ότι η Ψ κανονικοποιείται έτσι ώστε κάθε τελεστής της μορφής:

$$F = \sum_i f_i \tag{3.33}$$

όπου f_i είναι τελεστής ενός φερμιονίου. Έχουμε σαν αναμενόμενη τιμή:

$$\langle \Psi | F | \Psi \rangle = \sum_\iota \langle \iota | f | i \rangle \tag{3.34}$$

Όπου $|i\rangle = u_i$. Για έναν τελεστή της μορφής:

$$F = \sum_{i<j} g_{ij} \tag{3.35}$$

όπου g_{ij} είναι ένας συμμετρικός τελεστής δύο φερμιονίων:

$$\langle \Psi | F | \Psi \rangle = \sum_{\iota<j} \left[\langle ij | g | ij \rangle - \langle ij | g | ji \rangle \right] = \frac{1}{2} \sum_{i.j} \left[\langle ij | g | ji \rangle - \langle ij | g | ji \rangle \right] \tag{3.36}$$

Για τη Χαμιλτονιανή έχουμε

$$f_i = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla_i^2 , g_{ij} = V_{ij} \tag{3.37}$$

Ο όρος f και ο πρώτος όρος g στην εξίσωση (3.31) συνδυάζονται για να δώσουν:

$$\langle H \rangle_{Hartree.} \tag{3.38}$$

την οποία έχουμε ήδη υπολογίσει.
Υπάρχει επιπλέον και ο όρος ανταλλαγής:

$$I = -\frac{1}{2} \sum_{i,j} \langle ij | g | ji \rangle = -\frac{1}{2} \sum_{i,j} \sum_{\sigma_1 \sigma_2} \int dV_1 dV_2 u_i^* (\mathbf{r}_1) u_j^* (\mathbf{r}_2) V_{12} u_i (\mathbf{r}_2) u_j (\mathbf{r}_1) \times \chi_\iota^* (\sigma_1) \chi_j^* (\sigma_2) \chi_i (\sigma_2) \chi_\xi (\sigma_1) \tag{3.39}$$

όπου $m_S = \pm \frac{1}{2}$ είναι η z συνιστώσα του spin και παίρνουμε:

$$I = -\frac{1}{2} \sum_{i,j} \delta(m_{si}, m_{sj}) \int dV_1 dV_2 u_i^* (\mathbf{r}_1) u_j^* (\mathbf{r}_2) V_{12} u_i (\mathbf{r}_2) u_j (\mathbf{r}_1) = -\frac{1}{2} 2 \int dV_1 dV_2 V_{12} \left| \rho(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \right|^2 \tag{3.40}$$

όπου έχουμε ορίσει:

$$\rho(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \equiv \sum_{j=1}^{N} u_j^* (\mathbf{r}_2) u_j (\mathbf{r}_1) \tag{3.41}$$

και ο παράγοντας 2 προκύπτει από τις δύο πιθανές τιμές $m_{si} = m_{sj}$.

Για καταστάσεις επίπεδων κυμάτων, έχουμε:

$$\rho(\mathbf{r}_1,\mathbf{r}_2)=\frac{1}{V}\sum_k e^{i\mathbf{k}(\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_2)}\rightarrow\frac{1}{(2\pi)^3}\int e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}_{12}}d^3k \tag{3.42}$$

Προσέξτε ότι υπάρχει ένας παράγοντας 2 για το spin.

Αν θεωρήσουμε το δυναμικό Yukawa σαν το δυναμικό για τον υπολογισμό του όρου ανταλλαγής και ορίσουμε επίσης:

$$\begin{aligned}\mathbf{R}&=\frac{1}{2}(\mathbf{r}_1+\mathbf{r}_2)\\ \mathbf{r}&=\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_2=\mathbf{r}_{12}s\end{aligned} \tag{3.43}$$

τελικά βρίσκουμε:

$$I=\mp g^2\int d^3Rd^3r\rho^2(r)\frac{e^{-\mu r}}{r} \tag{3.44}$$

Το ολοκλήρωμα πάνω στο **R** δίνει έναν παράγοντα V. Το ολοκλήρωμα πάνω στο **r** μπορεί να γραφεί σε αδιάστατη μορφή καθορίζοντας: $x=k_F r$ και $a=\dfrac{\mu}{k_F}$.Τότε:

$$I=\mp g^2V\frac{k_F^4}{\pi^3}\mathrm{I}(\alpha) \tag{3.45}$$

και το α είναι ο λόγος της ενδοατομικής απόστασης προς το εύρος της αλληλεπίδρασης και η προσέγγισή μας είναι αυστηρά εφαρμόσιμη μόνο στο όριο α>>1.

Το φυσικό νόημα του όρου ανταλλαγής είναι να ελαττώνει το ρόλο των αλληλεπιδράσεων των σωματιδίων και επομένως να ελαττώνει την ενέργεια της απωστικής δύναμης και να αυξάνει την ενέργεια μιας ελκτικής. επομένως ο όρος ανταλλαγής έχει μια ελκτική συνεισφορά για απωστικές δυνάμεις και μια απωστική για ελκτικές δυνάμεις. Θυμηθείτε ότι $\rho\equiv\varepsilon/c^2$ στο όριο $a>>1$.

$$\begin{aligned}\rho&=nm+\frac{3}{10}\left(3\pi^2\right)^{2/3}\frac{\hbar^2}{mc^2}n^{5/3}\pm\frac{\pi n^2g^2}{\mu^2c^2}\\ P&=Kn^{5/3}\pm\frac{\pi n^2g^2}{\mu^2}\end{aligned} \tag{3.46}$$

3.4.1 Φαινόμενα Συσχέτισης .

Η Hartree Analysis που περιγράφηκε νωρίτερα δεν λαμβάνει υπ'όψιν της τις συσχετίσεις των κυματοσυναρτήσεων μεταξύ των νουκλεονίων, το πως δηλαδή αυτές διαμορφώνονται όταν δύο νουκλεόνια πλησιάσουν πολύ κοντά και υπάρξει μια αλληλοεπικάλυψη των κυματοσυναρτήσεών τους.. Ένας τρόπος να γράψουμε μια κυματοσυνάρτηση πολλών σωματιδίων που ενσωματώνει τις αλληλεπιδράσεις μεταξύ των δύο σωματιδίων είναι με τη χρήση μιας κυματοσυνάρτησης της ακόλουθης μορφής:

$$\Psi=F\Phi \tag{3.47}$$

όπου Φ είναι μια ορίζουσα Slater επίπεδων κυμάτων όπως στην εξίσωση (3.16) και όπου η F είναι συμμετρική κάτω από το γινόμενο συναρτήσεων συσχέτισης δύο σωμάτων:

$$F = \prod_{i<j} f_{ij} \tag{3.48}$$

Ειδικά η εξίσωση (3.35) είναι:

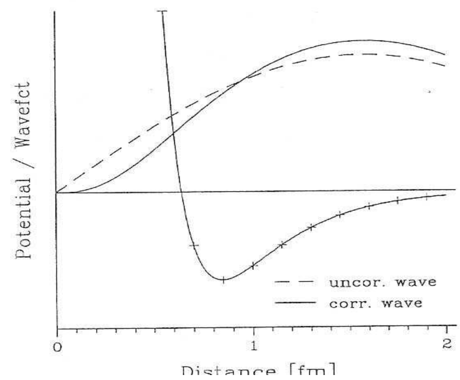
$$\Psi(\mathbf{r}_1,...,\mathbf{r}_N) = A\prod_{i<j} f_{ij}(|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|)\prod_m \phi_m(\mathbf{r}_m) \tag{3.49}$$

όπου A είναι ο αντισυμμετρικός τελεστής που δρα στο spin, στο isospin και στις συντεταγμένες και ϕ_m είναι οι καταστάσεις των επίπεδων κυμάτων, που περιλαμβάνουν το spin και το isospin:

$$\phi_m(\mathbf{r}) = \frac{1}{V^{1/2}} e^{i\mathbf{k}_m\mathbf{r}} \chi(\sigma_m)\omega(\tau_m) \tag{3.50}$$

Μια κυματοσυνάρτηση αυτής της μορφής ονομάζεται κυματοσυνάρτηση Jastrow και μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως η βάση υπολογισμού μεταβολών για να καθοριστεί η βασική κατάσταση του συστήματος. Οι παράγοντες Jastrow f_{ij} έχουν ως ρόλο το να εμποδίζουν δύο σωμάτια από το να βρεθούν το ένα πολύ κοντά στο άλλο λόγω της παρουσίας ενός απωστικού δυναμικού. Αντίστοιχα η f_{ij} μειώνεται από τη μονάδα σε μεγάλες ενδοατομικές αποστάσεις και τείνει στο μηδέν καθώς το $|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|$ μειώνεται στον πυρήνα ακτίνας r_c. Μια ρεαλιστική συνάρτηση θα δίνει μια μικρή πιθανότητα αλληλεπίδρασης όταν δύο νουκλεόνια είναι κοντά σε έναν απωστικό πυρήνα και μεγαλύτερη πιθανότητα από αυτή που δίνει η H.F κυματοσυνάρτηση όταν δύο νουκλεόνια βρίσκονται σε αποστάσεις στις οποίες η αλληλεπίδραση γίνεται ελκτική. Για μεγάλες αποστάσεις οι συσχετισμένες κυματοσυναρτήσεις πρέπει να συμπίμπτουν με τις ασυσχέτιστες..

Αν χρησιμοποιήσουμε την προσέγγιση Hartree-Fock, για τον υπολογισμό της ενέργειας ανά νουκλεόνιο στην εμπειρική πυκνότητα κόρου, προκύπτει να είναι 176 MeV, τιμή που δεν έχει καμία σχέση με την πραγματική των -16 MeV. Η αιτία αυτής της απόκλισης είναι το ότι δεν λάβαμε υπ' όψιν μας τις συσχετίσεις των κυματοσυναρτήσεων και έτσι στον υπολογισμό των μέσων τιμών της Χαμιλτονιανής, υπολογίζουμε γινόμενα μεταξύ uncorrelated κυματοσυναρτήσεων. Αυτά είναι πολύ μεγάλα για αποστάσεις μικρότερες των 0,5 fm όπου το δυναμικό είναι απωστικό και δίνουν θετικά στοιχεία πίνακα για το V και επομένως θετικές τιμές ενέργειας ανά νουκλεόνιο με αποτέλεσμα να καταλήγουμε σε αυτή την μεγάλη τιμή της ενέργειας.



Εικ. 3.5. Φαίνεται η μορφή του δυναμικού για συναρτήσεις που είναι coherent και για αυτές που δεν είναι και παρατηρούμε την ομαλή σύγκλιση που έχουν για μεγάλες αποστάσεις. (Βλ. Αναφορά 3).

3.5 Μη σχετικιστικές προσεγγίσεις. Η Brueckner-Hartree-Fock.

Μια μέθοδος προκειμένου να εφαρμόσουμε ρεαλιστικές δυνάμεις για την αλληλεπίδραση N-N, και να ξεπεράσουμε τις αδυναμίες της Hartree-Fock, είναι να λύσουμε το πρόβλημα δύο αλληλεπιδρόντων νουκλεονίων, παρουσία άλλων λύνοντας την εξίσωση Bethe-Goldstone:

$$G(Z) = V + V\frac{Q_{Pauli}}{Z - H_0}G(Z) \tag{3.51}$$

Αυτή είναι η εξίσωση Bethe-Goldstone και είναι όμοια με την εξίσωση Lippmann-Schwinger για τον πίνακα σκέδασης T_{scat}, ο οποίος είναι η λύση για το πρόβλημα αλληλεπίδρασης των δύο νουκλεονίων στο κενό. Μια διαφορά προκύπτει λόγω των τελεστών Pauli, οι οποίοι είναι η προβολή στις καταστάσεις δύο σωματιδίων με τα δύο αλληλεπιδρώντα νουκλεόνια πάνω από τη θάλλασα Fermi. Επιπλέον ο παρανομαστής της σχέσης (3.52) καθορίζεται μέσω των ενεργειών του προβλήματος των πολλών σωμάτων και όχι τόσο από τη χρήση καθαρά των κινητικών ενεργειών . Αυτό σημαίνει ότι ο διαδότης $Q_{Pauli}/(Z - H_0)$ αναπαριστά το μέρος της αδιατάρακτης συνάρτησης δύο σωματιδίων στο πυρηνικό μέσο, το οποίο περιγράφει τη διάδοση των ενδιάμεσων καταστάσεων με θετική ενέργεια. Σε ευθεία αναλογία με τον πίνακα σκέδασης T_{scat}, ο πίνακας G που προκύπτει από την εξίσωση Bethe-Goldstone μπορεί επίσης να κατανοηθεί σαν μια ενεργός αλληλεπίδραση δύο σωμάτων, η οποία αν εφαρμοστεί στην ασυσχέτιστη κατάσταση δύο σωμάτων, δίνει το ίδιο αποτέλεσμα με την απλή αλληλεπίδραση V όταν εφαρμοστεί στην συσχετισμένη κυματοσυνάρτηση.

Η ενέργεια του απλού σωματιδίου στην προσέγγιση Bruecner-Hartree-Fock, δίνεται από την ακόλουθη εξίσωση:

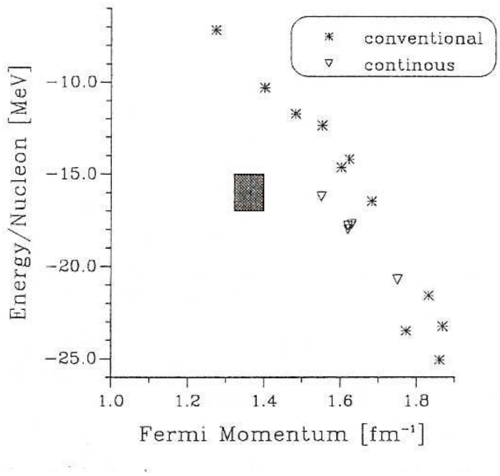
$$\varepsilon_k^{BHF} = \frac{k^2}{2m} + \sum_{a<F}\langle ka|G|ka\rangle_A = \frac{k^2}{2m} + \sum_{a<F}\langle ka|G(Z = \varepsilon_k^{BHF} + \varepsilon_\alpha^{BHF})|ka\rangle_A \tag{3.52}$$

και προκειμένου να έχουμε έναν έγκυρο ορισμό για το Z σε αυτή την εξίσωση πρέπει να θεωρήσουμε καταστάσεις με ορμή k κάτω από την ορμή Fermi.

Η εισαγωγή των NN αλληλεπιδράσεων στην προσέγγιση B.H.F. διόρθωσε τα προβλήματα της H.F προσέγγισης. Οι προβλέψεις για τις ενέργειες είναι της τάξης των 10MeV ανά νουκλεόνιο.

Η προσέγγιση BHF μας δίνει μια πρώτη εκτίμηση της ενέργειας της πυρηνικής ύλης σαν συνάρτηση της ενέργειας και επομένως για την καταστατική εξίσωση της ψυχρής ύλης, η οποία προκύπτει από ένα ρεαλιστικό δυναμικό NN και μας δίνει αποτελέσματα τα οποία συμφωνούν στην συνηθισμένη πυκνότητα με την πυρηνική ύλη. Ψάχνοντας για το σημείο κόρου της πυρηνικής ύλης, το οποίο καθορίζεται ως το ελάχιστο της εξίσωσης 3.52 και βρίσκουμε ότι η προσέγγιση BHF προβλέπει το -10,3 MeV σε ορμή της τάξης του $k_F = 1{,}4\, fm^{-1}$, το οποίο σημαίνει μια μηδενική ενέργειας σύνδεσης και μια πυκνότητα κόρου που είναι πολύ μεγάλη συγκρινόμενη με την εμπειρική τιμή (-16MeV σε $k_F = 1{,}36\, fm^{-1}$).

Αλλάζοντας τον τύπο της NN αλληλεπίδρασης ελπίζαμε ότι θα μπορούσαμε να βελτιώσουμε τις θεωρητικές προβλέψεις των ιδιοτήτων του κόρου και να τις φέρουμε πιο κοντά στα πειραματικά δεδομένα. Έτσι ο υπολογισμός του σημείου κόρου επαναλήφθηκε στην προσέγγιση B.H.F για διάφορα ρεαλιστικά δυναμικά της NN αλληλεπίδρασης. Αλλά προκύπτει και ένα άλλο πρόβλημα. Κάποια μοντέλα αν και προέβλεπαν το σωστό σημείο κόρου, δεν προέβλεπαν σωστά τις σωστές πυκνότητες, τοποθετόντας το σημείο κόρου σε πυκνότητες διπλάσιες των κανονικών. Το τοποθετούσαν σε πυκνότητες των $1{,}68\, fm^{-1}$ αντί για τις $1{,}36\, fm^{-1}$.



Εικ.3.6 Σημεία κόρου της πυρηνικής ύλης, υπολογισμένα στην προσέγγιση BHF, για διάφορα δυναμικά αλληλεπίδρασης NN. Τα αποτελέσματα παριστάνονται τόσο με την συνεχή όσο και με την συμβατική επιλογή της αδιατάρακτης Χαμιλτονιανής. Το παραλληλόγραμμο αντιστοιχεί στα εμπειρικά δεδομένα.

Αυτό το σύνολο των σημείων κόρου, ονομάζεται Coester Band, μιας και αυτή η ιδιότητα πρωτοπαρατηρήθηκε από τον Coester. Ένα παρόμοιο φαινόμενο υπάρχει για ένα σύστημα τριών σωματιδίων και στον υπολογισμό των ιδιοτήτων της βασικής κατάστασης των πεπερασμένων πυρήνων.

Μοντέλα που δίνουν πολύ μεγάλες ενέργειες σε μεγάλες πυκνότητες κόρου, συνήθως περιέχουν και μια ασθενή τανυστική δύναμη. Τα μοντέρνα δυναμικά O.B.E με μια ισχυρή ανταλλαγή ρ ανήκουν σε αυτό το είδος. Αναλόγως του δυναμικού που θα επιλέξουμε, η συνεισφορά των όρων δεύτερης ή και ανώτερης τάξης στο δυναμικό είναι περισσότερο ή λιγότερο σημαντική από τον όρο Born.

Η θεωρία αυτή θεωρήθηκε αξιόπιστη για πυκνότητες $< 2\rho_{nuc}$. Πάνω από αυτή την πυκνότητα γίνεται απαραίτητη μια προσέγγιση μεταβολών. Θα πρέπει να αναφέρουμε ότι σημαντική πρόοδος έχει γίνει και με προσεγγίσεις που ενσωματώνουν αλληλεπιδράσεις τριών ή και δύο νουκλεονίων. Αυτοί οι υπολογισμοί μπορούν να αναπαράγουν τα αποτελέσματα από την χαμηλότερης τάξης BBG.

3.6 Η αλληλεπίδραση τριών σωμάτων.

Τα τελευταία χρόνια έγινε γνωστό ότι οι δυνάμεις δύο σωμάτων δεν επαρκούν για να εξηγήσουν κάποιες από τις πυρηνικές ιδιότητες και η TIFF πρέπει να εισαχθεί. Τυπικά παραδείγματα είναι η ενέργεια σύνδεσης των ελαφριών πυρήνων, η δυναμική του spin της σκέδασης νουκλεονίου-δευτερίου και το σημείο κόρου της πυρηνικής ύλης. Η φαινομενολογική και η μικροσκοπική TBF χρησιμοποιήθηκαν κατά κόρον για να περιγράψουν τις παραπάνω ιδιότητες.

Στα πλαίσια μιας θεωρίας Brueckner, μια αξιόλογη εκτίμηση της TBF θα απαιτούσε τη λύση της εξίσωσης Bethe-Faddeev, που θα περιγράφει τη δυναμική τριών σωμάτων της πυρηνικής ύλης.. Στην πράξη εφαρμόζεται μια πολύ πιο απλή προσέγγιση, στην οποία η TBF μειώνεται σε μία εξαρτώμενη της πυκνότητας δύναμης δύο σωμάτων και αθροίζουμε ως προς το τρίτο νουκλεόνιο του μέσου παίρνοντας υπ’ όψιν τις συσχετίσεις νουκλεονίου-νουκλεονίου μέσω της BHF συνάρτησης g_{ij} :

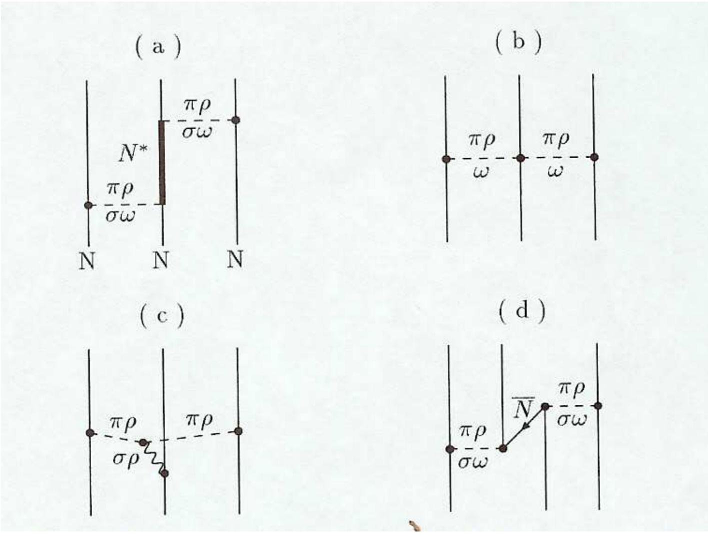
$$\langle 12|V(\rho)|1'2'\rangle = \sum_{33'} \Psi^*_{123} \langle 123|V|1'2'3'\rangle \Psi_{1'2'3'} \qquad (3.53)$$

Εδώ $\Psi_{123} = \phi_3(1-g_{13})(1-g_{23})$ και ϕ_3 είναι η ελεύθερη κυματοσυνάρτηση του τρίτου σωματιδίου. Αυτή η ενεργή δύναμη δύο σωμάτων, προστίθεται στην απλή δύναμη δύο σωμάτων και ξαναυπολογίζεται σε κάθε βήμα της παραπάνω διαδικασίας.

3.6.1 Μικροσκοπική TBF.

Η μικροσκοπική TBF βασίζεται στους μηχανισμούς ανταλλαγής μεσονίων, συνοδευόμενη από τη διέγερση συντονισμών των νουκλεονίων, όπως αναπαρίσταται από τα διαγράμματα της εικόνας 3.4. Επιπλέον η TBF που προκύπτει από τη διέγερση ενός ζεύγους NN έχει ήδη συζητηθεί. Υπάρχει όμως και μια άλλη περίπτωση λόγω της διέγερσης ισοβαρών συντονισμών Δ(1232) μέσω της ανταλλαγής ελαφριών (π,ρ) μεσονίων ή των χαμηλότερων διεγέρσεων νουκλεονίων που προκαλούνται από βαριά μεσόνια (ανταλλαγή σ και ω)

Το συνδυασμένο αποτέλεσμα αυτών των TBF είναι μια αξιοσημείωτη βελτίωση των ιδιοτήτων κορεσμού της πυρηνικής ύλης Συγκρινόμενη με την BHF όπου λαμβάνονται υπ΄όψιν δύο δυνάμεις ,η ενέργεια κορεσμού γίνεται από -18MeV, -15MeV και η πυκνότητα κόρου από 0,26 στα 0,19 fm^{-3} και ο συντελεστής συμπιεστότητας από τα 230MeV στα 210MeV. Οι ιδιότητες του spin και του isospin κάτω από την TBF, δείχνει επίσης πολύ ικανοποιητική συμπεριφορά.



Εικ 3.7 Διάφορα διαγράμματα που δείχνουν πιθανές συνεισφορές στην TBF (Βλ. Αναφορά 13).

3.6.2 Φαινομενολογικές TBF.

Μια δεύτερη κλάση TBF που χρησιμοποιείται ευρέως στην βιβλιογραφία, και κυρίως για συγκεκριμένους υπολογισμούς μεταβολών του πεπερασμένου πυρήνα και της πυρηνικής ύλης, είναι η φαινομενολογική Urbanna TBF. Θυμίζουμε ότι το Urbanna IX TBF model, περιέχει ένα δυναμικό ανταλλαγής δύο πιονίων $V_{ijk}^{2\pi}$, υποστηριζόμενα από έναν φαινομενολογικό όρο άπωσης V_{ijk}^{R}:

$$V_{ijk} = V_{ijk}^{2\pi} + V_{ijk}^{R} \tag{3.54}$$

όπου:

$$\begin{aligned} V_{ijk}^{2\pi} &= \mathrm{A}\sum_{cyc}\left[\left\{X_{ij}, X_{jk}\right\}\left\{\tau_i\tau_j\tau_j\tau_k\right\} + \frac{1}{4}\left[X_{ij}, X_{jk}\right]\left[\tau_i\tau_j\tau_j\tau_k\right]\right] \\ V_{ijk}^{\mathrm{P}} &= U\sum_{cyc}\mathrm{T}^2\left(m_\pi r_{ij}\right)T^2\left(m_\pi r_{jk}\right) \end{aligned} \tag{3.55}$$

Ο τελεστής ανταλλαγής δύο πιονίων X_{ij} δίνεται από την:

$$X_{ij} = Y\left(m_\pi r_{ij}\right)\vec{\sigma}_i\vec{\sigma}_j + T\left(m_\pi r_{ij}\right)S_{ij} \tag{3.56}$$

όπου $S_{ij} = 3(\sigma_i \mathbf{r}_{ij})(\sigma_j \mathbf{r}_{ij}) - \vec{\sigma}_i\vec{\sigma}_j$ είναι ο τανυστικός τελεστής και **σ** και **τ** είναι οι τελεστές του spin και του isospin. Y και T είναι οι συναρτήσεις Yukawa και οι τανυστικές συναρτήσεις αντίστοιχα. Μετά τη μείωση της TBF σε μία ενεργό εξαρτώμενη της πυκνότητας, δύναμη δύο σωμάτων με την αθροιστική διαδικασία που αναφέραμε παραπάνω, το προκύπτων δυναμικό δύο σωμάτων θα έχει μια σχετικά απλή δομή περιλαμβάνοντας μια κεντρική και μια τανυστικής συνιστώσα για την ανταλλαγή δύο σωματιδίων και ένα απωστικό κεντρικό δυναμικό:

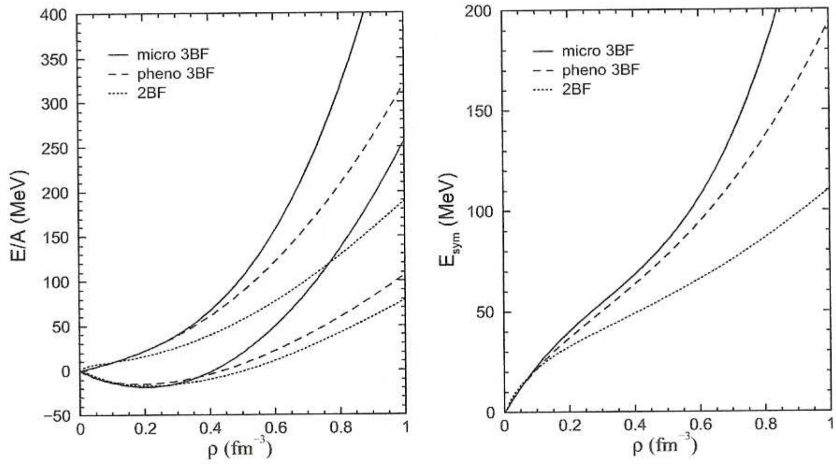
$$V_{ij}^{pheno}(\mathbf{r}) = (\tau_i\tau_j)\left[\left(\sigma_i\sigma_j\right)V_c^{2\pi}(r) + S_{ij}(\mathbf{r})V_T^{2\pi}(r)\right] + V^R(r)$$

ενώ το αντίστοιχο δυναμικό από την μικροσκοπική TBF έχει πέντε όρους

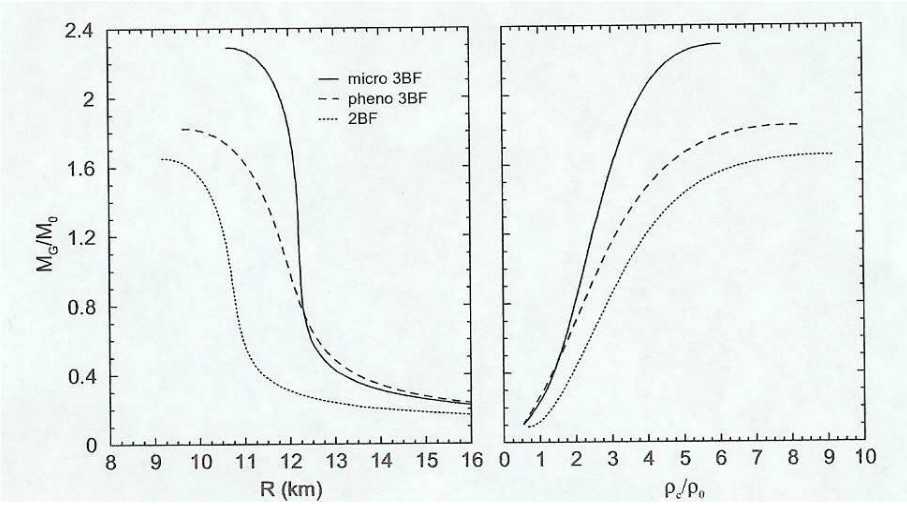
$$\overline{V}_{ij}^{micro}(\mathbf{r}) = \left(\tau_i\tau_j\right)\left(\sigma_i\sigma_j\right)V_C^{\tau\sigma}(r) + \left(\sigma_i\sigma_j\right)V_C^{\sigma}(r) + V_C(r) + S_{ij}(\mathbf{r})\Big[\left(\tau_i\tau_j V_T^{\tau}(r) + V_T(r)\right)\Big]. \tag{3.57}$$

Στην προσέγγιση των μεταβολών, οι δύο παράμετροι A και U καθορίζονται από το fit της ενέργειας σύνδεσης κάποιου πρωτονίου μαζί με την πυκνότητα του κόρου της πυρηνικής ύλης (που δίνουν ωστόσο μια έλξη της τάξης του E/A= -12 MeV). Στους υπολογισμούς της BHF επιλέγονται έτσι ώστε να αναπαράγουν την εμπειρική πυκνότητα κόρου μαζί με την ενέργεια σύνδεσης της πυρηνικής ύλης. Οι προκύπτουσες τιμές των παραμέτρων είναι A= - 0,0293 MeV και U=0,0048 MeV στο μοντέλο μεταβολών Urbanna IX, ενώ για τους υπολογισμούς BHF και TBF απαιτούμε A= - 0,0333 MeV και U= 0,00038 MeV που δίνουν το σημείο κόρου σε πυκνότητες της τάξης $k_F = 1{,}36\, fm^{-1}, E/A = -15{,}5 MeV$ και έναν παράγοντα συμπιεστότητας της τάξης του K=210.

Αυτές οι τιμές των A και U βρέθηκαν με την χρήση ενός δυναμικού δύο σωμάτων Argonne u_{18} τόσο στην BHF όσο και στις θεωρίες μεταβολών πολλών σωμάτων.



Εικ 3.8. Αριστερό διάγραμμα: Ενέργεια σύνδεσης ανά νουκλεόνιο της συμμετρικής πυρηνικής ύλης(κάτω καμπύλες) και για ύλη αστέρα νετρονίων (πάνω καμπύλες), εφαρμόζοντας διαφορετικά είδη της προσέγγισης ΤΡΙΩΝ ΣΩΜΑΤΩΝ (TBF). (Βλ Αναφορά 13).



Εικ 3.9 Η βαρυτική μάζα του αστέρα νετρονίων παριστάνεται συναρτήση της ακτίνας του αστέρα και συναρτήση της κεντρικής πυκνότητας στο αριστερό και στο δεξί σχήμα αντίστοιχα. (Βλ Αναφορά 9 & 13).

3.7 Σχετικιστικά Φαινόμενα.

3.7.1 Το μοντέλο Walecka για την πυρηνική ύλη.

Μέχρι αυτού του σημείου έχουμε θεωρήσει μια μη σχετικιστική θεωρία πολλών σωμάτων για να περιγράψουμε τις ιδιότητες των πυρηνικών συστημάτων. Με μια πρώτη ματιά αυτό δικαιολογείται από τις ακόλουθες σκέψεις. Το βάθος του δυναμικού ενός απλού σωματιδίου ή αλλιώς η self energy πρέπει να είναι γύρω στα 60 MeV για πεπερασμένους πυρήνες και 80 MeV για την πυρηνική ύλη. Αυτό είναι σχετικά μικρό συγκρινόμενο με την μάζα ηρεμίας των νουκλεονίων, m=938MeV και επομένως τα σχετικιστικά φαινόμενα θα έπρεπε να είναι αμελητέα.

Αυτό το επιχείρημα αμφισβητείται από φαινομενολογικά μοντέλα, που υπολογίζουν τόσο τους νουκλεονικούς όσο και τους μεσονικούς βαθμούς ελευθερίας όπως είναι το Walecka model. Το αρχικό σημείο σε αυτά τα μοντέλα είναι σχετικιστικά αναλλοίωτες Λαγκρανζιανές, για μια θεωρία πεδίου νουκλεονίων, που αναπαρίστανται από τα πεδία Dirac Ψ, ένα βαθμωτό μεσόνιο σ (mass m_σ) και ένα διανυσματικό μεσόνιο ω (μάζας m_ω). Επίσης οι παράμετροι αυτών των θεωριών καθορίζονται με βάση δεδομένα που αφορούν την πυκνότητα κόρου, την ενέργεια ανά νουκλεόνιο, τον συντελεστή συμπιεστότητας, την ενέργεια ασυμμετρίας κ.α παραμέτρους.

Για συστήματα που είναι αμετάβλητα κάτω από μετατοπίσεις, η ιδιοενέργεια για τα νουκλεόνια με ορμή k προέρχεται από τρείς συνεισφορές, εξαρτώμενες από τις ιδιότητες μετασχηματισμού:

$$M\left(k\right)=M^{S}\left(k\right)-\gamma^{0}\mathrm{M}^{0}(k)+\gamma\mathbf{k}\mathrm{M}^{v}(k) \tag{3.58}$$

Αν εισάγουμε αυτή την ιδιοενέργεια στις εξισώσεις Dirac, οι εξισώσεις Dirac γράφονται στην αναπαράσταση του χώρου ορμών:

$$\left[\gamma\mathbf{k}+m+M(k)\right]\tilde{u}(k,\lambda)=\gamma_{0}\mathrm{E}\left(k\right)\tilde{u}\left(k,\lambda\right) \tag{3.59}$$

$$\left[\gamma\mathbf{k}^* + m^*(k)\right]\tilde{u}(k,\lambda) = \gamma_0 \mathrm{E}^*(k)\tilde{u}(k,\lambda) \tag{3.60}$$

Και συγκρίνοντας την 3.60 με το spinor του ελεύθερου σωματιδίου που περιγράφει την πυρηνική ύλη και έχει την παρακάτω μορφή:

$$\tilde{u}(\mathbf{k},\lambda) = \sqrt{\frac{2m}{E^*(k)+m^*}}\begin{pmatrix} 1 \\ \dfrac{\sigma k}{E^* + m*} \end{pmatrix}|\lambda\rangle \tag{3.61}$$

όπου έχει κανονικοποιηθεί ώστε $\tilde{u}^+\tilde{u} = 1$. Η on-shell συνθήκη για την πυρηνική ύλη είναι: $E^*(k)^2 = m^*(k)^2 + k^{*2}$

Στο επίπεδο της προσέγγισης Hartree-Fock, αν υποθέσουμε την ανταλλαγή ενός βαθμωτού σ και ενός διανυσματικού μεσονίου ω, οι διαφορετικές συνεισφορές στην ιδιοενέργεια δίνονται από την:

$$\begin{aligned}
\mathcal{M}^{\mathrm{s}}(k) &= -\left(\frac{g_\sigma}{m_\sigma}\right)^2 n_{\mathrm{s}} \\
&\quad + \frac{1}{(4\pi)^2}\frac{1}{k}\int_0^{k_{\mathrm{F}}} q\mathrm{d}q \frac{m^*(q)}{E^*(q)}\left[g_\sigma^2 \Theta_\sigma(k,q) - 4g_\omega^2\Theta_\omega(k,q)\right] \\
\mathcal{M}^0(k) &= -\left(\frac{g_\omega}{m_\omega}\right)^2 n_0 \\
&\quad - \frac{1}{(4\pi)^2}\frac{1}{k}\int_0^{k_{\mathrm{F}}} q\mathrm{d}q \left[g_\sigma^2\Theta_\sigma(k,q) + 2g_\omega^2\Theta_\omega(k,q)\right], \\
\mathcal{M}^{\mathrm{v}}(k) &= -\frac{1}{(4\pi k)^2}\int_0^{k_{\mathrm{F}}} q\mathrm{d}q \frac{q^*}{E^*(q)} \\
&\quad \times \left[2g_\sigma^2 \Gamma_\sigma(k,q) + 4G_\omega^2\gamma_\omega(k,q)\right].
\end{aligned}$$

Οι παράμετροι αυτού του Dirac-Hartree-Fock μοντέλου g_σ και g_ω μπορούν να προσαρμοστούν για να πάρουμε το εμπειρικό σημείο κόρου της πυρηνικής ύλης (οι μάζες του σ και του ω δίνονται από τον πίνακα παραμέτρων του Ο.Β.Ε).

Αυτά τα fits οδηγούν σε αλληλοαναιρέσεις των διαφόρων συνεισφορών στην ιδιοενέργεια. Το βαθμωτό μέρος $\mathbf{M}^S$ οφείλεται κυρίως στην ανταλλαγή του σ μεσονίου και είναι πολύ ελκτικό οδηγώντας σε τιμές της τάξης του -400MeV στην πυκνότητα κόρου. Η μηδενική συνιστώσα του διανυσματικού όρου M^0, που κυριαρχείται από την ανταλλαγή του ω-μεσονίου δίνει μια απωστική συνεισφορά των 320MeV στην ενέργεια E(k). Επομένως το net effect της NN αλληλεπίδρασης είναι μικρό συγκρινόμενο με την μάζα ηρεμίας των νουκλεονίων. Αυτό είναι σε συμφωνία με τις πειραματικές παρατηρήσεις και οδήγησε στο συμπέρασμα ότι τα σχετικιστικά φαινόμενα μπορούν να αγνοηθούν.

Τα αποτελέσματα του Walecka model μας δείχνουν ότι η μικρή ενέργεια σύνδεσης οφείλεται σε μια ακύρωση των ισχυρών ελκτικών και απωστικών συνιστωσών. Οι διάφορες συνεισφορές στην ιδιοενέργεια Μ είναι συγκρίσιμες με την μάζα ηρεμίας των νουκλεονίων. Μιας και έχουν τελείως διαφορετικές ιδιότητες μετασχηματισμού κάτω από τους μετασχηματισμούς Lorentz, μπαίνουν στην εξίσωση Dirac με διαφορετικό τρόπο. Η βαθμωτή συνιστώσα M^s

μπορεί να εκφραστεί συναρτήσει της ενεργής μάζας m^* η οποία είναι σαφώς μικρότερη από τη γυμνή μάζα. Αυτό οδηγεί σε λύσεις της εξίσωσης Dirac u που δείχνουν μια ενίσχυση των μικρών συνιστωσών, σε σύγκριση με τα spinors των νουκλεονίων ίδια ορμής στο κενό. Περισσότερες λεπτομέρειες για το μοντέλο Walecka και την εφαρμογή του στην περιγραφή της ύλης του αστέρα νετρονίων δίνονται στο 5^o κεφάλαιο.

3.8 Σύνοψη

Μπορεί κανείς να αναρωτηθεί γιατί δεν χρησιμοποιούμε την δική μας βασική θεωρία για τις διάφορες αλληλεπιδράσεις των βαρυονίων που είναι η Q.C.D αντί να έχουμε όλες αυτές τις διαφορετικές περιγραφές της αλληλεπίδρασης NN. Ο λόγος είναι ότι παρ' όλο που η Q.C.D είναι πολύ χρήσιμη σε διαδικασίες που περιλαμβάνουν μεγάλες ενέργειες και μεταφορές ορμής, δεν επεκτείνεται καλά σε συστήματα στις χαμηλές ενέργειες όπως τα συστήματα της βαρυονικής ύλης στα αστρικά σώματα. Αυτό σημαίνει ότι κάποιος δεν μπορεί να περιγράψει τις ιδιότητες των απλών νουκλεονίων από τη βασική θεωρία των ισχυρά αλληλεπιδρώντων σωματιδίων. Επομένως είναι προς το παρόν αδύνατο να περιγράψουμε τις ιδιότητες των απλών πυρήνων από τη βασική θεωρία των ισχυρά αλληλεπιδρώντων σωματιδίων.

Προκειμένου να προχωρήσουμε με τους υπολογισμούς μας, πρέπει να υποθέσουμε σε καθαρά φαινομενολογική βάση, ότι μια αλληλεπίδραση μεταξύ δύο νουκλεονίων μπορεί να βρεθεί προσαρμόζοντας τις παραμέτρους αυτών των αλληλεπιδράσεων με τέτοιο τρόπο που υπολογισμοί όπως αυτοί της Hartree-Fock να αναπαράγουν τις βασικές πειραματικές ιδιότητες, όπως τις ενέργειες σύνδεσης και τις ακτίνες των πυρήνων.

Μέσα σε αυτή τη φαινομενολογική προσέγγιση μπορεί κανείς να βρει μια ακριβή περιγραφή για τις μακροσκοπικές ιδιότητες των πυρήνων. Αυτό σημαίνει ότι αυτά τα μοντέλα μας δίνουν μια περιγραφή της πυρηνικής ύλης στις συνηθισμένες πυκνότητες. Εδώ και στα επόμενα το όνομα πυρηνική ύλη σημαίνει ένα τεχνητό σύστημα που επινοήθηκε από τους θεωρητικούς φυσικούς. Θεωρούμε ένα ομογενές άπειρο σύστημα πρωτονίων και νετρονίων που αλληλεπιδρούν μόνο μέσω της ισχυρής αλληλεπίδρασης ενώ η άπωση Coulomb μεταξύ των πρωτονίων τίθεται ανενεργή. Αυτό το σύστημα αντιστοιχεί σε έναν πυρήνα χωρίς φαινόμενα επιφάνειας, και χωρίς αλληλεπιδράσεις Coulomb. Επομένως η πειραματική τιμή για την ενέργεια σύνδεσης του συστήματος βρίσκεται από τον όρο του όγκου στον ημιεμπειρικό τύπο της μάζας των Bethe-Weizsazker για την ενέργεια σύνδεσης των πυρήνων. Επιπλέον μπορεί κανείς να βρει την πυκνότητα της πυρηνικής ύλης, χωρία καμία εξωτερική πίεση από την πυκνότητα των νουκλεονίων στο εσωτερικό μεγάλων πυρήνων. Αυτό σημαίνει ότι ξέρουμε το ελάχιστο του διαγράμματος ενέργειας-πυκνότητας της πυρηνικής ύλης από εμπειρικά δεδομένα. Η ενέργεια του σημείου κόρου της πυρηνικής ύλης είναι περίπου -16 MeV ανά νουκλεόνιο σε μια πυκνότητα των 0,16 νουκλεονίων ανα fm^3

Επιπλέον μπορεί κανείς να προσπαθήσει να υπολογίσει την κλίση της καμπύλης ενέργειας-πυκνότητας η οποία σχετίζεται με την ασυμπιεστότητα της πυρηνικής ύλης μέσω του:

$$K = 9n_0^2 \frac{\partial^2 E}{\partial n^2}_{n=n_0} \tag{3.70}$$

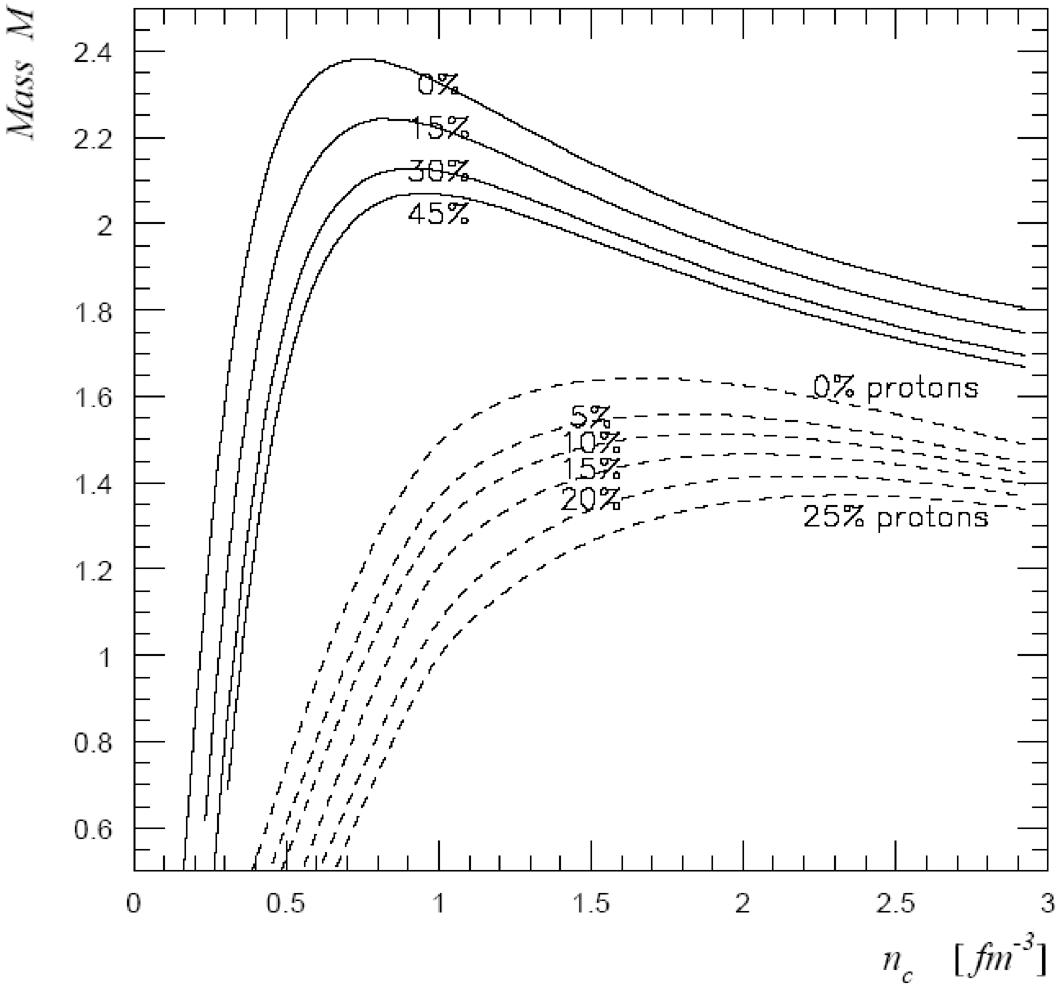
Είναι εμφανές ότι τα φαινομενολογικά μοντέλα για την NN αλληλεπίδραση τα οποία απλώς προσαρμόζονται για να περιγράψουν τις ιδιότητες της συμμετρικής πυρηνικής ύλης στις συνηθισμένες πυκνότητες κόρου δεν επαρκούν για να μας δώσουν επαρκείς προβλέψεις για τις ιδιότητες της πυρηνικής ύλης σε πολύ μεγαλύτερες πυκνότητες. Επιπλέον είναι προφανές από τα αποτελέσματα πειραμάτων knock-out ότι οι πυρήνες είναι πολύπλοκα συστήματα πολλών σωμάτων που δεν μπορούν να περιγραφούν από μια απλή θεωρία μέσου πεδίου ή από μια προσέγγιση Hartree-Fock όπως γίνεται με τις φαινομενολογικές περιγραφές των δυνάμεων NN. Όπως ήδη είπαμε χρειάζεται μια αντιμετώπιση των συσχετίσεων πέρα από την Hartree-Fock, προκειμένου να βρούμε μια αξιόπιστη περιγραφή του προβλήματος πολλών σωμάτων.

Για αυτό τον λόγο θα επικεντρώσουμε τη συζήτησή για τις καταστατικές εξισώσεις σε αυτές που βρέθηκαν με ρεαλιστικά μοντέλα για τις NN αλληλεπιδράσεις. Δηλαδή με αλληλεπιδράσεις που αναπαράγουν σωστά τα πειραματικά δεδομένα, όπως είναι η ενέργεια και οι ηλεκτρομαγνητικές ιδιότητες των δέσμιων συστημάτων δύο σωμάτων. Μια τέτοια υπόθεση είναι και ότι η αλληλεπίδραση NN στηρίζεται στην ανταλλαγή μεσονίων ή ένα ενεργό μοντέλο quark.

Έτσι η ελπίδα είναι ότι τέτοιο υπολογισμοί πολλών σωμάτων θα αναπαράγουν τις ιδιότητες της πυρηνικής ύλης, γύρω από την πυκνότητα του κόρου χωρίς την προσθήκη άλλων παραμέτρων Αυτό σημαίνει ότι έχουμε ένα εργαλείο για την πρόβλεψη της βαρυονικής ύλης σε συνηθισμένες πυκνότητες n_0 από τις ιδιότητες των αλληλεπιδρόντων νουκλεονίων στο κενό (n=0). Μια τέτοια θεωρία θα έπρεπε να μας δίνει αξιόπιστες προβλέψεις για τις ιδιότητες της βαρυονικής ύλης μέχρι πυκνοτήτων που είναι λίγες φορές υψηλότερες από την πυκνότητα κόρου n_0.

Η διαδικασία που μόλις περιγράψαμε, καθορίζει το κλασσικό ή το συμβατικό μοντέλο της βαρυονικής ύλης. Τα βασικά συμπεράσματα αυτού του συμβατικού μοντέλου είναι ότι τα νουκλεόνια είναι οι βασικοί δομικοί λίθοι της βαρυονικής ύλης και δεν αλλάζουν τις ιδιότητες τους στο μέσο της βαρυονικής ύλης. Μπορεί κανείς να υποθέσει ότι η απλή αλληλεπίδραση μεταξύ των νουκλεονίων στο μέσο είναι ταυτόσημη με την αλληλεπίδραση δύο νουκλεονίων στο κενό. Οι δραματικές αλλαγές που λαμβάνουν χώρα σε υψηλές πυκνότητες του πυρήνα μπορούν εύκολα να γίνουν κατανοητές αν θυμηθεί κανείς τα τυπικά μήκη των ακτινών των νουκλεονίων τα οποία είναι γύρω στα 0,8 fm και της μέσης απόστασης μεταξύ των δύο γειτονικών νουκλεονίων, η οποία είναι περίπου 1,9fm, για πυρηνική ύλη στην πυκνότητα κόρου. Αυτό δείχνει ότι η πυρηνική ύλη είναι ένα πολύ πυκνό σύστημα και μπορεί κανείς εύκολα να φανταστεί ότι η κατανομή των quark σε ένα νουκλεόνιο επηρεάζεται από την παρουσία άλλων. Αυτό μας φέρνει στην ιδέα που εκφράσαμε στην αρχή του κεφαλαίου ότι μπορεί να μην επιτραπεί σε κάποιον να θεωρήσει τα νουκλεόνια σαν σωματίδια με εσωτερική δομή. Πρέπει να έχουμε υπ' όψιν μας πιθανούς βαθμούς διέγερσης και τις τροποποιήσεις των νουκλεονίων στις υψηλές πυκνότητες. Όπως θα δούμε αργότερα σε αυτό το κεφάλαιο, αυτό δημιουργεί τις δυνάμεις πολλών σωμάτων. Το μέσο της βαρυονικής ύλης, θα μπορούσε να επηρεάσει τις ιδιότητες και τη διάδοση των μεσονίων, τα οποία έχουν ακτίνες σχετικά όμοιες με αυτές των βαρυονίων. Η ενεργός μάζα των μεσονίων σε ένα πυρηνικό σύστημα μπορεί να είναι διαφορετική από τη μάζα του κενού. Αυτό σημαίνει ότι το εύρος των NN αλληλεπιδράσεων, που περιγράφτηκε με όρους ανταλλαγής μεσονίων, θα είναι διαφορετικό στην πυρηνική ύλη σε σχέση με το κενό, το οποίο μας οδηγεί σε μία εξάρτηση από τη πυκνότητα της NN αλληλεπίδρασης.

Η αλλαγή των μαζών των μεσονίων στο μέσο μπορεί να είναι τόσο έντονη συγκρινόμενη με αυτών του κενού, που μπορεί να έχουμε και συμπύκνωση μποζονίων. Δηλαδή η καταστατική σε υψηλές πυκνότητες δεν αναπαριστάται πλέον από την καταστατική για την κανονική ύλη αλλά έχουμε μια αλλαγή φάσης και συμπύκνωμα πιονίων στην ύπαρξη του οποίου θα αναφερθούμε παρακάτω.



Εικ 3.10. Στην εικόνα παρουσιάζεται η σχέση μάζας-ακτίνας για σχετικιστικές(πάνω καμπύλες) και μη σχετικιστικές(κάτω καμπύλες) θεωρίες της πυρηνικής ύλης. Παρατηρείστε ότι οι πρώτες δίνουν πολύ μεγάλες μάζες σε σύγκριση με τα παρατηρησιακά μας δεδομένα ενώ οι δεύτερες πολύ μικρές. (Βλ. Αναφορά 37 & 39)

4ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ

4.1 Τα στρώματα ενός αστέρα νετρονίων.

Οι αστέρες νετρονίων είναι πλήρως σχετικιστικά αντικείμενα. Η δομή τους δεν μπορεί να περιγραφεί στα πλαίσια της Γενικής Σχετικότητας.

Θεωρούμε το ακόλουθο σύστημα: ένα τέλειο υγρό, σφαιρικά συμμετρικό, σε ηρεμία. Χρησιμοποιούμε σφαιρικές συντεταγμένες (r,θ,φ). Δηλώνουμε την πίεση σε μία ακτίνα r ως P(r) και την ενεργειακή πυκνότητα, που περιέχει όλες τις πιθανές συνεισφορές εκτός από την βαρυτική ενέργεια ρ(r). Με αυτά τα συμπεράσματα, οι εξισώσεις του Einstein δίνουν τις ακόλουθες διαφορικές εξισώσεις πρώτης τάξης γνωστές ως εξισώσεις Tolman-Oppenheimer-Volkoff:

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{G\rho m}{r^2}\frac{\left(1+\frac{P}{\rho}\right)\left(1+\frac{4\pi \mathrm{P}r^3}{m}\right)}{\left(1-\frac{2Gm}{r}\right)} \tag{4.1}$$

$$\frac{dm(r)}{dr} = 4\pi r^2 \rho(r) \tag{4.2}$$

Η δεύτερη εξίσωση καθορίζει απλώς την ποσότητα m(r), η οποία εισάγεται από τη λύση των εξισώσεων Einstein και αναπαριστά την ολική ενέργεια που περιέχεται σε μια σφαίρα ακτίνας r. Επομένως στο σημείο r=0, το m πρέπει να είναι μηδέν και στο r=R, η μάζα m είναι η ολική μάζα M του αστέρα. Το πως προκύπτουν οι εξισώσεις T.O.V μπορεί εύκολα να βρεθεί σε κάθε εισαγωγικό βιβλίο σχετικότητας.

Ο παράγοντας $-G\rho m/r^2$ στο δεξί μέλος της εξίσωσης (4.6) δεν είναι τίποτε άλλο παρά ένας όρος της κλασσικής εξίσωσης για υδροστατική ισορροπία για ένα τέλειο ρευστό. Επομένως η εξίσωση T.O.V φαίνεται να είναι η σχετικιστική έκδοση της υδροστατικής ισορροπίας, όπου ο Νευτώνειος όρος πολλαπλασιάζεται με σχετικιστικές διορθώσεις που προκύπτουν από τη κλίση του χωροχρόνου λόγω πεπερασμένης ενεργειακής πυκνότητας ρ. Οι άγνωστοι σε αυτές τις δύο εξισώσεις είναι το ρ,P και το m. Πρέπει πάντοτε να έχουμε μια τρίτη εξίσωση για το σύστημά μας, την ζητούμενη καταστατική εξίσωση P=P(ρ) η οποία περιέχει την μικροφυσική της ύλης στον αστέρα.

Το δεξί μέλος των T.O.V είναι πάντα αρνητικό και επομένως η πίεση στον αστέρα μειώνεται μονότονα από το κέντρο του προς την επιφάνεια. Οι παραπάνω εξισώσεις λύνονται αριθμητικά από το (r=0) μέχρι να μηδενιστεί η πίεση. Η ακτίνα στην οποία η πίεση μηδενίζεται είναι η ακτίνα του αστέρα R. Η αρχική συνθήκη για την m(r) είναι σταθερή: m(0)=0 επειδή το κεντρικό σημείο δεν περιέχει καθόλου ενέργεια. Επιλέγουμε την τιμή της κεντρικής πίεσης ή της κεντρικής ενεργειακής πυκνότητας. Επομένως παίρνουμε τις ακολουθίες των P(r) , ρ(r) , m(r) και η τιμή της ακτίνας του αστέρα R και η ολική ενέργεια M=m(R). Λύνοντας την εξίσωση για διάφορες τιμές της κεντρικής ενέργειας παίρνουμε όσο το δυνατόν περισσότερες τιμές του M και του R, κατασκευάζοντας μια σχέση μάζας-ακτίνας.

Η ακριβής γνώση της μέγιστης μάζας και ακτίνας, μιας οικογένειας αστέρων, μας επιτρέπει την ταύτιση των παρατηρούμενων αντικειμένων. Προς το παρόν, όλα όσα ξέρουμε γύρω από ένα αντικείμενο $10M_o > M > 1M_o$ και $R < 50km$ είναι ότι είναι είτε ένας αστέρας νετρονίων , είτε ένας αστέρας quark είτε μια μαύρη τρύπα. Αν ξέρουμε τη μέγιστη μάζα $M_{\max}$ του αστέρα νετρονίων, τότε ένα αντικείμενο με $M \geq M_{\max}$ είναι απαραίτητα μια μαύρη τρύπα ή ένας αστέρας quark. Για την ακρίβεια χρειαζόμαστε και τη σχέση μάζας ακτίνας και την υποθετική τρίτη οικογένεια και την επιβεβαίωση της ύπαρξής της, έτσι ώστε να μπορούμε να ξεχωρίσουμε στα σίγουρα μια μαύρη τρύπα από τους συμπαγείς αστέρες και τους συμπαγείς αστέρες μεταξύ τους. Για να ξεχωρίσουμε αντικείμενα με $M \leq M_{\max}$ η ακριβής γνώση της σχέσης μάζας-ακτίνας και των ακτινών αυτών των αντικειμένων χρειάζεται.

Έπειτα ξέροντας τι είδος αντικειμένων παρατηρούμε μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τις παρατηρούμενες ιδιότητες για να περιορίσουμε τα μοντέλα για τις λιγότερο γνωστές καταστατικές της πυκνής, ψυχρής ύλης και να αποκλείσουμε μερικές.

Παρακάτω έχουμε μια μικρή λίστα, διαφορετικών στρωμάτων σε έναν αστέρα νετρονίων και των φαινομένων που συμπεριλαμβάνονται. Το πάχος, κάθε φάσης δίνεται για ένα τυπικό αστέρι νετρονίων, με μάζα $\approx 1M_{\circ}$:

1) Ατμόσφαιρα. Η σύστασή της παίζει σημαντικό ρόλο στα μετρούμενα φάσματα από τους Pulsar, μιας και η φασματική τους κατανομή δεν είναι αυτή ενός μέλανος σώματος.. Είναι έντονα μαγνητισμένη.
2) Φάκελος: Στρώμα λίγων εκατοστών που παίζει σημαντικό ρόλο στην ψύξη του αστέρα. Λειτουργεί σαν στρόφιγγα που καθορίζει πόσο γρήγορα ψύχεται ο αστέρας. Το αν αποτελείται από βαριά ή ελαφριά στοιχεία είναι ένα πολύ σημαντικό, αλλά δυστυχώς αναπάντητο ερώτημα.
3) Εξωτερική κρούστα: $10^4 \leq \rho \leq 10^{11} g/cm^3$, λίγα εκατοντάδες μέτρα. Το πλέγμα των πλούσιων σε νετρόνια πυρήνων σε ένα ελεύθερο αέριο σχετικιστικών ηλεκτρονίων.
4) Γραμμή κόρου νετρονίου-πρωτονίου. Σε αυτό το σημείο $(\rho \approx 4{,}3 \times 10^{11} g/cm^3)$, τα νετρόνια στον πυρήνα είναι τόσο ασθενώς συνδεδεμένα που φεύγουν από τον πυρήνα και σταδιακά γίνονται ελεύθερα.
5) Εσωτερική κρούστα $10^{11} \leq \rho \leq 10^{14} g/cm^3$ λίγο εκατοντάδων μέτρων. Πλούσιοι σε νετρόνια πυρήνες σε ένα αέριο ηλεκτρονίων και νετρίνο, η πίεση των νετρονίων αυξάνεται σταδιακά με την πυκνότητα. Αυτή είναι η περιοχή των ελεύθερων νετρονίων.
6) Εξωτερικός πυρήνας: μέχρι $\approx 5 \times 10^{14} g/cm^3$, γύρω στα 10 km για ένα καθαρό αστέρα νετρονίων με μάζα $1M_{\circ}$, πολύ μεταβλητό κατά τα άλλα. Ο ομογενής πυρήνας του υγρού, αποτελείται κυρίως από νετρόνια, περιέχοντας και ηλεκτρόνια, πρωτόνια και μυόνια.
7) Εσωτερικός πυρήνας: Άγνωστος. Πιθανή εμφάνιση των υπερονίων στην αδρονική φάση, πιθανή μετάβαση στην deconfined ύλη quark.

Υπάρχει και μια λεπτή ατμόσφαιρα (λίγων εκατοστών) της ατομικής αεριώδους ύλης. Μόνο η κρούστα μπορεί προς το παρόν να περιγραφεί αξιόπιστα. Η μετάβαση στην περιοχή των ελεύθερων νετρονίων, αντιστοιχεί σε μια απότομη αλλαγή στην κλίση: η αποβολή νετρονίων είναι μια πρώτης τάξης αλλαγή φάσης της ύλης στη κρούστα.

Τα εξωτερικά στρώματα ενός αστέρα νετρονίων, συνεισφέρουν λίγα στις μάζες τους. Παρ' όλα αυτά η περιοχή χαμηλών πυκνοτήτων της κρούστας του αστέρα. θέτει ενδιαφέρονται φυσικά προβλήματα, τα οποία περιγράφουμε εν συντομία. Επίσης θα θεμελιώσουμε την καταστατική εξίσωση στις υψηλότερες πυκνότητες που αναφέρθηκαν νωρίτερα στη συζήτηση μας.

Θεωρήστε, την επιφάνεια του αστέρα νετρονίου, όπου η πίεση είναι μηδέν. Η συνθήκη είναι όμοια με αυτή της γής, μιας και μια ατμοσφαιρική πίεση είναι πολύ μικρή σε ότι αφορά την δομή της ύλης. Προφανώς, η φύση της ύλης χαμηλής πυκνότητας είναι εντελώς διαφορετική από την ομοιόμορφη πυκνή ύλη που περιγράφτηκε από τη θεωρία των προηγούμενων ενοτήτων. Επομένως χρειάζεται να ξέρουμε την καταστατική εξίσωση για τους αστέρες νετρονίων από μηδενική πίεση μέχρι της πίεσης στην οποία οι μεμονωμένοι πυρήνες καταστρέφονται. Αυτό είναι το εύρος πιέσεων των λευκών νάνων και επομένως οι εξωτερικές περιοχές των αστέρων νετρονίων θα αποτελούνται από ύλη κάπως παρόμοια με αυτή των λευκών νάνων.

Η χαμηλότερη μορφή ενέργειας της ύλης σε μηδενική συμπίεση και στη χαμηλότερη πιθανή μορφή ενέργειας αποτελείται από στερεό σίδηρο Fe^{56}. Ο σίδηρος είναι το πιο σταθερό στοιχείο και επομένως έχει την χαμηλότερη τιμή ενέργειας ανά νουκλεόνιο. Επομένως είναι η χαμηλότερη πυκνότητα ύλης ενός αστέρα νετρονίων, και καθορίζει την πίεση στα όρια του αστέρα, επειδή η πίεση στο στερεό σίδηρο είναι μηδέν. Στο στερεό στην επιφάνεια του αστέρα, κάποια από τα ηλεκτρόνια θα είναι στις ζώνες αγωγιμότητας. Λίγο βαθύτερα στον αστέρα, η πίεση θα είναι υψηλότερη, και τα άτομα θα συμπιέζονται, ώστε οι αποστάσεις μεταξύ των κενών, δεν θα επιτρέπουν την ύπαρξη ατόμων στη συνήθη κατάσταση- τα άτομα θα είναι πλήρως ιονισμένα.Παρ' όλα αυτά, στη πυρηνική ύλη σε πυκνότητες μικρότερες της πυρηνικής, τα άτομα θα σχηματίζουν ένα σχεδόν ομογενές μέσο στο οποίο οι θετικά φορτισμένοι πυρήνες, ελαχιστοποιούν την ολική ενέργεια με το να καταλαμβάνουν θέσεις του πλέγματος όπως έχουμε ήδη πει. Έτσι αν και μπορούμε να μιλάμε για ένα αστέρα νετρονίων, όπως περιγράφεται από τη θεωρία αυτού του κεφαλαίου, σαν ένα κβαντικό υγρό, με διάφορα σχετικιστικά, βαρυόνια και λεπτόνια, η ύλη στις χαμηλότερες πυκνότητες στην κρούστα του αστέρα είναι σε κρυσταλλική μορφή.

Αν και επιθυμητή για ακρίβεια σε όλη την εσωτερική κρούστα, μια κατάλληλη συλλογική παρά ατομική αντιμετώπιση των πυρήνων γίνεται όχι απλώς επιθυμητή αλλά πλήρως απαραίτητη για να αντιμετωπίσουμε το πρόβλημα της πυρηνικής ύλης, στην κρούστα τους αστέρα νετρονίων. Αυτή η αντιμετώπιση είναι χρήσιμη για την αντιμετώπιση προβλημάτων όπου έχουμε ροή νετρονίων ως προς το πλέγμα που σχηματίζουν οι πυρήνες.

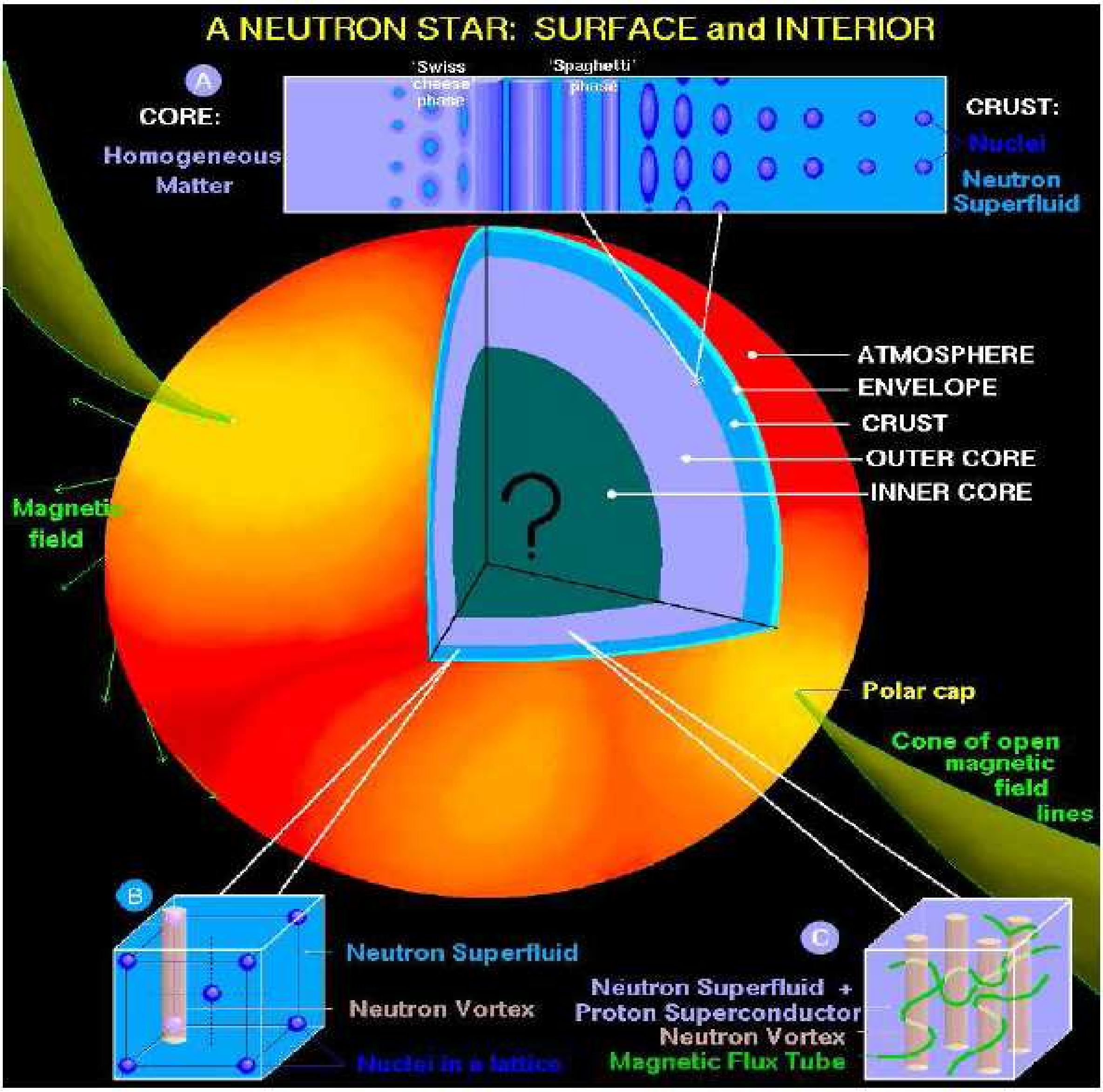
Στην εσωτερική λοιπόν κρούστα ενός αστέρα νετρονίων, σε πυκνότητες πολύ μεγαλύτερες του ορίου του κόρου, τα αδέσμευτα νετρόνια επαγωγής, μπορούν να κινούνται ελεύθερα ανάμεσα στο πλέγμα που σχηματίζουν οι πυρήνες. Η σχετική πυκνότητα ρεύματος νετρονίων είναι:

$$n^i = Kp^i \tag{4.3}$$

όπου K είναι ένας συντελεστής κινητικότητας ο οποίος δεν έχει ακόμη υπολογιστεί με ακρίβεια. Η προσπάθεια που γίνεται συνίσταται στο να εκφραστεί ως ένα ολοκλήρωμα του χώρου φάσεων της σχετικής ταχύτητας ομάδας, ως προς την επιφάνεια Fermi των νετρονίων. Μια σχέση που προκύπτει για το K είναι:

$$K = \frac{1}{3(2\pi)^3 \hbar} \oint_F u\, dS_F \tag{4.4}$$

και προκύπτει επίσης ότι είναι ανάλογος,, σε μηδενικές θερμοκρασίες, του τανυστή ηλεκτρικής αγωγιμότητας σ^{ij}, μέσω της σχέσης: $\sigma^{ij} = \tau e^2 K^{ij}$, όπου τ είναι ο σχετικός χρόνος ηρέμησης και e είναι το ηλεκτρικό φορτίο ανά σωματίδιο.



Εικ 4.1 Οι διάφορες περιοχές και η πιθανή σύστασή τους, στο εσωτερικό ενός αστέρα νετρονίων. Με ένα ερωτηματικό στη θέση του πυρήνα μιας και η σύσταση του αποτελεί και σήμερα ένα μεγάλο μυστήριο. Διακρίνεται η ατμόσφαιρα, ο φάκελος,, η κρούστα, και ο εσωτερικός και εξωτερικός πυρήνας. Ακόμη φαίνεται η πιθανότητα ύπαρξης υπέρρευστων υγρών στην κρούστα και στον πυρήνα. (Βλ. Αναφορά 43).

4.2 Η κρούστα του αστέρα νετρονίων.

Αν και όπως έχουμε ήδη πει, στην εσωτερική κρούστα εμφανίζεται ένα κρυσταλλικό πλέγμα των νετρονίων ως προς τους φορτισμένους πυρήνες, εντούτοις πρόσφατες έρευνες (βλ. N.Chamel, P.Haensel etc.) έλαβαν υπ' όψιν τους το γεγονός των μεγάλων παραμορφώσεων που υφίστανται οι πυρήνες σε αυτή την πυκνότητα, και πρότειναν ότι στο πλέγμα δεν θα διατηρούν την σφαιρική μορφή, αλλά κάποιες πιο εξωτικές μορφές όπως είναι τα spaghetti και lasagna.

A) Lasagna Phase.

Σε αυτή την περίπτωση οι πυρήνες σχηματίζουν στρώματα, παράλληλα το ένα στο άλλο και ίσης απόστασης α. Επομένως το δυναμικού ενός σώματος V, είναι περιοδικό κατά μήκος μιας μόνο διεύθυνσης και παίρνει σταθερές τιμές ως προς τις άλλες δύο. Η κυματοσυνάρτηση του σωματιδίου έχει την μορφή:

$$\phi_k(\mathbf{r}) = \phi_{k_z}(z)e^{i(k_x x + k_y y)}$$

όπου η φ(z) είναι η λύση της εξίσωσης Schrodinger μιας διάστασης. και ικανοποιεί τις περιοδικές συνθήκες:

$$\phi_{k_z}(z+a) = e^{ik_z a}\phi_{k_z}(z)$$

και η ενέργεια ενός σωματιδίου δίνεται από τη σχέση:

$$\varepsilon_\alpha(k) = \frac{\hbar^2(k_x^2 + k_y^2)}{2m} + \varepsilon_\alpha(k_z)$$

όπου α είναι ο δείκτης του στρώματος. Η ολική πυκνότητα των νετρονίων θα είναι:

$$n_n = \frac{m}{\pi^2\hbar^2}\sum_\alpha \int_0^{\pi/\alpha} dk_z(\mu - \varepsilon_\alpha)\theta(\mu - \varepsilon_\alpha)$$

Ο συντελεστής κινητικότητας, κατά μήκος του στρώματος του καζανιού είναι ίδιος με αυτόν ενός αερίου ελεύθερων νετρονίων της ίδιας πυκνότητας, ενώ ο συντελεστής κινητικότητας σε διευθύνσεις κάθετες στη διεύθυνση των lasagna, μπορεί να διαφέρει από αυτόν του αερίου νετρονίων.

B) Spaghetti phase:

Σε αυτό το μοντέλο, ο κρύσταλλος αποτελείται από πυρήνες κυλινδρικού σχήματος που τοποθετούνται σε ένα δισδιάστατο πλέγμα. Μιας και το δυναμικό ενός απλού σωματιδίου γύρω από έναν απομονωμένο πυρήνα, εξαρτάται μόνο από την απόσταση από τον πυρήνα, η συνεισφορά στο δυναμικό δεν εξαρτάται από το z, και η κυματοσυνάρτηση παίρνει τη μορφή:

$$\phi_k(r) = \phi_{k_x,k_y}(x,y)e^{ik_z z}$$

και η ενέργεια μπορεί να αναλυθεί ως εξής:

$$\varepsilon_\alpha(k) = \varepsilon_\alpha(k_x,k_y) + \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m}$$

και η ολική πυκνότητα νετρονίων είναι:

$$n_n = \frac{4}{(2\pi)^3\hbar}\sum_\alpha \int_{\mathrm{BZ}} \sqrt{2m(\mu - \varepsilon_\alpha)}\partial(\mu - \varepsilon_\alpha)dk_x dk_y$$

στην οποία ο παράγοντας 2 προκύπτει από τον περιορισμό το $k_z > 0$ και το ολοκλήρωμα υπολογίζεται στην πρώτη ζώνη Brillouin. Προκύπτει και πάλι ότι ο συντελεστής κινητικότητας ο παράλληλος στα επίπεδα των κυλίνδρων είναι ίσος με αυτόν του μη αλληλεπιδρόντως αερίου, ενώ ο κάθετος στα spaghetti, εξαρτάται από την αλληλεπίδραση των νετρονίων με τον κρύσταλλο:

$$K^{\perp} = \sqrt{\frac{m}{2}} \frac{2}{(2\pi)^3 \hbar^3} \sum_{\alpha} \int_{\mathrm{BZ}} \frac{dk_x dk_y}{\sqrt{\mu - \varepsilon_\alpha}} \left(\left(\frac{\partial \varepsilon_\alpha}{\partial k_x} \right)^2 - \left(\frac{\partial \varepsilon_\alpha}{\partial k_y} \right)^2 \right) \theta\{\mu - \varepsilon_\alpha\}$$

Η ροή νετρονίων αντιμετωπίζεται σαν μια διαταραχή, μιας θεμελιώδους κατάστασης μηδενικής θερμοκρασίας, που χαρακτηρίζεται απλώς από τη θέση των σχετικών επιφανειών Fermi στο χώρο ορμών. Επομένως βρίσκουμε σχετικά ακριβείς υπολογισμούς των συντελεστών σχετικής κίνησης που μας δείχνουν ότι η μάζα m_* που χαρακτηρίζει την κίνηση των νετρονίων σε μακροσκοπική κίνηση, μπορεί να γίνει πολύ μεγάλη συγκρινόμενη με τη συνήθη μάζα νετρονίου m, και συγκεκριμένα στο μέσο του στρώματος αγωγιμότητας.

Οι Bulgac, Magierski, και Heenen έδειξαν πρόσφατα τη σημασία των φαινομένων φλοιού, που εισάγονται από αδέσμευτα νετρόνια στην κρούστα των αστέρων νετρονίων, υπολογίζοντας τους τελεστές Casimir της ενέργειας για την ύλη του αστέρα νετρονίων, υπό την παρουσία ανομοιογενειών από μια ημικλασσική προσέγγιση και πιο πρόσφατα από υπολογισμούς ενός Skyrme-Hartree-Fock υπολογισμού με συνήθεις περιοδικές συνθήκες. Παρ' όλα αυτά αυτό το είδος των περιοδικών συνθηκών δεν λειτουργεί πλήρως ικανοποιητικά για τη σκέδαση Bragg των νετρονίων και είναι μόνο μια ειδική περίπτωση, των πιο γενικών συνθηκών Bloch.

Απουσία, προηγούμενων κβαντομηχανικών υπολογισμών, το μέχρι τώρα καλύτερο μοντέλο που έχει προταθεί είναι αυτό των Oyamatsu και Yamada, υποστηριζόμενο από τις οριακές συνθήκες Bloch, προκειμένου να υπολογίσουμε την ενεργό μάζα νετρονίου m.

Αυτό το μοντέλο συμπεριφέρεται στα νετρόνια σαν ανεξάρτητα φερμιόνια στα οποία δρά ένα ενεργό δυναμικό. Μια πρόκληση για τους θεωρητικούς πυρηνικούς είναι η εισαγωγή των περιοδικών συνθηκών Bloch σε πιο εξελιγμένα μοντέλα.

|Μια συνθήκη που θα θέσουμε σε αυτό το σημείο και η οποία θα πρέπει να ικανοποιείται για οποιοδήποτε μοντέλο καταστατικής εξίσωσης είναι πως η ύλη πρέπει να είναι causal. Δηλαδή πρέπει η ταχύτητα του ήχου να είναι χαμηλότερη από του φωτός, και μαθηματικά γράφεται ως:

$$\frac{dP}{d\rho} = c_s^2 \leq 1 \tag{4.5}$$

όπου c_s είναι η ταχύτητα του ήχου και με την ταχύτητα του φωτός c=1.

4.3 Πολυτροπικά Μοντέλα.

Ένα κλασσικό πολυτροπικό μοντέλο για μια καταστατική εξίσωση είναι το:

$$P = K\rho^{\Gamma} \tag{4.6}$$

Όπου ρ είναι η κλασσική πυκνότητα μάζας και το Γ είναι ο αδιαβατικός εκθέτης. Μια τέτοια καταστατική χρησιμοποιείται ευρύτατα για την περιγραφή της ύλης στους λευκούς νάνους. Η πυκνότητα μάζας είναι απλώς m, όπου m είναι η μέση μάζα των σωματιδίων και υποθέτουμε:

$$P = Kn^{\Gamma} \tag{4.7}$$

Η ενεργειακή πυκνότητα πρέπει να έχει την ακόλουθη μορφή:

$$\rho = mn + \rho' \tag{4.8}$$

mn είναι η μάζα ηρεμίας των σωματιδίων και το ρ' είναι ένας όρος που προκύπτει από τις αλληλεπιδράσεις.

Χρησιμοποιώντας την πρώτη αρχή της θερμοδυναμικής παίρνουμε:

$$d\left(\frac{\rho}{n}\right) = -Pd\left(\frac{1}{n}\right) + Tds \tag{4.9}$$

όπου το s είναι η εντροπία ανά σωματίδιο. Η ύλη που θεωρούμε παρουσιάζει υψηλό βαθμό ιονισμού (η ενέργεια Fermi είναι πολύ μεγαλύτερη από την τυπική θερμοκρασία) και έτσι μπορούμε να θεωρήσουμε T=0. Ολοκληρώνοντας την απλή σχέση μεταξύ των P και ρ, παίρνουμε:

$$\rho = cons\tan t \times n + \frac{P}{\Gamma - 1} \tag{4.10}$$

και η σταθερά μπορεί να βρεθεί με τη μέση μάζα m των σωματιδίων, αν συγκριθεί με την εξίσωση 4.8. Επομένως έχουμε μια καταστατική P=P(ρ) με μια αναλυτική παραμετρική μορφή:

$$\begin{aligned} P &= Kn^{\Gamma} \\ \rho &= mn + \frac{P}{\Gamma - 1} \end{aligned} \tag{4.11}$$

Η χρήση ενός πολυτροπικού μοντέλου μπορεί να μεταφραστεί ως εξής: για κάθε καταστατική εξίσωση, μπορεί κανείς να καθορίσει τον τοπικό αδιαβατικό εκθετικό:

$$\Gamma = \frac{n}{P}\frac{dP}{dn} \tag{4.12}$$

όπου n είναι η βαρυονική αριθμητική πυκνότητα. Αυτός ο ορισμός είναι συνεπής με τον ορισμό του Γ σε μια πολυτροπική EOS. Υιοθετώντας ένα πολυτροπικό μοντέλο, για μια περιοχή της E.O.S, είναι στη συνέχεια μια προσέγγιση, συνεπής με το να θέσουμε το Γ, σταθερό, ίσο με τη μέση τιμή του στην πραγματική E.O.S.

Μια πρώτη σύγκριση διαφορετικών E.O.S δίνεται από τους Shappiro-Teukolsky όπου συγκρίνονται έξι διαφορετικές εξισώσεις και προκύπτουν τρία γενικά χαρακτηριστικά:

1) Υπολογισμοί με μία stiff καταστατική εξίσωση (TNI, TI and MF) δίνουν μεγαλύτερη μέγιστη μάζα από τα αστέρια που προκύπτουν από μία EOS.

2) Τα αστέρια που υπολογίζονται από μια stiff καταστατική εξίσωση έχουν χαμηλότερη κεντρική πυκνότητα, μεγαλύτερη ακτίνα και πολύ λεπτότερη κρούστα , από τα αστέρια ίδια μάζας, υπολογισμένα με μία soft E.O.S.

3) Η συμπύκνωση πιονίων, αν συμβαίνει, τείνει να συστέλλει τους αστέρες νετρονίων μιας δοσμένη μάζας, όπως και να αυξήσει τη μέγιστη μάζα τους.

Συνοψίζοντας τα παραπάνω έχουμε ότι η καταστατική εξίσωση για ένα ψυχρό αστέρι, πάνω από τη γραμμή κόρου πρωτονίου-νετρονίου μπορεί να χωριστεί στις παραπάνω περιοχές. Η περιοχή από το $\rho \approx \rho_{nuc}$ μέχρι το $\rho \approx \rho_{nuc}$ όπου $\rho_{nuc} = 2.8\times10^{14} g/cm^{14} g/cm^{3}$ είναι αρκετά καλά κατανοητές. Η ύλη στην πυρηνική ισορροπία αποτελείται από πλούσιους σε νετρόνια πυρήνες, σε ένα πλέγμα Coulomb, ηλεκτρόνια και ελεύθερα νετρόνια. Καθώς αυξάνεται η πυκνότητα, τα ελεύθερα νετρόνια παρέχουν ολοένα και μεγαλύτερο μέρος της ολικής πίεσης. Στην $\rho \approx \rho_{nuc}$ οι πυρήνες αρχίζουν να διαλύονται και να αναμειγνύονται μαζί.

Σε πολύ υψηλές πυκνότητες, πάνω από $\rho \approx 10^{15} g/cm^{3}$, η σύνθεση αναμένεται να περιλαμβάνει σημαντικό αριθμό υπερονίων και οι αλληλεπιδράσεις των νουκλεονίων πρέπει να αντιμετωπιστούν σχετικιστικά. Δυστυχώς, σχετικιστικές τεχνικές πολλών σωμάτων για ισχυρά αλληλεπιδρούσα ύλη δεν έχουν αναπτυχθεί πλήρως. Πρόσφατες καταστατικές εξισώσεις υπόκεινται και σε άλλους περιορισμούς όπως η συμπύκνωση πιονίων ή Καονίων ή αλλαγής φάσεων στην ύλη των quark και τις συνέπειες ενός Δ συντονισμού.

4.4. Καταστατικές Εξισώσεις για την κρούστα.

Υποθέτουμε ότι η κρούστα αποτελείται από ύλη σε πλήρη θερμοδυναμική ισορροπία (την λεγόμενη ψυχρή ύλη) που αντιστοιχεί στην ελάχιστη ενέργεια ανά νουκλεόνιο. Χωρίζεται σε μία εξωτερική κρούστα όπου ένα πλέγμα πυρήνων σχηματίζεται μέσα σε ένα αέριο ηλεκτρονίων και στην εσωτερική που είναι ένα πλέγμα ιόντων το οποίο σχηματίζεται εντός ενός αερίου νετρονίων και ηλεκτρονίων. Η εξωτερική κρούστα έχει ως όριο τη γραμμή κόρου νετρονίου-πρωτονίου $4\times10^{11} g/cm^{3}$ και η εσωτερική εκτείνεται μέχρι $\rho = 10^{14} g/cm^{-3}$. Μέχρι του σημείου του neutron drip η καταστατική μπορεί να υπολογιστεί με τη χρήση πειραματικών δεδομένων από πλούσιους σε νετρόνια πυρήνες και τύπους ημιεμπειρικών μαζών. Σε

EOS	composition and model	reference
BPAL12	$npe\mu$, effective nucleon energy functional	Bombaci et al. 1995
BGN1H1	$np\Sigma\Lambda\Xi e\mu$, effective baryon energy functional	Balberg et al. 1999
BBB1	$npe\mu$, Brueckner theory, Argonne NN plus Urbana NNN potentials	Baldo et al. 1997
FPS	$npe\mu$, effective nucleon energy functional	Pandharipande and Ravenhall 1989
BGN2H1	$np\Sigma\Lambda\Xi e\mu$, effective baryon energy functional	Balberg et al. 1999
BBB2	$npe\mu$, Brueckner theory, Paris NN plus Urbana NNN potentials	Baldo et al. 1997
SLy	$npe\mu$, effective nucleon energy functional	Douchin and Haensel 2001
BGN1	$npe\mu$, effective baryon energy functional	Balberg et al. 1999
APR	$npe\mu$, variational theory, Nijmegen NN plus Urbana NNN potentials	Akmal et al. 1998
BGN2	$npe\mu$, effective nucleon energy functional	Balberg et al. 1999

μεγαλύτερες όμως πυκνότητες, οι ιδιότητες των πυρήνων επηρεάζονται από το περιβάλλων αέριο νετρονίων το οποίο συνεισφέρει όλο και περισσότερο στην ολική πίεση. Επομένως το πρόβλημα της εύρεσης του σωστού μοντέλου για την E.O.S γίνεται ολοένα και πιο σημαντικό. Η πραγματική καταστατική θα προκύπτει από τη σωστή Χαμιλτονιανή που θα περιγράφει τις N-N αλληλεπιδράσεις. Ο σκοπός μας είναι να προσδιορίσουμε σωστά την ύλη για πυκνότητες::

$$10^{11} gcm^{-3} < \rho < \rho_0$$

Ένα τέτοιο παράδειγμα είναι η Sly η οποία για πυκνότητες πάνω από την πυκνότητα κόρου, γίνεται πιο σκληρή με την αύξηση της πυκνότητας λόγω της μεγαλύτερης συνεισφοράς των νετρονίων. Η αλλαγή φάσης, μεταξύ πυρήνα και κρούστας είναι πρώτης τάξης. Στο μοντέλο αυτό οι σφαιρικοί πυρήνες υπάρχουν μέχρι το τελευταίο στρώμα της κρούστας. Από την άλλη για μια καταστατική όπως η FPS η αλλαγή φάσης από την κρούστα στον πυρήνα γίνεται μέσω μιας ακολουθίας αλλαγών φάσης με συνεχή αλλαγή του σχήματος των πυρήνων (Lorenz 1993). Βέβαια η αλλαγή στο σχήμα αν και επηρεάζει τα φαινόμενα μεταφοράς έχει μικρή συνεισφορά στην υπολογιζόμενη E.O.S.

Τέλος πιστεύεται ότι αστέρες νετρονίων οι οποίοι βρίσκονται σε διπλά συστήματα, έχουν κρούστα η οποία διαχέεται προς το συνοδό αστέρα και το αποτέλεσμα είναι πιο stiff καταστατική εξίσωση.

4.5 Καταστατικές εξισώσεις για τον Πυρήνα.

Για πυκνότητες μεγαλύτερες της πυρηνικής, η ύλη είναι ένα μείγμα νετρονίων με ένα μικρό ποσοστό ίσου αριθμού ηλεκτρονίων και πρωτονίων. Αν η ενέργεια Fermi των ηλεκτρονίων ξεπεράσει την ενέργεια ηρεμίας των μυονίων, τα μυόνια αντικαθιστούν ένα μέρος των ηλεκτρονίων προκειμένου να ελαχιστοποιήσουν την ενέργεια του συστήματος. Αυτό είναι το απλούστερο μοντέλο της ύλης στους πυρήνες των αστέρων νετρονίων: εκτός από την παρουσία των μυονίων, τα οποία δεν επηρεάζουν τόσο την καταστατική, τα ηλεκτρόνια, τα νετρόνια και τα πρωτόνια είναι όμοια με αυτά που ξέρουμε στη γη. Διάφορες περιπτώσεις για ύλη npeμ παριστάνονται στην εικόνα 4.2 με δύο ακραίες περιπτώσεις την BPAL12 και την BGN2.

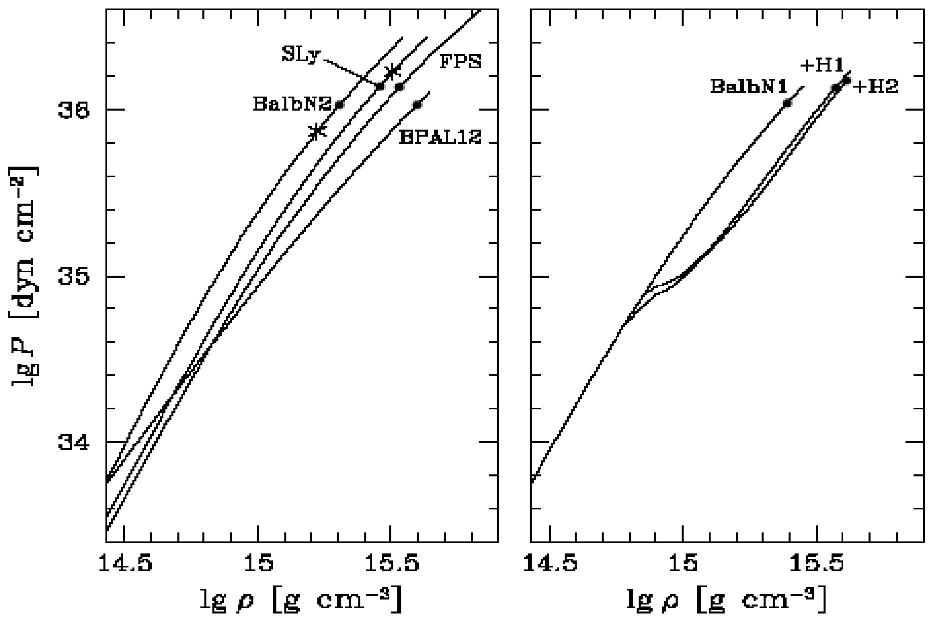
Μόλις το άθροισμα των χημικών δυναμικών του νετρονίου και του ηλεκτρονίου ξεπεράσει τη μάζα του Σ-υπερονίου, αυτό θα εμφανιστεί ως ένα σταθερό συστατικό της ύλης του αστέρα. Η εισαγωγή των υπερονίων σε ολοένα και μεγαλύτερες πυκνότητες έχει ως αποτέλεσμα να παίρνουμε καταστατικές εξισώσεις που μπορούν να υποστηρίξουν μικρότερες μάζες.

Η συμπύκνωση πιονίων ή καονίων όπως και η ύπαρξη ελεύθερων quark που προβλέπουν διάφορες θεωρίες, οδηγούν σε ένα ακόμη softening της καταστατικής.

4.6 Συμπύκνωμα καονίων ή πιονίων.

Αν αγνοήσουμε τις ισχυρές αλληλεπιδράσεις μεταξύ πιονίων και νουκλεονίων, το κριτήριο για το σχηματισμό αρνητικά φορτισμένων πιονίων στην πυκνή πυρηνική ύλη μέσω της αντίδρασης::

$$n \to p + \pi^-$$



Εικ 4.2 Διαγράμματα P-ρ για διάφορες καταστατικές.(Βλ.Αναφορά 8)

είναι το χημικό δυναμικό $\mu_n - \mu_p = \mu_e$ ξεπερνάει τη μάζα ηρεμίας του π, $m_\pi = 139.6 MeV$. Όπως έχουμε δει $\mu_e = 100\mathrm{M}eV$ σε $\rho \sim \rho_{nuc}$ και έτσι αναμένουμε την εμφάνιση του π σε χαμηλότερες πυκνότητες.

Τα πιόνια είναι αδρόνια και όπως όλα τα αδρόνια αλληλεπιδρά μέσω της ισχυρής αλληλεπίδρασης και επομένως οι ιδιότητές του εξαρτώνται από την περιβάλλουσα ύλη. Αν και οι χαμηλότερης τάξης s-wave αλληλεπιδράσεις με τα νουκλεόνια της πυρηνικής ύλης έχουν ως αποτέλεσμα την αύξηση της ενεργού μάζας τους, οι υψηλότερης τάξης p-wave αλληλεπιδράσεις έχουν το αντίθετο αποτέλεσμα. Μια υπόθεση ήταν ότι τα πιόνια εμφανίζονται σε πυκνότητες ίσες με 2 φορές την πυκνότητα της πυρηνικής ύλης. Για να βρούμε την πυκνότητα στην οποία συντελείται αυτή η μετάβαση έχουν ακολουθηθεί δύο ουσιαστικές προσεγγίσεις. Η μία είναι ο υπολογισμός της ιδιοενέργειας (self-energy) του πιονίου Π(k,ω,n) και η εύρεση της τιμής στην οποία γίνεται τόσο ελκτική ώστε να μπορούμε να υπολογίσουμε την μεταβολή φάσης. Η άλλη προσέγγιση είναι να κάνουμε υπολογισμούς μέσου πεδίου για μια Λαγκρανζιανή που να περιλαμβάνει και το πεδίο ενός πιονίου συζευγμένου με τα νουκλεόνια και να δούμε αν υπάρχουν περιοχές πυκνότητας και ασυμμετρίας όπου το πεδίο του πιονίου δίνει μια μη μηδενιζόμενη αναμενόμενη τιμή. Στην περίπτωση συμπυκνώματος πιονίων , το μέσο των βαρυονίων θα πολώνεται από το πεδίο των πιονίων και θα βλέπουμε διαδοχικά στρώματα πολωμένων νουκλεονίων ως προς το spin και το isospin.

Προκειμένου να βρούμε την πυκνότητα στην οποία συμβαίνει το συμπύκνωμα πιονίων, υπολογίζουμε την ιδιοενέργεια του πιονίου για σωματίδια με ορμή k για μεταφορά ενέργειας ω=0. Η απλούστερη μη τετριμμένη (non-trivial) προσέγγιση για την ιδιοενέργεια βρίσκεται αν υποθέσουμε την σύζευξη του πιονίου με τις αντίστοιχες διεγέρσεις σωματιδίου-οπής (particle-hole) του πυρηνικού μέσου. Αυτό δίνει:

$$\Pi_{\mathrm{N}}^{0}(k) = -4\frac{f_{NN}^{2}}{m_\pi^{2}}k^2 U_0(k)$$

Όπου $f_{NN\pi}$ είναι η σταθερά σύζευξης για την κορυφή πιονίου- νουκλεονίου και U(k) η εξίσωση Linhard. Η εξίσωση αυτή δίνεται:

$$U_0(k) = \frac{m^* k_F}{2\pi^2}\frac{1}{2}(1 - \frac{1-\chi^2}{2\chi}\ln\left|\frac{1-\chi}{1+\chi}\right|$$

Η σχέση μεταξύ της ενέργειας ενός σωματιδίου και της ορμής δίνεται από την:

$$\varepsilon(k) = \frac{k^2}{2m*} + C$$

Με αυτή την προσέγγιση βλέπουμε άμεσα ότι η ιδιοενέργεια του πιονίου είναι ελκτική. Η απόλυτη τιμή της αυξάνει με την πυκνότητα (ή την ορμή Fermi k_F) και ένα μέγιστο αναμένεται για ορμή k διαφορετική του μηδενός. Στο επόμενο βήμα μπορούμε να συμπεριλάβουμε την απορρόφηση των πιονίων από τα νουκλεόνια που οδηγεί σε διεγέρσεις Δ σωματιδίων και δίνουν μια ιδιοενέργεια που περιέχει συνεισφορές και από τη σύζευξη του πιονίου με τα νουκλεόνια όσο και με τα Δ και η οποία γίνεται τόσο ελκτική ώστε θα έπρεπε η συμπύκνωση πιονίων να παρατηρείται ακόμη και στις συνηθισμένες πυκνότητες. Οι μικρού εύρους NN αλληλεπιδράσεις κάνουν αδύνατο τον υπολογισμό της δομής μέσω ενός απλού δυναμικού αλληλεπιδράσεων V. Πρέπει να λύσουμε μια εξίσωση σκέδασης NN που σημαίνει να επεκτείνουμε το δυναμικό V σε όλες τις τάξεις στο κανάλι αλληλεπίδρασης σωματιδίου-

σωματιδίου. Στα κανάλια λοιπόν σωματιδίου-οπής πρώτης και δεύτερης τάξης (όπου δεύτερης τάξης είναι τα crossed διαγράμματα) εμφανίζονται φαινόμενα συλλογικότητας (collectivity) τα οποία τείνουν να εμποδίζουν το σχηματισμό συμπυκνώματος πιονίων (βλ Muther 1985 – Pion condensation prevents pion condensation). Βέβαια αυτή η διαπίστωση ισχύει για συμμετρική πυρηνική ύλη και δεν ξέρουμε αν μπορεί να επεκταθεί το συμπέρασμα για την ασύμμετρη.

Η κρίσιμη θερμοκρασία που έχουμε συμπύκνωμα πιονίων δίνεται από την αριθμητική πυκνότητα θέτοντας μ=mc^2. Αυτό μας δίνει:

$$n = \frac{g}{h^3}\int \frac{1}{e^{(E-mc^2)/kT_c}-1} d^3p$$

Σε χαμηλές θερμοκρασίες μπορούμε να κάνουμε τη μη σχετικιστική προσέγγιση:

$$E - mc^2 = \frac{p^2}{2m}$$

Και βρίσκουμε ότι:

$$T_c = \frac{3.31}{mk}\left(\frac{n}{g}\right)^{2/3} \hbar^2$$

Για μικρότερες θερμοκρασίες της κρίσιμης τα σωματίδια με θετικές κινητικές ενέργειες κατανέμονται σύμφωνα με την Bose-Einstein και το $n \propto T^{3/2}$ και έτσι:

$$n(z>0) = n\left(\frac{T}{T_c}\right)^{3/2}$$

και τα εναπομείναντα σωματίδια βρίσκονται όλα στην χαμηλότερη κατάσταση με z=0:

$$n(z=0) = n\left[1-\left(\frac{T}{T_c}\right)^{3/2}\right]$$

Τα σωματίδια στην z=0 κατάσταση δεν έχουν καθόλου ορμή και επομένως δεν συνεισφέρουν στην πίεση . Καθώς το $T \to 0$ όλα τα μποζόνια τείνουν να βρεθούν σε αυτή την κατάσταση. Έτσι είναι εμφανές γιατί η συμπύκνωση μποζονίων οδηγεί σε ένα softening της καταστατικής. Ο Au (1976) προέβλεψε μια μείωση στην πίεση κατα 75% σε πυκνότητες ίσες με 3 φορές αυτή της πυρηνικής.

Η συμπύκνωση πιονίων ενισχύει την πιθανότητα η νετρονική ύλη όταν βρεθεί σε πολύ υψηλές πυκνότητες να στερεοποιείται. Ο μικρού εύρους απωστικός πυρήνας της NN αλληλεπίδρασης μπορεί να είναι αρκετά ισχυρός ώστε α αναγκάσει τα νετρόνια να βρεθούν σε διάφορες θέσεις πλέγματος. Έτσι θα είχαμε αστέρες νετρονίων με στερεούς πυρήνες και στερεές κρούστες.

Ένα ακόμη σενάριο εκτός αυτού για την ύπαρξη ενός συμπυκνώματος πιονίων έκανε λόγω για την παρουσία ενός συμπυκνώματος Καονίων (Brown 1994). Η ιδέα αυτή δόθηκε από το γεγονός ότι το K μεσόνιο αποτελείται από δύο quark, ένα strange και ένα non-strange. Αυτό το antiquark, μπορούσε να νοιώσει ισχυρότερη έλξη στην πυρηνική ύλη σε υψηλότερες πυκνότητες λόγω της ανταλλαγής ω-μεσονίων, όπου η σύζευξη του ω-μεσονίου με το strange quark είναι ασθενής. Η προκύπτουσα ελκτική ιδιοενέργεια του K θα μπορούσε να μειώσει τις ενέργειες αυτών των Kαονίων, κάτω από το χημικό δυναμικό για τα ηλεκτρόνια και τα καόνια θα παραγόντουσαν, παρά το γεγονός ότι απαιτείται μια διαδικασία που παραβιάζει τη διατήρηση της παραξενιάς. Επίσης το συμπύκνωμα καονίων θα έπρεπε να ενισχύσει το ρυθμό ψύξης των αστέρων νετρονίων, κάτι που δεν υποστηρίζουν οι παρατηρήσεις.

5° Κεφάλαιο

Όπως έχουμε ήδη πει, στην πυρηνική πυκνότητα, οι πυρήνες και η πυρηνική ύλη αποτελείται από πρωτόνια και νετρόνια που αλληλεπιδρούν μεταξύ τους, μέσω της πυρηνικής δύναμης που διαδίδεται από τα αλληλεπιδρώντα μεσόνια. Στην αδρονική ύλη σε ισορροπία, σε πυκνότητες πολύ μεγαλύτερες από αυτές της συνήθους πυρηνικής ύλης, η ενέργεια Fermi των νουκλεονίων θα είναι τόσο μεγάλη που είναι ενεργειακά προτιμότερο για κάποια νουκλεόνια να μετασχηματίζονται σε βαρύτερα είδη βαρυονίων μέσω της ηλεκτρασθενούς αλληλεπίδρασης. Με αυτό τον τρόπο, ο διατηρούμενος βαρυονικός αριθμός μοιράζεται μεταξύ ενός μεγαλύτερου αριθμού ειδών, χαμηλότερης ενέργειας Fermi.

Κάποια από τα είδη των βαρυονίων και των μεσονίων και οι κβαντικοί αριθμοί τους δείχνονται στον πίνακα 3.2. Τα πιο σημαντικά βαρυόνια στους αστέρες νετρονίων είναι τα βαρυόνια της οκτάδας. τα χαμηλότερης μάζας βαρυόνια με spin ½. Αυτά αποτελούν τα νουκλεόνια και κάποια από τα υπερόνια, βαρυόνια που έχουν έναν αριθμό παραξενιάς. Τα πιο σημαντικά μεσόνια είναι το βαθμωτό σ, το ω με spin ίσο με 1, και το ρ με spin και isospin 1.

Μια αναλλοίωτη κατά Lorentz θεωρία της πυρηνικής ύλης που περιλαμβάνει αδρόνια, προτάθηκε στην απλούστερη της μορφή από τους Johnson και Teller, τον Duerr στα μέσα του 1950, και από τον Walecka στη μέση του 1970. Αυτή η θεωρία περιγράφει την αλληλεπίδραση μεταξύ νουκλεονίων στην ύλη μέσο δύο μεσονικών πεδίων, του βαθμωτού σ και του διανυσματικού ω. Θα αναφερθούμε σε αυτή τη θεωρία σαν την (σ-ω) πυρηνική θεωρία πεδίου. Δεν είναι μια βασίζεται θεωρία μιας και δεν θεμελιώνεται πάνω στα θεμελιώδη πεδία.

Οι πυρήνες αντιμετωπίστηκαν παραδοσιακά μέσω ενός Schrodinger based, μη σχετικιστικού μοντέλου, του μοντέλου φλοιού. Τα μοντέλα φλοιού αποτελούνται από ένα μέσο πεδίο στο οποίο είναι δέσμια τα νουκλεόνια και μια τοπική δύναμη, μέσω της οποίας αλληλεπιδρούν. Μπορεί κανείς να υπολογίσει τις στάθμες ενέργειας και τις ιδιότητες των πυρήνων που συμπεριλαμβάνουν την ενεργό συμμετοχή τουλάχιστον λίγων νουκλεονίων. Πρόσφατοι υπολογισμοί Monte-Carlo εφαρμόστηκαν για να επεκτείνουμε το εύρος εφαρμογών των μοντέλων φλοιών.

Η πυρηνική θεωρία πεδίου και οι εφαρμογές της είναι ιδιαίτερα χρήσιμες για τη μελέτη της ύλης ενός αστέρα νετρονίου. Για το σκοπό μας, η σχετικιστική θεωρία πεδίου έχει πολλά οφέλη. Οι σταθερές σύζευξης των σχετικιστικών θεωριών πεδίου, μπορούν να υπολογιστούν αλγεβρικά και να συνδεθούν με τις bulk ιδιότητες της πυρηνικής ύλης. Επιπλέον η θεωρία μπορεί να ταιριάξει απόλυτα με τη μόνη πληροφορία που έχουμε στην ύλη υψηλής πυκνότητας, την causality, τη μικροσκοπική σταθερότητα, τις ιδιότητες κόρου της πυρηνικής ύλης και σε υψηλές πυκνότητες την ασυμπτωτική ελευθερία των quark.

Ο σκοπός μας είναι να κατασκευάσουμε επεκτάσεις του ακριβούς μοντέλου που θα μας δίνουν μια σχετικιστική αναλλοίωτη θεωρία της πυκνής ύλης αδρονίων, σαν αυτή που πιθανότατα υπάρχει σε έναν αστέρα νετρονίων. Το πρώτο μέρος αυτής της προσπάθειας είναι το να φέρουμε κοντά τη θεωρία με πέντε σημαντικές ιδιότητες για πυρηνική ύλη στις συνηθισμένες πυκνότητες. Δύο από αυτές, η ενέργεια σύνδεσης και η ενέργεια κόρου, θα κανονικοποιούν την καταστατική εξίσωση σε ένα σημείο στο διάγραμμα ενέργειας-πυκνότητας. Δύο άλλες, ο συντελεστής συμπιεστότητας και η ενεργός μάζα του νουκλεονίου μας βεβαιώνουν ότι η επέκταση σε υψηλότερη πυκνότητα είναι σωστή στην περιοχή του κόρου. Τέλος, η τελευταία πυρηνική ιδιότητα, η ενέργεια του isospin, εγγυάται ότι μικρές επεκτάσεις σε ασύμμετρα συστήματα ως προς το isospin είναι σωστές.

Δεν έχουμε προς το παρόν μετρήσεις σε μέγιστα της πυκνότητας ή της ασυμμετρίας isospin ή της θερμοκρασίας, αν και είναι αντικείμενο πειραμάτων που έχουν ήδη προγραμματιστεί να γίνουν. Επομένως είναι ένα ειδικό πλεονέκτημα της θεωρίας που αναπτύσσεται σε αυτό το κεφάλαιο ότι οι σταθερές σύζευξης της θεωρίας, σχετίζονται αλγεβρικά με τις ιδιότητες της ύλης στον κόρο και πέρα, και το πλαίσιο αυτής της θεωρία, ελέγχει την δυνατότητα επέκτασής της σε μεγάλες πυκνότητες και ύλη με ασυμμετρία του isospin. Επομένως η εξάρτηση των ιδιοτήτων των αστέρων νετρονίων από το είδος της ύλης που αποτελεί έναν τέτοιο αστέρα, μπορεί να συσχετιστεί άμεσα με τις ιδιότητες της πυρηνικής ύλης και τις αβεβαιότητές του.

Θα γίνει φανερό, ότι σε υψηλότερες πυκνότητες, η ύλη κυριαρχείται από ολοένα και μεγαλύτερης μάζας, βαρυόνια. Επομένως στο δεύτερο μέρος θα ασχοληθούμε με την εισαγωγή και άλλων μελών της οκτάδας των βαρυονίων, εκτός από το πρωτόνιο και το νετρόνιο. Δεν είναι δυνατό να ελέγξουμε, αυτό το κομμάτι της θεωρίας από τις ιδιότητες της θεμελιώδους κατάστασης της πυρηνικής ύλης, μιας και μόνο τα νουκλεόνια πολλαπλασιάζονται σε αυτή την κατάσταση. Είναι δυνατό να συμπεράνουμε κάποιους περιορισμούς στις σταθερές σύζευξης των υπερονίων, αλλά θα πρέπει να αναπτύξουμε τη θεωρία μας πριν καταλήξουμε στο συμπέρασμα αυτό.

Έχουμε ήδη συζητήσει ένα απλό αέριο Fermi της πυκνής ύλης στα προηγούμενα κεφάλαια. Η θεωρία του πυρηνικού πεδίου, είναι μια επέκταση η οποία περιλαμβάνει αλληλεπιδράσεις των βαρυονίων μέσω του μέσου πεδίου διαφόρων μεσονίων που δημιουργείται με ένα αυτοσυνεπή τρόπο. Και στις δύο περιπτώσεις, η βασική κατάσταση είναι μια εκφυλισμένη κατάσταση που αποτελείται από όλες τις καταστάσεις ορμών των σωματιδίων, συμπληρωμένες, μέχρι της στάθμης Fermi. Η θεωρία πεδίου κατασκευάζεται σε στάδια, μέχρι να συμφωνήσει με τις πέντε σημαντικές σταθερές της πυρηνικής ύλης.

5.1 Το μοντέλο σ-ω:

Εισάγουμε τη θεωρία πυρηνικού πεδίου, θεωρόντας την αρχική μορφή των Johnson και Teller, Duerr και Walecka. Βασίζεται, στα πεδία τεσσάρων σωματιδίων: των νουκλεονίων, ενός βαθμωτού μεσονίου, και του ωμέγα διανυσματικού μεσονίου. Η Λαγκρανζιανή πρέπει να είναι βαθμωτή κατά Lorentz, αλλά αυτό δεν καθορίζει από μόνο του τη μορφή της αλληλεπίδρασης μεταξύ των νουκλεονίων και των μεσονικών πεδίων. Στο στατικό όριο, η ανταλλαγή ενός μποζονίου αυτών των μεσονίων, περιγράφεται από ένα δυναμικό Yukawa.

Θέλουμε η Λαγκρανζιανή να είναι βαθμωτή κατά Lorentz. Επομένως το βαθμωτό μεσόνιο συζευγνύεται με την πυκνότητα του βαθμωτού βαρυονίου $\bar{\psi}\psi$ και το διανυσματικό μεσόνιο, με το τετραδιάνυσμα ρεύματος των βαρυονίων $\bar{\psi}\gamma^{\mu}\psi$, με συστολή. Η Λαγκρανζιανή της αλληλεπίδρασης, μπορεί να γραφτεί:

$$L_{\text{int}} = g_{\sigma}\sigma(x)\bar{\psi}(x)\psi(x) - g_{\omega}\omega_{\mu}(x)\bar{\psi}(x)\gamma^{\mu}\psi(x) \tag{5.1}$$

όπου **x** = (t,x,y,z).. Η επιλογή προσήμων και για τους δύο όρους είναι αυθαίρετη και γίνεται έτσι ώστε οι μέσες τιμές των πεδίων, να είναι θετικοί αριθμοί. Τώρα, προσθέτοντας τις ελεύθερες Λαγκρανζιανές, για τα νουκλεόνια και τα μεσόνια, βρίσκουμε για την ολική Λαγκρανζιανή:

$$L = \bar{\psi}\left[i\gamma_{\mu}\left(\partial^{\mu} + ig_{\omega}\omega^{\mu}\right) - (m - g_{\sigma}\sigma)\right]\psi + \frac{1}{2}\left(\partial_{\mu}\sigma\partial^{\mu}\sigma - m_{\sigma}^{2}\sigma^{2}\right) - \frac{1}{4}\omega_{\mu\nu}\omega^{\mu\nu} + \frac{1}{2}m_{\omega}^{2}\omega_{\mu}\omega^{\mu} \tag{5.2}$$

Οι εξισώσεις Euler-Lagrange παρουσία των αλληλεπιδράσεων γίνονται:

$$\begin{aligned}&\left(\Box+m_\sigma^2\right)\sigma(x)=g_\sigma\bar{\psi}(x)\psi(x)\\&\left(\Box+m_\omega^2\right)\omega_\mu(x)-\partial_\mu\partial^\nu\omega_\nu(x)=g_\omega\bar{\psi}(x)\gamma_\mu\psi(x)\end{aligned}\tag{5.3}$$

Λόγω της διατήρησης των νουκλεονίων, έχουμε $\partial^\mu\omega_\mu=0$, για τα διανυσματικά πεδία. Οι εξισώσεις Euler-Lagrange για τα νουκλεόνια είναι:

$$\left[\gamma_\mu\left(\partial^\mu-g_\omega\omega^\mu(x)\right)-(m-g_\sigma\sigma(x))\right]\psi(x)=0\tag{5.4}$$

Οι παραπάνω συζευγμένες μη γραμμικές διαφορικές εξισώσεις είναι πολύ δύσκολο να λυθούν.

Τώρα εισάγουμε μια προσέγγιση που είναι γνωστή ως η σχετικιστική προσέγγιση μέσου-πεδίου, το σύστημα που μας ενδιαφέρει είναι στατική ομοιόμορφης ύλη στην θεμελιώδη της κατάσταση. Αντικαθιστούμε, τα πεδία των μεσονίων με τις μέσες τιμές τους σε αυτή την κατάσταση, $\sigma\to\langle\sigma\rangle$ και $\omega_\mu\to\langle\omega_\mu\rangle$. Αυτές οι μέσες τιμές πρέπει να υπολογιστούν από τις παραπάνω εξισώσεις με τις μέσες τιμές των ρευμάτων των νουκλεονίων. Το δεξί μέλος, είναι υπολογισμένο στη θεμελιώδη κατάσταση της ύλης. Στην στατική, ομοιόμορφη ύλη τα ρεύματα $\bar{\psi}\psi$ και $\bar{\psi}\gamma^\mu\psi$ είναι ανεξάρτητα του x. Σαν συνέπεια, οι εξισώσεις Euler-Lagrange, παίρνουν την απλούστερη μορφή:

$$\begin{aligned}m_\sigma^2\sigma&=g_\sigma\left\langle\bar{\psi}\psi\right\rangle\\m_\omega^2\omega_0&=g_\omega\left\langle\psi^+\psi\right\rangle\\m_\omega^2\omega_k&=g_{\omega\mathrm{B}}\left\langle\bar{\psi}\gamma_\kappa\psi\right\rangle\end{aligned}\tag{5.5}$$

Πρέπει να συζητήσουμε, εν συντομία, πως οι αναμενόμενες τιμές, της θεμελιώδης στάθμης των ρευμάτων νουκλεονίων $\langle\psi\bar{\psi}\rangle$ μπορούν να υπολογιστούν.

Αντί να ξαναονομάσουμε τις μέσες τιμές, διατηρούμε τα παλιά τους ονόματα αλλά τώρα χωρίς την εξάρτηση από το x. Για τα νουκλεόνια έχουμε:

$$\left[\gamma_\mu\left(\partial^\mu-g_\omega\omega^\mu\right)-(m-g_\sigma\sigma)\right]\psi(x)=0\tag{5.6}$$

όπου, τα μέσα πεδία μεσονίων, εμφανίζονται τώρα. Μιας και στην προσέγγιση μέσου-πεδίου, της ομοιόμορφης στατικής ύλης, τα πεδία των νουκλεονίων ικανοποιούν, μια εξίσωση με κανέναν όρο, εξαρτώμενο από το x. Αυτά τα πεδία, είναι ιδιοκαταστάσεις της ορμής, τις οποίες γράφουμε ως:

$$\psi(x)=\psi(k)e^{-ikx}\tag{5.7}$$

όπου:

$$kx\equiv k_\mu x^\mu=k_0t-\mathbf{kr}\tag{5.8}$$

Τότε βρίσκουμε:

$$\left[\gamma_\mu\left(k^\mu-g_\omega\omega^\mu\right)-(m-g_\sigma\sigma)\right]\psi(\mathbf{k})=0\tag{5.9}$$

Η ποσότητα στα bracket είναι ένας πίνακας και το ψ είναι ένα spinor με οκτώ σνιστώσες. Η σύγκριση με την εξίσωση Dirac, που συναντήσαμε νωρίτερα, προτείνει τους ορισμούς:

$$\begin{aligned} K_\mu &= k_\mu - g_\omega \omega_\mu \\ m^*(\sigma) &= m - g_\sigma \sigma \end{aligned} \tag{5.10}$$

και είναι τυπικό θεωριών με βαθμωτά μεσόνια ότι η μάζα των Φερμιονίων μεταβάλλεται με τον παραπάνω τρόπο. Ονομάζουμε το m^*, ενεργή μάζα ή καλύτερα ενεργή μάζα Dirac, ειδικά όταν πρέπει να την ξεχωρίσουμε από τις ενεργές μάζες των μη σχετικιστικών θεωριών. Προσέξτε ότι τα βαθμωτά πεδία, δρουν προκειμένου να μειώσουν την ενεργή μάζα των νουκλεονίων.

Με τους παραπάνω ορισμούς, οι εξισώσεις Dirac, ξαναγράφονται:

$$\left(\not{K} - m^*\right)\psi(\mathrm{K}) = 0 \tag{5.11}$$

Οι ιδιοτιμές Dirac, μπορούν να βρεθούν από τους τελεστές Dirac και προκύπτουν να είναι:

$$\left(K_\mu K^\mu - m^{*^2}\right)\psi(\mathrm{K}) = 0 \tag{5.12}$$

Μιας και η ιδιοτιμή ενέργειας του νουκλεονίου, ορμής **k,** για το σωματίδιο και το αντισωματίδιο είναι:

$$\begin{aligned} e(\mathbf{k}) &= E(\mathbf{k}) + g_\omega \omega_0 \\ \overline{e}(\mathbf{k}) &= E(\mathbf{k}) - g_\omega \omega_0 \end{aligned} \tag{5.13}$$

με:

$$\mathrm{E}(k) = \sqrt{\left(\mathbf{k} - g_\omega \omega\right)^2 + (m - g_\sigma \sigma)^2} \tag{5.14}$$

Τώρα έχουμε τη μορφή των ιδιοτιμών της ορμής του Dirac, εκφρασμένες με όρους μέσων μεσονικών πεδίων σ και ω^μ. Αλλά πρέπει ακόμη να βρούμε τις τιμές τους χρησιμοποιώντας τις εξισώσεις κίνησης. Αυτό προφανώς θέτει ένα αυτοσυνεπές πρόβλημα μιας και τα πεδία των μέσων τιμών δίνονται με όρους των αναμενόμενων τιμών της θεμελιώδους κατάστασης, των βαρυονικών ρευμάτων, των οποίων οι ιδιοτιμές δίνονται από μόνες τους μέσω μιας θεωρίας μέσου πεδίου.

Οι εξισώσεις κίνησης είναι:

$$\begin{aligned} g_\sigma \sigma &= \left(\frac{g_\sigma}{m_\sigma}\right)^2 \frac{2}{\pi^2} \int_0^\kappa k^2 dk \frac{m - g_\sigma \sigma}{\sqrt{k^2 + \left(m - g_\sigma \sigma\right)^2}} \\ g_\omega \omega_0 &= \left(\frac{g_\omega}{m_\omega}\right)^2 \rho \\ m_\omega^2 \omega_k &= 0 \end{aligned} \tag{5.15}$$

Οι δύο τελευταίες είναι τετριμμένες, αλλά η πρώτη εκφράζει μια συνθήκη αυτοσυνέπειας στο βαθμωτό πεδίο. Οι λύσεις, θα εξαρτώνται από τις σταθερές σύζευξης και τις μάζες των μεσονίων, μόνο μέσω των λόγων: g_σ / m_σ και g_ω / m_ω. Αυτό είναι αλήθεια για το επίπεδο του μέσου-πεδίου για τη μη πεπερασμένη πυρηνική ύλη Ισχύει επίσης για το ρο μεσόνιο. Μόνο για πεπερασμένους πυρήνες, οι εξισώσεις πεδίου και οι ιδιότητες του πυρήνα γίνονται εξαρτώμενα από τις μεμονωμένες τιμές των σταθερών σύζευξης και των μαζών των μεσονίων. Αυτοί οι δύο λόγοι, μπορούν να θεωρηθούν παράμετροι της θεωρίας μας. Πρέπει να εκλεγούν, έτσι ώστε η πυκνότητα του κόρου και η ενέργεια σύνδεσης ανά νουκλεόνιο να ταυτίζονται με τα πειραματικά δεδομένα.

Η ποιοτική συμπεριφορά της λύσης $g_\sigma \sigma$, είναι εύκολο να βρεθεί. Σε χαμηλές πυκνότητες νουκλεονίων, όπου το k είναι μικρό, το ολοκλήρωμα, πρέπει να είναι επίσης μικρό και να τείνει στο μηδέν. Στην πραγματικότητα είναι εύκολο να δούμε ότι η βαθμωτή πυκνότητα τείνει στην πυκνότητα νουκλεονίων ρ, για μικρά k ή ρ. Στο άλλο όριο, καθώς η πυκνότητα του k αυξάνεται θα αυξάνεται και η λύση για το $g_\sigma \sigma$. Αλλά αν φτάσει στην τιμή m, το δεξί μέλος θα γίνει μικρό ακόμη και για μεγάλα k. Έτσι σε υψηλές πυκνότητες η λύση τείνει αλλά δεν φτάνει στο m. Για την ακρίβεια:

$$g_\sigma \sigma \to m \left(\frac{g_\sigma k}{m_\sigma \pi} \right)^2 \left[1 + \left(\frac{g_\sigma k}{m_\sigma \pi} \right)^2 \right]^{-1} \tag{5.16}$$

Επομένως, η ενεργός μάζα $m^* = m - g_\sigma \sigma$, έχει την τιμή του κενού m σε μικρή πυκνότητα και τείνει στο μηδέν στο όριο υψηλών ενεργειών. Το γεγονός ότι η βαθμωτή πυκνότητα μπορεί να προσεγγιστεί από την πυκνότητα είναι χρήσιμο στην αριθμητική επίλυση της θεωρίας.

Για τον υπολογισμό της καταστατικής, επιστρέφουμε στον τελεστή ενέργειας-ορμής, του οποίου η αναμενόμενη τιμή στο σύστημα ηρεμίας της ύλης είναι διαγώνιος και έχει ως στοιχεία την πυκνότητα ενέργειας και την πίεση. Χρησιμοποιώντας την Λαγκρανζιανή της παρούσας θεωρίας, βρίσκουμε:

$$\begin{aligned} \varepsilon &= -\langle L \rangle + \langle \bar{\psi} \gamma_0 k_0 \psi \rangle \\ p &= \langle L \rangle + \frac{1}{3} \langle \bar{\psi} \gamma_i k_i \psi \rangle \end{aligned} \tag{5.17}$$

όπου χρησιμοποιήσαμε το γεγονός:

$$\imath \partial_\nu \psi = k_\nu \psi \tag{5.18}$$

και το γεγονός ότι τα πεδία του μεσονίου είναι ανεξάρτητα του χωροχρόνου.(Ο παράγοντας 1/3 εμφανίζεται στην παραπάνω σχέση, επειδή κάθε μία από τις τρεις διαγώνιες, χωροειδείς συνιστώσες του τανυστή ενέργειας-ορμής, περιλαμβάνει το αντίστοιχο $\gamma_i k_i$. Αθροίζοντας, αυτά τα ίσα διαγώνια στοιχεία, πρέπει να διαιρέσουμε με το 3). Εφαρμόζοντας τις εξισώσεις κίνησης του πεδίου Dirac, ο όρος αυτού του πεδίου μηδενίζεται και έχουμε:

$$\langle L \rangle = -\frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma^2 + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_0^2 \tag{5.19}$$

Ο δεύτερος όρος στο ε, είναι η συνεισφορά των κατειλλημένων καταστάσεων ορμής, κάθε μία από τις οποίες έχει ιδιοτιμή που βρίσκουμε από τα παραπάνω. Υπολογίζουμε την μέση τιμή.

$$\left(\bar{\psi}\gamma\psi\right)_{\mathbf{k}_\kappa} = \left(\frac{\partial \mathrm{E}(k)}{\partial k}\right) \tag{5.20}$$

όπου:

$$\left\langle \bar{\psi}\gamma\mathbf{k}\psi \right\rangle = \frac{2}{\pi^2}\int_0^k \frac{k^4}{\sqrt{k^2+(m-g_\sigma\sigma)^2}}\,dk \tag{5.21}$$

Αντικαθιστώντας στην 5.78 έχουμε:

$$\varepsilon = \frac{1}{2}m_\sigma^2\sigma^2 + \frac{1}{2}m_\omega^2\omega_0^2 + \frac{2}{\pi^2}\int_0^\kappa \sqrt{k^2+\left(m-g_\sigma\sigma\right)^2}\,k^2 dk \tag{5.22}$$

Η πίεση δίνεται από την:

$$p = -\frac{1}{2}m_\sigma^2\sigma^2 + \frac{1}{2}m_\omega^2\omega_0^2 + \frac{1}{3}\frac{2}{\pi^2}\int_0^\kappa k^4 dk\sqrt{k^2+\left(m-g_\sigma\sigma\right)^2} \tag{5.23}$$

Και στις δύο αυτές εκφράσεις, οι πρώτοι όροι είναι συνεισφορές από τα πεδία των μεσονίων, των οποίων οι μέσες τιμές δίνονται παραπάνω και τα ολοκληρώματα είναι πάνω στις κατειλημμένες καταστάσεις των νουκλεονίων. Η καταστατική εξίσωση, είναι της μορφής ε=ε(ρ) και p=p(ρ), μιας και τα k, σ και ω είναι αυτής της μορφής. Αν χρειαστεί, το ρ μπορεί να απαλειφθεί αριθμητικά για να μας δώσει p=p(ε).

Είδαμε ότι το $g_\sigma\sigma$, καθορίζεται από τη μάζα του νουκλεονίου, ενώ σύμφωνα με την εξίσωση (4.152), το διανυσματικό πεδίο αυξάνεται με την αύξηση της βαρυονικής πυκνότητας. Μιας και $\rho \propto k^3$, ο διανυσματικός όρος στην ενέργεια και στην πίεση, κυριαρχεί στις υψηλές πυκνότητες και $p \to \varepsilon$. Μια διαταραχή του μέσου, διαδίδεται με ταχύτητα $\left(\frac{dp}{d\varepsilon}\right)^{1./2}$ και έτσι η θεωρία είναι causal.

Η ενεργός μάζα Dirac, στον κόρο είναι $m^*/m \equiv m - g_\sigma\sigma_0 \approx 0{,}5$. Αυτό δεν συμφωνεί με τα πειραματικά δεδομένα μας. Επιπλέον, ο συντελεστής της ενέργειας ασυμμετρίας, συμφωνεί πολύ λίγο με τις παρατηρήσεις. Μετά από κάποιους υπολογισμούς, βρίσκει κανείς ότι η ενέργεια συμμετρίας, σχετίζεται με την καταστατική εξίσωση:

$$a_{sym} = \frac{k_F^2}{6(k_F^2+m^{*2})^{1/2}} \tag{5.24}$$

Στη συζήτησή μας για τις ιδιότητες της πυρηνικής ύλης, είδαμε ότι η κανονική πυρηνική ύλη μας δίνει $k_F = 1{,}31 fm^{-1}$ και ότι η ενεργός μάζα πέφτει σε πολύ σύντομο διάστημα τιμών.

Συγκεκριμένα έχουμε ότι: $m^* = 0,75m = 3,5686\, fm^{-1}$. Αυτό μας δίνει $a_{sym} = 14,8MeV$, συγκρινόμενο με την εμπειρική τιμή των 32, 5 MeV.

Λόγω των μειονεκτημάτων που αναφέραμε εδώ, το μοντέλο δεν περιμένουμε να επεκτείνεται σωστά στην ασύμμετρη ύλη των αστέρων νετρονίων. Επιπλέον μας δίνει μια ασθενώς δέσμια κατάσταση για την απλή ύλη νετρονίων για την οποία δεν έχουμε κανένα στοιχείο.

5.2 Εισαγωγή των Self-Interaction.

Είδαμε ότι η θεωρία μας δίνει με τα φαινόμενα κόρου, χαρακτηριστικό της πυρηνικής ύλης και των πυρήνων. Επειδή, μειώνει την ενεργή μάζα των νουκλεονίων, το βαθμωτό μεσόνιο συνεισφέρει μια μείωση στην ενέργεια ανά νουκλεόνιο κοντά στον κόρο και το διανυσματικό μεσόνιο, δίνει άπωση. Η άπωση αυξάνει όσο αυξάνει η πυκνότητα, ενώ η έλξη φτάνει στον κόρο έτσι ώστε να βρεθεί μια ισορροπία, στην οποία η ενέργεια σύνδεσης είναι σε ένα ελάχιστο. Αυτή είναι η ισορροπία, στο σημείο κόρου που συμβαίνει, όταν η πυκνότητα κόρου και η ενέργεια σύνδεσης παρουσιάζουν ελάχιστο. Παρ' όλα αυτά άλλες ιδιότητες του μοντέλου όπως ο συντελεστής συμπιεστότητας, η ενεργός μάζα του νουκλεονίου και η ενέργεια συμμετρία, δεν ήταν σε συμφωνία με τα εμπειρικά δεδομένα.

Μια επέκταση της θεωρίας προτάθηκε από τους Boguta και Bodmer, οι οποίοι προσπάθησαν να φέρουν το συντελεστή συμπίεσης και την ενεργό μάζα νουκλεονίου στον κόρο, κοντά στις εμπειρικές τιμές. Αυτή εισήγαγαν έναν ακόμη όρο στην Λαγκρανζιανή, ο οποίος ήταν υπεύθυνος για τις αλληλεπιδράσεις:

$$U(\sigma) = \frac{1}{3} bm(g_\sigma \sigma)^3 + \frac{1}{4} c\left(g_\sigma \sigma\right)^4 \tag{5.25}$$

όπου m είναι η μάζα του νουκλεονίου και εισάγεται μόνο για να κάνει τις σταθερές b και c αδιάστατες και η m παίρνεται σε όλη αυτή την προσέγγιση να είναι ίση με 938MeV. Είδαμε παραπάνω ότι το g_σ είναι αδιάστατο και το σ έχει τις ίδιες διαστάσεις όπως το m, οι οποίες διαλέχτηκαν σε μονάδες του 1/fm. Η νέα Λαγκρανζιανή έχει την ακόλουθη μορφή:

$$L = \bar{\psi}\left[i\gamma_\mu \left(\partial^\mu + i g_\omega \omega^\mu\right) - (m - g_\sigma \sigma)\right]\psi + \frac{1}{2}\left(\partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma - m_\sigma^2 \sigma^2\right) - \frac{1}{4}\omega_{\mu\nu}\omega^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_\mu \omega^\mu$$
$$-\frac{1}{3} bm(g_\sigma \sigma)^3 - \frac{1}{4} c\left(g_\sigma \sigma\right)^4$$
$$(5.26)$$

και οι εξισώσεις Euler-Lagrange, γίνονται:

$$g_\sigma \sigma = \left(\frac{g_\sigma}{m_\sigma}\right)^2 \left\{ \frac{2}{\pi^2}\int_0^\kappa k^2 dk \frac{m - g_\sigma \sigma}{\sqrt{k^2 + \left(m - g_\sigma \sigma\right)^2}} - bm\left(g_\sigma \sigma\right)^2 - c\left(g_\sigma \sigma\right)^3 \right\}$$
$$g_\omega \omega_0 = \left(\frac{g_\omega}{m_\omega}\right)^2 \rho \tag{5.27}$$
$$m_\omega^2 \omega_k = 0$$

Σε ότι αφορά την πυκνότητα ενέργειας και πίεσης, είδαμε από τους αρχικούς τους ορισμούς ότι έχουν συνεισφορές $\pm\langle L\rangle$, έτσι ώστε τροποποιήσεις στα προηγούμενα αποτελέσματα για την πυκνότητα ενέργειας και την πίεση είναι: $\pm U(\sigma)$:

$$\varepsilon = \frac{1}{3}bm\left(g_\sigma\sigma\right)^3 + \frac{1}{4}c\left(g_\sigma\sigma\right)^4 + \frac{1}{2}m_\sigma^2\sigma^2 + \frac{1}{2}m_\omega^2\omega_0^2 + \frac{2}{\pi^2}\int_0^\kappa \sqrt{k^2 + \left(m - g_\sigma\sigma\right)^2}\,k^2 dk \quad (5.28)$$

$$p = -\frac{1}{3}bm\left(g_\sigma\sigma\right)^3 - \frac{1}{4}c\left(g_\sigma\sigma\right)^4 - \frac{1}{2}m_\sigma^2\sigma^2 + \frac{1}{2}m_\omega^2\omega_0^2 + \frac{1}{3}\frac{2}{\pi^2}\int_0^\kappa k^4 dk \sqrt{k^2 + \left(m - g_\sigma\sigma\right)^2}$$
(5.29)

Στο να βρούμε τις παραπάνω εκφράσεις, η εξίσωση πεδίου του ρο μεσονίου χρησιμοποιήθηκε ως να είναι η εξής:

$$\frac{1}{2}m_\omega^2\omega_0^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{g_\omega}{m_\omega}\right)^2 \rho^2 \quad (5.30)$$

Με αυτό τον συμβολισμό, βλέπουμε ότι υπάρχουν δύο παραπάνω σταθερές σύζευξης και επομένως δύο επιπλέον ιδιότητες της συμμετρικής πυρηνικής ύλης, ο συντελεστής συμπιεστότητας Κ και η ενεργός μάζα του νουκλεονίου m^* στον κόρο θα αναπαράγονται από την θεωρία. Όπως εξηγήθηκε και στην προηγούμενη ενότητα και οι δύο είναι σημαντικές σε ότι αφορά την συμπεριφορά σε υψηλές πυκνότητες της καταστατικής εξίσωσης.

5.3 Η δύναμη του isospin.

Είδαμε ότι οι τέσσερις ιδιότητες της πυρηνικής ύλης στον κόρο, μπορούν να υπολογιστούν στην θεωρία μας, με την πρόσθεση των όρων αυτοαλληλεπίδρασης, που σημαίνει ότι προσθέτουμε περισσότερες παραμέτρους που μπορούμε να καθορίσουμε. Ο συντελεστής συμπιεστότητας και η ενεργός μάζα, είναι ιδιαιτέρως σχετικά σε μια επέκταση στις υψηλές πυκνότητες. Η ενέργεια σύνδεσης και η πυκνότητα κόρου, εξυπηρετούν την κανονικοποίηση της καταστατικής εξίσωσης. Χρειάζεται επομένως να προσθέσουμε έναν όρο που θα διορθώνει το ισοσπίν για το σύστημα της ύλης του αστέρα.

Το διανυσματικό μεσόνιο, έχει σαν πηγή του, την διανυσματική πυκνότητα του νουκλεονίου και η ενεργειακή πυκνότητα είναι quadratic σε αυτή την πυκνότητα. Πρέπει να εισάγουμε ένα μεσόνια που έχει σαν πηγή του, την 3-συνιστώσα του isospin και να περιμένουμε σαν αποτέλεσμα έναν όρο στην πυκνότητα ενέργειας, που είναι quadratic στην απόκλιση από συμμετρία του isospin, δηλαδή ως προς την 3-συνιστώσα της πυκνότητας του isospin.

Στα επόμενα, θα πρέπει να συζεύξουμε την τριπλέτα του ρο μεσονίου με το ρεύμα του ισοσπίν και μάλιστα με τρόπο που θα σχηματίζεται μια βαθμωτή ποσότητα και να συμπεριλαμβάνει το ολικό διατηρούμενο ρεύμα του ισοσπίν, της Λαγκρανζιανής.

Θυμηθείτε ότι το άθροισμα του ρεύματος ισοσπίν των πεδίων του νουκλεονίου και του ρο είναι το ρεύμα του ισοσπίν της νέα θεωρίας και προσθέτουμε έναν επιπλέον όρο αλληλεπίδρασης $\rho_\mu \mathbf{I}^\mu$, στην Λαγκρανζιανή μας. Ωστόσο, η συνεισφορά του ρο μεσονίου, σε αυτό το ρεύμα περιέχει την παράγωγο του πεδίου και από τη γενική έκφραση για το ρεύμα της

Noether, αυτό από μόνο του θα συνεισέφερε στο ρεύμα. Έτσι το ρο μεσόνιο πρέπει να συνεισφέρει κάτι επιπλέον σαν αποτέλεσμα της αλληλεπίδρασης με το ρεύμα του ισοσπίν.

Η Λαγκρανζιανή της αλληλεπίδρασης, μεταξύ του ρο μεσονίου και του ρεύματος isospin είναι:

$$L_{\text{int}} = -g_\rho \rho^\nu \left(\rho^\mu \times \rho_{\nu\mu}\right) = -g_\rho \left(\rho^\nu \times \rho^\mu\right)\rho_{\nu\mu} \tag{5.31}$$

και αυτό το κομμάτι της Λαγκρανζιανής, μας δίνει μια συνεισφορά στο ρεύμα:

$$2g_\rho \left(\vec{\rho}^\nu \times \vec{\rho}^\mu\right) \times \rho_\mu \tag{5.32}$$

και επομένως για το ολικό διατηρούμενο ρεύμα του ισοσπίν έχουμε:

$$\mathrm{I}^\nu = \frac{1}{2}\bar{\psi}\gamma^\nu \vec{\tau}\psi + \vec{\rho}_\mu \times \vec{\rho}^{\nu\mu} + 2g_\rho \left(\rho^\nu \times \rho^\mu\right) \times \rho_\mu \tag{5.33}$$

Το μέρος της αλληλεπίδρασης της Λαγκρανζιανής είναι: $L_{\text{int}} = -g_\rho \vec{\rho}_\nu \mathrm{I}^\nu$ και αυτή η συνεισφορά, θα τροποποιεί την εξίσωση Dirac και την εξίσωση για το ελεύθερο μεσόνιο. Η τροποποίηση της εξίσωση Dirac είναι η προσθήκη του όρου:

$$\frac{\partial L_{\text{int}}}{\partial \bar{\psi}} = -\frac{g_\rho}{2}\gamma_\nu \rho^\nu \tau\psi \tag{5.34}$$

5.4 Εισαγωγή των οκτώ Βαρυονίων.

Ο σκοπός μας είναι να βρούμε μια σχετικιστικά αναλλοίωτη θεωρία, της πυκνής αδρονικής ύλης, σαν αυτή που πιθανότατα υπάρχει στους αστέρες νετρονίων. Στη θεωρία που παρουσιάστηκε μέχρι τώρα, ενσωματώθηκαν με μεγάλη επιτυχία τα υπερόνια Λ,Σ,Ξ. Λόγω της ηλεκτρικής ουδετερότητας των αστέρων και των αλληλεπιδράσεων με το ρο μεσόνιο, πρέπει να ξεχωρίζουμε τις διάφορες καταστάσεις ισοσπίν και φορτίου. Αυτό το πετυχαίνουμε, με την προσάρτηση ενός δείκτη Β στις ορμές Fermi, τις προβολές του ισοσπίν, τις μάζες κ.ο.κ. Επομένως στην περίπτωση των νουκλεονίων, με διαφορετικές προβολές του ισοσπίν δεν είναι παρά μια ειδική περίπτωση που εύκολα γενικεύεται.

Μια κατάλληλη γενίκευση για την Λαγκρανζιανή είναι:

$$L = \sum_B \bar{\psi}_{\mathrm{B}} \left(i\gamma_\mu \partial^\mu - m_{\mathrm{B}} + g_{\sigma B}\sigma - g_{\omega\mathrm{B}}\gamma_\mu \omega^\mu - \frac{1}{2} g_{\rho\mathrm{B}}\gamma_\mu \tau\rho^\mu \right)\psi_{\mathrm{B}} + \frac{1}{2}\left(\partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma - m_\sigma^2 \sigma^2\right) - \frac{1}{4}\omega_{\mu\nu}\omega^{\mu\nu}$$
$$+\frac{1}{2}m_\omega^2 \omega_\mu \omega^\mu - \frac{1}{3}bm(g_\sigma \sigma)^3 - \frac{1}{4}c\left(g_\sigma \sigma\right)^4 - \frac{1}{2}\vec{\rho}_{\mu\nu}\vec{\rho}^{\mu\nu} - \frac{1}{3}m_\rho^2 \vec{\rho}_\mu \vec{\rho}^\mu$$
(5.35)

Το spinor για το είδος βαρυονίων Β δηλώνεται με ψ_{B}. Τα υπερόνια, μπορούν να πολλαπλασιαστούν μόνο σε υψηλές πυκνότητες και δεν επηρεάζουν τις βασικές καταστάσεις της ύλης. Παρ' όλα αυτά υπάρχουν σημαντικοί περιορισμοί στις σταθερές σύζευξής τους.

Οι εξισώσεις Euler-Lagrange, προκύπτουν από την παραπάνω Λαγκρανζιανή στην προσέγγιση του μέσου πεδίου, οι εξισώσεις Dirac σε ομοιόμορφη ύλη για κάθε είδος B είναι:

$$\left[\gamma_\mu\left(k^\mu - g_{\omega\mathrm{B}}\omega^\mu - \frac{1}{2}g_{\rho\mathrm{B}}\tau\rho^\mu\right) - \left(m_B - g_{\sigma\mathrm{B}}\sigma\right)\right]\psi_\mathrm{B}(k) = 0 \tag{5.36}$$

όπου τα μέσα πεδία του μεσονίου είναι το βαθμωτό, το διανυσματικό και το isovector σ,ω,ρ. Οι ιδιοτιμές του σωματιδίου και του αντισωματιδίου μπορούν να βρεθούν ως:

$$\begin{aligned} e_B(k) &= g_{\omega\mathrm{B}}\omega_0 + g_{\rho\mathrm{B}}\rho_{03}\mathrm{I}_{3\mathrm{B}} + \sqrt{k^2 + \left(m_\mathrm{B} - g_{\sigma\mathrm{B}}\sigma\right)^2} \\ \overline{e}_B(k) &= -g_{\omega\mathrm{B}}\omega_0 - g_\rho\rho_{03}\overline{\mathrm{I}}_{3\mathrm{B}} + \sqrt{k^2 + \left(m_B - g_{\sigma\mathrm{B}}\sigma\right)^2} \end{aligned} \tag{5.37}$$

όπου $\mathrm{I}_{3\mathrm{B}}$ είναι η 3-συνιστώσα του ισοσπίν με βαρυονικό αριθμό B. Έχουμε χρησιμοποιήσει το γεγονός ότι μόνο η 3η συνιστώσα του isospin, το ρο πεδίου επιβιώνει στην προσέγγιση του μέσου πεδίου και ότι το μέρος των τριών συνιστωσών του ρεύματος τόσο των πεδίων των ωμέγα, όσο και των ρο, εξαφανίζεται στην θεμελιώδη κατάσταση της ύλης. Οι εξισώσεις μέσου πεδίου, στην ομοιόμορφη ύλη είναι:

$$\begin{aligned} \omega_0 &= \sum_\mathrm{B}\frac{g_{\omega\mathrm{B}}}{m_\omega^2}\rho_\mathrm{B} \\ \rho_{03} &= \sum_\mathrm{B}\frac{g_\rho \mathrm{B}}{m_\rho^2}\mathrm{I}_{3\mathrm{B}}\rho_\mathrm{B} \\ m_\sigma^2\sigma &= -bm_n g_\sigma\left(g_\sigma\sigma\right)^2 - cg_\sigma\left(g_\sigma\sigma\right)^3 + \sum_\mathrm{B}\frac{2J_B+1}{2\pi^2}g_{\sigma\mathrm{B}}\int_0^{k_B}\frac{m_B - g_{\sigma\mathrm{B}}\sigma}{\sqrt{k^2 + \left(m_B - g_{\sigma\mathrm{B}}\sigma\right)^2}}k^2dk \end{aligned}$$

(5.38)

Χρησιμοποιούμε, το συμβολισμό $g_\sigma \equiv g_\sigma \mathrm{N}$, για συντομία στο να δηλώσουμε τις συζεύξεις των νουκλεονίων.

Ενώ για την πυκνότητα ενέργειας και την πίεση έχουμε:

$$\varepsilon = \frac{1}{3}bm_n(g_\sigma\sigma)^3 + \frac{1}{4}c(g_\sigma\sigma)^4 + \frac{1}{2}m_\sigma^2\sigma^2 + \frac{1}{2}m_\omega^2\omega_0^2 + \frac{1}{2}m_\rho^2\rho_{03}^2 + \sum_\mathrm{B}\frac{2J_\mathrm{B}+1}{2\pi^2}\int_0^{k_B}\sqrt{k^2 + \left(m_B - g_{\sigma\mathrm{B}}\sigma\right)^2}\,k^2dk$$

(5.39)

$$p = -\frac{1}{3}bm_n\left(g_\sigma\sigma\right)^3 - \frac{1}{4}c\left(g_\sigma\sigma\right)^4 - \frac{1}{2}m_\sigma^2\sigma^2 + \frac{1}{2}m_\omega^2\omega_0^2 + \frac{1}{2}m_\rho^2\rho_{03}^2 + \frac{1}{3}\sum_\mathrm{B}\frac{2J_B+1}{2\pi^2}\int_0^{k_B}k^4dk\,/\sqrt{k^2 + \left(m_B - g_{\sigma\mathrm{B}}\sigma\right)^2}$$

(5.40)

και σε υψηλές πυκνότητες, προκειμένου να έχουμε ένα πλήρες σύνολο εξισώσεων πρέπει να θέσουμε και επιπλέον περιορισμούς για την κατάσταση της ύλης που ενδιαφερόμαστε. Μια τέτοια κατάσταση, χαρακτηρίζεται από διατηρούμενες ποσότητες, όπως ο βαρυονικός αριθμός, το φορτίο και η πυκνότητα του αριθμού της παραξενιάς:

$$\begin{aligned} \rho_{\mathrm{B}} &= (2J_B+1)b_B k_B^3/(6\pi^2) \\ Q_B &= (2J_B+1)q_B k_B^3/(6\pi^2) \\ S_B &= (2J_B+1)s_{\mathrm{B}} k_B^3/(6\pi^2) \end{aligned} \tag{5.41}$$

και η ολική πυκνότητα είναι:

$$\rho = \sum_{\mathrm{B}} \rho_{\mathrm{B}}, q = \sum_B Q_B, S = \sum_B S_B \tag{5.42}$$

Οι ορμές Fermi στις παραπάνω εξισώσεις διατήρησης, σχετίζονται με το χημικό δυναμικό μέσω των σχέσεων

$$\mu_B = e_B(k_b) \tag{5.43}$$

όπου οι ιδιοτιμές $e_B(k)$ της εξίσωσης Dirac, δίνονται παραπάνω. Τώρα έχουμε ένα σύστημα, μη γραμμικών εξισώσεων στη δύναμη του άγνωστου μεσονίου, τα τρία ανεξάρτητα χημικά δυναμικά και τις ορμές Fermi οι οποίες πρέπει να ληφθούν ταυτόχρονα.

Οι παραπάνω εξισώσεις, ισχύουν σε μηδενικές θερμοκρασίες. Αποτελέσματα για πεπερασμένες θερμοκρασίες, μπορούν να βρεθούν με τον γνωστό τρόπο, γράφοντας τη συνάρτηση επιμερισμού για το σύστημα και κάνοντας τους κατάλληλους υπολογισμούς. Σε όλες τις εκφράσεις, που περιέχουν ένα άθροισμα ως προς το B, το άθροισμα εκτείνεται και στα αντισωματίδια όπως και στα σωματίδια τα οποία είναι πολλές φορές και θερμικά διεγερμένα. Οι πυκνότητες των βαρυονίων και των αντιβαρυονίων, θα δίνονται σε αυτές τις περιπτώσεις:

$$\rho_{\mathrm{B}} = \frac{2J_B+1}{2\pi^2} b_\beta \int_0^\infty \left(\left[\left(e_B(k) - \mu_{\mathrm{B}}\right)/\mathrm{T}\right] + 1\right)^{-1} k^2 dk \tag{5.44}$$

$$\bar{\rho}_{\mathrm{B}} = \frac{2J_B+1}{2\pi^2} \bar{b}_\beta \int_0^\infty \left(\left[\left(\bar{e}_B(k) - \mu_{\mathrm{B}}\right)/\mathrm{T}\right] + 1\right)^{-1} k^2 dks \tag{5.45}$$

Αντίστοιχες εκφράσεις, ισχύουν και για το ηλεκτρικό φορτίο και για την παραξενιά. Ο θερμικός παράγοντας, εισάγεται σε όλα τα ολοκληρώματα ως προς την ορμή και στις εξισώσεις του βαθμωτού πεδίου και στις εξισώσεις για την πίεση και την πυκνότητα ενέργειας. Βέβαια όπως θα δούμε και παρακάτω, στους αστέρες που μελετάμε μέχρι τώρα και τους οποίους μπορούμε να παρατηρήσουμε η θερμοκρασία έχει πέσει σε πολύ χαμηλές τιμές, και για αυτό τον λόγο μιλάμε για ψυχρούς αστέρες νετρονίων. Δυστυχώς οι παρατηρήσεις μας και οι διαθέσιμες καταστατικές για τους θερμούς αστέρες είναι ελάχιστες. Στο επόμενο κεφάλαιο θα δούμε, πως κατασκευάζεται η καταστατική εξίσωση από τα όσα είπαμε μέχρι τώρα.

6. Κεφάλαιο

6.1 Τα νετρόνια ως συστατικό σε έναν αστέρα νετρονίων.

Οι αστέρες νετρονίων, σε αντίθεση με το όνομα τους, δεν αποτελούνται μόνο από νετρόνια, όπως είχε προταθεί αρχικά. Η ηλεκτρική ουδετερότητα, εξ' ορισμού ισχύει για ύλη που αποτελείται αποκλειστικά από τα ουδέτερα νετρόνια, όμως αυτή δεν είναι η χαμηλότερη ενεργειακή κατάσταση της ουδέτερης ύλης. Κάποια νετρόνια, υφίσταται β-διάσπαση μέχρι η ισορροπία μεταξύ των νετρονίων, των πρωτονίων και των ηλεκτρονίων να επιτευχθεί. Αυτή εκφράζεται από τη συνθήκη $\mu_P = \mu_n - \mu_e$ μεταξύ των χημικών δυναμικών.

Τα χημικά δυναμικά, μεγαλώνουν με την αύξηση της πυκνότητας. Επομένως φτάνουμε σε άλλα όρια και πολλαπλασιάζονται και άλλα είδη σωματιδίων. Σε ένα αέριο Fermi, τα όρια είναι απλώς οι μάζες των σωματιδίων. Για παράδειγμα, το Λ υπερόνιο, του οποίου το χημικό δυναμικό, δίνεται από την (5.32), θα είναι σε ισορροπία μέσα στο αστέρι όταν το χημικό δυναμικό του νετρονίου, γίνει ίσο με τη μάζα του λάμδα, ενώ θα είναι ένα από τα συστατικά του όταν $\mu_n > m_\Lambda$. Γενικά τα όρια των σωματιδίων, εξαρτώνται από τις αλληλεπιδράσεις, τις οποίες περιλαμβάνουμε στην ακολουθίας μας.

Η συμμετρία του ισοσπίν που προκύπτει από τη σύζευξη του ισοσπίν του βαρυονίου, λόγω του ουδέτερου ρο μεσονίου είναι πολύ σημαντική από αυτή την άποψη. Προφανώς, ευνοεί την μετατροπή του νετρονίου σε βαρυόνια αντίθετης προβολής ισοσπίν, συνεπή με την ηλεκτρική ουδετερότητα. Για αυτούς τους λόγους, η ύλη του αστέρα είναι πολύ σύνθετη στη σύσταση της και η Λαγκρανζιανή που χρησιμοποιείται στην πυρηνική θεωρία πεδίου, πρέπει να γενικευτεί για να περιλάβει αυτές τις ιδιαιτερότητες.

Οι πληθυσμοί των σωματιδίων, ενός αστέρα νετρονίων πολλαπλασιάζονται όταν η ισορροπία συμπεριφέρεται με τον γενικό τρόπο που αναφέραμε. Για χαμηλές πυκνότητες, βλέπουμε ότι η ουδέτερη, ομοιόμορφη ύλη αποτελείται σχεδόν αποκλειστικά από νετρόνια, αλλά με μία μικρή πρόσμειξη πρωτονίων και ηλεκτρονίων, σε ίσες ποσότητες. Με αυξανόμενη πυκνότητα, η ενέργεια Fermi των ηλεκτρονίων αυξάνεται στη μάζα του μυονίου. Όπως συζητήσαμε και προηγουμένως, η μάζα του πιονίου μπορεί επίσης να συμπυκνωθεί. Τα όρια των υπερονίων, φτάνονται σε πυκνότητες που ξεκινούν από τρείς φορές την πυρηνική και γίνονται σημαντικά συστατικά του αστέρα νετρονίων με μεγαλύτερη αύξηση στην πυκνότητα.

Οι αστέρες νετρονίων, δεν αποτελούνται από ύλη νετρονίων αλλά από αδρονική ύλη στη χαμηλότερη ενεργειακή κατάσταση, συνεπή με την ηλεκτρική ουδετερότητα. Λέμε ότι αυτή η ύλη είναι η ύλη του αστέρα νετρονίων. Η βαρυονική της σύσταση, εξαρτάται από την πυκνότητα και μπορούμε εύκολα να το καταλάβουμε από την προηγούμενη συζήτησή μας.

Για να περιγράψουμε τη σύνθετη βαρυονική σύσταση των αστέρων νετρονίων, πρέπει η Λαγκρανζιανή της ύλης να γενικευτεί για να περιλαμβάνει εκτός από πρωτόνια και νετρόνια και άλλες υψηλότερης μάζας, βαρυονικές καταστάσεις. Μια τέτοια κατάλληλή γενίκευση είναι η:

$$L = \sum_B \bar{\psi}_{B} \left(i\gamma_\mu \partial^\mu - m_B + g_{\sigma B}\sigma - g_{\omega B}\gamma_\mu \omega^\mu - \frac{1}{2} g_{\rho B}\gamma_\mu \vec{\tau}\vec{\rho}^\mu \right)\psi_B + \frac{1}{2}\left(\partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma - m_\sigma^2 \sigma^2\right) - \frac{1}{4}\omega_{\mu\nu}\omega^{\mu\nu}$$
$$+\frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_\mu \omega^\mu - \frac{1}{3} bm(g_\sigma \sigma)^3 - \frac{1}{4} c\left(g_\sigma \sigma\right)^4 - \frac{1}{2}\vec{\rho}_{\mu\nu}\vec{\rho}^{\mu\nu} - \frac{1}{3} m_\rho^2 \vec{\rho}_\mu \vec{\rho}^\mu + \sum_\lambda \bar{\psi}_\lambda \left(\imath\gamma_\mu \partial^\mu - m_\lambda\right)\psi_\lambda$$
(6.1)

Η πρώτη γραμμή είναι το άθροισμα των Λαγκρανζιανών των βαρυονίων και των αλληλεπιδράσεων με το βαθμωτό, το διανυσματικό και τα διανυσματικά-ισοδιανυσματικά μεσόνια (σ,ω,ρ) μεσόνια. Ο δείκτης του αθροίσματος B, αφορά όλες τις φορτισμένες καταστάσεις της οκτάδας βαρυονίων p,n,$\Lambda, \Sigma^{+}, \Sigma^{-}, \Sigma^{0}, \Xi^{-}, \Xi^{0})$ καθώς και του Δ.

Η δεύτερη περιλαμβάνει τις Λαγρανζιανές του βαθμωτού και του διανυσματικού μεσονίου , των οποίων οι αλληλεπιδράσεις με τα βαρυόνια μας δίνουν την μεγάλου και μικρού εύρους άπωση. Η τρίτη γραμμή περιέχει την Λαγκρανζιανή για τα ισοδιανυσματικά μεσόνια τα οποία συζεύγνονται με το ισοσπίν των βαρυονίων και δίνουν την ενέργεια συμμετρίας φορτίου. Επίσης περιέχει όρους self-interaction για το βαθμωτό πεδίο. Η τελευταία γραμμή περιέχει την Λαγκρανζιανή για τα λεπτόνια, τα οποία είναι και οι φορείς της ηλεκτρικής ουδετερότητας στην ύλη του αστέρα νετρονίων.

Οι εξισώσεις πεδίου για τα φερμιόνια σε ομοιόμορφη ύλη και στην αναπαράσταση ορμών είναι:

$$\left(i\gamma_{\mu}k^{\mu} - m_{\mathrm{B}} + g_{\sigma\mathrm{B}} - g_{\omega\mathrm{B}}\gamma_{\mu}\omega^{\mu} - \frac{1}{2}g_{\rho\mathrm{B}}\gamma_{\mu}\tau_{3}\rho_{3}^{\mu}\right)\psi_{\mathrm{B}}(k) = 0 \tag{6.2}$$

και οι ιδιοτιμές για το σωμάτιο και το αντισωμάτιο βρίσκονται να είναι:

$$\begin{aligned} e_{B}(k) &= g_{\omega\mathrm{B}}\omega_{0} + g_{\rho\mathrm{B}}\rho_{03}\mathrm{I}_{3\mathrm{B}} + \sqrt{k^{2} + \left(m_{\mathrm{B}} - g_{\sigma\mathrm{B}}\sigma\right)^{2}} \\ \overline{e}_{B}(k) &= -g_{\omega\mathrm{B}}\omega_{0} - g_{\rho}\rho_{03}\overline{\mathrm{I}}_{3\mathrm{B}} + \sqrt{k^{2} + \left(m_{B} - g_{\sigma\mathrm{B}}\sigma\right)^{2}} \end{aligned} \tag{6.3}$$

και θυμηθείτε ότι οι εξισώσεις για το πεδίο των μεσονίων της ομοιόμορφης στατικής ύλης είναι:

$$\begin{aligned} &\omega_{0} = \sum_{\mathrm{B}}\frac{g_{\omega\mathrm{B}}}{m_{\omega}^{2}}\rho_{\mathrm{B}} \\ &\rho_{03} = \sum_{\mathrm{B}}\frac{g_{\rho}\mathrm{B}}{m_{\rho}^{2}}\mathrm{I}_{3\mathrm{B}}\rho_{\mathrm{B}} \\ &m_{\sigma}^{2}\sigma = -bm_{n}g_{\sigma}\left(g_{\sigma}\sigma\right)^{2} - cg_{\sigma}\left(g_{\sigma}\sigma\right)^{3} + \sum_{\mathrm{B}}\frac{2J_{B}+1}{2\pi^{2}}g_{\sigma\mathrm{B}}\int_{0}^{k_{B}}\frac{m_{B} - g_{\sigma\mathrm{B}}\sigma}{\sqrt{k^{2} + \left(m_{B} - g_{\sigma\mathrm{B}}\sigma\right)^{2}}}k^{2}dk \end{aligned} \tag{6.4}$$

όπου $m_{B}^{*}(\sigma) = m_{B} - g_{\sigma\mathrm{B}}\sigma$ είναι η ενεργός μάζα του βαρυονικού είδους B και εξαρτάται από το σ. Τα ρεύματα των βαρυονίων, έχουν αντικατασταθεί από τις αναμενόμενες τιμές της βασικής κατάστασης., η βασική κατάσταση ορίζεται σαν να έχουμε τις ιδιοκαταστάσεις ορμής του απλού σωματιδίου με ιδιοτιμές που δίνονται από την 6.3, συμπληρωμένες μέχρι την ορμή Fermi. Θα συζητήσουμε λίγο, το πως οι ορμές Fermi, των διαφόρων ειδών B, υπολογίζονται προκειμένου το σύστημα να είναι σε χημική ισορροπία. Στις παραπάνω εξισώσεις, το I_{3B} είναι η προβολή του ισοσπίν των διαφόρων καταστάσεων των βαρυονίων B, και k_{B} είναι η ορμή Fermi των ειδών B. Μόνο οι χρονοειδείς συνιστώσες, των διανυσματικών πεδίων και η 3η συνιστώσα του ισοσπίν, του φορτισμένου πεδίου του ρ, έχουν μη μηδενιζόμενες τιμές, αν υπολογίσουμε την ισοτροπία της πυρηνικής ύλης και της διατήρησης του ηλεκτρικού φορτίου αντίστοιχα.

Οι πυκνότητες του βαρυονικού αριθμού, του φορτίου και της παραξενιάς των διαφόρων ειδών σωματιδίων διαβάζονται:

$$\rho_{\mathrm{B}} = (2J_B + 1) b_B k_B^3 / (6\pi^2)$$
$$Q_B = (2J_B + 1) q_B k_B^3 /(6\pi^2) \qquad (6.5)$$
$$S_B = (2J_B + 1) s_{\mathrm{B}} k_B^3 / (6\pi^2)$$

Οι ολικές πυκνότητες βαρυονίων και φορτίων, εκ των οποίων οι τελευταίες πρέπει να είναι ίσες με μηδέν, δίνονται:

$$\rho = \sum_{\mathrm{B}} \rho_{\mathrm{B}}, q = \sum_{B} Q_B = 0 \qquad (6.6)$$

Η εύρεση της καταστατικής εξίσωσης γίνεται ως εξής:

Υπολογίζουμε τον τελεστή ενέργειας-πίεσης ως εξής:

$$T^{\mu\nu} = -g^{\mu\nu} L + \sum_{\phi} \frac{\partial L}{\partial \left[\partial_{\mu} \phi \right]} \partial^{\nu} \phi \qquad (6.7)$$

και τον συγκρίνουμε με:

$$T^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} \varepsilon & 0 & 0 & 0 \\ 0 & p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p \end{pmatrix} \qquad (6.8)$$

και επομένως υπολογίζουμε την ενεργειακή πυκνότητα και την πίεση p:

$$\varepsilon = \frac{1}{3} b m_n (g_\sigma \sigma)^3 + \frac{1}{4} c (g_\sigma \sigma)^4 + \frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma^2 + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_0^2 + \frac{1}{2} m_\rho^2 \rho_{03}^2 + \sum_{\mathrm{B}} \frac{2J_{\mathrm{B}} + 1}{2\pi^2} \int_0^{k_B} \sqrt{k^2 + (m_B - g_{\sigma \mathrm{B}} \sigma)^2}\, k^2 dk$$
$$+ \sum_{\lambda} \frac{1}{\pi^2} \int_0^{k_\lambda} \sqrt{k^2 + m_\lambda^2}\, k^2 dk$$

(6.9)

και για την πίεση:

$$p = -\frac{1}{3} b m_n (g_\sigma \sigma)^3 - \frac{1}{4} c (g_\sigma \sigma)^4 - \frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma^2 + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_0^2 + \frac{1}{2} m_\rho^2 \rho_{03}^2 + \frac{1}{3} \sum_{\mathrm{B}} \frac{2J_B + 1}{2\pi^2} \int_0^{k_B} k^4 dk / \sqrt{k^2 + (m_B - g_{\sigma \mathrm{B}} \sigma)^2}$$
$$+ \frac{1}{3} \sum_{\lambda} \frac{1}{\pi^2} \int_0^{k_\lambda} k^4 dk / \sqrt{k^2 + m_\lambda^2}$$

(6.10)

Η ενεργειακή πυκνότητα και η πίεση είναι συναρτήσεις της πυκνότητας βαρυονίων ρ μέσω των ορμών Fermi k_{B} του κάθε είδους.

Το πρώτο βήμα για την εφαρμογή της θεωρίας αυτής είναι το να βρούμε τις πέντε σταθερές σύζευξης $g_s, g_\omega, g_\rho, b, c$. Αυτό έχει συζητηθεί στο προηγούμενο κεφάλαιο. Μπορούν να θεωρηθούν ως οι ιδιότητες κόρου της πυρηνικής ύλης, και συγκεκριμένα της ενέργειας σύνδεσης ανά νουκλεόνιο, την πυκνότητα κόρου, την ενεργό μάζα των νουκλεονίων στον κόρο, το συντελεστή συμπίεσης και τον συντελεστή ενέργειας συμμετρίας. Μπορούν να προσδιοριστούν αλγεβρικά από τις πέντε αυτές ιδιότητες της απλής πυρηνικής ύλης.

Μια κατάλληλη περιγραφή της ύλης του αστέρα νετρονίων, επιτυγχάνεται αν θεωρήσουμε τις συνθήκες ηλεκτρικής ουδετερότητας και χημικής ισορροπίας. Γενικά η χημική ισορροπία του σωματιδίου i με βαρυονικό αριθμό b_i και ηλεκτρικό φορτίο q_i , δίνεται από την:

$$\mu_i = b_i \mu_n + q_i \mu_q , \mu_{\mathrm{K}} = 0 \tag{6.11}$$

όπου μ_n και $\mu_q (\equiv -\mu_e)$ είναι τα χημικά δυναμικά ανά μονάδα θετικού βαρυονικού αριθμού και θετικής μονάδας φορτίου. Αντιστοιχούν στις δύο διατηρούμενες ποσότητες στην ύλη του αστέρα. το χημικό δυναμικό της παραξενιάς, δηλώνεται ως μ_K .

Είναι μηδέν, επειδή η παραξενιά δεν διατηρείται στην χρονική κλίμακα του αστέρα. Η χημική ισορροπία εκφράζεται μέσω των ιδιοτιμών των λύσεων της εξίσωσης Dirac:

$$\mu_{\mathrm{B}} = e_B(k_B), B = 1, \ldots, N \tag{6.12}$$

Αυτές οι εξισώσεις σχετίζουν την ορμή Fermi των βαρυονίων με τα δύο ανεξάρτητα χημικά δυναμικά. Για τα αρνητικά λεπτόνια, οι αντίστοιχες εξισώσεις είναι:

$$\begin{aligned} \left(m_{e^0}^2 + k_{e^-}^2 \right)^{1/2} &= \mu_e \\ \left(m_{\mu^0}^2 + k_{\mu^=}^2 \right)^{1/2} &= \mu_\mu = \mu_e \end{aligned} \tag{6.13}$$

και για τα ελεύθερα αρνητικά πιόνια:

$$\left(m_{\pi^0}^2 + k_{\pi^=}^2 \right)^{1/2} = \mu_{\pi^-} = \mu_e \tag{6.14}$$

Οι ορμές Fermi, σε όλες τις περιπτώσεις είναι οι θετικές πραγματικές λύσεις όταν υπάρχουν ή αλλιώς είναι ίσες με το μηδέν.

Η σύσταση του αστέρα ανάγεται τελικά σε ένα σύστημα 7+N εξισώσεων οι οποίες περιγραφικά είναι:

1) **Τρείς εξισώσεις πεδίου για τα μεσόνια.**
2) **Μία εξίσωση για την ηλεκτρική ουδετερότητα**
3) **Μια εξίσωση για τη πυκνότητα βαρυονίων**
4) **Δύο εξισώσεις για τις ορμές Fermi των λεπτονίων**
5) **N εξισώσεις για τις ορμές Fermi, των N ειδών βαρυονίων σε χημική ισορροπία.**

Η θεωρία που αναπτύξαμε είναι σχετικιστικά αναλλοίωτη και η σταθερές σύζευξης νουκλεονίου-μεσονίου σχετίζονται με τις ιδιότητες της συμμετρικής πυρηνικής ύλης με έναν άμεσο τρόπο. Επιπλέον, όπως θα δούμε, η σύζευξη με τα υπερόνια μπορεί να προσδιοριστεί με έναν πολύ αυστηρό τρόπο. Η καταστατική σε υψηλότερες πυκνότητες, συνδέεται με αυτήν στον κόρο μέσω της ιδιότητας της causality.

6.2 Υπερόνια στην πυρηνική ύλη.

Ενώ λοιπόν σε πυκνότητες κοντά σε αυτή της πυρηνικής ύλης, το εσωτερικό του αστέρα νετρονίων, περιγράφεται από νουκλεόνια και λεπτόνια, σε υψηλότερες πυκνότητες, διάφορα άλλα είδη σωματιδίων μπορούν να εμφανιστούν, λόγω της αύξησης του χημικού τους δυναμικού με την αύξηση της πυκνότητας και οι εξισώσεις που θα δίνουν την ενεργειακή πυκνότητα και την πίεση του αστέρα, δόθηκαν παραπάνω με την προσέγγιση μιας θεωρίας μέσου πεδίου, όπου η αλληλεπίδραση μεταξύ τους γίνεται με την ανταλλαγή του ω,σ και ρ μεσονίου. Ανάμεσα σε αυτά τα σωματίδια είναι βαρυόνια όπως το Λ, το Σ και το Ξ υπερόνια. Λόγω του αρνητικού του φορτίου, το Σ^- υπερόνιο, είναι το πρώτο βαρυόνιο που περιμένουμε να εμφανιστεί με την αύξηση της πυκνότητας, μέσω της αντίδρασης::

$$n + n \rightarrow p + \Sigma^-$$

Παρ' ότι έχει μεγαλύτερη μάζα σε σχέση με το ουδέτερο Λ-υπερόνιο (M_Σ=1197 MeV, M_Λ=1116 MeV). Άλλα ήδη, όπως συντονισμοί Δ και συμπυκνώματα πιονίων ή καονίων, μπορούν να εμφανιστούν στην ύλη του αστέρα νετρονίων. Η παρουσία και άλλων βαρυονίων, εκτός των γνωστών μας νουκλεονίων, μπορεί να ελαττώσει και άλλο τη ενέργεια της βασικής κατάστασης.

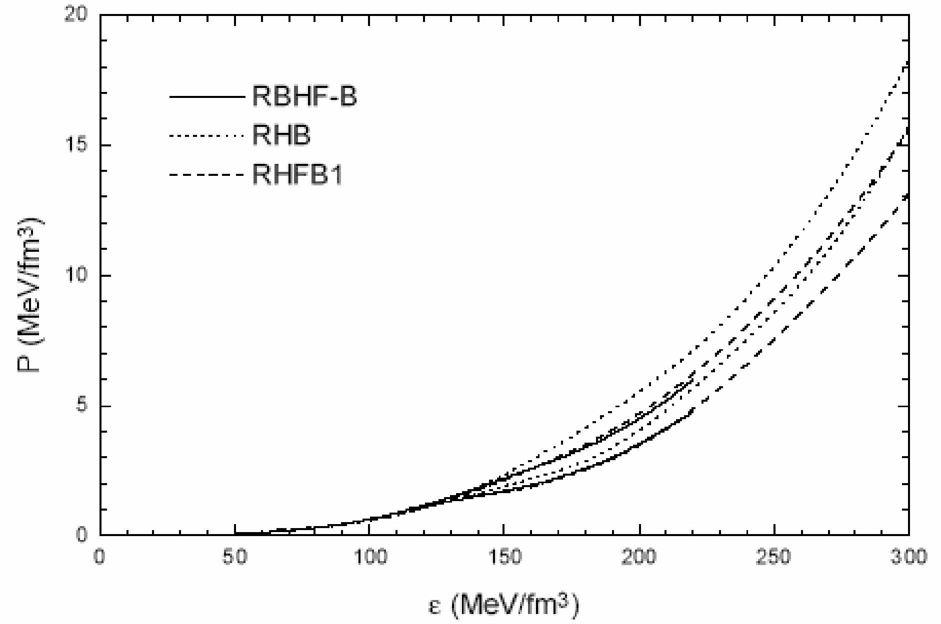
Εκτός από την προηγούμενη προσέγγιση μιας θεωρίας μέσου πεδίου, μπορούμε να ακολουθήσουμε και την πορεία της θεωρίας Brueckner και χρειάζεται η επίλυση ενός συστήματος συζευγμένων εξισώσεων, οι οποίες αποτελούν τις εξισώσεις Dyson, για τη συνάρτηση Green (G), τον ενεργό πίνακα σκέδασης T και την εξίσωση για την ιδιοενέργεια ενός σωματιδίου εντός της ύλης που περιγράφουμε και παίρνουμε τελικά:

$$(G^0)^{-1}(1,2)\Sigma(1,2)G(2,1') = \delta(1,1')$$

$$\langle 12|\mathrm{T}|1'2'\rangle = \langle 12|V|1'2' - 2'1'\rangle + \iota\langle 12|V|34\rangle *$$
$$*\Lambda(34,56)\langle 56|\mathrm{T}'|1'2'\rangle$$

$$\Sigma(1,2) = -\langle 14|\mathrm{T}|52\rangle G(5,4)$$

για τον διαδότη Λ των βαρυονίων, έχουμε διαλέξει στην προσέγγιση RBHF τον διαδότη Brueckner. Το V είναι ένα δυναμικό ανταλλαγής ενός μποζονίου που έχει μία από τις γνωστές μας μορφές..



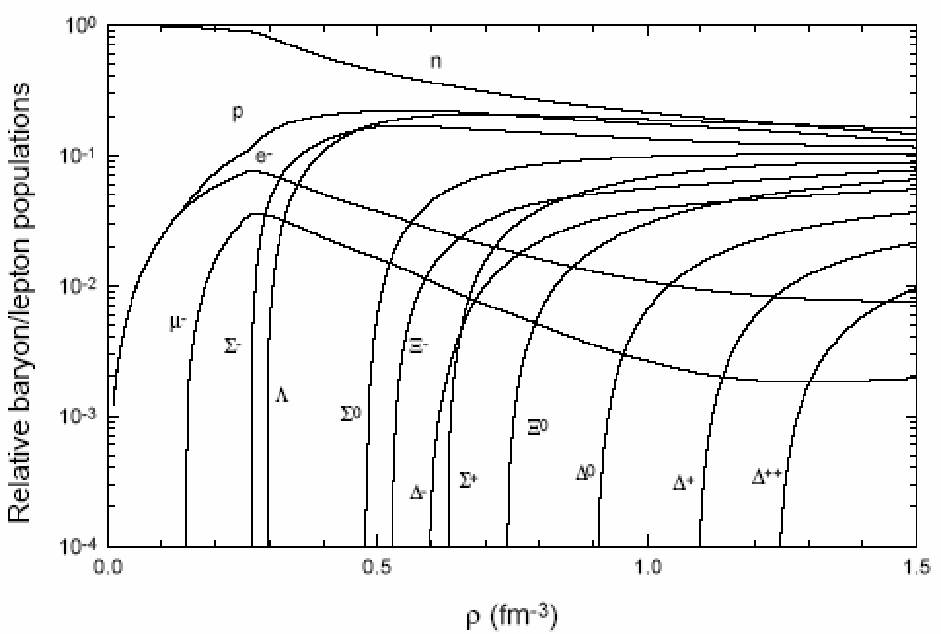
Εικ 6.1 EOS διαφορετικών προσεγγίσεων. Η συμφωνία της RBHF με την RHF είναι ικανοποιητική αν και χειροτερεύει όσο αυξάνει η ενέργεια και η RH γίνεται σκληρότερη σε υψηλές πυκνότητες. (Βλ. Αναφορά 9 & 12)

Στην περιοχή ενεργειών που κυριαρχούν στο εσωτερικό ενός αστέρα, είτε χρησιμοποιήσουμε μια καταστατική βασισμένη στην RBHF, είτε στην RHF καταλήγουμε σε μία απότομη σκληρότητα της καταστατικής εξίσωσης του αστέρα, λόγω της μείωσης της τιμής της μάζας Dirac (=0,6 mN) και έχουν προταθεί διάφορες προσεγγίσεις για να ξεπεραστεί το φαινόμενο της αρνητικής μάζας Dirac, όταν εισάγουμε επιπλέον βαρυόνια.

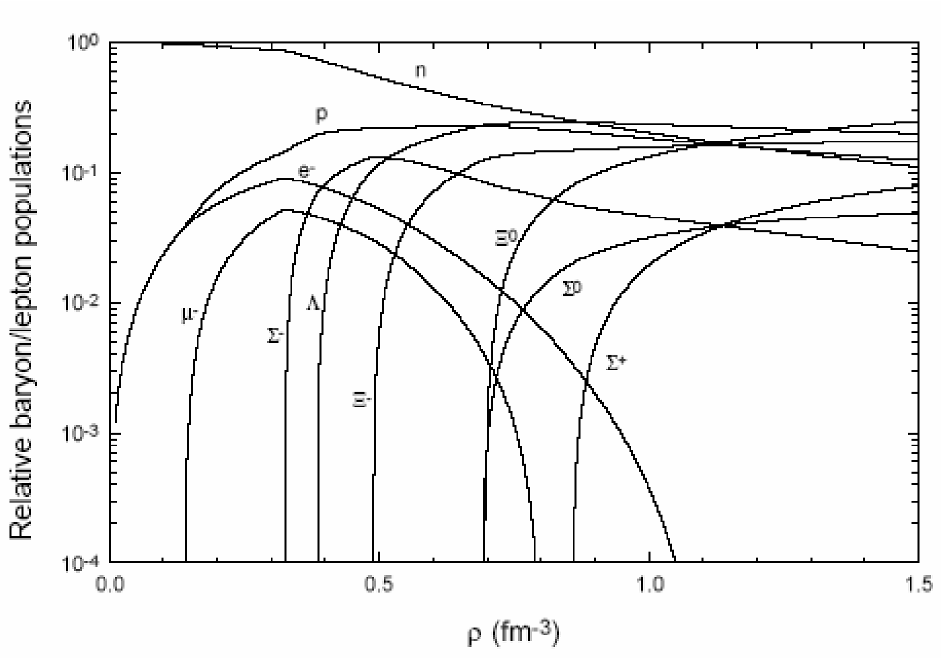
Τρείς είναι οι ιδιότητες που χαρακτηρίζουν τις ιδιότητες των αστέρων νετρονίων: a) Η σκληρότητα (stifness) της καταστατικής εξίσωσης, b) οι σταθερές σύζευξης των υπερονίων, c) η προσέγγιση πολλών σωμάτων που θα ακολουθήσουμε. Βέβαια τα τρία αυτά σημεία συνδέονται μεταξύ τους. Η σημασία της πρώτης ιδιότητας είναι εμφανής αφού όσο μεγαλύτερη η stiffness τόσο πιο γρήγορα ο αστέρας θα φτάσει τη μέγιστη κεντρική πίεσή του. Σε ότι αφορά τις σταθερές σύζευξης των υπερονίων αυτές δεν είναι ακόμη γνωστές από εμπειρικά δεδομένα και υπάρχει ένα μεγάλο εύρος τιμών. Έτσι υπάρχει ένα μεγάλο εύρος επιλογών στην βιβλιογραφία, από μια καθολική σταθερά, μέχρι αναλογίες που τείνουν στο quark model.

Οι καταστατικές εξισώσεις, γίνονται softer με αύξηση της τιμής αυτών των σταθερών, επειδή τότε η μετατροπή των νουκλεονίων σε υπερόνια είναι ενεργειακά προτιμότερη, λόγω της μικρότερης απωστικής δύναμης που κυριαρχεί στην περιοχή υψηλών ενεργειών του αστέρα νετρονίων. Ένα χαρακτηριστικό της προσέγγισης Hartree είναι οι μεγάλες σταθερές σύζευξης για το ρ, προκειμένου να ελέγξουμε την ενέργεια συμμετρίας. Για αυτό το λόγο και το Δ σωματίδιο δεν εμφανίζεται συχνά στις προσεγγίσεις μας. Αν η σταθερά ρ αυξηθεί υπερβολικά, μπορούμε να έχουμε αντιστροφή στην σειρά εμφάνισης των υπερονίων και αντί του Σ να εμφανιστεί πρώτο το θετικό Σ.

Τέλος ένα ακόμη πιο σοβαρό σημείο στην επιλογή της κατάλληλης προσέγγισης του προβλήματος πολλών σωμάτων αφορά την περιοχή υψηλών πυκνοτήτων. Πρώτα απ' όλα πρέπει να πούμε ότι σε υψηλές πυκνότητες όπου έχουμε την εμφάνιση βαρυονίων εκτός των νουκλεονίων, δεν μπορεί ακόμη να εφαρμοστεί η RBHF. Η προσέγγιση Hartree η οποία επεκτείνεται και σε υψηλές πυκνότητες δίνει μια stiff εξίσωση χωρίς καμία συνεισφορά από ανταλλαγές. Οι σταθερές σύζευξης είναι μεγαλύτερες από την RHF. Δύο παραδείγματα για τη σύσταση δίνονται στα σχήματα 6.2 και 6.3 και βλέπουμε την εξάρτηση από τις σταθερές σύζευξης. Στην περίπτωση universal σταθερών σύζευξης, ευνοείται η έλξη και η εμφάνιση των υπερονίων γίνεται πολύ νωρίτερα και αυτό οδηγεί σε χαμηλότερες πιέσεις σε χαμηλότερες πυκνότητες, ενώ στις υψηλές πυκνότητες έχουμε ισχυρότερη άπωση και μια stiffer E.O.S. και έτσι παίρνουμε μικρότερες μάζες για τον αστέρα μας. Λόγω των περισσότερων ειδών βαρυονίων που εμφανίζονται, η RHF εξίσωση είναι πιο μαλακή από την αντίστοιχη της RH σε ένα μεγάλο εύρος πυκνοτήτων.



Εικ 6.2 Συσταση αστέρα νετρονίων με βάση το μοντέλο Walecka. (Βλ. Αναφορά 2).

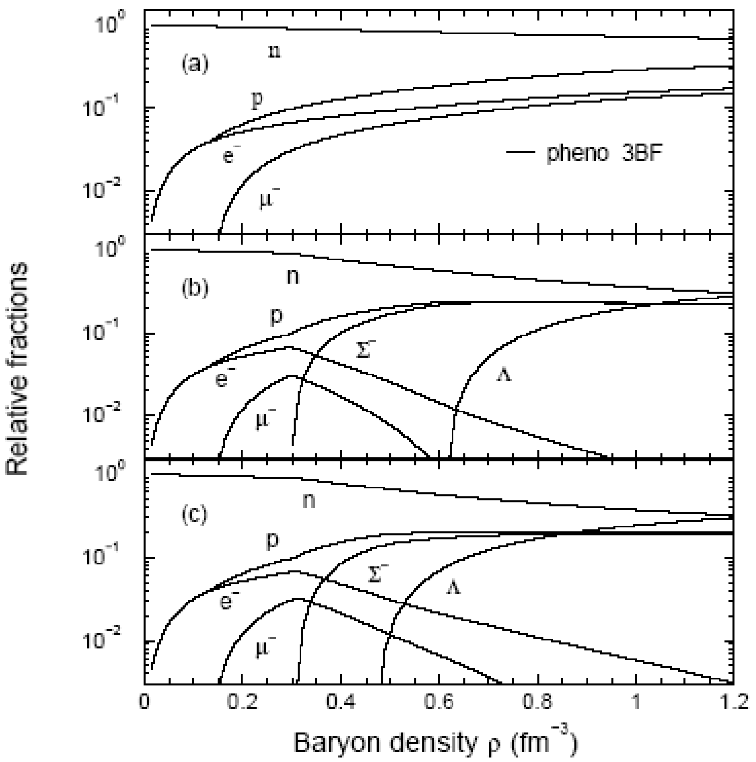


Εικ 6.3. Σύσταση αστέρα νετρονίων. (Βλ. Αναφορά 2).

Το αποτέλεσμα αυτό οφείλεται στο softening της βαρυονικής E.O.S, όταν εισάγουμε υπερόνια και επιπλέον βαθμούς ελευθερίας και δεν περιμένουμε θεαματικές αλλαγές ακόμη και όταν εισάγουμε διορθώσεις που να αφορούν την αλληλεπίδραση νουκλεονίου-νουκλεονίου, όπως άλλα δυναμικά υπερονίου-υπερονίου, σχετικιστικές διορθώσεις κ.α Η μόνη πιθανότητα, προκειμένου να πάρουμε μια stiffer E.O.S είναι η μετάβαση σε μία άλλη φάση πυκνής ύλης quark, η οποία θα μπορεί να υποστηρίξει μεγαλύτερες μάζες.

Από την άλλη στην RHF, λόγω των μικρότερων σταθερών σύζευξης, τα Δ παίζουν ένα σημαντικότερο ρόλο και τα υπερόνια εμφανίζονται λιγότερα και οι συγκεντρώσεις τους μειώνονται σε σχέση με την HF. Η προκύπτουσα μορφή της καταστατικής εξίσωσης εξαρτάται από την μάζα Dirac του Δ.

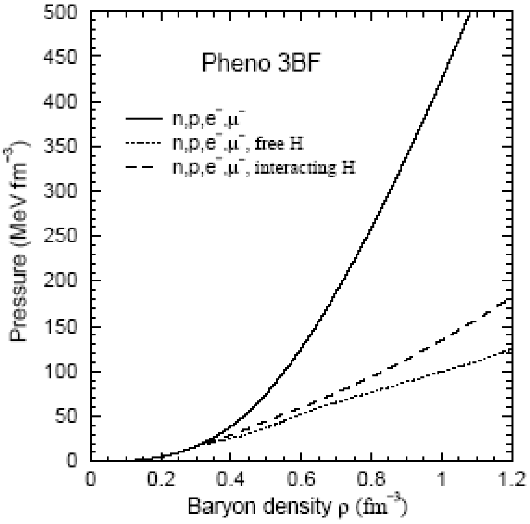
Στην παραπάνω προσέγγιση και υποθέτοντας ένα απλό μοντέλο O.B.E και την επίλυση μιας εξίσωσης Brueckner βλέπουμε ότι χρειάζεται να ξέρουμε τα δυναμικά της αλληλεπίδρασης νουκλεονίου-υπερονίου (NY) και υπερονίου-υπερονίου (YY). Ως χαρακτηριστικά παραδείγματα θα δώσουμε τα Nijmegen, το Urbanna-18 και τα δυναμικά των Three-Body δυνάμεων.



Εικ 6.4. Η σύσταση στην ισορροπία ασύμμετρης και σταθερής ως προς τη β-διάσπαση ύλης, (α) μόνο για νουκλεόνια, (β) συμπεριλαμβανομένων υπερονίων, (γ) συμπεριλαμβανομένων και αλληλεπιδράσεων.

Η γνώση των ενεργειακών πυκνοτήτων, μας επιτρέπει να υπολογίσουμε τις καταστατικές εξισώσεις και την δομή του αστέρα νετρονίων, επιτρέποντας την ύπαρξη των επιπλέον σωματιδίων. Οι κύριες φυσικές ιδιότητες της πυρηνικής καταστατικής εξίσωσης που καθορίζουν τις προκύπτουσες συστάσεις είναι η ενέργεια συμμετρίας του πυρηνικού κομματιού της E.O.S και τα δυναμικά των υπερονίων, εντός της πυρηνικής ύλης. Μιας και σε αρκετά χαμηλές πυκνότητες η πυρηνική ύλη είναι ασύμμετρη, δηλαδή δεν έχει ίσο αριθμό νετρονίων-πρωτονίων, το μικρό ποσοστό πρωτονίων νοιώθει ένα μεγαλύτερο δυναμικό ενός σώματος και επομένως είναι ενεργειακά προτιμότερο για αυτό να μετατραπεί σε ένα πρωτόνιο. Το βάθος του δυναμικού του πρωτονίου καθορίζεται κυρίως από την ενέργεια συμμετρίας της πυρηνικής ύλης. Τα δυναμικά που αισθάνονται γύρω τους τα υπερόνια μπορούν να αλλάξουν δραστικά την πυκνότητα του ορίου στο οποίο εμφανίζεται το κάθε υπερόνιο.

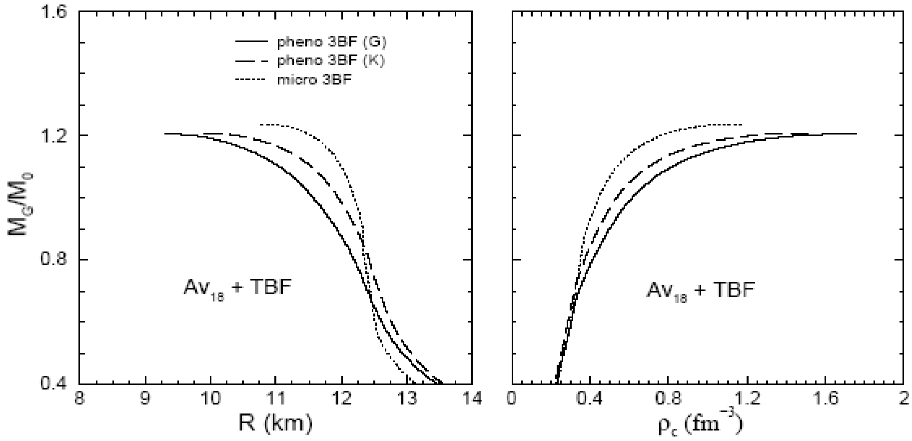
Στην εικόνα 6.2 φαίνεται η χημική σύσταση της ασύμμετρης πυρηνικής ύλης που περιέχει υπερόνια, κάτω από την β-ισορροπία. Παρατηρούμε χαμηλές πυκνότητες εμφάνισης, οι οποίες είναι ίσες με 2 με 3 φορές την πυκνότητα της πυρηνικής ύλης για την εμφάνιση των Σ^- και Λ υπερονίων. Επομένως ένα ίσο ποσοστό νουκλεονίων και υπερονίων εμφανίζεται στον πυρήνα του αστέρα σε υψηλές πυκνότητες. Επίσης μειώνονται αισθητά τα λεπτόνια της ύλης, μιας και είναι ενεργειακά προτιμότερο να διατηρήσουμε την ουδετερότητα φορτίου μέσω σχηματισμού υπερονίων παρά μέσω της β-διάσπασης. Το γεγονός αυτό μπορεί να επιδράσει στην εμφάνιση συμπυκνώματος καονίων.



Εικ 6.5 Οι E.O.S για ύλη χωρίς (συνεχής) και με υπερόνια (διακεκομμένη γραμμή). (Βλ. Αναφορά 13).

Η προκύπτουσα καταστατική εξίσωση φαίνεται στην εικόνα 6.5. Οι πάνω καμπύλες δείχνουν την καταστατική όταν η ύλη του αστέρα αποτελείται μόνο από νουκλεόνια και λεπτόνια. Η εισαγωγή υπερονίων, δίνει μία κατά πολύ πιο μαλακή καταστατική, η οποία ταιριάζει με αυτήν που παίρνουμε χωρίς την εισαγωγή των δυνάμεων τριών σωμάτων (Three-Body-Forces.T.B.F) . Αυτό το συμπέρασμα είναι πολύ σημαντικό, μιας και στην περίπτωση μόνο νουκλεονίων, ο απωστικός χαρακτήρας των TB.F, αυξάνει την σκληρότητα της καταστατικής εξίσωσης. Όταν όμως συμπεριλάβουμε τα νουκλεόνια, η παρουσία της T.B.F, ενισχύει τους πληθυσμούς των Σ^{-} και των Λ, λόγω των αυξημένων χημικών δυναμικών των νουκλεονίων, σε σχέση με την περίπτωση χωρίς T.B.F. Βέβαια τα πράγματα θα άλλαζαν αν θεωρούσαμε T.B.F και μεταξύ των υπερονίων.

Οι συνέπειες για τη δομή του αστέρα, φαίνονται στην εικόνα 6.6 , όπου φαίνονται οι καμπύλες μάζας-ακτίνας και μάζας-πυκνότητας για διάφορα είδη T.B.F. Η παρουσία υπερονίων, εξισώνει τα αποτελέσματα διαφορετικών T.B.F και οδηγεί σε μια μέγιστη μάζα 1,3 ηλιακών μαζών για όλες τις πυρηνικές δυνάμεις τριών σωμάτων.



Εικ 6.6αρυτική μάζα αστέρα νετρονίων ως προς την ακτίνα και ως προς την πυκνότητα.
Συγκρίνονται υπολογισμοί που για διαφορετικά είδη T.B.F.

7ο Κεφάλαιο.

7.1 Εισαγωγή των quark στο εσωτερικό ενός αστέρα.

Η θεωρία πεδίου των quark και των γλουωνίων (gluons), η Κβαντική Χρωμοδυναμική, είναι μια μη-Αβελιανή θεωρία βαθμίδας που περιγράφεται από την ομάδα της SU(3). Η Λαγκρανζιανή της Q.C.D έχει την μορφή:

$$L = \bar{\psi}_f^a (i\gamma_\mu D_{ab}^\mu - m_f)\psi_f^b - \frac{1}{4} F_{\mu\nu}^\iota F_i^{\mu\nu} \tag{7.1}$$

όπου ψ_α^f είναι τα πεδία των quark για κάθε γεύση f και m_f είναι οι παρούσες μάζες των quark. Στο χώρο του χρώματος, τα πεδία ψ_f^α είναι columns τριών συνιστωσών με α=1,2,3. Η αναλλοίωτη ως προς το χρώμα παράγωγος είναι η:

$$D_{ab}^\mu = \delta_{ab}\partial^\mu - i\frac{g_s}{2}[\lambda_i]_{ab} G_i^\mu \tag{7.2}$$

Quark flavor (f)	u	d	c	s	t	b
m_f (GeV)	0.005	0.01	1.5	0.1	180	4.7
q_f^{el}	$+\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$+\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$+\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$

Πίνακας με τις μάζες και τα φορτία διαφόρων γεύσεων quark

όπου g_s είναι η σταθερά σύζευξης της ισχυρής αλληλεπίδρασης. Οι ποσότητες G_i^μ είναι τα πεδία των γκλουωνίων με δείκτες χρώματος i=1,…,8 και λ_i οι πίνακες Gell-Mann της SU(3). Η ποσότητα $F_{\mu\nu}^\iota$ είναι ο τανυστής του πεδίου των γκλουονίων, ο οποίος είναι ίσος με:

$$F_{\mu\nu}^i = \partial_\mu G_\nu^i - \partial_\nu G_\mu^\iota + g_s f_{ijk} G_\mu^j G_\nu^k \tag{7.3}$$

όπου f_{ijk} είναι οι σταθερές δομής της SU(3) και είναι όπως θα δούμε και ένας από τους παράγοντες τους οποίους μπορεί κανείς να αλλάξει μέσα στην καταστατική του. Οι εξισώσεις κίνησης των συζευγμένων πεδίων quark και gluon είναι:

$$\begin{aligned} \left(i\gamma_\mu \partial^\mu - m_f\right)\psi_f^\alpha &= -g_s \gamma_\mu \left(\frac{\lambda_\iota}{2}\right)_{ab} \psi_f^b G_i^\mu \\ \partial^\mu F_{\mu\nu}^i + g_S f_{ijk} G^{jm} F_{\mu\nu}^k &= -g_s \bar{\psi}_\alpha^f \gamma_\nu \left(\frac{\lambda_\iota}{2}\right)_{ab} \psi_f^b \end{aligned} \tag{7.4}$$

Σημαντικές προσπάθειες έχουν καταβληθεί προκειμένου να λύσουμε τις εξισώσεις της QCD για κίνηση πάνω σε ένα πλέγμα quark. Προς το παρόν, τέτοιες προσομοιώσεις, δεν μας δίνουν ένα ασφαλή οδηγό σε πεπερασμένη πυκνότητα βαρυονίων, παρ' όλα αυτά είναι απαραίτητο να βασιστούμε σε μη-διαταρακτικές μεθόδους επίλυσης της QCD, οι οποίες ενσωματώνουν τις βασικές ιδιότητες που περιμέναμε για την QCD. Ένας λόγος είναι η γνωστή ασυμπτωτική ελευθερία, όπου η αλληλεπίδραση quark-quark είναι ασθενής μόνο σε υψηλές ενέργειες και επομένως μόνο εκεί μπορούμε να εφαρμόσουμε διαταρακτικές μεθόδους. Για τις περιοχές χαμηλότερων ενεργειών, σαν αυτές της πυρηνικής φυσικής τρείς διαφορετικές κατηγορίες μοντέλων έχουν προταθεί. Τα φαινομενολογικά μοντέλα, όπως είναι το M.I.T bag-model[4], όπου οι μάζες των quark είναι σταθερές και η σύζευξη περιγράφεται με όρους μιας bag-constant[5], κάποια πιο δυναμικά μοντέλα και τρίτο μοντέλα που στηρίζονται στην επίλυση της εξίσωσης Dyson-Schwinger όπου οι ιδιότητες των quark, καθορίζονται self-consistenly. Το πιο ευρέως χρησιμοποιούμενο μοντέλο, με το οποίο θα ασχοληθούμε και εμείς παρακάτω είναι το M.I.T Bag-Model.Μιας και τα quark δεν παρατηρούνται απομονωμένα, η αλληλεπίδρασή τους πρέπει να έχει μια συνιστώσα που μεγαλώνει καθώς αυξάνει η απόσταση μεταξύ των quark, σε αντίθεση με την εμπειρία μας από τις ηλεκτρομαγνητικές δυνάμεις όπου η δύναμη ελλατώνεται με το τετράγωνο της απόστασης ακολουθώντας έναν νόμο αντίστροφου τετραγώνου. Ένας τρόπος για να περιγράψουμε αυτή την συμπεριφορά της δύναμης μεταξύ quark είναι να επιβάλλουμε μια εξωτερική συνθήκη, να θεωρήσουμε δηλαδή τα quark εντός μιας σακούλας που τα αποτρέπει από το να φύγουν προς τα έξω. Ένα τέτοιο μοντέλο είχε μεγάλη επιτυχία στο να καταλάβουμε τη δομή των αδρονίων και να συνδέσει την αλληλεπίδραση μεταξύ quark με αυτή των αδρονίων.

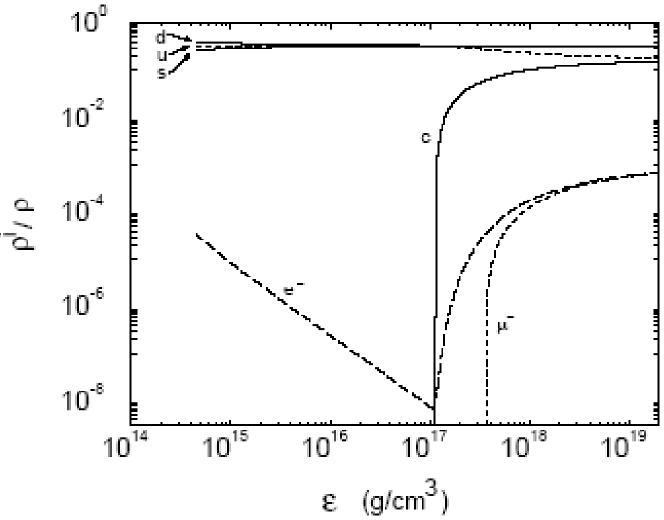
Για αυτό το μοντέλο, η πίεση P^i των μεμονωμένων quark και των λεπτονίων, που περιέχονται μέσα στη σακούλα αντισταθμίζεται από την ολική εξωτερική πίεση P+B, σύμφωνα με την εξίσωση:

$$P + B = \sum_f P^f \tag{7.5}$$

ενώ η ολική ενεργειακή πυκνότητα των διαφόρων γεύσεων quark, θα δίνεται από την σχέση:

$$\varepsilon = \sum_f \varepsilon^f + B \tag{7.6}$$

[4] Διατηρώ την αγγλική ορολογία του μοντέλου μιας και η ακριβής ελληνική μετάφραση δεν μου ακούστηκε τόσο εύηχη.
[5] Στο σημείο αυτό, όπως και με τις ονομασίες των quark, κρίθηκε προτιμότερο η διατήρηση του αγγλικού όρου bag-constant αντί της ελληνικής απόδοσης σταθερά της τσάντας ή της σακκούλας.



Εικ 7.1 Σχετικές πυκνότητες quark και λεπτονίων στην ύλη αστέρα-quark σαν συνάρτηση της πυκνότητας μάζας. (Βλ. Αναφορά 5)

Η ποσότητα B, δηλώνει την bag-constant και ε^f είναι οι συνεισφορές των μεμονωμένων quark στην ολική ενεργειακή πυκνότητα. Η συνθήκη ηλεκτρικής ουδετερότητας ανάμεσα στα quark δίνεται από την ακόλουθη εξίσωση:

$$3\sum_f q_f^{el} k_{F_f}^3 - \sum_L k_{F_L}^3 = 0 \tag{7.7}$$

όπου το q_f^{el} δηλώνει το ηλεκτρικό φορτίο ενός quark με γεύση f. Η συνεισφορά της κάθε γεύσης quark, στην πίεση, την πυκνότητα ενέργειας και την πυκνότητα βαρυονικού αριθμού καθορίζονται από το θερμοδυναμικό δυναμικό:

$$d\Omega^f = -S^f d\mathrm{T} - P^f dV - A^f d\mu^f \tag{7.8}$$

από το οποίο βρίσκει κανείς:

$$P^f = \frac{\nu_\iota}{6\pi^2}\int_0^{k_F} dk \frac{k^4}{\sqrt{k^2+m_f^2}} \tag{7.9}$$

$$\varepsilon^f = \frac{\nu_f}{2\pi^2}\int_0^{k_{F_f}} dk k^2 \sqrt{k^2+m_f^2} \tag{7.10}$$

$$\rho^f = \frac{\nu_f}{6\pi^2} k_{F_f}^3 \tag{7.11}$$

Η ποσότητα μ^f δηλώνει το χημικό δυναμικό των quark γεύσης f, και m_f είναι η μάζα του. Ο παράγοντας του χώρου φάσεων, είναι ν_f και είναι ίσος με 2(spin)X3(color)=6. Η χημική ισορροπία ανάμεσα στις γεύσεις των quark και των λεπτονίων διατηρείται από τις ακόλουθες ασθενείς αντιδράσεις:

$$d \leftrightarrow u + e^- + \bar{\nu}^e, s \leftrightarrow u + e^- + \bar{\nu}^e, s \leftrightarrow c + e^- + \bar{\nu}^e, s + u \leftrightarrow d + u, c + d \leftrightarrow u + d \tag{7.12}$$

Μιας και οι αστέρες νετρονίων, χάνουν τα νετρόνια τους μέσα στα πρώτα λίγα δευτερόλεπτα από την παραγωγή τους, τα χημικά δυναμικά αυτών των σωματιδίων θα είναι ίσα με μηδέν. Βρίσκει κανείς από τις ασθενείς αλληλεπιδράσεις ότι:

$$\mu^d = \mu^u + \mu^e, \mu^c = \mu^u, \mu \equiv \mu^d = \mu^s \tag{7.13}$$

Η καταστατική εξίσωση της σχετικιστικής ύλης quark, σε μηδενικές θερμοκρασίες που αποτελείται από quark μηδενικής μάζας και αποκλείοντας τις αλληλεπιδράσεις υπολογίζεται από τις:

$$P^f = \frac{\nu_f}{24\pi^2}(\mu^f)^4 = \frac{1}{3}\varepsilon^f, \rho^f = \frac{\nu_f}{6\pi^2}(\mu^f)^3 \tag{7.14}$$

όπου ο βαθμός εκφυλισμού είναι $\nu_f = 6$. Η καταστατική εξίσωση τέτοιας ύλης βρίσκεται από τις εξισώσεις (7.13) και (7.14) ως:

$$P = (\varepsilon - 4\mathrm{B})/3 \tag{7.15}$$

Βλέπει κανείς ότι η εξωτερική πίεση, που δρα σε μια bag γεμάτη με quark, μηδενίζεται για ε=4B. Η μάζα εντός του Bag, δίνεται από την θεμελιώδη σχέση μάζας-ακτίνας:

$$\mathrm{M} = \int_0^R \varepsilon dV = (4\pi/3)\varepsilon R^3 \tag{7.16}$$

Τα αποτελέσματα αυτής της σχέσης, για συστήματα με quark δείχνονται στο σχήμα 3. Η συνθήκη ηλεκτρικής ουδετερότητας για την αστρική ύλη των quark είναι:

$$2\rho^u - \rho^d - \rho^s = 0 \tag{7.17}$$

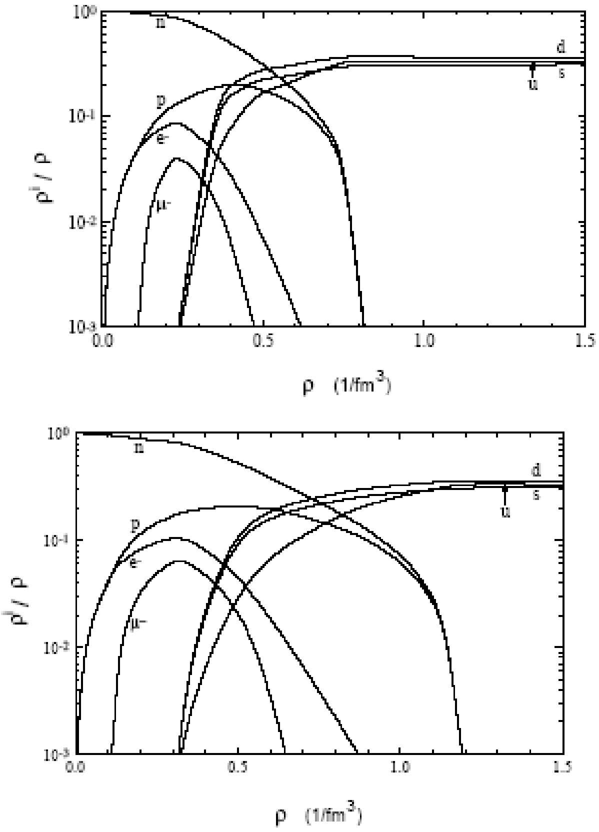
Μιας και τα $\mu^u = \mu^d = \mu^s$ για τα μηδενικής μάζας quark, βρίσκει κανείς από την , ότι για μηδενική εξωτερική πίεση, P, η σταθερά B σχετίζεται με το χημικό δυναμικό των quark μέσω των σχέσεων: $B = 3\mu^4/4\pi^2$. Η ενέργεια ανά βαρυονικό αριθμό της ύλης των quark, δίνεται από την:

$$\frac{E}{A} \equiv \frac{\varepsilon}{\rho} = 4\frac{\mathrm{B}}{(\rho^u + \rho^d + \rho^s)/3} = 4\frac{B}{\rho^u} = 4\pi^2\frac{\mathrm{B}}{\mu^3} \tag{7.18}$$

όπου ρ είναι η ολική αριθμητική πυκνότητα βαρυονίων που καθορίζεται ως:

$$\rho = \sum_f \rho^f / 3 \tag{7.19}$$

Έτσι εφαρμόζοντας την μέθοδο Newton-Ramson δύο διαστάσεων για τις εξισώσεις 7.6, 7.18 και χρησιμοποιώντας την 7.12 για να εκφράσουμε το χημικό δυναμικό των ηλεκτρονίων συναρτήσει των up και down quark, βρίσκουμε τις αντίστοιχες ορμές Fermi , για το up και down quark και στη συνέχεια αξιοποιώντας τη σχέση για το χημικό δυναμικό, υπολογίζουμε την ορμή Fermi για το ηλεκτρόνιο. Στη συνέχεια υπολογίζουμε την πίεση και την ενεργειακή πυκνότητα από κάθε είδος quark και στη συνέχεια αλλάζοντας κάθε φορά την παράμετρο B, βρίσκουμε μια ολική πίεση και μια ολική ενεργειακή πυκνότητα που αντιστοιχούν σε διάφορες πυκνότητες του αστέρα. Στην εικόνα 7.2 φαίνεται η διαφορά των συγκεντρώσεων που προκύπτουν για δύο διαφορετικές τιμές της bag constant:



Προκύπτουσα σύσταση για B=150 MeV / fm^3 (πάνω εικόνα) και B=250 MeV / fm^3 (κάτω).

(Βλ. Αναφορά 5)

Στην περίπτωση τώρα που θεωρήσουμε τα quark ως σωματίδια κάποιας μάζας έχουμε:

$$\rho^f = \frac{V_f}{24\pi^2}\left(\sqrt{1-Z_f^2}\left(1-\frac{5}{2}Z_f^2\right)+\frac{3}{2}Z_f^4 \ln\frac{1+\sqrt{1-Z_f^2}}{Z_f}\right) \quad (7.20)$$

$$\rho^f = \frac{V_f}{6\pi^2}\left(1-Z_f^2\right)^{3/2}$$

$$\varepsilon^f = \frac{V_f}{8\pi^2}\left(\sqrt{1-Z_f^2}\left(1-\frac{1}{2}Z_f^2\right)+\frac{1}{2}Z_f^4 \ln\frac{1+\sqrt{1-Z_f^2}}{Z_f}\right)$$

και το z_i, καθορίζεται ως $z_f = m_f / \mu^f$. Παραλείποντας τα δύο quark, μεγαλύτερης μάζας, τα t και b τα οποία είναι πολύ βαριά για να πολλαπλασιαστούν μέσα στον αστέρα, η συνθήκη ηλεκτρικής ουδετερότητας που εκφράζεται από την εξίσωση 7.7, διαβάζεται:

$$2(\rho^u + \rho^c) - (\rho^d + \rho^s) - 3(\rho^e + \rho^\mu) = 0 \quad (7.21)$$

η οποία μπορεί να γραφεί:

$$2(1-(\mu^e/\mu)^3)\left(1+\left(1-z_c^2\right)^{3/2}\right)-\left(1+\left(1-z_s^2\right)^{3/2}\right)-\left(\mu^e/\mu\right)^3\left(1+\left(1-z_\mu^2\right)^{3/2}\right)=0$$

(7.22)

Μια έκφραση για την πίεση του συστήματος, βρίσκεται από την αντικατάσταση της (7.20) στην (7.5) και μας οδηγεί:

$$P + B = \frac{\mu^4}{4\pi^2}\left(\left(1-\left(\mu^e/\mu\right)^4\right)\Phi(z_c)+\Phi(z_s)\right) \quad (7.23)$$

όπου έχουμε καθορίσει το

$$\Phi(z_f) = 1+\sqrt{1-z_f^3}\left(1-\frac{5}{2}z_f^2\right)+\frac{3}{2}z_f^2 \ln\frac{1+\sqrt{1-z_f^2}}{z_f} \quad (7.24)$$

και επομένως για την ολική ενέργεια έχουμε:

$$\varepsilon = (3P+4B)+\frac{1}{4\pi^2}\sum_{f=s,c} v_f(\mu^f)^4 z_f^{-2}\left(\sqrt{1-z_f^2}-z_f^2 \ln\frac{1+\sqrt{1-z_f^2}}{z_f}\right) \quad (7.25)$$

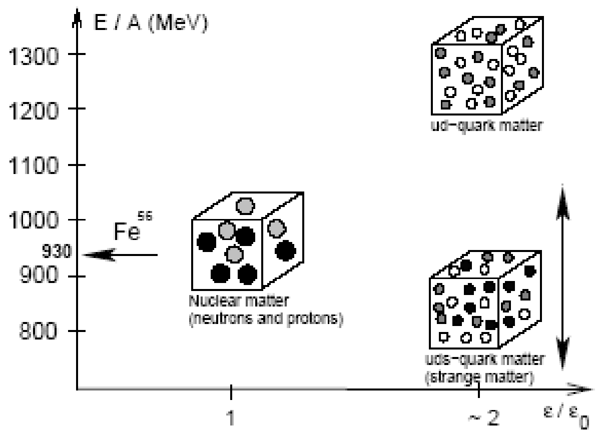
Ο πρώτος όρος, στο δεξί μέλος αναπαριστά την καταστατική ενός σχετικιστικού αερίου, με quark μηδενικής μάζας που προκύπτουν στην εξίσωση 37 ενώ ο δεύτερος όρος ισχύει για πεπερασμένες μάζες του strange και charm quark. Τελικά, η πυκνότητα του ολικού αριθμού βαρυονίων αυτής της ύλης είναι:

$$\rho = \frac{\mu^3}{3\pi^2}[\left(\left(1-\left(\mu^e/\mu\right)^3\right)\right)\left(1+\left(1-z_c^2\right)^{3/2}\right)+\left(1+\left(1-z_s^2\right)^{3/2}\right)] \quad (7.26)$$

Η σχετική σύσταση ενός αστέρα νετρονίων, μεταξύ quark-λεπτονίων, σε μηδενική θερμοκρασία, φαίνεται στο σχήμα . Μια και η αλληλεπίδραση Coulomb είναι πολύ ισχυρότερη από την βαρύτητα, η ύλη των quark για να είναι η χαμηλότερη ενεργειακή κατάσταση πρέπει να είναι ηλεκτρικά ουδέτερη με μεγάλη ακρίβεια. Επομένως κάθε φορτίο quark, θετικού προσήμου, πρέπει να ισορροπείται από ένα μεγάλο αριθμό αρνητικά φορτισμένων quark και λεπτονίων, τα οποία καθορίζουν την συγκέντρωση των λεπτονίων. Λόγω των σχετικά μεγάλων μαζών τους, η παρουσία των charm quark απαιτεί πυκνότητες μεγαλύτερες από $10^{17}\, g/cm^3$ προκειμένου να είναι παρούσα. Η ανάλυση της σταθερότητας μιας ακολουθίας αστέρα με charm quarks, ως προς τις ακτινικές ταλαντώσεις, έδειξε ότι δεν μπορεί μια τέτοια ακολουθία να είναι σταθερή σε αντίθεση με εκείνη που περιέχει strange quarks. Τέλος αναφέρουμε ότι μια τιμή για την bag-constant $B^{1/4} = 145 MeV$, δίνει μια ενέργεια ανά βαρυονικό αριθμό της ύλης των παράξενων quark ίση με E/A=829 MeV, η οποία αντιστοιχεί σε ύλη quark ισχυρά δέσμιας ως προς τον ^{56}Fe, του οποίου η αντίστοιχη ενέργεια ανά βαρυονικό αριθμό είναι: $M(^{56}Fe)c^2/56 = 930{,}4 MeV$.Τη σημασία αυτής της πρότασης θα δούμε αμέσως παρακάτω.

7.2 Η υπόθεση της παράξενης ύλης των quark.

Η θεωρητική δυνατότητα της ύλης να έχει ως θεμελιώδη κατάσταση την ύλη των quark και όχι του ^{56}Fe, προτάθηκε από τους Bodmar, Witten και Terazawa. Μια σχηματική αναπαράσταση αυτής της υπόθεσης δίνεται στην εικόνα η οποία συγκρίνει την ενέργεια αν βαρυόνιο του σιδήρου, με αυτή της ύλης από quark δύο και τριών γεύσεων. Η ύλη με τρείς γεύσεις είναι πάντα χαμηλότερη σε ενέργεια λόγω των επιπλέον Fermi, που είναι διαθέσιμες στα



Εικ 7.3 Ενέργεια ανά νουκλεόνιο για τρείς διαφορετικές μορφές ύλης. Σιδήρου, u-d quark και u-d-s quark. (Βλ. Αναφορά 5)

παράξενα quark. Τα θεωρητικά επιχειρήματα μας δείχνουν ότι η ενέργεια της ύλης quark των τριών σωματιδίων, μπορεί να είναι ακόμη μικρότερη από αυτή των 930MeV. Σε αυτή την περίπτωση, η παράξενη ύλη θα είναι ακόμη πιο σταθερή από την πυρηνική ύλη και τους ατομικούς πυρήνες. Αυτή η περίεργη ιδιότητα κάνει την υπόθεση της strange matter ως μιας από τις πιο ενδιαφέρουσες της σύγχρονης φυσικής. η οποία θα παίξει και έναν πολύ σημαντικό ρόλο για την κατανόηση του πρώιμου σύμπαντος, της εξέλιξής τους, της αστροφυσικής των compact stars και της εργαστηριακής φυσικής.

Στα επόμενα,περιγράφουμε την πιθανή απόλυτη σταθερότητα της παράξενης ύλη των quark για ένα αέριο από μηδενικής μάζας u,d,s quark εντός μιας bag σε μηδενική θερμοκρασία. Για μηδενικής μάζας, quark γεύσης f, η ορμή Fermi p_{E_f} εξισώνει το χημικό δυναμικό μ^f . Οι αριθμητικές πυκνότητες , οι πυκνότητες ενέργειας και οι αντίστοιχες πιέσεις, προκύπτουν από την εξίσωση (7.12) ως:

$$\rho^f = (\mu^f)^3/\pi^2, \varepsilon^f = 3(\mu^f)^4/4\pi^2, P^f = (\mu^f)^4/4\pi^2 = \varepsilon^f/3 \qquad (7.27)$$

για ένα αέριο από μηδενικής μάζας u και d quark, αυτή είναι η συνθήκη ηλεκτρικής ουδετερότητας $2\rho^u - \rho^d = 0$, η οποία προκύπτει από την 7.20. Το χημικό δυναμικό για ύλη που αποτελείται από δύο quark είναι: $\mu_2 \equiv \mu^u = \mu^d/2^{1/3}$. Η αντίστοιχη πίεση για τέτοια ύλη, είναι: $P_2 \equiv P^u + P^d = (1+2^{4/3})\mu_2^4/4\pi^2 = B$. Από τις εκφράσεις για την ολική ενεργειακή πυκνότητα $\varepsilon_2 = 3P_2 + B = 4B$ και την πυκνότητα του βαρυονικού αριθμού $\rho_2 = \left(\rho^u + \rho^d\right)/3 = \mu_2^3/\pi^2$ βρίσκει κανείς για την ενέργεια ανά βαρυόνιο της ύλης με δύο quark¨

$$\left.\frac{E}{A}\right|_3 \equiv \frac{\varepsilon_3}{\rho_3} = \frac{4\mathrm{B}}{1{,}127\rho_2} = 829MeV \times B_{145}^{1/4} \qquad (7.28)$$

και προκύπτει ότι στην περίπτωση τριών quark έχουμε 100 MeV ενέργειας λιγότερα ανά βαρυόνιο. Η διαφορά προκύπτει από το γεγονός ότι ο βαρυονικός αριθμός, μπορεί να πακτωθεί καλύτερα σε ύλη με τρία quark.

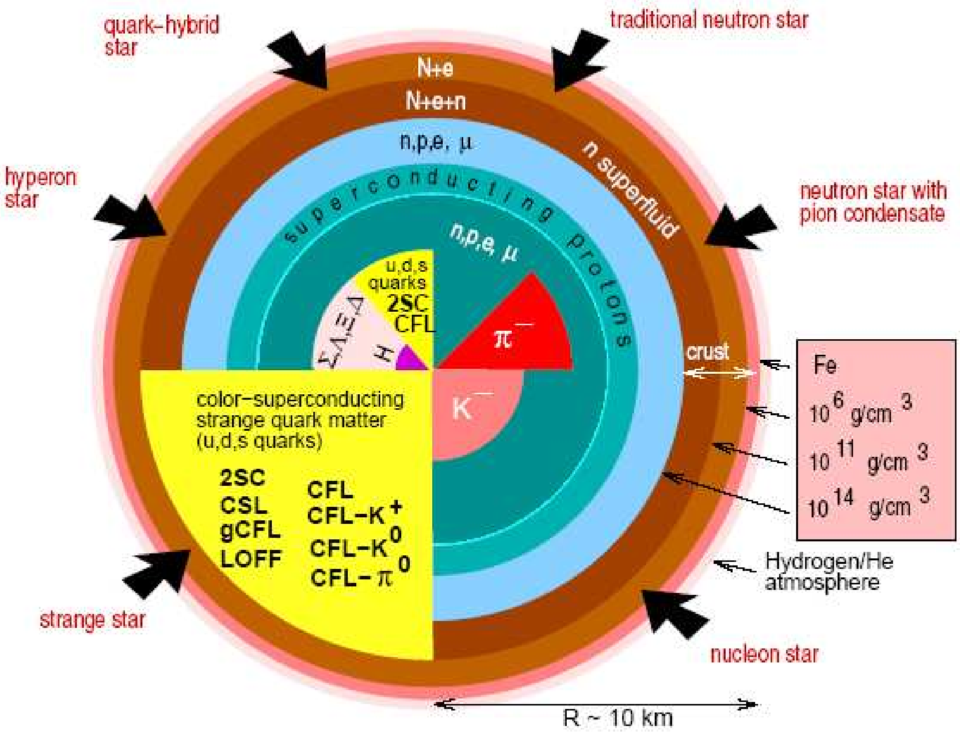
Η bulk ύλη, τριών quark είναι σταθερή συγκρινόμενη με αυτήν του σιδήρου ^{56}Fe, για $B^{1/4} < 162{,}8MeV$. Μετασταθής σε σχέση με ένα αέριο νετρονίων για τιμές της bag-constant $B^{1/4} < 164{,}4MeV$ και τέλος μετασταθής σε σχέση με ένα αέριο Λ σωματιδίων για $B^{1/4} < 195{,}2MeV$. Αυτά τα νούμερα είναι τα ανώτερα όρια. Μια πεπερασμένη μάζα για το strange-quark, όπως και μια μη μηδενική ισχυρή σταθερά σύζευξης μειώνουν τα όρια τιμών για τη $B^{1/4}$. Η παρουσία συνήθων πυρήνων στη φύση δεν είναι καθόλου παράξενη μιας και η διάλυση ενός πυρήνα με ατομικό αριθμό Α σε μια σούπα από quark, θα σήμαινε το μετασχηματισμό από Α up και down quark, σε παράξενα quark. Η πιθανότητα να συμβεί αυτό περιλαμβάνει μια ασθενή μετάβαση $\propto G_F^{2A}$, η οποία κάνει τους πυρήνες με Α>6, σταθερούς για περισσότερο από $10^{60}\,years$. Η μετατροπή πολύ ελαφρών πυρήνων σε παράξενη ύλη καθορίζεται από το πεπερασμένο μέγεθος και τα φαινόμενα φλοιού τα οποία κυριαρχούν στην ενέργεια όγκου της παράξενης ύλης σε μικρές τιμές του Α.

Στο bag model της ύλης των quark, η τιμή του Β καθορίζει αν η ύλη των παράξενων quark έχει μια χαμηλότερη θεμελιώδη στάθμη από την ύλη των αδρονίων στην φάση πυ τα quark είναι εγκλωβισμένα (confined phase). Θα διαλέξουμε μια τιμή που δίνει μια ενέργεια σύνδεσης ανά βαρυονικό αριθμό E/A=928MeV, για την παράξενη ύλη σε ισορροπία (p=0). Αυτή η τιμή είναι λίγο χαμηλότερη από τη μάζα του νουκλεονίου. Η τιμή του Β που δίνει E/A=928MeV και κάνει την strange matter, απόλυτα σταθερή είναι:

$$B^{1/4} = 154{,}5 \qquad (7.29)$$

Σε αυτή την περίπτωση, το αστέρι αποτελείται εξ' ολοκλήρου από ύλη quark.

Το άκρο του αστέρα, βρίσκεται στην ακτίνα, στην οποία η πίεση γίνεται μηδενική. Μηδενική πίεση, στην καταστατική εξίσωση αντιστοιχεί σε ύλη στην ισορροπία ή αλλιώς σε μηδενική πυκνότητα. Με την υπόθεση ότι υπάρχει μια bag constant, που κάνει την strange matter, την εντελώς βασική κατάσταση της ύλης, η μηδενική πίεση αντιστοιχεί στην ενεργειακή πυκνότητα της ισορροπίας, της strange ύλης των quark. Επομένως η μετάβαση σε ένα strange quark star, στα όρια του προέρχεται από μια υψηλή πυκνότητα στο εσωτερικό του μέχρι το μηδέν, σε μια κλίμακα μήκους που χαρακτηρίζεται από το εύρος της ισχυρής αλληλεπίδρασης - $10^{-13}cm$. Η πυκνότητα στο εσωτερικό χείλος, είναι ίση με δύο φορές την πυρηνική πυκνότητα.



Εικ 7.3 Περιγραφή του εσωτερικού ενός αστέρα νετρονίων, λαμβάνοντας υπ' όψιν την περίπτωση της ύπαρξης διάφορων φάσεων quark (Βλ. Αναφορά 43).

Στο χείλος ενός αστέρα νετρονίων, κυριαρχεί ο σίδηρος, μιας και αυτοί αποτελούνται από υλικό το οποίο έχει περάσει από κάποια επεξεργασία. Η ενεργειακή πυκνότητα του σιδήρου είναι μόνο μερικά g/cm^3 ή περίπου 14 τάξεις μεγέθους μικρότερη από την ενεργειακή πυκνότητα στο κέντρο του αστέρα. Δηλαδή σε έναν αστέρα νετρονίων, η πυκνότητα πέφτει συνεχόμενα από την πυρηνική πυκνότητα σε αυτήν του σιδήρου. Σε αυτήν την πυκνότητα, έχουμε μια απότομη μετάβαση σε μηδενική πυκνότητα η οποία συμβαίνει σε ένα μια κλίμακα μήκους, αντίστοιχη των κενών μεταξύ των ατόμων στη στερεά κατάσταση.

Η εικόνα της πυκνότητας για τρεις διαφορετικούς αστέρες με παράξενη ύλη, απεικονίζεται και τα αποτελέσματα είναι παρόμοια με τον Haensel και Alcock. Τα όρια των αστέρων, υφίστανται όλα στο σημείο όπου p=0 και επομένως στην ίδια υψηλή πυκνότητα που αντιστοιχεί στην ισορροπία, ,τα εσωτερικά των αστέρων είναι περισσότερο ή λιγότερο συμπιεσμένα, αναλόγως της μάζας. Οι πληθυσμοί των quark, των αστέρων με την μεγαλύτερη μάζα τους, δείχνονται στην **8.2.** Εκεί βλέπουμε ότι οι πληθυσμοί των ηλεκτρονίων είναι πέντε τάξεις μεγέθους, μικρότερες από τους πληθυσμούς των quark. Αυτό είναι ένα παράδειγμα, του πως η ηλεκτρική ουδετερότητα, επιτυγχάνεται πιο οικονομικά μεταξύ των διατηρούμενων σωματιδίων.

Στα όρια του αστέρα, έχουμε από τα χημικά δυναμικά ότι:

$$\mu_u = \mu_d = \mu_s \equiv \mu = \left(4\pi^2 \mathrm{B}./3\right)^{1/4} = 1{,}9\mathrm{B}^{1/4} \tag{7.30}$$

Βλέπουμε ότι τα χημικά δυναμικά είναι περίπου ίσα με το διπλάσιο της μάζας των quark, σε αυτή την προσέγγιση. Επομένως τα strange quark, θα είναι παρόντα ακόμη και στα όρια του αστέρα, σε περίπου ίσο αριθμό των u και d quark και αυτό όχι μόνο για το υψηλής πυκνότητας εσωτερικό του. Η πυκνότητα βαρυονίων είναι στην ίδια προσέγγιση ίση με:

$$\rho = \mu^3 / \pi^2 \tag{7.31}$$

και η ενέργεια ανά βαρυονικό αριθμό είναι:

$$\varepsilon / \rho = \left(108\pi^2 \mathrm{B}\right)^{1/4} = 5{,}7\mathrm{B}^{1/4} = 880MeV \tag{7.32}$$

Αυτή είναι μικρότερη από την ενέργεια ανά νουκλεόνιο του σιδήρου όπως έχουμε ήδη επισημάνει.

Για ένα αστέρα που υπακούει στην απλή εξίσωση ε=3p+4B, οι εξισώσεις Oppenhheimer-Volkoff παίρνουν μια καθολική μορφή, ανεξάρτητη της bag-constant, όταν γίνει η ακόλουθη αντικατάσταση:

$$\overline{p} = p/B, \overline{\varepsilon} = \varepsilon/\mathrm{B}, \overline{r} = \sqrt{B}r, \overline{M} = \sqrt{B}M \tag{7.33}$$

Με όρους ακτίνων και μαζών μιας ακολουθίας αστεριών, οι ακτίνες και οι μάζες για κάθε άλλη επιλογή B, θα δίνονται από τις σχέσεις:

$$R(B') = \sqrt{\mathrm{B}/\mathrm{B}'}R(B) \qquad M(B') = \sqrt{\mathrm{B}/\mathrm{B}'}\mathrm{M(B)}$$

Μπορούμε να καθορίσουμε δύο διαφορετικές μάζες. Η χαμηλότερη καμπύλη είναι η βαρυτική μάζα του αστέρα, που καθορίζεται από την:

$$\mathrm{M} = 4\pi\int_0^R \varepsilon(r) r^2 dr \tag{7.34}$$

Στην καμπύλη της βαρυτικής μάζας ως συνάρτησης της κεντρικής πυκνότητας, οι περιοχές με θετική κλίση ικανοποιούν την αναγκαία συνθήκη σταθερότητας. Η πρώτη ακολουθία αστέρων με αυξανόμενη μάζα ως συνάρτηση της κεντρικής πυκνότητας είναι η ακολουθία των strange stars, μιας και αυτοί οι αστέρες είναι ένα μείγμα από ίσο αριθμό των u,d και s quark. Τι γίνεται όμως με την επόμενη ακολουθία αστέρων που έχουν μια θετική κλίση η οποία επιπλέον περιέχει και το charm quark. Μια ανάλογη ακολουθία, μπορεί να βρεθεί και για τους αστέρες νετρονίων ολοκληρώνοντας τις εξισώσεις Oppenheimer-Volkoff μέχρι κάποια υψηλής πυκνότητας. Επιπλέον, η μελέτη της σταθερότητας που έγινε το 1960, έδειξε ότι όλοι οι σχηματισμοί με κεντρικές πυκνότητες μεγαλύτερες από αυτές του ανώτατου ορίου των αστέρων νετρονίων είναι ασταθής σε ακτινικές δονήσεις μεγάλων μηκών κύματος. Τέτοιες δονήσεις μεταφέρουν την ύλη της υψηλής πυκνότητας στον αστρικό πυρήνα, κατά μήκος της ακτίνας Scharzschild.

Οι δονήσεις των αστρικών σχηματισμών, μπορούν να αναλυθούν ως κανονικοί τρόποι με χρονικές εξαρτήσεις $e^{\pm i\omega_n t}$. Οι ασταθείς τρόποι είναι αυτοί για τους οποίους το ω_n^2 είναι αρνητικό. Ένας όρος με θετική εκθετική εξάρτηση του χρόνου, μας υποδεικνύει μια ανεξέλεγκτη αύξηση αυτού του τρόπου ταλάντωσης. Μια συνάρτηση του ω_n^2, η οποία είναι αρνητική όταν το τετράγωνο της συχνότητας είναι αρνητικό. Οι διαδοχικοί τρόποι ταλάντωσης γίνονται ασταθείς σε αυτά τα σημεία, τα οποία τα συναντάμε με την αύξηση της πυκνότητας.

Η σταθερή πίεση, στην μεικτή φάση, ανεξάρτητα της αναλογίας των φάσεων στην ισορροπία – είναι μια ειδική περίπτωση η οποία δεν περιγράφει την ύλη των αστέρων νετρονίων. Γενικά, η σταθερή πίεση είναι χαρακτηριστικό μια μετάπτωσης πρώτης τάξης σε ένα συστατικό που έχει ένα ανεξάρτητο χαρακτηριστικό. Το νερό είναι ένα παράδειγμα. Η ύλη ενός αστέρα νετρονίων έχει δύο ανεξάρτητα συστατικά, το διατηρούμενο αριθμό βαρυονίων και το ολικό ηλεκτρικό φορτίο. Γενικά, η πίεση μεταβάλλεται στην μεικτή φάση τέτοιων συστημάτων και αντίστοιχα όλες οι ιδιότητες, όπως οι πυκνότητες κάθε φάσης, μεταβάλλονται αναλόγως της αναλογίας της φάσης. Επιπλέον όταν μία από τις διατηρούμενες ποσότητες είναι το ηλεκτρικό φορτίο, το μεγάλο εύρος της αλληλεπίδρασης Coulomb εισάγει μία χωρική σειρά μέσα στην μεικτή φάση.

Πιστεύουμε τώρα ότι η ύλη των quark, η ελεύθερη (deconfined) φάση των quark είναι πολύ πιθανό να καταλάβει τις εσωτερικές περιοχές των αστέρων νετρονίων με μεγαλύτερη μάζα. Η ύλη των quark, μπορεί να υπάρχει στην μεικτή φάση σε ισορροπία με την confined phase της αδρονικής ύλης ή πιθανότατα σαν μια καθαρή φάση στην κεντρική περιοχή. Ονομάζουμε τους αστέρες νετρονίων με φάση quark ή mixed ως hybrid stars, όταν τονίζουμε την πλευρά των quark.

Η μεικτή φάση της confined και deconfined ύλης είναι περισσότερα ασυνήθιστη. Περιμένουμε ότι θα σχηματίζεται ένα κρυσταλλικό πλέγμα, διαφόρων γεωμετριών με την σπανιότερη φάση να αναμειγνύεται με την κυρίαρχη. Η έννοια ενός κρυσταλλικού πλέγματος που καταλαμβάνει την κρούστα ενός αστέρα νετρονίων μας έιναι γνωστή. Στην κρυσταλλική περιοχή, στο εσωτερικό του αστέρα σε πυκνότητες αρκετά υψηλές για να ιονίσουν τα άτομα, οι πυρήνες αντιστρέφονται μέσα σε ένα περιβάλλον ηλεκτρονίων και υποθέτουμε έναν κρυσταλλικό σχηματισμό προκειμένου να ελαχιστοποιήσουμε το άθροισμα των ενεργειών Coulomb και των ενεργειών επιφάνειας. Αυτό που είναι ασυνήθιστο στην μεικτή κρυσταλλική confined-deconfined phase, είναι ότι οι δύο μορφές της ύλης είναι απλώς διαφορετικές φάσεις του ενός και μοναδικού συστατικού και όχι διαφορετικά συστατικά όπως είναι ένα σύνολο πυρήνων και ένα αέριο ηλεκτρονίων.

Η volume-weighted ενέργεια και η πυκνότητα βαρυονίων του συστατικού της μεικτής φάσης, στην οποία αναφερόμαστε για συντομία ως μέση, είναι:

$$\begin{aligned} \langle \varepsilon \rangle &= (1-\chi)\varepsilon_H + \chi\varepsilon_Q \\ \langle \rho \rangle &= (1-\chi)\rho_H + \chi\rho_Q \end{aligned} \tag{7.35}$$

Εδώ το (1-χ) και το χ είναι η αναλογία όγκου των φάσεων της αδρονικής και της ύλης των quark, όπου αυτές συνυπάρχουν. Μπορεί κανείς να διαπιστώσει ότι αυτές οι εκφράσεις, γραμμικές ως προς το χ, μας δείχνουν ότι η πίεση $\left(p = -\frac{\partial E}{\partial V}\right)$, είναι σταθερή στην μεικτή φάση ενός απλού συστατικού.

7.3 Υπεραγωγιμότητα χρώματος.

Αξίζει να αναφερθεί κανείς στην υπεραγωγιμότητα χρώματος που μπορεί να συμβεί στο εσωτερικό ενός τέτοιου αυτοδέσμιου (self-bound) αστέρα, μιας και αυτή παίζει έναν πολύ σημαντικό ρόλο στην ψύξη ενός τέτοιου αντικειμένου.

Η φυσική και οι έννοιες που κρύβονται πίσω από την υπεραγωγιμότητα χρώματος για την ύλη που αποτελείται από quark, δεν διαφέρει από αυτήν για την συνήθη υπεραγωγιμότητα.. Όπως αναφέρθηκε και παραπάνω, η ασυμπτωτική ελευθερία των quark, σημαίνει ότι σε αρκετά υψηλές πυκνότητες και χαμηλές θερμοκρασίες, υπάρχει μια επιφάνεια Fermi από σχεδόν ελεύθερα quark. Οι αλληλεπιδράσεις μεταξύ των quark κοντά στην επιφάνεια Fermi είναι σίγουρα ελκτικές σε κάποια κανάλια (τα quark ενώνονται προκειμένου να σχηματίσουν βαρυόνια) και πιο συγκεκριμένα στα διαγράμματα Feynman, στο 3bar κανάλι. Δείχτηκε για την περίπτωση της ηλεκτρικής αγωγιμότητας από τους Baarden, Cooper και Schriefer(BCS), ότι αν υπάρχει κάποιο κανάλι στο οποίο η αλληλεπίδραση είναι ελκτική, τότε υπάρχει μια κατάσταση χαμηλότερης ελεύθερης ενέργειας από μια απλή επιφάνεια Fermi. Αυτή η κατάσταση προκύπτει από μια πολύπλοκη υπέρθεση ζευγών σωματιδίων και τη δημιουργία ενός quasi particle. Όπως λοιπόν στην αγωγιμότητα των μετάλλων, λόγω της ύπαρξης του πλέγματος, η δύναμη Coulomb ελλατώνεται και τα ηλεκτρόνια μπορούν να έρθουν πιο κοντά και να σχηματίσουν ζεύγος δίνοντας ένα μποζόνιο, έτσι και στην περίπτωση των quark, τα quark που αλληλεπιδρούν μέσω της ανταλλαγής ενός γκλουονίου, μπορούν να σχηματίσουν ένα ζεύγος.

Οι ελκτικές αλληλεπιδράσεις παίζουν έναν πολύ σημαντικό ρόλο στον μηχανισμό B.C.S για το σχηματισμό ζευγών Coooper. Αυτό γίνεται εύκολα κατανοητό με έναν διαισθητικό τρόπο. Η ελεύθερη ενέργεια Helmholtz είναι F=E-μN, όπου E είναι η ολική ενέργεια του συστήματος, μ είναι το χημικό δυναμικό και N είναι ο αριθμός των φερμιονίων. Η επιφάνεια Fermi καθορίζεται από μια ενέργεια Fermi μ στην οποία ελαχιστοποιείται η ελεύθερη ενέργεια και επομένως αν προσθέσουμε ή αφαιρέσουμε ένα απλό σωματίδιο μας κοστίζει μηδενική ελεύθερη ενέργεια. Τώρα ας υποθέσουμε ότι υπάρχει και μία ασθενής αλληλεπίδραση. Δεν απαιτείται καθόλου ελεύθερη ενέργεια για να προσθέσουμε ένα ζεύγος σωματιδίων και αν έχουν τους σωστούς κβαντικούς αριθμούς, τότε η ελκτική αλληλεπίδραση μεταξύ τους θα χαμηλώσει την ενέργεια του συστήματος.. Μάλιστα ενώ στην περίπτωση των ηλεκτρονίων, πρέπει να θεωρήσει κανείς το πλέγμα που ελαττώνει την μεταξύ τους απωστική δύναμη Coulomb, στα quark προκύπτει από το διάγραμμα Feynman ότι η μεταξύ τους αλληλεπίδραση με ανταλλαγή ενός γκλουονίου είναι απευθείας ελκτική. Πολλά τέτοια ζεύγη θα σχηματιστούν κοντά στην επιφάνεια Fermi και αυτά τα ζεύγη ως μποζόνια θα τείνουν να σχηματίσουν συμπυκνώματα. Η θεμελιώδης κατάσταση θα είναι μια υπέρθεση καταστάσεων με όλα τα νούμερα των ζευγών να σπάνει τη συμμετρία του αριθμού φερμιονίων.

Μιας και τα ζεύγη των quark, δεν μπορού να είναι μονές καταστάσεις του χρώματος, το προκύπτον συμπύκνωμα θα σπάει την τοπική συμμετρία χρώματος *SU(3) color*. Αυτό το ονομάζουμε υπεραγωγιμότητα χρώματος.. Αντίστοιχα και στην περίπτωση των ηλεκτρονίων, ο σχηματισμός ενός ζεύγους από ηλεκτρόνια σπάει τη συμμετρία βαθμίδας του ηλεκτρομαγνητισμού και έχουμε την εμφάνιση ηλεκτρικού φορτίου.

Η προτεινόμενη pairing pattern σε υψηλές πυκνότητες, όπου η ορμή Fermi των strange quark, είναι κοντά σε αυτή των up και down, είναι η ''color-flavor locked'' (C.F.L). Αυτό έχει επιβεβαιωθεί τόσο από το δυναμικό NJL όσο και από αλληλεπίδρασης με την ανταλλαγή γκλουονίων. Ο γενικός τύπος για το σχηματισμό ζεύγους είναι:

$$\left\langle q_i^a q_j^\beta \right\rangle_{1PI} \propto C\gamma_5\left(\left(\kappa+1\right)\delta_i^\alpha\delta_j^\beta+(\kappa-1)\delta_j^\alpha\delta_i^\beta\right)$$

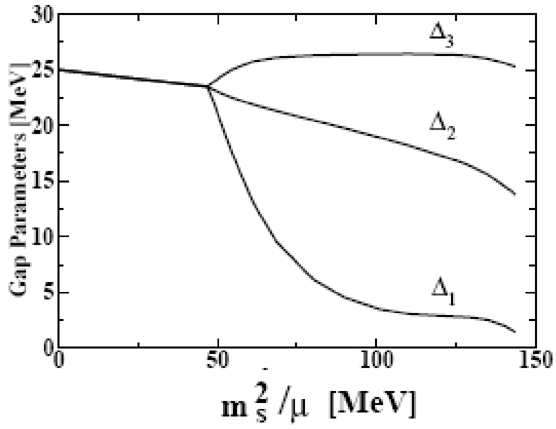
Όπου α,β είναι οι δείκτες χρώματος και i,j είναι οι δείκτες γεύσης με τιμές από 1 μέχρι 3, C είναι ο πίνακας Dirac για το φορτίο ενώ τα δέλτα του Kroecker συνδέουν δείκτες χρώματος με γεύσης για να δείξουν ότι το συμπύκνωμα δεν είναι αναλλοίωτο ως προς περιστροφές στο χώρο του χρώματος ή των γεύσεων. Το κ παίρνει σχεδόν μηδενικές τιμές . Οι ιδιότητές της φάσης είναι ότι η ομάδα χρώματος σπάει εντελώς και τα γκλουόνια αποκτούν μάζα. Τα quark χωρίζονται σε μία οκταπλή και μία μονή κατάσταση (3 χρώματα X 3 γεύσεις =9 quark) που ανήκουν στην SU(3) και έτσι έχω δύο ειδών παραμέτρους χάσματος. Επίσης παραμένει ένας ηλεκτρομαγνητισμός από την στροφή αυτή που είναι συνδυασμός ενός γκλουονίου με ένα φωτόνιο (αυτό το σωματίδιο είναι ένα λεγόμενο quasi-particle). Επίσης σπάει η χείραλλη συμμετρία και η συμμετρία χρώματος και έτσι έχουμε δύο αναλλοίωτες παραμέτρους βαθμίδας που ξεχωρίζουν την C.F.L από την Q.G.P. Τέλος οι συμμετρίες της C.F.L είναι όμοιες με αυτές της υπερπυρηνικής ύλης τριών γεύσεων και έτσι πιθανόν να μην υπάρχει καμία αλλαγή φάσης μεταξύ τους. Οι πυκνότητες αυτές είναι τόσο μεγάλες που ακόμα και αν μάζα του s quark είναι πολύ μεγαλύτερη από των u και d quark, μπορεί να ληφθεί ίση με αυτές. Δηλαδή θεωρούμε πως τα τρία quark έχουν ίσες μάζες.

Αν εισάγουμε τη μάζα και ενός παράξενου quark, τότε παίρνουμε νέες φάσεις υπεραγωγιμότητας χρώματος. Η αδιάστατη παράμετρος που εκφράζει το φαινόμενο της μάζας των παράξενων quark είναι: $(\mathrm{M}_s^2/\mu\Delta)$ που μας λέει πως η παράμετρος χάσματος Δ του παράξενου quark συγκρίνεται με το ποσό με το οποίο η μάζα του παράξενου quark χωρίζει την επιφάνεια Fermi του παράξενου quark από αυτές των δύο πιο ελαφριών. Στην πράξη και το Δ και το Μ εξαρτώνται από το μ. Σε πολύ υψηλές πυκνότητες η μάζα του παράξενου quark είναι μικρή σε σχέση με το χημικό δυναμικό $(M_s^2/\mu \ll \Delta_{CFL})$ και μπορεί να εισάγει μια περιστροφή ως προς το χρώμα της C.F.L φάσης. Καθώς μειώνεται η πυκνότητα, η μάζα του strange quark γίνεται πιο σημαντική και υπάρχει και υπάρχει μια ομαλή μετάβαση σε μία gapless C.F.L φάση για $M_s^2/\mu = 2\Delta_{CFL}$. Αυτό θα συζητηθεί με περισσότερες λεπτομέρειες παρακάτω. Σε χαμηλότερες πυκνότητες τα πράγματα γίνονται πιο πολύπλοκα. Η μάζα του s quark και η απαίτηση της ουδετερότητας ως προς το χρώμα και ως προς το ηλεκτρικό φορτίο απαιτούν ένα κόστος σε ελεύθερη ενέργεια για να κρατήσουμε τις ορμές Fermi διαφορετικών γεύσεων μαζί, ώστε να μπορούν αυτά να σχηματίσουν ζεύγη και όταν το M_s^2/μ είναι μεγάλο αυτό το κόστος θα είναι πολύ μεγάλο για να προκύψει από την ενέργεια που δίνει ο σχηματισμός ζεύγους.. Θα περίμενα πρώτο να μένει ελεύθερο το s, οδηγώντας σε δύο γεύσεων υπεραγωγιμότητα (2 color superconducting phase-2SC) ζευγάρωμα μεταξύ των up και down αλλά αυτή η πιθανότητα δεν ευνοείται από την ηλεκτρική ουδετερότητα. Βέβαια υπάρχει και η πιθανότητα να έχουμε ένα εύρος τιμών M_s^2/μ όπου οι διαφορετικές γεύσεις μπορούν να υποστηρίξουν κάποιο ζευγάρωμα αλλάζοντας από B.C.S σε LOFF (κρυσταλλική φάση). Υπάρχει και η πιθανότητα κάθε γεύση να ζευγαρώνει μόνο με τον εαυτό της. Σε κάποιο σημείο θα έχουμε και ένα πέρασμα από την ύλη των quark στην βαρυονική.

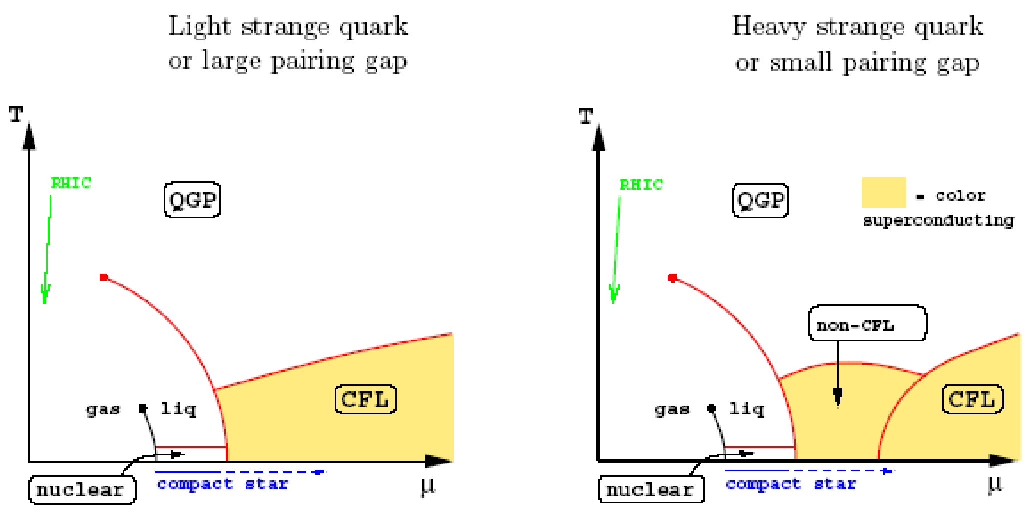
$$\left\langle \psi_{f_a}^a C\gamma_5 \psi_{f_b}^\beta \right\rangle \square\ \Delta_1\varepsilon^{\alpha\beta 1}\varepsilon_{f_a f_b 1}+\Delta_2\varepsilon^{\alpha\beta 2}\varepsilon_{f_a f_b 2}+\Delta_3\varepsilon^{\alpha\beta 3}\varepsilon_{f_a f_b 3} \tag{7.36}$$

όπου ψ_{fa}^a είναι ένα quark με χρώμα α=(r,g,b) και γεύση $f_a=(u,d,s)$. Παρατηρούμε ότι είναι βαθμωτό ως προς Lorentz, αντισυμμετρικό ως προς τους πίνακες του Dirac και επομένως αντισυμμετρικό ως προς τη γεύση. Οι παράμετροι χάσματος $\Delta_1,\Delta_2,\Delta_3$ αντιστοιχούν στη σύζευξη των bd-gs,bu-rs και gu-rd quark σε ζεύγη Cooper αντίστοιχα. Προκύπτουν λοιπόν τρείς βασικές κατηγορίες συζεύξεων.

Οι σταθερές χάσματος Δ_1, Δ_2 μειώνονται όσο αυξάνεται το M_s^2 / μ, ενώ οι παράμετροι του κενού Δ_3 για τα rd-gu quark, που παραμένουν ζευγαρωμένα αυξάνεται. Αυτή η διαφορετική συμπεριφορά των δεικτών αντανακλά τον τρόπο στον οποιο διαφορετικά quark αντιλαμβάνονται την αύξηση της M_s και την απαίτηση συμμετρίας. Αυτό μπορεί να φανεί καλύτερα στην παρακάτω εικόνα 7.4.



Εικ 7.4 Παράμετροι χάσματος σαν συνάρτηση του m_s^2 / μ για μ=500 MeV σε ένα NJL μοντέλο. Υπάρχουν μεταβολές φάσης δεύτερης τάξης μεταξύ της CFL φάσης και τη g-CFL στην $m_s^2 / \mu = 2\Delta$. (Βλ Αναφορά 49).



Εικ 7.5. Διαγράμματα φάσης για την QCD. Για μικρά m_s^2 / Δ, υπάρχει μια άμεση μετάβαση από την πυρηνική ύλη σε υπεραγώγιμη ύλη quark (CFL). Για μεγάλα m_s^2 / Δ υπάρχει και μια ενδιάμεση φάση όπου είναι δυνατές ενδιάμεσες καταστάσεις όπως η CFL-K, gCFL,2SC,CSL και LOFF. (Βλ Αναφορά 41).

Α) *Σύζευξης Χρώματος-Γεύσης. (Color-Flavor Locked)*

Ισχύει στις περιπτώσεις όπου ($m_s \to 0$), η βασική κατάσταση της QCD είναι η color-flavor locked φάση όπου και οι τρείς γεύσεις των quark συμμετέχουν ισότιμα. Σε αυτή την περίπτωση έχουμε για τα χάσματα:

$$\Delta_1 = \Delta_2 = \Delta_3 = \Delta$$

και τα συμπυκνώματα των quark της C.F.L φάσης προσεγγίζονται από την μορφή:

$$\left\langle \psi^a_{fa} C \gamma_5 \psi^\beta_{f_b} \right\rangle \sim \Delta \varepsilon^{\alpha\beta X} \varepsilon_{f_a f_b X} \tag{7.37}$$

με τους δείκτες χρώματος και γεύσης να παίρνουν τιμές από 1 μέχρι 3. Μιας και $\varepsilon^{\alpha\beta X}\varepsilon_{f_a f_b X} = \delta^a_{f_a}\delta^\beta_{f_b} - \delta^a_{f_b}\delta^\beta{}_{fa}$, το συμπύκνωμα περιλαμβάνει δέλτα του Kronecker που συσχετίζουν τους δείχτες χρώματος και γεύσης. Για αυτό και μιλάμε για locking χρώματος-γεύσης. Η φάση αυτή είναι ηλεκτρικά ουδέτερη χωρίς την παρουσία ηλεκτρονίων.

Β) 2-γεύσεων υπεραγώγιμη φάση (2SC).

Αυτή προκύπτει αν η μάζα των strange quark είναι πάρα πολύ μεγάλη και μπορεί να αγνοηθεί, οπότε τα up και down quark συζευγνύονται σε μία τέτοια φάση. Σε αυτή την περίπτωση:

$$\Delta_1 = \Delta_2 = \Delta, \Delta_3 \rangle 0 \tag{7.38}$$

και το συμπύκνωμα προκύπτει:

$$\left\langle \psi^a_{fa} C \gamma_5 \psi^\beta_{f_b} \right\rangle \sim \Delta \varepsilon_{\alpha\beta} \varepsilon^{\alpha\beta} \tag{7.39}$$

Σε αυτή την περίπτωση το συμπύκνωμα διαλέγει ένα χρώμα και δημιουργεί ένα χάσμα στην επιφάνεια Fermi, ως προς τα δύο άλλα χρώματα.

Γ) gapless-C.F.L.

Κυριαρχεί ως προς τις άλλες δύο για ενδιάμεσες τιμές του m_s^2/μ, με τα χάσματα να ικανοποιούν τη σχέση:

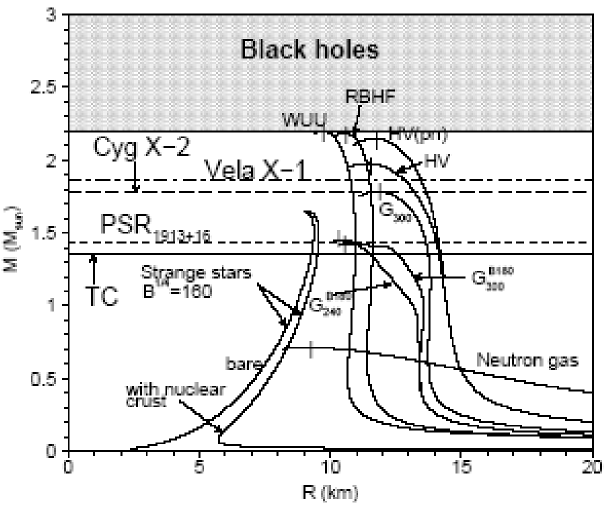
$$0 < \Delta_1 < \Delta_2 < \Delta_3$$

Για χημικά δυναμικά με κάποια αστροφυσική σημασία, το κενό είναι μεταξύ των 50 και 100 MeV. Η απαίτηση για ηλεκτρική ουδετερότητα που κάνει την φάση αυτή να κινηθεί πάνω από την περιοχή εκείνη όπου σπάνε τα ζεύγη των rs-bu και επιβιώνει ένα φορτίο Q' από τα bd και gs, τα οποία καθώς το σύστημα φεύγει από την περιοχή όπου είναι ενωμένα σχηματίζουν μια μεγάλη περιοχή εμποδισμού. Η μελέτη αυτής της φάσης καθίσταται εξαιρετικά πολύπλοκη και προτιμούμε να θεωρούμε ότι η εμφάνιση των quark, γίνεται στην **CFL** φάση.

Η υπεραγωγιμότητα τροποποιεί την καταστατική κατα $(\Delta/\mu)^3$ που είναι, ακόμα και για μεγάλα κενά Δ, μόνο ένα μικρό ποσοστό της ενέργειας bulk. Επομένως μπορεί να παραλειφθεί η συνεισφορά της κατά τον υπολογισμό της καταστατικής εξίσωσης για αστέρες που περιέχουν αδρόνια και quark, τους λεγόμενους υβριδικούς αστέρες. Έχει όμως πολύ σημαντικό ρόλο στις ιδιότητες του αστέρα, όπως η εξέλιξη των μαγνητικών του πεδίων, η αστάθειες από περιστροφή, τα glitches φαινόμενα κ.α.

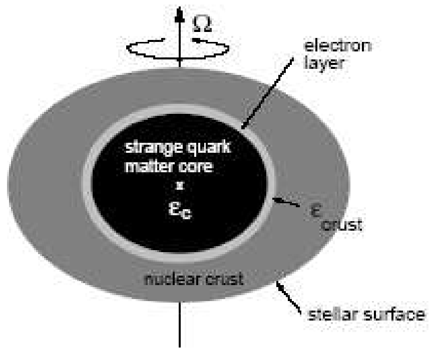
7.4 Παρατηρησιακά δεδομένα αστέρων νετρονίων με quark.

Για την έυρεση της μέγιστης μάζας, ενός αστέρα που περιέχει quark, χρησιμοποιούμε και πάλι την εξίσωση Tolman-Oppenheimer-Volkoff και η ακτίνα του βρίσκεται και πάλι από τον μηδενισμό της πίεσης.. Η βαρυτική μάζα, διάφορων αστέρων με quark ή όχι φαίνεται στην εικόνα 7.3 Κάθε ακολουθία αστέρων, δίνεται μέχρι πυκνοτήτων που είναι λίγο μεγαλύτερες από αυτές του αστέρα μέγιστης μάζας. Αστέρες πέρα από το μέγιστο της μάζας, είναι ασταθής ως προς τις ακτινικές ταλαντώσεις και δεν μπορούν να υπάρξουν στη φύση. Όλες οι καταστατικές εξισώσεις μπορούν να υποστηρίξουν μάζες της τάξης των $1.4\,\mathrm{M}_{\odot}$. Από την άλλη αστέρες με μάζα μεγαλύτερη των $2\,\mathrm{M}_{\odot}$, υποστηρίζεται μόνο από καταστατικές με πολύ stiff συμπεριφορά σε υψηλές πυκνότητες και δεν υποστηρίζουν εξωτικές μορφές ύλης. Η γνώση της μέγιστης δυνατής μάζας ενός αστέρα νετρονίου είναι χρήσιμη για δύο λόγους. Πρώτον γιατί η μεγαλύτερη γνωστή μάζα του αστέρα, θέτει το χαμηλότερο όριο τη θεωρητικά προβλεπόμενη μέγιστη μάζα από το μοντέλο μας. Προς το παρόν το χαμηλότερο όριο είναι $1{,}55\,\mathrm{M}_{\odot}$ για τον αστέρα νετρονίων Cyx- X-2. Η εύρεση μέγιστων μαζών είναι χρήσιμη και για τον προσδιορισμό υποψήφιων για μελανές οπές.

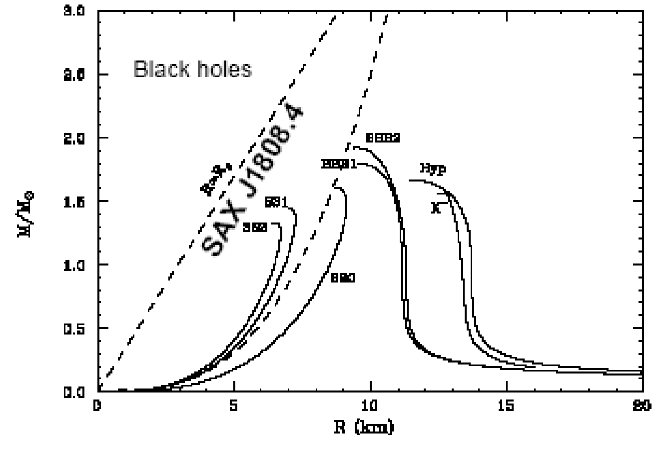


Εικ 7.5 Μάζες αστέρων νετρονίων ως προς ακτίνα για διάφορες καταστατικές εξισώσεις. Οι οριζόντιες γραμμές αντιστοιχούν στις μάζες των αστέρων που αναγράφονται πάνω τους. Η γραμμή που δηλώνεται ως TC δηλώνει την μέση μάζα των ατέρων νετρονίων, όπως υπολογίζεται από τους Thorsett και Chakrabarty

Αν η υπόθεση της σταθερής strange ύλης είναι σωστή, τότε προκύπτει μια νέα κατηγορία αντικειμένων, τα παράξενα αστέρια, τα οποία δεν είναι στην ίδια ακολουθία με τους αστέρες νετρονίων και τους λευκούς νάνους. Έχει αναφερθεί ότι στην CFL φάση, δεν υπάρχει καμία ανάγκη για ηλεκτρόνια προκειμένου να έχω ηλεκτρική ουδετερότητα. Στην περίπτωση όμως αστέρων μεγάλης μάζας και στην περιοχή χαμηλών πυκνοτήτων, έχω μια άλλη μορφή υπεραγώγιμης ύλης (CFL-K, 2SC) που επιτρέπει την ύπαρξη ηλεκτρονίων. Τα ηλεκτρόνια αυτά σχηματίζουν ένα ηλεκτρικό δίπολο το οποίο όπως φαίνεται και στην 7.6, μπορεί να υποστηρίξει μια πυρηνική κρούστα. Από το μοντέλο Thomas-Fermi υπολογίζεται η ένταση του πεδίου στην επιφάνεια των quark και προκύπτει ότι παίρνει πολύ υψηλές τιμές της τάξης των 10^17 V/m. και η πυρηνική ύλη που μπορεί να υποστηριχθεί θα έχει μάζα $10^5 M_{\odot}$. Αυτά τα αστέρια, λόγω του ότι δεν υποστηρίζονται από την βαρύτητα, έχουν μικρότερες ακτίνες κατά 3 με 4 km, για έναν αστέρα μάζας 1,4 $M_{\odot}$ και ακόμη μικρότερες για μεγαλύτερες μάζες. Ένας αστέρας με τόσο μικρή ακτίνα ίσως βρίσκεται στην πηγή ακτίνων X, SAX J1808.4-3658. Από παρατηρήσεις του φάσματος των ακτίνων X και της εξαιρετικής σταθερότητας που παρουσιάζει στην περίοδό του, και υποθέτοντας ότι η εκπομπή ακτίνων X μεταβάλλεται μόνο κατά έναν παράγοντα 100, προκύπτον δύο όρια για την μάζα του. Τα όριο αυτά είναι οι στικτές γραμμές της εικόνας 7.7, όπου φαίνεται καθαρά ότι μόνο καταστατικές εξισώσεις που αντιστοιχούν σε παράξενη ύλη, μπορούν να περιγράψουν έναν τέτοιο αστέρα.



Εικ 7.6. Τα στρώματα σε έναν παράξενο αστέρα. (Βλ. Αναφορά 5).



Εικ 7.7 Σύγκριση διάφορων καταστατικών με τα όρια που οι παρατηρήσεις μας θέτουν στη σχέση μάζας ακτίνας του (στικτές γραμμές) [X.D Liu et al, Phys. Rev Letter 83]

Εκτός όμως από την εκπομπή ακτίνων Χ από αστέρες νετρονίων σε διπλά συστήματα η θερμική εκπομπή από την επιφάνεια ενός απομονωμένου αστέρα νετρονίων είναι σημαντική για τον καθορισμό της μάζας και της ακτίνας του αστέρα νετρονίων.

Πρόσφατες ανακαλύψεις του Chancre, μας έδωσαν την προσδοκία ότι τα αντικείμενα RX J185635-3754 και 3C58 είναι είτε γυμνοί αστέρες νετρονίων, είτε αστέρες με εκτεταμένους πυρήνες quark.Παρ' όλα αυτά αυτές οι παρατηρήσεις μπορούν να μεταφραστούν και με όρους των κανονικών αστέρων νετρονίων. Βασικές απαιτήσεις για οποιαδήποτε από αυτές τις εξηγήσεις είναι ότι ισχύουν ταυτόχρονα i) για τις παρατηρούμενες φασματικές ιδιότητες, ii) για τα όρια στην υποτιθέμενη μάζα Μ και ακτίνα R, iii) τις καμπύλες ψύξης που έχουμε για τους αστέρες.

Πρόσφατες παρατηρήσεις σε διάφορα μήκη κύματος των φωτονίων, του αστέρα νετρονίων RX J185635-3574, κέντρισαν την προσοχή μας, μια και η απόσταση από τη Γη και η ακτίνα του υπολογίστηκαν. Η βάση για τον υπολογισμό της ακτίνας βρίσκεται στον υπολογισμό της μετρούμενης ροής f_∞ και της ενεργού θερμοκρασίας T_∞ (όπου με το δείκτη του απείρου, εννοούμε ποσότητες πολύ μακριά από τη πηγή τους) από μια θερμική πηγή, ακτίνας R, θερμοκρασία Τ και απόσταση D και χρησιμοποιούμε τη σχέση:

$$L_\infty = 4\pi R_\infty^2 \sigma T_\infty^4 = 4\pi D^2 f_\infty \Rightarrow R_\infty = D\sqrt{f_\infty / \left(\sigma T_\infty^4\right)} \tag{7.40}$$

ενώ η σχέση της πραγματικής με τη φαινόμενη ακτίνα είναι:

$$R = R^\infty (1-2M/R)^{1/2}$$

Οι υπολογισμοί τους έδωσαν έναν λόγο $R^\infty / D_{100} = 4.12 \pm 0.68km$ όπου το σφάλμα προέρχεται από την αβεβαιότητα στην μέτρηση της θερμοκρασίας και από σφάλματα στην περιοχή παρατήρησης. Ανάλογα με την απόσταση του αστέρα, η οποία ακόμη δεν έχει προσδιορισθεί πλήρως, έχουμε $R^\infty = 4km - 8km$. Η τελευταία μέτρηση της απόστασης του στα 175pc κάνει πιο πιθανή την τιμή των 8km που αντιστοιχούν σε μια πραγματική ακτίνα 6km. Μια εξήγηση για την τόσο μικρή ακτίνα είναι η ύπαρξη ενός strange star. Εναλλακτικά μπορεί να οφείλεται στο ότι έχουμε ένα πολύ ψυχρό αστέρι $(T < 10^6 K)$ με ένα πολύ ισχυρό μαγνητικό πεδίο $(B > 10^{13} T)$ στο οποίο συμβαίνει μια αλλαγή φάσης σε ένα στερεό συμπύκνωμα στα εξώτερα στρώματά του δίνοντας μας έτσι το παρατηρούμενο φάσμα ακτίνων Χ.

Παρατηρήσεις του Chandra[6] του pulsar J0205+6449, μας δείχνουν ότι η θερμική συνιστώσα πρέπει να είναι πολύ μικρή, μιας και η ακτινοβολία προσομοιώνεται σχεδόν τέλεια από ένα φασματικό τύπο με δυνάμεις. Η θερμοκρασία λοιπόν που μας δίνει μια θερμική συνιστώσα μπορεί εύκολα να περιοριστεί με ένα ανώτατο όριο. Η πολύ χαμηλή θερμοκρασία την οποία παρουσιάζει ο J0205+6449 μας κάνει να πιστεύουμε ότι πρόκειται για έναν παράξενο αστέρα. Διαδικασίες, όπως η διάχυση των νετρονίων, η απότομη μεταβολή της περιόδου περιστροφής, τα έντονα μαγνητικά πεδία παίζουν πολύ σημαντικό ρόλο στον προσδιορισμό ενός μοντέλου ψύξης για τον αστέρα..

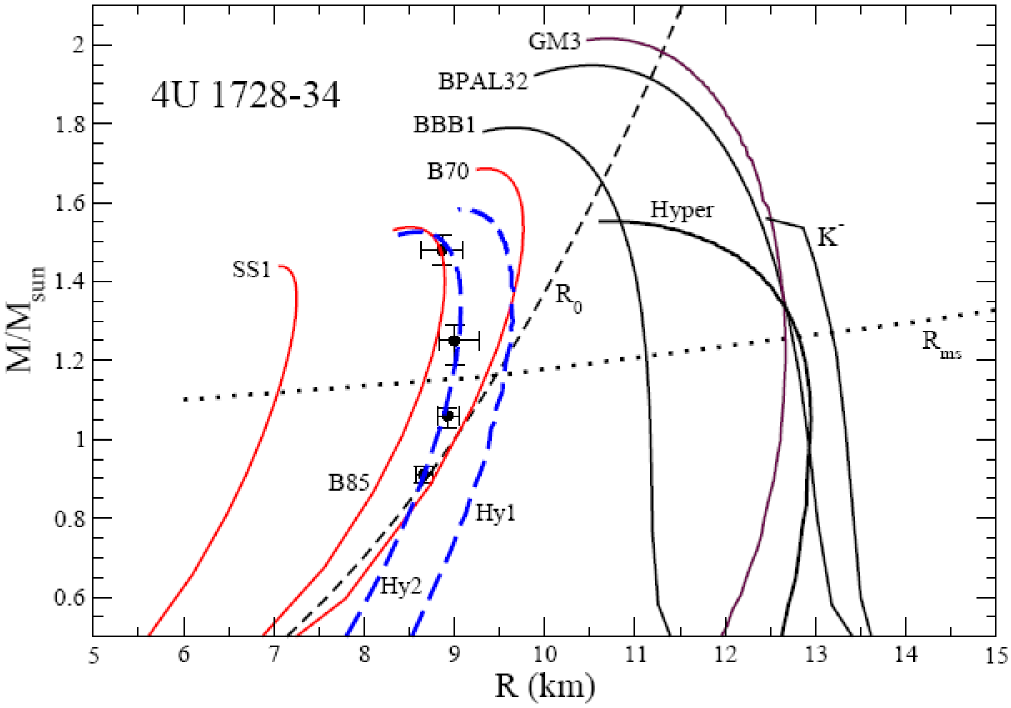
Ο Shaposhnikov ανέλυσε σε μια εργασία του ένα σύνολο 26 εκρήξεις ακτίνων Χ, τύπου Ι για το χαμηλής μάζας διπλό σύστημα 4U 1728-34. Ο αστέρας αυτός ανακαλύφθηκε το 1996 από τον BeppoSAX. Η απόστασή του βρέθηκε στα 4 kpc και έχει μια περίοδο 2,49ms ενώ η

---

[6] Στον δικτυακό τόπο http://chandra.harvard.edu/photo/index.html μπορεί κανείς να βρεί πολλές φωτογραφίες αστέρων νετρονίων που πάρθηκαν από το Chandra και μια ανάλυση των μεθόδων που χρησιμοποιήθηκαν.

μέγιστη τιμή φωτεινότητάς του στις ακτίνες X ήταν $6\times10^{36} erg/s$. Για τη μελέτη τους ο Shaposhnikov και οι συνεργάτες του (S.TH) χρησιμοποίησαν ένα μοντέλο για το φάσμα των εκρήξεων ακτίνων X, που αναπτύχθηκε από τους Shaposhnikov και Titarchuk. Με αυτό μπόρεσαν να εξάγουν περιορισμούς για τη μάζα και την ακτίνα του συμπαγούς αστέρα σε αυτή την περιοχή. Η μάζα και η ακτίνα του 4U 1728-34 που βρήκαν σημειώνεται στην εικόνα 7.8 με κύκλους. Κάθε ένα από τα τέσσερα σημεία MR αφορά μία διαφορετική τιμή απόστασης από την πηγή (d=4, 4.25, 4.50, 4.75 kpc) και παριστάνονται και τα σφάλματα για βαθμό εμπιστοσύνης 90%. Ένας ακόμη περιορισμός δόθηκε από τον Li ο οποίος χρησιμοποιείσαι το μοντέλο του στρώματος μεταπτώσεων (Titarchuk & Osterovich 1999) για να ταιριάξει τα παρατηρούμε QPOs με την πηγή. Η περιοχή αυτή ειναι η χαμηλότερη γωνία της εικόνας που περιορίζεται από τις δύο στικτές γραμμές. Είναι σημαντικό ότι η ανάλυση δύο διαφορετικών φυσικών φαινομένων καταλήγει στους ίδιους περιορισμούς. Επίσης σημειώνονται οι καμπύλες M-R από διάφορες καταστατικές εξισώσεις. Οι τρείς καμπύλες που σημειώνουμε BBB1, BPAL32 και GM3 αφορούν συνήθης αστέρες νετρονίων. Η BBP1 αφορά την καταστατική του Baldo που χρησιμοποίησε τη θεωρία πολλών σωμάτων λύνοντας την Brueckner-Bethe-Goldstone συμπεριλαμβάνοντας και TBF. Η BPAL32 δείχνει τη σχέση MR με μια φαινομενολογική αλληλεπίδραση (Bombaci 1995, Prakash 1997) για ένα εξαρτώμενο της πυκνότητας δυναμικού. Η καμπύλη GM3 αφορά τον υπολογισμό καταστατικής με χρήση μιας σχετικιστικής προσέγγισης μέσου πεδίου (Gledenning και Moszkowski 1991) . Άλλα μοντέλα όπως του Wiringa και του Akmal παριστάνουν αστέρες με μεγάλες ακτίνες 10-13 km. Η καμπύλη με το δείκτη Hyperon αντιστοιχεί σε αστέρες που περιέχουν και υπερόνια εκτός των νουκλεονίων, ενώ αυτές με το K αναφέρονται στην περίπτωση ύπαρξης ενός K συμπυκνώματος. Οι καμπύλες με την ένδειξη B70 και B85 αντιστοιχούν στο bag model που περιγράψαμε για bag constants B=70 MeV/fm^3 και B=85 MeV/fm^3 ενώ θεωρούμε τα up και down quark ως άμαζα. Τέλος θεωρούμε την περίπτωση υβριδικών αστέρων που παριστάνονται με την GM3 για την αδρονική φάση και με bag model για τον πυρήνα των quark με B=80 MeV/fm^3

Από τη μελέτη όλων αυτών, φαίνεται ότι η ημιεμπειρική σχέση M-R για τον 4U 1728-34 δεν είναι συνεπής με τα μοντέλα αστέρων με πυρήνες που αποτελούνται από πυρηνική ύλη ή από υπερόνια ενώ είναι συνεπής με strange stars ή με hybrid stars.



Εικ 7.8. Θεωρητικές καμπύλες για τη σχέση μάζας ακτίνας από διάφορες καταστατικές εξισώσεις και τα παρατηρησιακά δεδομένα από τον 4U- 1728-34 σημειωμένα με κύκλους και τα σφάλματά τους. Φαίνεται ότι οι μόνες καμπύλες που δεν αποκλείονται αντιστοιχούν σε strange ή σε hybrid star. (Βλ Αναφορές 28 & 42).

8ο Κεφάλαιο. Ψύξη των Αστέρων Νετρονίων

8.1 Εισαγωγή

Ο προσδιορισμός της θερμοκρασίας επιφάνειας των αστέρων νετρονίων από την ανίχνευση της θερμικής ακτινοβολίας μέλανος σώματος μπορεί να μας δώσει σημαντικές πληροφορίες σχετικά με την αδρονική ύλη στο εσωτερικό του και τη δομή του αστέρα νετρονίων. Για παράδειγμα το ανώτερο όριο που διαθέτουμε τώρα, των 2×10^{6} K για την επιφανειακή θερμοκρασία του Grab pulsar, θέτει ένα αυστηρό περιορισμό στη θερμική ιστορία ενός αστέρα νετρονίων για τα πρώτα 930 χρόνια μετά το σχηματισμό του. Ξέροντας τη θερμική εξέλιξη ενός αστέρα νετρονίων παίρνουμε και πληροφορίες για ιδιότητες που εξαρτώνται από τη θερμοκρασία, όπως είναι οι συντελεστές μεταφοράς, η μετάπτωση σε υπερρεύστες καταστάσεις, οι εσωτερικοί μηχανισμοί θέρμανσης κ.α.

Πιστεύεται γενικά ότι οι αστέρες νετρονίων, σχηματίστικαν με πολύ υψηλές θερμοκρασίες στο εσωτερικό τους $\left(T>10^{11}K\right)$, στον πυρήνα μιας έκρηξης υπερκαινοφανούς. Ο κυρίαρχος μηχανισμός ψήξης, αμέσως μετά το σχηματισμό είναι η εκπομπή νετρίνο, με αρχική κλίμακα ψύξης των λίγων δευτερολέπτων. Έπειτα από μία μέρα περίπου, η εσωτερική θερμοκρασία πέφτει στα $10^{9}-10^{10}K$. Η εκπομπή φωτονίων, κυριαρχεί σε αυτή των νετρίνο μόνο όταν η εσωτερική θερμοκρασία πέφτει στα $10^{8}K$, με αντίστοιχη θερμοκρασία επιφανείας σχεδόν δύο τάξεις μεγέθους μικρότερη. Η ψύξη μέσω νετρίνο κυριαρχεί για τουλάχιστον 10^{3} χρόνια και τυπικά πολύ περισσότερο από όλους τους υπολογισμούς που έγιναν πρόσφατα. Αυτοί οι θεωρητικοί υπολογισμοί μας δίνουν καμπύλες θερμοκρασίας, για την επιφάνεια του αστέρα συναρτήσει του χρόνου.

Οι υπολογισμοί της θερμικής εξέλιξης, είναι ευαίσθητα εξαρτώμενοι από το υιοθετούμενο μοντέλο καταστατικής εξίσωσης, την μάζα του αστέρα, το υποτιθέμενο μαγνητικό πεδίο, την πιθανή ύπαρξη υπεραγωγιμότητας, τη συμπύκνωση πιονίων, την ύπαρξη ύλης quark κ.α. Έτσι προκύπτουν αρκετά διαφορετικές ακολουθίες για την θερμική εξέλιξη θεωρώντας κάθε φορά και κάποια ή κάποιες από τις παραπάνω παραμέτρους.

Τυπικά βρίσκει κανείς ότι οι θερμοκρασίες επιφάνειας πέφτουν στην τάξη των $10^{6}K$, για αντικείμενα τουλάχιστον 300 χρόνων και παραμένουν στην περιοχή των (0,5-2)$\times10^{6}$ K για τουλάχιστον 10^{4} χρόνια. Τέτοιες θερμοκρασίες κάνουν πιθανή την ανίχνευση εκπομπής φωτονίων στην μαλακή συνιστώσα των ακτίνων X, 0,2-3 KeV.

Μόνο μετά την ανακάλυψη των pulsar παρατηρήθηκε ότι οι αστέρες νετρονίων ήταν και πηγές ακτίνων X, όχι όμως μεμονωμένοι αστέρες οι οποίοι ψύχονταν μετά τη δημιουργία τους, αλλά αστέρες νετρονίων σε διπλά συστήματα, που εξέπεμπαν αέριο κατά τη μεταφορά μάζας προς το σύντροφό τους. Αυτό το αέριο είναι και η πηγή των ακτίνων X. Ο μόνος παρατηρησιακός περιορισμός ενός μεμονωμένου αστέρα που ψύχεται με εκπομπή ακτίνων X είναι το ανώτατο όριο των $3\times10^{6}K$ για τη θερμοκρασία επιφάνειας του Crab pulsar.

Παρατηρήσεις της ψύξης των αστέρων νετρονίων μας δίνουν δεδομένα στη μορφή φωτεινοτήτων και θερμοκρασιών T_{∞} στο άπειρο. Το μετρούμενο T_{∞}, εξαρτάται προφανώς από το είδος του ατμοσφαιρικού μοντέλου. Το μετρούμενο L_{∞}, βρίσκεται από την ολικά παρατηρούμενη θερμική ροή, διορθωμένη λόγω απορροφήσεων από τη μεσοαστρική ύλη και την απόσταση D. Αν η απόσταση είναι γνωστή με αρκετή ακρίβεια, η εξίσωση $L_{\infty}\equiv4\pi R_{\infty}^{2}\sigma_{SB}T_{e\infty}^{4}$ μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να καθορίσουμε το R_{∞}, υποθέτοντας ότι το T_{e} είναι επίσης γνωστό με κάποια ακρίβεια ή ότι το σωστό ατμοσφαιρικό μοντέλο έχει χρησιμοποιηθεί στην περιγραφή του φάσματος. Αν το υπολογιζόμενο R είναι τόσο μεγάλο συγκρινόμενο με την ακτίνα των 10km, που περιμένουμε να έχουμε σε ένα αστέρα νετρονίων, είναι μια ένδειξη ότι το ατμοσφαιρικό μας μοντέλο είναι λάθος. Παρ' όλα αυτά κάποια εξωτικά μοντέλα ενός συμπαγούς αστέρα, όπως των Strange stars, μπορεί να οδηγήσουν σε μικρές ακτίνες και επίσης κάποιοι σχηματισμοί μαγνητικών πεδίων μπορεί να μας περιορίσουν την ανιχνεύσιμη θερμική εκπομπή σε μία περιοχή πολύ μικρότερη από την ολική επιφάνεια του αστέρα.

8.2 Αντιδράσεις Νετρίνο σε Αστέρες Νετρονίων.

Θα πρέπει να σταθούμε στην θερμική ιστορία ενός αστέρα νετρονίων ο οποίος έχει ήδη ψυχθεί σε μία εσωτερική θερμοκρασία χαμηλότερη των 10^9 K. Θα συζητήσουμε τη σύντομη αυτή περίοδο στην οποία η θερμοκρασία πέφτει από $10^{11} K$ στα $10^9 K$. Αυτή η πρώιμη περίοδος, που προσδιορίζεται από την κατάρρευση του πυρήνα του αστέρα και από μια έκρηξη υπερκαινοφανούς είναι πολύ μικρότερη από αυτή που περνάει για να ψυχθεί σε θερμοκρασίες μικρότερες των $10^9 K$.

Για εσωτερικές θερμοκρασίες κάτω των $10^9 K$ όλα τα νετρίνο που εκπέμπονται κατά την διαδικασία ψύξης, φεύγουν ελεύθερα από τον αστέρα νετρονίων χωρίς να αλληλεπιδρούν ξανά με την ύλη του αστέρα. Αυτό το γεγονός το οποίο διαχωρίζει την εποχή χαμηλών θερμοκρασιών του αστέρα από την προηγούμενη περίοδο υψηλών θερμοκρασιών μας απλοποιεί κατά πολύ τον προσδιορισμό της τελευταίας θερμικής εξέλιξης.

Σε πολύ υψηλές θερμοκρασίες $\left(T \geq 10^9 K\right)$, σαν αυτές που συναντάμε στους πυρήνες, εξελιγμένων αστέρων μεγάλης μάζας, ο κυρίαρχος τρόπος ελλάτωσης της ενέργειας μέσω των νετρίνο, είναι οι λεγόμενες αντιδράσεις URCA:

$$n \to p + e^- + \overline{\nu}_e, e^- + p \to n + \nu_e \tag{8.1}$$

Αυτές κυριαρχούν και κατά την διάρκεια της κατάρρευσης του πυρήνα. Και στις δύο περιπτώσεις, τα νουκλεόνια στο θερμό εσωτερικό του αστέρα, είναι μη εκφυλισμένα. Παρ'όλα αυτά όταν τα νουκλεόνια εκφυλιστούν όπως συμβαίνει σε ένα αστέρα νετρονίων που έχει ψυχθεί κάτω από $10^9 K$, αυτές οι αντιδράσεις περιορίζονται κατά πολύ.

Η ύλη στο εσωτερικό του αστέρα, θα έπρεπε να ικανοποιεί τη συνθήκη, β-ισορροπίας:

$$\mu_n = \mu_p + \mu_e \tag{8.2}$$

όπου με μια καλή προσέγγιση, τα χημικά δυναμικά δεν είναι παρά οι ενέργειες Fermi. Επομένως:

$$E_F(n) = E_F(p) + E_F(e) \tag{8.3}$$

όπου στις πυρηνικές πυκνότητες:

$$E_F(n) = m_n c^2 + \frac{p_F^2}{2m_n}$$
$$E_F(p) = m_p c^2 + \frac{p_F^2}{2m_p} \tag{8.4}$$
$$E_F(e) = p_F(e)c$$

Η συνθήκη ηλεκτρικής ουδετερότητας απαιτεί:

$$p_F(p) = p_F(e) \tag{8.5}$$

και τελικά βρίσκουμε:

$$\frac{p_F^2(}{2m_n} = p_F(e)c\left(1 + \frac{p_F(p)}{2m_p c}\right) - Q \tag{8.6}$$

και επειδή το $Q = (m_n - m_p)c^2 = 1{,}293MeV$ είναι μικρό σε σχέση με τους υπόλοιπους όρους, η ενέργεια Fermi για τα ηλεκτρόνια γράφεται:

$$E_F^{'}(n) \equiv \frac{p_F^2}{2m_n} = p_F(e)c = E_F(e) \tag{8.7}$$

και επομένως:

$$p_F(e) = p_F(p) \leq p_F(n)$$
$$E_F^{'}(p) << E_F^{'}(n) \tag{8.8}$$

Θεωρήστε τώρα την πιθανότητα μιας αντίδρασης όπως η διάσπαση νετρονίου. Το μόνο νετρόνιο που μπορεί να διασπαστεί βρίσκεται στην περιοχή kT, από την επιφάνεια Fermi, $E'_F(n)$. Επομένως από την διατήρηση ενέργειας, το τελικό πρωτόνιο και ηλεκτρόνιο πρέπει να είναι επίσης στην περιοχή kT, από την επιφάνεια Fermi. Η ενέργεια του νετρίνο που διαφεύγει είναι επίσης περίπου ίση με kT. Σύμφωνα με την ανισότητα, το πρωτόνιο και το ηλεκτρόνιο πρέπει να έχουν μικρές ορμές συγκρινόμενα με το νετρόνιο. Αλλά αυτό είναι αδύνατο: η διάσπαση δεν μπορεί να διατηρεί την ορμή, αν διατηρεί την ενέργεια.

Προκειμένου να υπάρξει η παραπάνω διαδικασία, χρειαζόμαστε ένα σωματίδιο το οποίο θα απορροφά την ορμή. Οι Chiu και Salpeter πρότειναν τις τροποποιημένες εξισώσεις URCA:

$$n + n \rightarrow n + p + e^{=} + \overline{\nu}_e$$
$$n + p + e^{-} \rightarrow n + n + \nu_e \tag{8.9}$$

οι οποίες θα ήταν σημαντικές για την ψύξη του αστέρα νετρονίων. Συνοδευτικές αυτών των αντιδράσεων είναι οι αντιδράσεις εκπομπής νετρίνο-μυονίου:

$$n+n \rightarrow n+p+\mu^{-}+\bar{\nu}_{\mu}$$
$$n+p+\mu^{-} \rightarrow n+n+\nu_{\mu} \tag{8.10}$$

οι οποίες συμβαίνουν όταν $\mu_e > m_\mu c^2$. Αντίστοιχες σχέσεις που περιλαμβάνουν νετρίνο του ταυ, δεν συμβαίνουν στο εσωτερικό ενός τυπικού αστέρα νετρονίων μιας και $m_\tau c^2 = 1784 MeV >> \mu_e$.

8.3 Η Θεωρία των Ασθενών Αλληλεπιδράσεων.

Η παρούσα κατανόηση της ασθενούς αλληλεπίδρασης, όπως η β-διάσπαση, προκύπτει από τη θεωρία των Weinberg-Salam-Glashow. Σε αυτή την θεωρία η ασθενής δύναμη μεταξύ των φερμιονίων μεταφέρεται από την ανταλλαγή διανυσματικών μποζονίων μεγάλης μάζας, όπως και οι ηλεκτρομαγνητικές από την ανταλλαγή φωτονίων (μηδενικής μάζας μποζόνια).

Στο καθιερωμένο μοντέλο της WSG, υπάρχουν δύο φορτισμένα, ενδιάμεσα μποζόνια W^+, W^- και ένα ουδέτερο ενδιάμεσο μποζόνιο, το Ζ. Στην WSG θεωρία εκτός από τις αντιδράσεις φορτισμένων ρευμάτων που προέρχονται από τα φορτισμένα διανυσματικά μποζόνια μπορούμε να έχουμε και αντιδράσεις ουδετέρων ρευμάτων που έχουν ως φορέα το Ζ μποζόνιο.

Οι αντιδράσεις συμβαίνουν μέσω μιας αλληλεπίδρασης φορτισμένων ρευμάτων ενώ η διαδικασία σκέδασης:

$$\nu+n \rightarrow \nu+n, \nu+p \rightarrow \nu+p \tag{8.11}$$

γίνεται μέσω ουδέτερων ρευμάτων. Ενώ αντιδράσεις όπως η σκέδαση νετρονίου-λεπτονίου γίνονται μέσω της:

$$\nu_e+e^- \rightarrow \nu_e+e^-, \nu_\mu+\mu^- \rightarrow \nu_\mu+\mu^- \tag{8.12}$$

Οι ενεργές διατομές, δηλαδή η πιθανότητα να συμβεί μια διάσπαση, προκύπτουν να είναι ανάλογες της: $G_F^2 E^2$, όπου Ε είναι η ενέργεια του κέντρου μάζας σε μια αλληλεππίδραση δύο σωμάτων. Επομένως, καθώς το $E \rightarrow \infty$, η ενεργός διατομή αποκλίνει απότομα, ενώ στην WSG, οι ενεργές διατομές συγκλίνουν ταχύτερα από το σ. Το μοντέλο της WSG, όπως και η QED είναι επαναkανονικοποιήσιμο και αποκλίνονται ολοκλήρώματα που εμφανίζονται σε ολοκληρώματα ανώτερης τάξης, μπορούν με κατάλληλες μεθόδους να υπολογιστούν.

Το πολύ σημαντικό του WSG, είναι ότι ενώνει σε μία και μόνο Λαγκρανζιανη , τόσο τις ασθενείς όσο και τις ηλεκτρομαγνητικές αλληλεπιδράσεις. Οι εξισώσεις πεδίου που προκύπτουν συνδέουν το ηλεκτρομαγνητικό με το ασθενές πεδίο, όπως οι εξισώσεις του Maxwell το πεδίο Ε με το Β.

8.3.1 Ελεύθερη Διάσπαση Νετρονίων.

Οι τροποποιημένες εξισώσεις URCA περιλαμβάνουν τόσο τις ισχυρές όσο και τις ασθενείς αλληλεπιδράσεις. Για παράδειγμα, τα πιόνια ανταλλάσονται μεταξύ των συγκρουόμενων νετρονίων σε μία αντίδραση πρότου κάποιο από τα νετρόνιο διασπαστεί σε ένα πρωτόνιο. Πριν υπολογίσουμε το ρυθμό αυτών των αντιδράσεων, θεωρούμε μια απλούστερη αντίδραση: την απλή διάσπαση του νετρονίου στο κενο, όπου τα αποτελέσματα της ισχυρής αλληλεπίδρασης είναι πολύ μικρά. Η συζήτηση αυτή αφορά και τη β διάσπαση στους πυρήνες.

Η ενέργεια που ελευθερώνεται σε μια τυπική β-διάσπαση είναι μικρή (Q-MeV) συγκρινόμενη με την ενέργεια ηρεμίας των νουκλεονίων. Αντίστοιχα μπορούμε να εφαρμόσουμε τον χρυσό κανόνα της ανεξάρτητης του χρόνου θεωρίας διαταραχών στο μη σχετικιστικό όριο, προκειμένου να υπολογίσουμε το ρυθμό διάσπασης:

$$d\Gamma = \frac{2\pi}{\hbar}\left(\frac{1}{2}\sum_{spins}\left|H_{fi}\right|^2\right)\rho_e\rho_{\bar{\nu}}dE_e dE_{\bar{\nu}}\delta\left(\mathrm{E}_{\bar{\nu}}+\mathrm{E}_e-Q\right) \qquad (8.13)$$

Εδώ τα $\rho_e, \rho_{\bar{\nu}}$ είναι οι πυκνότητες των τελικών καταστάσεων του e^- και του $\bar{\nu}$ αντίστοιχα, ανά διάστημα της ενέργειας, ενώ το E_e είναι η ενέργεια του ηλεκτρονίου. Η ποσότητα H_{fi} είναι ο πίνακας της ασθενούς αλληλεπίδρασης στο μη σχετικιστικό όριο.

$$H_{fi} = G_F\int \Psi_f^*\Psi_i dV = G_F\int \psi_p^*\psi_e^*\psi_{\bar{\nu}}^*\psi_n dV \qquad (8.14)$$

όπου $\psi_p, \psi_e, \psi_{\bar{\nu}}, \psi_n$ είναι οι κυματοσυναρτήσεις του πρωτονίου, του ηλεκτρονίου, του αντινετρίνο και το νετρονίου. Φανταζόμαστε ότι το διασπόμενο νετρόνιο είναι σε ένα κιβώτιο μοναδιαίου όγκου και κανονικοποιούμε κατάλληλα όλες τις κυματοσυναρτήσεις.

Το ολοκλήρωμα στην παραπάνω εξίσωση είναι το πλάτος της πιθανότητας να βρούμε και τα τέσσερα σωματίδια στο ίδιο σημείο του χώρου. Αντίστοιχα η ασθενής αλληλεπίδραση σε αυτή την περιοχή χαμηλών ενεργειών περιγράφεται από ένα δυναμικό επαφής:

$$H_{fi} = \int \Psi_f^*(\mathbf{r})V_w(\mathbf{r},\mathbf{r}')\Psi_i(\mathbf{r}')dVdV'. \qquad (8.15)$$

όπου το δυναμικό δίνεται από τη σχέση:

$$V_w(\mathbf{r},\mathbf{r}') = G_F\delta\left(\mathbf{r}-\mathbf{r}'\right) \qquad (8.16)$$

Μπορούμε να πάρουμε το ανάπτυγμα του χωρικού μέρους των κυματοσυναρτήσεων των λεπτονίων και να γράψουμε:

$$\psi_e^*\psi_{\bar{\nu}}^* = \exp\left[-i\left(\mathbf{k}_e+\mathbf{k}_{\bar{\nu}}\right)\mathbf{r}\right] = 1 - i\left(\mathbf{k}_e+\mathbf{k}_{\bar{\nu}}\right)\mathbf{r} + \ldots \qquad (8.17)$$

και να κρατήσουμε μόνο τους πρώτους όρους στο ολοκλήρωμά μας. Αν το ολοκλήρωμα δεν μηδενίζεται, τότε οι όροι που κρατήσαμε περιγράφουν επιτρεπτές μεταπτώσεις. Το μέρος των spin της κυματοσυνάρτησης, μπορεί να είναι είτε μια μονή κατάσταση (με ολικό spin μηδέν) ή μια τριπλή κατάσταση (με ολικό spin μονάδα). Στις απλές μεταπτώσεις, η κυματοσυνάρτηση του νουκλεονίου δεν αλλάζει το spin της, ούτε την ολική στροφορμή της J, και επομένως ΔJ=0. Οι μεταπτώσεις των triplet, απαιτούν μια αναστροφή των spin και η ολική στροφορμή διατηρείται αν $\Delta J = \pm 1{,}0$. Ο κανόνας για τις μεταβάσεις $\Delta J = 0$, είναι ο κανόνας Fermi ενώ οι μεταπτώσεις για triplet καταστάσεις ακολουθούν τον κανόνα του Gamow-Teller. Μπορούμε να:

$$\frac{1}{2}\sum_{spins}\left|H_{fi}\right|^2 = G_F^2\left[C_V^2\left|M_V\right|^2 + 3C_A^2\left|M_A\right|^2\right] \qquad (8.18)$$

Εδώ M_V, M_A το διανυσματικό και το αξονικό-διανυσματικό στοιχεία πίνακα, τα οποία καθορίζονται από τα ολοκληρώματα αλληλεπικάλυψης της αρχικής και τελικής πυρηνικής κατάστασης. C_V, C_A είναι οι σταθερές σύζευξης που θα ήταν και οι δύο ίσες με μονάδα αν οι ισχυρές αλληλεπιδράσεις, δεν είχαν κάποια αποτέλεσμα στην αλληλεπίδραση και ο παράγοντας 3 προκύπτει από το στατιστικό βάρος της τριπλής κατάστασης. Πειραματικά βρίσκεται ότι:

$$\begin{aligned} \left|C_V\right| &= 0,937 \pm 0,0025 \\ \left|\frac{C_A}{C_V}\right| &= 1,253 \pm 0,007 \end{aligned} \tag{8.19}$$

και για τη διάσπαση νετρονίου, είναι μια πολύ καλή προσέγγιση να πάρουμε: $M_V = M_A = 1$, μιας και οι κυματοσυναρτήσεις του πρωτονίου και του νετρονίου είναι παρόμοιες. Επομένως έχουμε:

$$\frac{1}{2}\sum_{spins}\left|H_{fi}\right|^2 = G_F^2 C_V^2\left(1+3a^2\right) \tag{8.20}$$

Ολοκληρώνοντας πάνω στο $dE_{\bar{\nu}}$ και χρησιμοποιώντας την δ-συνάρτηση, η εξίσωσή μας γίνεται:

$$d\Gamma = \frac{2\pi}{\hbar} G_F^2 C_V^2\left(1+3a^2\right)\rho_e \rho_{\bar{\nu}} dE_e \tag{8.21}$$

Για ένα ηλεκτρόνιο με καθορισμένο προσανατολισμό του spin, έχουμε:

$$\rho_e = \frac{4\pi p^2}{h^3}\frac{dp}{dE_e} = \frac{4\pi p \mathrm{E}_\varepsilon}{c^2 h^3} \tag{8.22}$$

και αφού το νετρίνο είναι άμαζο, έχουμε από την διατήρηση της ενέργειας::

$$E_{\bar{\nu}} =: Q = E_e = p_{\bar{\nu}} c$$

και επομένως:

$$\rho_{\bar{\nu}} = \frac{\left(Q-E_e\right)^2}{2\pi^2 \hbar^3 c^3} \tag{8.23}$$

Το

$$d\Gamma = \frac{G_F^2 C_V^2\left(1+3a^2\right)}{2\pi^3\hbar^7 c^6}\left(E_e^2 - m_e^2 c^4\right)^{1/2} E_e\left(Q-E_e\right)^2 dE_e \tag{8.24}$$

και αν εισάγουμε αδιάστατες ενέργειες:

$$d\Gamma = \frac{m_e^5 c^4 G_F^2 C_V^2\left(1+3a^2\right)}{2\pi^3\hbar^7} df \tag{8.25}$$

όπου η ενέργεια φάσματος του διασπόμενου ηλεκτρονίου προκύπτει από τους παράγοντες φάσεως-χώρου:

$$df = \left(\varepsilon^2 - 1\right)^{1/2} \varepsilon\left(\varepsilon_0 - \varepsilon\right)^2 d\varepsilon \tag{8.26}$$

και ολοκληρώνοντας από 1 μέχρι ε έχουμε για το ρυθμό διάσπαση του νετρονίου:

$$\Gamma = \frac{m_e^5 c^4 G_F^2 C_V^2 \left(1 + 3a^2\right) f}{2\pi^3 \hbar^7} = \frac{1}{192} s \tag{8.27}$$

που είναι πολύ κοντά στον παρατηρούμενο ρυθμό του 1/925s.

8.3.2 Ο ρυθμός των m-URCA.

Επειδή η διατήρηση της ορμής στις αντιδράσεις που περιγράψαμε απαιτούν λόγους πρωτονίων ως προς την βαρυονική ύλη x_p μεγαλύτερους του 15%, ενώ στην πυρηνική ύλη ο λόγος είναι το 5%. Επομένως στον εξωτερικό πυρήνα του αστέρα (και αυτός είναι ο ορισμός του εξωτερικού πυρήνα) η εκπομπή νετρίνο οφείλεται στις τροποποιημένες εξισώσεις URCA στις οποίες ένα δεύτερο νουκλεόνιο (νετρόνιο ή πρωτόνιο ανάλογα με το είδος που θα θεωρήσουμε) συνεισφέρει με το να δίνει ή να απορροφά ορμή. Επειδή είναι μια διαδικασία που απαιτεί τρία αντί για πέντε φερμιόνια θα είναι πολύ λιγότερο αποτελεσματική σε σχέση με την άμεση URCA. Οι αντιδράσεις αυτές είναι:

$$n + (n,p) \to p + (n,p) + e^- + \overline{\nu}_e$$
$$p + (n,p) \to n + (n,p) + e^+ + \nu_e$$

και ο ρυθμός τους είναι μειωμένος σε σχέση με τον URCA κατά $(T/\mu_n)^2 < 10^{-4} - 10^{-5}$.

Έχοντας υπολογίσει τα στοιχεία πίνακα της ασθενούς αλληλεπίδρασης για την διάσπαση των ελεύθερων νετρονίων, μπορούμε πλέον να υπολογίσουμε το ρυθμό των τροποποιημένων αντιδράσεων URCA. Θα ακολουθήσουμε την προσέγγιση των Bahcall και Wolf.

Έστω ότι οι δείκτες 1,2,1,p,e και $\overline{\nu}$, δηλώνουν τα δύο αρχικά νετρόνια, το τελικό νετρόνιο, το πρωτόνιο, το ηλεκτρόνιο και το αντινετρίνο. Ο ρυθμός της αντίδρασης για δύο δοσμένες καταστάσεις 1 και 2 είναι:

$$d\Gamma = \frac{2\pi}{\hbar} \delta\left(\mathrm{E}_f - \mathrm{E}_\iota\right) \left|\mathrm{H}_{fi}\right|^2 \rho_p \rho_e \rho_{\overline{\nu}} dE_p dE_e dE_{\overline{\nu}} \tag{8.28}$$

όπου το $\left|\mathrm{H}_{fi}\right|^2$ πρέπει να αθροιστεί πάνω στα τελικά spin και να πάρουμε το μέσο όρο του ως προς τα αρχικά spin. Για τον κενό χώρο για κάθε είδος j θα έχουμε:

$$\rho_j dE_j \cong d^3 n_j = V \frac{d^3 p}{h^3} \tag{8.29}$$

Όμως η αντίδραση συμβαίνει σε ένα πυκνό αέριο και τα περισσότερα από τα κελιά του, χαμηλής ενέργειας στο χώρο φάσεων, είναι κατειλημμένα. Επομένως κάθε παράγοντας $d^3 n_j$ πρέπει να πολλαπλασιαστεί με $1 - f_j$, όπου f_j η συνάρτηση κατανομής πιθανότητας:

$$f_j = \frac{1}{\exp\left[\left(E_j - \mu_j / kT\right)\right] + 1} \tag{8.30}$$

και είναι ο λόγος του χώρου φάσεων που καταλαμβάνουμε σε ενέργεια E_j. Οι παράγοντες $1 - f_j$ μεειώνουν τον ρυθμό της αντίδρασης και ονομάζονται blocking factor.

Το στοιχείο πίνακα για την αντίδραση, μπορεί να γραφτεί:

$$H_{fi} = \left\langle n, p, e, \bar{\nu} \middle| V_w \middle| n, n \right\rangle \tag{8.31}$$

όπου V_w είναι η Χαμιλτονανή επαφής της ασθενούς αλληλεπίδρασης, η οποία δόθηκε και προηγουμένως για την ελεύθερη διάσπαση νετρονίου. Τώρα είναι και πάλι κατάλληλο να αναπαραστήσουμε τα λεπτόνια σαν καταστάσεις ελεύθερων σωματιδίων. Δεν είναι όμως το ίδιο αν το κάνουμε και για τα νουκλεόνια. Ο λόγος είναι ότι η ολική Χαμιλτονιανή είναι:

$$H_{nuc} = H_{free} + H_S + V_w \equiv H_0 + V_w \tag{8.32}$$

όπου H_{free} είναι η συνεισφορά του ελεύθερου σωματιδίου και H_S είναι η χαμιλτονιανή της ισχυρής αλληλεπίδρασης. Επομένως η εξίσωση (11.5.6) μας δίνει τον χαμηλότερης τάξης ρυθμό μετάπτωσης, μόνο αν οι κυματοσυναρτήσεις του νουκλεονίου που εμφανίζονται σε αυτόν είναι ήδη ιδιοσυναρτήσεις του H_0. Όπως είπαμε και προηγουμένως, η λύση στην εξίσωση schrodinger των πολλών σωμάτων, που περιλαμβάνει και το H_S, δεν έχει επιλυθεί ακόμη θεωρητικά. Θα προσπαθήσουμε όμως να υπολογίσουμε την επίδραση του H_S στην κυματοσυνάρτηση δύο σωμάτων.

Γράφουμε επομένως:

$$H_{fi} = \int dV dV' \psi_{np}^*(r) \psi_e^*(\mathbf{r}) \psi_{\bar{\nu}}^*(\mathbf{r}) V_w(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \psi_{nn}(\mathbf{r}') = \frac{G_F}{V} \int dV \psi_{np}^*(\mathbf{r}) \psi_{nn}(\mathbf{r}) \tag{8.33}$$

όπως προκύπτει από την 8.31 και θέτοντας:

$$\psi_e(\mathbf{r}) \to \frac{1}{V^{1/2}} \tag{8.34}$$

Υποθέτουμε ότι η αλληλεπίδραση, στην αρχική κατάσταση n-n κυριαρχείται από τη σκέδαση του s κύματος. Τότε η n-n κατάσταση πρέπει να έχει ολικό σπιν S=0. Το V μέρος της αλληλεπίδρασης συζεύγνυται με αυτή την κατάσταση σε μία S=0 κατάσταση n-p, ενώ το A μέρος την συζεύγνει με μία S=1 n-p κατάσταση. Επομένως:

$$\sum_{spins} \left| H_{fi} \right|^2 = \frac{4G_F^2}{V^2} \left(C_V^2 \left| M_V \right|^2 + 3C_A^2 \left| M_A \right|^2 \right) \tag{8.35}$$

Η εκπομπή αντινετρίνο είναι:

$$\varepsilon_{\bar{\nu}} \equiv \frac{L_{\bar{\nu}}}{V} = \left(5.1 \times 10^{48} ergcm^{-3} s^{-1}\right) P \left(\left| M_V \right|^2 + 4,7 \left| M_A \right|^2 \right) \tag{8.36}$$

η οποία μετά τον υπολογισμό του αδιάστατου παράγοντα χώρου-φάσης και των $\widetilde{M}_V, \widetilde{M}_A$, παίρνει τη μορφή:

$$\varepsilon_F = \left(6,1 \times 10^{19} erg \times cm^{-3} s^{-1}\right) \left(\frac{\rho}{\rho_{nuc}} \right)^{2/3} T_9^8 \tag{8.37}$$

Στην παραπάνω έκφραση, έπρεπε να προσθέσουμε το ρυθμό απώλειας ενέργειας των νετρίνο από την αντίστροφη αντίδραση. Από το αμετάβλητο ως προς την αντιστροφή του χρόνου, τα στοιχεία πίνακα M_A, M_V είναι τα μιγαδικά συζηγή των M_A, M_V για την αντίδραση 11.2.10, μιας και οι παράγοντες χώρου-φάσεων είναι ίδιοι και για τις δύο αντιδράσεις και οι δύο αντιδράσεις δύο τον ίδιο ρυθμό απώλειας ενέργειας. Αν πολλαπλασιάσουμε την εξίσωση για την απώλεια ενέργειας με τον παράγοντα 2(F+1) παίρνουμε τον ολικό ρυθμό απώλειας ενέργειας από τις τροποποιημένες εξισώσεις:

$$\varepsilon_F = \left(1,2 \times 10^{20} erg \times cm^{-3} s^{-1}\right) \left(\frac{\rho}{\rho_{nuc}} \right)^{2/3} T_9^8 (1+F) \tag{8.38}$$

και αυτός μας δίνει για έναν αστέρα νετρονίων, μάζας M και ομοιόμορφης πυκνότητας ρ, μιας φωτεινότητα:

$$L_\nu^{URCA} = \left(8,5 \times 10^{38} erg \times s^{-1}\right) \frac{M}{M_\circ} \left(\frac{\rho_{nuc}}{\rho} \right)^{1/3} T_9^8 (1+F) \tag{8.39}$$

ή την τροποποιημένη έκφραση των Friman και Maxwell:

$$L_\nu^{URCA} = \left(5,3 \times 10^{39} erg \times s^{-1}\right) \frac{M}{M_\circ} \left(\frac{\rho_{nuc}}{\rho} \right)^{1/3} T_9^8 (1+F) \tag{8.40}$$

Καθώς οι Direct Urca processes, απαιτούν ένα αρκετά μεγάλο κλάσμα πρωτονίων, ίσο με $x_p \geq 15\%$ και επομένως στον εξωτερικό πυρήνα του αστέρα νετρονίων, η εκπομπή νετρίνο οφείλεται στις τροποποιημένες εξισώσεις Urca , όπου το δεύτερο νετρίνο έχει τον ρόλο ενός θεατή που δίνει ή απορροφά την επιπλέον ορμή που χρειάζεται. Παρ' όλα αυτά μιας και περιλαμβάνει πέντε αντί τριών φερμιονίων που χρειάζονται η m-Urca είναι πολύ λιγότερο αποτελεσματική σαν διαδικασία ψύξης. Απαιτεί δύο επιπλέον blocking-factors $\left(T / E_F\right)$ όπου E_F είναι η ενέργεια Fermi του επιπλέον νουκλεονίου, μιας και $E_F \approx 100 MeV$ με $T = 10^9 T_9 K$ η μείωση της m-Urca είναι της τάξης του $10^{-6} T_9^2$ συγκρινόμενη με τις άμεσες διαδικασίες URCA.

Εν συντομία, για τους χημικούς υπολογισμούς που αναμένονται σε πυκνότητες όχι πολύ υψηλότερες από την ρ_{nucl} όπου ο λόγος των πρωτονίων είναι μικρός και η εκπομπή νετρίνο οφείλεται στην τροποποιημένη διαδικασία URCA, ενώ οποιαδήποτε αλλαγή πέρα από αυτή θα αυξήσει την δυνατότητα εκπομπής κατά πολλές τάξεις μεγέθους.

Στην επιφάνεια η θερμοκρασία πέφτει μεταξύ των 10^{10} και $10^{11} K$ μέσα σε κλάσματα του δευτερολέπτου από τη γέννηση ενός αστέρα νετρονίων. Τα ηλεκτρόνια γρήγορα γρήγορα τακτοποιούνται σε μία εκφυλισμένη θάλασσα Fermi και η ορμή Fermi ξεπερνάει κατά πολύ την μάζα ηρεμίας τους κάνοντάς το ένα σχετικιστικό εκφυλισμένο σύστημα. Στην προσέγγιση του παράλληλου επιπέδου για το στρώμα της ηλεκτρόσφαιρας, το χημικό δυναμικό των ηλεκτρονίων σαν συνάρτηση της απόστασης z, από την επιφάνεια των quark, δίνεται από την:

$$\mu_e(z) = \frac{\mu_e(0)}{1+z/\mathrm{H}}, \mathrm{H} = \frac{\hbar c}{\mu_e(0)}\sqrt{\frac{3\pi}{2\alpha}} = 501.3\left(\frac{10MeV}{\mu_e(0)}\right) fm \tag{8.41}$$

όπου $a = e^2/4\pi$ είναι η σταθερά λεπτής υφής. Η σκέδαση ηλεκτρονίων στην ηλεκτρόσφαιρα δίνει φωτόνια πέδησης. Τα εκπεμπόμενα φωτόνια πρέπει να ταξιδέψουν μέσω ενός πλάσματος ηλεκτρονίων, και επομένως η σχέση διασποράς τους στο μέσο παίρνεται ως: $\omega = \left(\omega_p^2 + k^2\right)^{1/2}$ σε φυσικές μονάδες, όπου η συχνότητα του πλάσματος καθορίζεται από την:

$$\omega_p^2 = \frac{4a}{3\mu}\mu_e^2\left(1+\frac{\pi^2 \mathrm{T}^2}{3\mu_e^2}\right) \tag{8.42}$$

Το οπτικό βάθος της ηλεκτρόσφαιρας σε κάθε απόσταση, καθορίζεται από το ω_p, το οποίο μειώνεται με αυξανόμενο z. Η εκπομπή Q είναι μια συνάρτηση $\omega_p(z)$. Η ολική φωτεινότητα μπορεί να γραφεί ως:

$$L = 4\pi R^2 \int_{z=0}^{z=z_0} Q\left(\omega_p(z)\right) dz \tag{8.43}$$

όπου R είναι η ακτίνα του αστέρα και z_0 είναι το πάχος της ηλεκτρόσφαιρας. Η ύλη των quark περιέχει προσμίξεις με ηλεκτρόνια στην πιο εσωτερική περιοχή της ηλεκτρόσφαιρας και τα ανταλλασόμενα φωτόνια νοιώθουν φαινόμενα προάσπισης. Γι' αυτό είμαστε υποχρεωμένοι να διαδώσουμε το διαδότη των φωτονίων. Τα αποτελέσματα μας, μας δείχνουν ότι η ηλεκτρική προάσπιση παίζει ένα μικρό μόνο ρόλο στην εκπομπή φωτονίων, χαμηλής ενέργειας.

Η εκπομπή των φωτονίων από διαδικασίες πέδησης είναι:

$$\begin{aligned} Q = \frac{2\pi}{s\hbar}\left[\prod_{i=1}^{4}\int \frac{d^3 p_i}{(2\pi)^3 2\omega_{p_i}}\right]\int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3 2\omega_k}\omega_k \sum_{spin}|M|^2 S_{LPM}(k) \times \\ \times n_F(\omega_{p_1}) n_F\left(\omega_{p_2}\right)\tilde{n}_F\left(\omega_{p_3}\right)\tilde{n}_F\left(\omega_{p_4}\right)(2\pi)^3 \delta^3\left(\mathbf{P}_f - \mathbf{P}_i\right)\delta\left(E_f - E_i\right) \end{aligned} \tag{8.44}$$

Οι δείκτες i=1 με 4, αναφέρονται στα ηλεκτρόνια $(\omega_\kappa, \mathbf{k})$ και είναι η 4-ορμή των εκπεμπόμενων φωτονίων. S_{LPM} είναι ένας παράγοντας ελαχιστοποίησης λόγω του φαινομένου

Landau, Pomeranchuk, Migdal των πολλαπλών σκεδάσεων κατά την εκπομπή και το οποίο το αντιμετωπίζουμε αριθμητικά. Για αυτή την ενότητα θα υποθέσουμε ότι $S_{LPM}=1$ προκειμένου να βρούμε χρήσιμες εκφράσεις για την emissivity.

Στο όριο των μαλακών φωτονίων, η αναλυτική έκφραση για την emissivity Q σε δύο κοντινές περιοχές θερμοκρασίας δίνεται:

$$Q=\frac{64a^3 m_e \mu_e^3 F\left(\omega_p\right)}{15\hbar\left(2\pi\right)^6}\ln\left(\frac{\mu_e}{m_e}\right)I(T,\mu_e) \tag{8.45}$$

$$F\left(\omega_p\right)=\left\{1+\frac{1}{2}\frac{\omega_p^2}{\omega_p^2+m_e^2}-\frac{3\omega_p}{2m_e}\tan^{-1}\left(\frac{m_e}{\omega_p}\right)\right\} \tag{8.46}$$

$$\left(T,\mu_e\right)=8\pi^2\times\left\{\begin{matrix}\frac{4\mathrm{T}}{\mu_e^2}\left(\ln 2-\frac{1}{2}\right),\frac{m_e^2}{2\mu_e}<T<<\mu_e \\ \frac{2}{\mu_e^2}e^{-m_e^2/2\mu_e T},T<<\frac{m_e^2}{2\mu_e}\end{matrix}\right\} \tag{8.47}$$

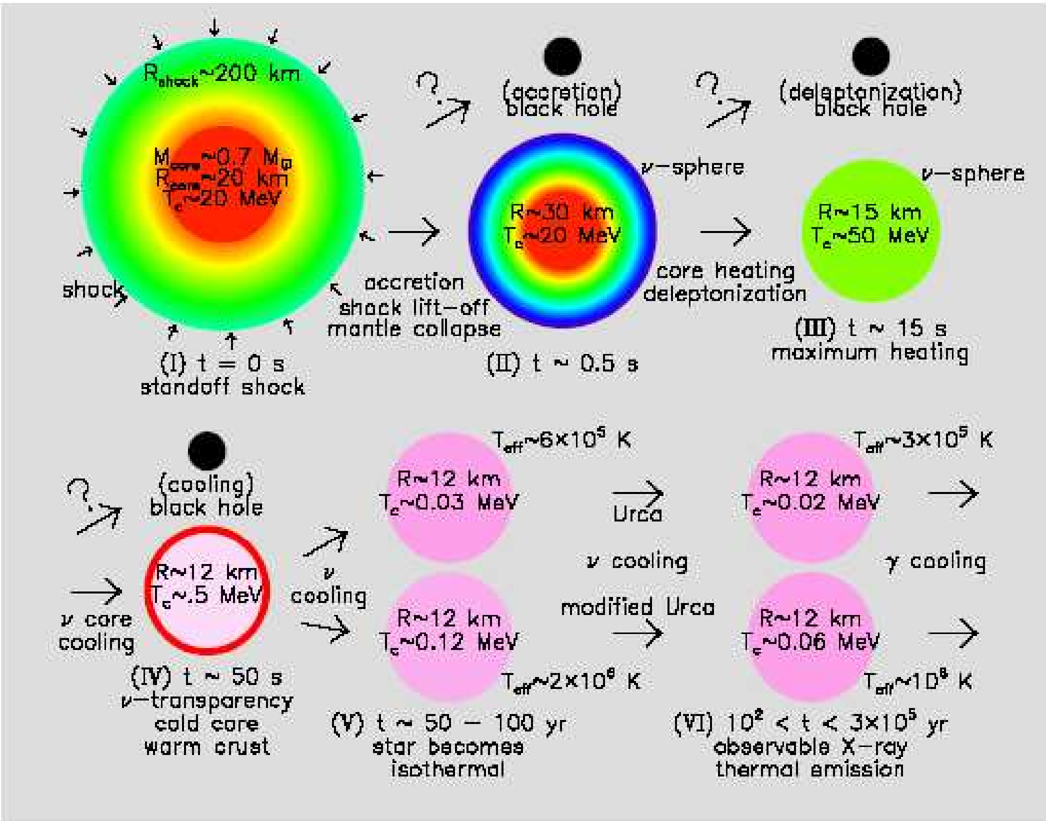
και είναι η ροή αν κυριαρχεί η ακτινοβολία πέδησης επί αυτής της δημιουργίας ζεύγους για πλάσμα ηλεκτρονίων. Προσέξτε την εξάρτησή της από την τρίτη δύναμη του χημικού δυναμικού του ηλεκτρονίου.

Το φάσμα των φωτονίων χαμηλής ενέργειας, δίνεται από:

$$\omega_k\left(\frac{d\sigma}{d\omega_k}\right)\propto\left(1-\frac{\omega_p^2}{\omega_k^2}\right)^{3/2}\ln\left(\frac{\mu_e^2}{m_e\omega_k}\right) \tag{8.48}$$

Στην ημικλασσική προσέγγιση, η υποστήριξη για αυτό το φάσμα υπάρχει μόνο μεταξύ των $\omega_{\min}=\omega_p$ και $\omega_{\max}=\left(\omega_p^2+m_e^2\right)^{1/2}$. Η παρουσία του πλάσματος δίνει ένα σκληρότερο φάσμα σε σχέση με το κενό ενώ και η ολική ροή φωτονίων είναι μικρότερη. Αν και η συνεισφορά των φωτονίων υψηλής ενέργειας δεν μπορεί να υπολογιστεί αξιόπιστα στις προσεγγίσεις μας, περιμένουμε ότι θα πέφτει απότομα λόγω του μεγάλου εκφυλισμού των ηλεκτρονίων. Το φαινόμενο L.P.M που ήδη αναφέραμε, με τις πολλαπλές σκεδάσεις δεν αλλάζει και πολύ τη μέση ενέργεια των φωτονίων και το σχήμα του φάσματος.

Για $T/^oK\le 10^9$, η πέδηση είναι η κύρια διαδικασία εκπομπής φωτονίων, καθώς η φωτεινότητα από την εξαύλωση ζευγών μηδενίζεται. Αυτή κυριαρχεί και στην μη θερμική ακτινοβολία πέδησης από συγκρούσεις quark-quark στο ανώτατο όριο της ύλης των quark. Καθώς η θερμοκρασία πέφτει κάτω από $10^7 K$ η αύξηση στην ακτινοβολία πέδησης μειώνεται από τον εκθετικό παράγοντα και αντιστρέφεται και αρχίζει να μειώνεται. Για $T/^oK>10^9$ η ακτινοβολία πέδησης κυριαρχεί της εκπομπής φωτονίων.



Εικ 8.1 Η θερμική εξέλιξη ενός αστέρα νετρονίων κατά το καθιερωμένο σενάριο. (Βλ Αναφορα 41).

8.3.3 Ρυθμοί των υπόλοιπων αντιδράσεων.

α) **Πέδηση από ζεύγη νουκλεονίων**.

Ο πιο σημαντικός μηχανισμός ψύξης ο οποίος γίνεται δυνατός όταν τα ουδέτερα ρεύματα ληφθούν υπ' όψιν μας είναι η πέδηση από ζεύγος νουκλεονίων:

$$n + n \rightarrow n + n + \nu + \bar{\nu} \qquad\qquad n + p \rightarrow n + p + \nu + \bar{\nu}$$

Αυτές οι αντιδράσεις μελετήθηκαν επίσης από τους Flower, Friman και Maxwell και βρέθηκε ότι ο ρυθμός επίσης μεταβάλλεται ως T^8 και είναι μικρότερος κατά ένα παράγοντα 30, σε σχέση με το ρυθμό των m-URCA που αναφέραμε προηγουμένως.

b) **Πέδηση από ζεύγος νετρίνο**.

Αν τα νετρόνια ''κλειδωθούν'' σε μια υπέρευστη κατάσταση, οι ρυθμοί για όλες τις αντιδράσεις που συζητήσαμε προηγουμένως, μειώνονται από τον εκθέτη: $\exp(-\Delta / kT)$, όπου Δ είναι το ενεργειακό χάσμα και είναι παρόμοιο με τον παράγοντα Boltzmann. Σε αυτή την περίπτωση, η ψύξη από την πέδηση, ζεύγους νετρίνο από πυρήνες στην κρούστα μπορεί να είναι σημαντική. Ο ρυθμός για αυτή την διεργασία είναι:

$$e^- + (Z,A) \rightarrow e^- + (Z,A) + \nu + \bar{\nu} \tag{8.49}$$

και υπολογίζουμε ότι η φωτεινότητα είναι:

$$L_\nu^{brem} \approx \left(5\times10^{39}\, erg\times s^{-1}\right)\left(M_{cr}/M_\circ\right)T_9^6 \tag{8.50}$$

όπου M είναι η μάζα της κρούστας. Μια και η διαδικασία είναι ανάλογη του T_9^6, μειώνεται λιγότερο απότομα από την αντίδραση 8.41 καθώς το αστέρι ψύχεται.

Σχηματισμός ζευγών βαρυονίων, είτε νουκλεονίων, είτε quark προβλέπεται ότι συμβαίνει στο μεγαλύτερο μέρος του εσωτερικού ενός αστέρα νετρονίου Σε χαμηλές ορμές Fermi τα νετρόνια και τα πρωτόνια περιμένουμε ότι θα ζευγαρώνουν σε μία κατάσταση $^1S_0$, ενώ σε υψηλότερες ορμές σε μία $^3P_2$. Το $^1S_0$ χάσμα των νετρονίων είναι επίσης παρόν στο εξωτερικό του πυρήνα και μπορεί να φτάσει ή και όχι το κέντρο του αστέρα, αναλόγως του μοντέλου σύζευξης που θεωρούμε και της κεντρικής πυκνότητας του αστέρα. Τα αποτελέσματα του σχηματισμού ζεύγους στη ψύξη, οφείλονται στο κενό που εισάγει στο φάσμα από τη διέγερση ενός απλού σωματιδίου και αυτό έχει ως αποτέλεσμα την μείωση τόσο της ειδικής θερμότητας όσο και της emissiviy των νετρίνο.

Επίσης ένα τρίτο αποτέλεσμα είναι η εκπομπή ν-$\bar{\nu}$ σε θερμοκρασίες χαμηλότερες αλλά κοντά στην T_c, η οποία μπορεί να επικαλύψει την εκπομπή από τις τροποποιημένες αντιδράσεις URCA. Για παράδειγμα στην περίπτωση της κατάστασης $^3P_2$, η emissivity είναι:

$$q_\nu^{n^3P_2} = 8,6\times10^{21}\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^{1/3}\left(\frac{m_n^*}{m_n}\right)\times\tilde{F}_{3P_2}(T/T_c)\left(\frac{T}{10^9 K}\right)^7 \tag{8.51}$$

Η ειδική θερμότητα.

Για εκφυλισμένα φερμιόνια με spin ½ , του τύπου ''i'' , η ειδική θερμότητα είναι:

$$c_{i,u} = N_i\left(0\right)\frac{\pi^2}{3}k_{\mathrm{B}}^2\mathrm{T} = \frac{m_i^* n_i}{p_{i,F}^2}\pi^2 k_B^2 T \tag{8.52}$$

Το μεγαλύτερο μέρος της ειδικής θερμότητας ενός αστέρα παρέχεται από τον πυρήνα του και λόγω της απουσίας εξωτικής ύλης, τα νουκλεόνια συνεισφέρουν περίπου το 90% ενώ τα λεπτόνια το υπόλοιπο. εφόσον τα νετρόνια και τα πρωτόνια βρεθούν μια φορά σε μια paired κατάσταση η ειδική τους θερμότητα αλλάζει κατά πολύ. Όταν το T φτάσει το T_c, υπάρχει μια ασυνέχεια στο c_u το οποίο ξαφνικά αυξάνει αλλά όταν $T << T_c$ καταπιέζεται εκθετικά. Αυτό το φαινόμενο λαμβάνεται υπ' όψιν και όταν εισάγουμε μια συνάρτηση ελέγχου. Είναι σημαντικό να προσέξουμε ότι και στις δύο περιπτώσεις υπάρχουν τα λεπτόνια τα οποία παραμένουν ανέπαφα. Το ζευγάρωμα μπορεί να ελαττώσει το ολικό C_U κατά 90%.

8.3.4 Το Μινιμαλιστικό Σενάριο.

Βασικό σημείο του σεναρίου αυτού είναι ότι οι εκπομπές νετρίνο μπορούν να ενισχυθούν και επομένως η ιστορία της ψύξης ενός αστέρα εξαρτάται μόνο ασθενώς από τη μάζα του (*Dany Page et.al)*)

Αυτό που δεν περιορίζουν οι απαιτήσεις του σεναρίου αυτού είναι:

a) Η χημική σύσταση του ''φακέλλου''
b) Η κατάσταση σύζευξης των νουκλεονίων.

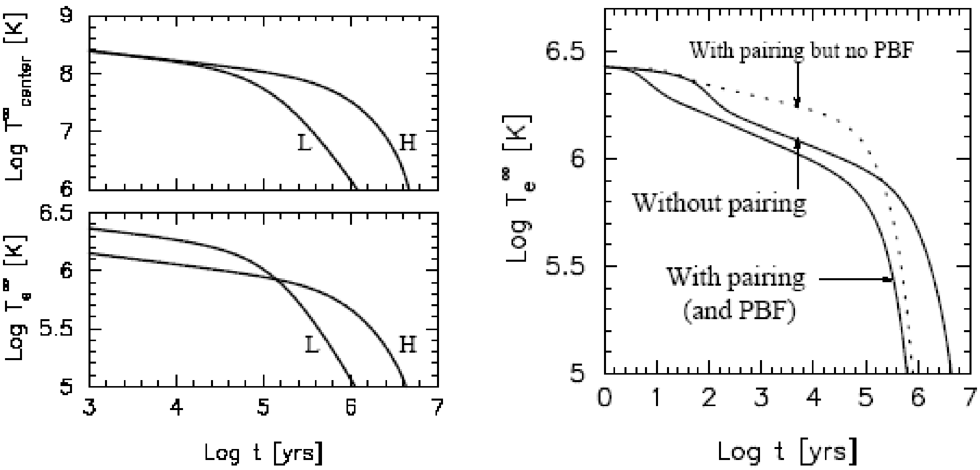
και οι μεγάλες αβεβαιότητες σε αυτά τα δύο συστατικά είναι οι πιο σημαντικές πηγές σφαλμάτων στις θεωρητικές προβλέψεις του Minimal σεναρίου.

Τα αποτελέσματα του φακέλου, φαίνονται στην αριστερή στήλη του σχήματος 8.2 για δύο εξαιρετικές περιπτώσεις ενός αστέρα με ένα ''envelope'' που να περιέχει ένα μέγιστο ποσό ελαφρών στοιχείων. Τα σημαντικότερα χαρακτηριστικά είναι:

1) Πρώτον, σε ηλικία μικρότερη από $10^5 yrs$, και τα δύο αστέρια έχουν την ίδια κεντρική θερμοκρασία αλλά το L μοντέλο έχει υψηλότερη T_e. Αυτό αντιστοιχεί στην εποχή ψύξης από νετρίνο, όπου το L_ν είναι κυρίως υπεύθυνο για την ψύξη. Επομένως το ίδιο T_{center} και για τα δύο αστέρια και η ενέργεια επιφανείας απλά ακολουθεί την εξέλιξη του εσωτερικού του, επομένως υψηλότερο T_e

2) Αργότερα κατά τη διάρκεια ψύξης μέσω φωτονίων, όταν $L_\gamma >> L_\nu$, οι καμπύλες ψύξης αναστρέφονται μιας και ο φάκελος με τα ελαφρύτερα στοιχεία μας δίνει ένα μια πολύ μεγαλύτερη φωτεινότητα και επομένως γρηγορότερη ψύξη. Με έναν φάκελο που να περιλαμβάνει μικρότερο αριθμό ελαφρών στοιχείων, βρίσκουμε μια ενδιάμεση καμπύλη εξέλιξης και αν επιτρέψουμε χρονική εξέλιξη του περιεχομένου του φακέλου μπορεί να μεταπηδήσουμε από τη μια καμπύλη στην άλλη.

Αν και τρία είδη μοντέλων για τρία διαφορετικά κενά $^3P_2$ είναι παρόμοια, παρουσιάζουν και κάποιες βασικές διαφορές. Αν θεωρήσουμε τους νεαρούς αστέρες J0205+6449, PSR 0833-45 (in Vela) and PSR 1706-44,, βλέπει κανείς ότι τα μοντέλα με το



Εικ 8.2. Στην αριστερή εικόνα φαίνονται τα αποτελέσματα της σύστασης της κρούστας στην ψύξη. Δεξιά φαίνονται τα αποτελέσματα του σχηματισμού ζεύγους από τα νουκλεόνια στην ψύξη.(Βλ Dany Page. The minimal Cooling of Neutron Stars-Αναφορά 29).

κενό $^3P_2$ ''α'', είναι πολύ πιο κοντά στα ανώτερα όρια του Vela και του 3C58, ενώ η διαφορά είναι μεγαλύτερη με τα άλλα δύο κενά.

Τα παλαιότερα αντικείμενα εμφανίζουν θερμοκρασίες πολύ υψηλότερες από τις προβλέψεις του minimal σεναρίου. Αυτό μπορεί να οφείλεται σε λάθος εκτίμηση της ηλικίας του μιας και αυτή προσδιορίζεται μόνο από την χρονική κλίμακα του spin-down η οποία είναι πολύ αβέβαιος δείκτης. Μια άλλη εξήγηση μπορεί να είναι η ύπαρξη κάποιου μηχανισμού ο οποίος μετατρέπει την περιστροφική ή την μαγνητική ενέργεια σε θερμότητα.

Τέλος από την εικόνα 8.5 στο τέλος αυτού του κεφαλαίου, βλέπει κανείς ότι δύο αντικείμενα που εμφανίζουν θερμοκρασίες αρκετά χαμηλότερες σε σχέση με τις προβλέψεις του σεναρίου μας και ίσως να μην πρόκειται για συνήθεις αστέρες νετρονίων είναι ο J0205+6449 και ο PSR0833-45).

8.3.5 Αντιδράσεις με πιόνια.

Όπως έδειξαν πρώτοι οι Bahcall και Wolf, η συμπύκνωση πιονίων μπορεί να αυξήσει κατά πολύ το ρυθμό ψύξης στο εσωτερικό των αστέρων νετρονίων. Αν συμβαίνει η συμπύκνωση πιονίων, τότε η ''quasi-particle'' β-διάσπαση συμβαίνει μέσω της:

$$N \to N' + e^- + \bar{\nu}_e \tag{8.53}$$

και της αντίστροφής της. Εδώ τα quasi σωματίδια N και N' είναι οι γραμμικοί συνδυασμοί των καταστάσεων νετρονίου και πρωτονίου στη θάλασσα των πιονίων. Η συμπύκνωση πιονίων, επιτρέπει τόσο στην ενέργεια όσο και στην ορμή να διατηρούνται στην αντίδραση, η οποία είναι ανάλογη των συνηθισμένων αντιδράσεων URCA:

Οι Bahcall και Wolf θεώρησαν μια απλοποιημένη εκδοχή της αντίδρασης (11.4.6) που είναι η ψύξη μέσω της διάσπασης των ελεύθερων πρωτονίων:

$$\begin{aligned} \pi^- + n &\to n + e^- + \bar{\nu}_e \\ \pi^- + n &\to n + \mu^- + \bar{\nu}_\mu \end{aligned} \tag{8.54}$$

και της αντίστροφης διαδικασίας:

$$\begin{aligned} n + e^- &\to n + \pi^- + \nu_e \\ n + \mu^- &\to n + \pi^- + \bar{\nu}_\mu \end{aligned} \tag{8.55}$$

Όπως και με τις τροποποιημένες αντιδράσεις URCA, ο ολικός ρυθμός και για τις τέσσερις διαδικασίες είναι βασικά τέσσερις φορές ο ρυθμός της αντίδρασης αν γινόταν μόνη της.

Μπορούμε να κάνουμε έναν πρόχειρο υπολογισμό του ρυθμού της αντίδρασης ως εξής: Μιας και υπάρχουν λιγότερα φερμιόνια που συμμετέχουν στις αντιδράσεις από ότι αυτά που συμμετέχουν στις τροποποιημένες Urca, ο παράγοντας χώρου μεταβάλλεται ως T^6 και όχι ως T^8. Επομένως περιμένουμε ο ολικός ρυθμός να είναι:

$$L_\nu^\pi = L_\nu^{URCA} \times \left(\frac{E_f'(n)}{kT} \right)^2 \frac{n_\pi}{n_n} \tag{8.56}$$

όπου n_π / n_n είναι ο λόγος των αριθμητικών πυκνοτήτων των πιονίων και των νετρονίων. Μιας και $E_F^{'}(n) = 60(\rho/\rho_{nuc})^{2/3} MeV$, έχουμε:

$$L_\nu^\pi \approx \left(8\times10^{44} erg\times s^{-1}\right)\frac{M}{M_\circ}\frac{\rho}{\rho_{nuc}}T_9^6\frac{n_\pi}{n_n} \tag{8.57}$$

Οι Bahcall και Wolf ουσιαστικά βρήκαν έναν αριθμητικό παράγοντα 1×10^{46} και καμία εξάρτηση από το ρ. Λεπτομερής υπολογισμοί της θερμικής εξέλιξης των αστέρων με την παρουσία ή όχι μια αλλαγής φάσης σε συμπύκνωμα μποζονίων έγιναν από τον Umeda (1993) . Συγκρίνοντας τα αποτελέσματά τους για το ρυθμό ψύξης με πρόσφατες μετρήσεις των θερμοκρασιών επιφάνειας τέτοιων αντικειμένων από τον δορυφόρο ROSAT (Trumper 1995) βρίσκει κανείς ότι τα πειραματικά δεδομένα μπορούν να εξηγηθούν ικανοποιητικά εντός του standard σεναρίου. Δεν υπάρχει καμία ένδειξη μια ενίσχυση του ρυθμού ψύξης λόγω της συμπύκνωσης πιονιών είναι απαραίτητη.

8.3.6 Βήτα Διάσπαση των Quark..

Αν ο πυρήνας ενός αστέρα νετρονίων αποτελείται κυρίως από ύλη quark, τότε υπάρχει η πιθανότητα σημαντικής εκπομπής νετρίνο μέσω της β-διάσπασης των εκφυλισμένων, σχετικιστικών quark. Σε αντίθεση με τη συνηθισμένη ύλη ενός αστέρα νετρονίου στην οποία οι αντιδράσεις β-διάσπασης περιορίζονται κατά πολύ, οι αντίστοιχες διαδικασίες μπορούν να συμβούν για τα quark.

Θυμηθείτε την προηγούμενη συζήτησή μας, για την ύλη τριών συστατικών u,d,s σε β-ισορροπία. Εκεί δείξαμε ότι αν αγνοήσουμε τις μάζες των quark και τις μεταξύ τους αλληλεπιδράσεις, η σύνθεση στην ισορροπία δίνεται από την:

$$n_u = n_d = n_s = n, n_e = n_\mu = 0 \tag{8.58}$$

όπου n είναι η βαρυονική πυκνότητα. Κάθε είδος quark έχει την ίδια ορμής Fermi η οποία δίνεται από:

$$\cancel{p}_f(q) = 235\left(\frac{n}{n_{nucl}}\right)^{1/3}\frac{MeV}{c} \tag{8.59}$$

όπου $n_{nuc} \equiv \rho_{nuc}/m_B = 0{,}17\, fm^{-3}$.Η ύπαρξη πεπερασμένης μάζας quark και αλληλεπιδράσεων quark-quark είναι πιθανό να αλλάξει τη παραπάνω σύσταση. Για παράδειγμα το s quark πιστεύουμε ότι μπορεί να είναι αρκετά βαρύ και αν είναι παρόν σε ένα αστέρα νετρονίων, δεν είναι πιθανό να είναι σχετικιστικό Από την άλλη μεριά, τα u και d quark, είναι πιθανόν πολύ ελαφριά και θα είναι εξαιρετικά σχετικιστικά και οι μάζες τους μπορούν και πάλι να αγνοηθούν. Οι προκύπτουσες αλλαγές στην σύσταση της ισορροπίας περιλαμβάνουν την παρουσία λεπτονίων που είναι φορείς του αρνητικού φορτίου, προκειμένου να διατηρηθεί η ολική ηλεκτρική ουδετερότητα. Στην πράξη μιας και οι χαρακτηριστικές ενέργειες Fermi των quark, υπερβαίνουν κατά πολύ το $m_e c^2$, οποιαδήποτε μικρή διαφορά μεταξύ των μ_d, μ_u θα επιδράσει στα ηλεκτρόνια με σχετικιστική ενέργεια Fermi.

Η απλούστερη διαδικασία νετρίνο που συμβαίνει στην ύλη των quark είναι οι αντιδράσεις β-διάσπασης, που περιλαμβάνουν τα σχετικιστικά quark:

$$d \rightarrow u + e^- + \bar{\nu}_e$$
$$u + e^- \rightarrow d + \nu_e \qquad (8.60)$$

Οι emissivities λόγω των παραπάνω αλληλεπιδράσεων είναι ίσες και ο Iqamoto υπολόγισε ότι το άθροισμά τους είναι:

$$\varepsilon_\nu^{quark} = \left(8.8\times10^{26}\, erg\times s^{-1}\times cm^{-3}\right) a_s \frac{n}{n_{nuc}} Y_e^{1/3} T_9^6 \qquad (8.61)$$

όπου $Y_e = n_e / n$ είναι ο αριθμός ηλεκτρονίων ανά βαρυόνιο. Η τιμή του a_s δεν είναι καλά καθορισμένη πειραματικά. Το M.I.T bag model προβλέπει την τιμή $a_s = 0{,}55$.

Η φωτεινότητα που αντιστοιχεί σε ένα αστέρι ομοιόμορφης πυκνότητας που αποτελείται από την ύλη των quark¨

$$L_\nu^{quark} = \left(1.3\times10^{44}\, erg\times s^{-1}\right)\frac{M}{M_\circ} T_9^6 \qquad (8.62)$$

Η παρουσία των s quarks θα οδηγήσει σε επιπλέον εκπομπή νετρίνο μέσω αντιδράσεων β-διάσπασης του τύπου:

$$s \rightarrow u + e^- + \bar{\nu}_e$$
$$u + e^- \rightarrow s + \nu_e \qquad (8.63)$$

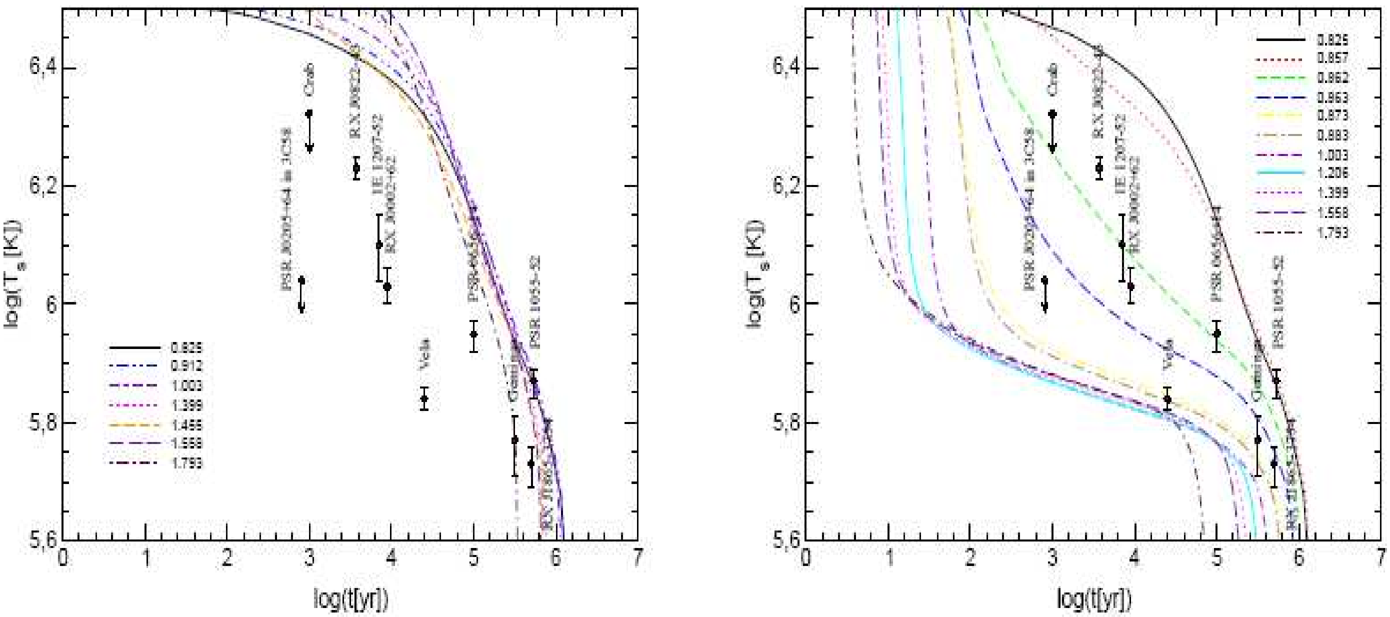
Το ερώτημα του αν υπάρχει ή όχι ύλη quark στον πυρήνα ενός αστέρα νετρονίων, δεν έχει ακόμη λυθεί. Παρ' όλα αυτά μια σύγκριση της εξίσωσης 8.62 και των 8.40 και 8.57 μας δείχνει ότι ένα αστέρι με ύλη από quark θα ψύχεται με έναν ρυθμό πολύ γρηγορότερο από ένα συνηθισμένο αστέρα νετρονίων και συγκρίσιμο με αυτό ενός αστέρα με έναν πυρήνα όπου υπάρχει ένα συμπύκνωμα πιονίων.

Οι αντιδράσεις URCA, περιλαμβάνουν ελεύθερα quark τα οποία μπορούν να υπάρχουν σε πολλές πιθανές μορφές. Αυτές περιλαμβάνουν μια μεικτή φάση αδρονίων, quark και color-flavor-locked (CFL) ή 2-flavor superconducting (2SC) ή κρυσταλλικές φάσεις περιβαλόμμενες από μια αδρονική φάση με πιθανές λεπτές διαχωριστικές επιφάνειες. Είναι επίσης πιθανό ότι συμπυκνώματα Bose συμβαίνουν στη αδρονική και στις CFL φάσεις. Η πιο εξωτική περίπτωση θα ήταν ένας αστέρας φτιαγμένος εξ'ολοκλήρου από ύλη quark με CFL και/ή 2SC φάσεις χωρίς καθόλου αδρονική ύλη.

Πριν την ανακάλυψη της υπεραγωγιμότητας χρώματος στην ύλη των quark, πιστεύαμε ότι εξαρτώμενη της πυκνότητας των ηλεκτρονίων στην ύλη των quark, η θερμοκρασία τους θα έπεφτε πολύ πιο γρήγορα από ότι στους συνηθισμένους αστέρες νετρονίων. Η πυκνότητα των ηλεκτρονίων είναι κρίσιμη προκειμένου να προχωρήσουν οι γρήγορες αντιδράσεις Urca. Πρέπει η ορμή Φέρμι των ηλεκτρονίων να είναι τέτοια ώστε να διατηρείται η ενέργεια και η ορμή στις αντιδράσεις αυτές. Αν η ορμή των ηλεκτρονίων είναι μικρή για να συμβεί αυτό τότε χρειαζόμαστε ένα ακόμη quark για να εξασφαλίσουμε διατήρηση ορμής και ενέργειας. Σε αυτή την περίπτωση η emissivity είναι πολύ μικρότερη. Αν τα ηλεκτρόνια εξαφανιστούν εντελώς τότε η επίδραση των Urca διαδικασιών για τα quark, γίνεται ασήμαντη

Στην περίπτωση της ύπαρξης CFL φάσης, η φωτεινότητα ελλατώνεται κατά τον παράγοντα exp(-Δ/kT), όπως και η θερμοχωρητικότητα και τα quark σε αυτή την φάση γίνονται σχεδόν αόρατα στα τηλεσκόπιά μας. Η ψύξη ενός πυρήνα quark οφείλεται κυρίως στην μεταφορά θερμότητας, μέσω της επιφάνειας που είναι σε επαφή με την πυρηνική κρούστα του πυρήνα των quark Μια και η θερμική αγωγιμότητα αυτού του στρώματος είναι επίσης υψηλή, ολόκληρο το εσωτερικό του αστέρα θα είναι περίπου ισόθερμο.

Τέλος στην περίπτωση της ύπαρξης της 2SC φάσης μπορούμε να έχουμε την σύζευξη των quark, με Δ=100 MeV ενώ τα επιτρεπτά κανάλια αυτής της σύζευξης επιτρέπουν το Δ να είναι της τάξης από 0.1keV μέχρι 1MeV που είναι και η τάξη θερμοκρασίας ενός αστέρα. Επομένως δεν θα έχουμε σχηματισμό ζευγών από τα quark, αλλά πιθανότατα εκπομπή νετρίνο, μέσω των άμεσων διαδικασιών Urca και ο πυρήνας θα ψύχεται εξαιρετικά γρήγορα. Ένα τέτοιο παράδειγμα δίνεται στην εικόνα 8.3.



Εικ 8.3 Καμπύλες ψύξης της ύλης των 2SC quark για Δ=1MeV και Δ=50keV(δεξιά). (Βλ Αναφορά 41 & 5).

Οι μελλοντικές παρατηρήσεις φωτονίων από τους αστέρες νετρονίων 1) θα μας δείξουν το μικρότερο από τα χάσματα των ζευγών n^- ή Λ^- και τη μάζα του αστεριού, αλλά (2) συμπεραίνοντας τα μεγέθη των gap των quark θα είναι δύσκολο. Μεγάλα χάσματα θα κάνουν τα quark αόρατα σε εμάς και από την άλλη πολύ μικρά χάσματα θα οδηγούσαν σε καμπύλες ψύξης, όμοιες με αυτές της συνήθους πυρηνικής ύλης.

Η θερμική εκπομπή από την γυμνή επιφάνεια ενός παράξενου αστέρα quark, μπορεί να παράγει φωτεινότητες πολύ μεγαλύτερες από το όριο Eddington για μεγάλα χρονικά διαστήματα, τα οποία διαρκούν από μία μέρα μέχρι δεκαετίες, ανάλογα με την υπεραγώγιμη κατάσταση της παράξενης ύλης. Αλλά το φάσμα των εκπεμπόμενων φωτονίων θα είναι κατά πολύ μικρότερο και διαφορετικό από αυτό ενός αστέρα νετρονίου που ψύχεται με κανονικό τρόπο (30<E/KeV<500) αντί του (0,1<keV<2.5). Λόγω του διακριτού φάσματος και της χρονικής εξέλιξης, μια τέτοια παρατήρηση θα αποτελούσε μια σχεδόν αλάθητη ανίχνευση ενός παράξενου αστέρα νετρονίων και θα μας έδινε πληροφορίες για την υπεραγωγιμότητα χρώματος στις αστρικές πυκνότητες.

Τα παρατηρήσιμα φαινόμενα των quark, γίνονται σημαντικά μόνο για αστέρες μεγαλύτερης ηλικίας από 10-20s. Αστέρια με αρκετά μεγάλη μάζα, περιέχουν αρνητικά φορτισμένα και αλληλεπιδρώντα μέσω της ισχυρής αλληλεπίδρασης σωματίδια. Οι αστέρες αυτοί μπορεί να καταλήξουν σε μαύρες τρύπες κατά την διάρκεια των πρώτων λεπτών της εξέλιξης. Μιας και η ροή των νετρίνο μηδενίζεται όταν μια μαύρη τρύπα σχηματίζεται, αυτό θα αποτελούσε και ένα σήμα ότι τα quark, εμφανίστηκαν. Η χρονική κλίμακα της κατάρρευσης για αστέρες που περιέχουν quark προβλέπονται να είναι ενδιάμεσες καταστάσεις μεταξύ αυτών που περιέχουν συμπυκνώματα καονίων και υπερονίων.

Σε ένα πρόσφατο άρθρο του Drake, αναφέρθηκε ότι οι παρατηρήσεις του Chandra, LET+HRC-S της ασθενούς πηγής ακτίνων X RX J1856.5-3754 δείχνουν ένα φάσμα πολύ κοντά σε αυτό ενός μέλανος σώματος με θερμοκρασία T=61.2$\pm 1.0 eV$. Τα δεδομένα που περιέχουνται είναι στοιχείο για τη έλλειψη των φασματικών ιδιοτήτων ή του pulsation. Ο Drake επίσης ανέφερε ότι το ενδοαστρικό μέσο του ουδέτερου υδρογόνου έχει πυκνότητα $N_H = (0.8-1.1)\times 10^{20} cm^{-2}$. Έτσι οδηγούμαστε στον υπολογισμό μιας απόστασης 111-170pc για το RX J1856,5-3754. Από την ακτινα αυτή και την προσέγγιση για το μέλαν σώμα, οδηγούμαστε σε μια ακτίνα: $R_\infty = 3.8-8.2 km$. Αυτή είναι μικρότερη από την ακτίνα ενός τυπικού αστέρα νετρονίων. Επομένως πρότειναν ότι η πηγή ακτίνων X μπορεί να είναι ένας αστέρας quark.

Ο Burwitz πρότεινε ότι υπάρχει η πιθανότητα ενός συμπυκνώματος στην επιφάνεια το οποίο αποτελείται από άγνωστη ύλη και εξηγεί τόσο το UV όσο και το οπτικό φάσμα και το φάσμα των ακτίνων X σε ένα αστέρι νετρονίων. Πιο πρόσφατα, μερικές ομάδες, συζήτησαν την πιθανότητα ότι τα φαινόμενα ενός ισχυρού μαγνητικού πεδίου $(B \propto 10^{13} G)$ ή της γρήγορης περιστροφής $(P < 10ms)$ μπορεί να αποκλείσουν όλες τις φασματικές ιδιότητες. Μοιάζει όμως να μην υπάρχει κανένα αξιόπιστο μοντέλο που να εξηγεί όλα τα παρατηρησιακά δεδομένα. Είναι ακόμη ένα ανοικτό θέμα το αν ο RXJ1 856,5-3754 είναι ένα κανονικό αστέρι νετρονίων ή κάποιο άλλο compact star.

8.3.7 Διάχυση των Νετρίνο:

Αν μάθουμε τις φωτεινότητες των νετρίνο, μπορούμε να υπολογίσουμε τα χρονικά διαστήματα ψύξης. Θεμελιώδης παραδοχή είναι ότι τα νετρίνο άπαξ και δημιουργηθούν στη συνέχεια φεύγουν από το αστέρι. Εδώ θα δείξουμε ότι πως το γεγονός αυτό αποδεικνύεται για θερμοκρασίες $T \leq 10^9 K$.

Πριν την ανακάλυψη των ουδέτερων ρευμάτων, το 1974, το επιχείρημα ήταν το εξής:

$$\begin{aligned} \nu_e + n \to p + e^-, \bar{\nu}_e + p \to n + e^+ \\ \bar{\nu}_e + p + n \to n + n + e^+ \end{aligned} \tag{8.64}$$

και επομένως είναι όλες απαγορευμένες στο εσωτερικό των αστέρων νετρονίων λόγω διατήρησης της ενέργειας και της ορμής. Η πιο σημαντική αντίδραση για την απώλεια ενέργειας μέσω νετρίνο θα ήταν η ανελαστική σκέδαση ηλεκτρονίων και μυονίων. Σε ένα εκφυλισμένο αέριο, η ενεργός διατομή για τη σκέδαση $\nu_e - e^-$, υποθέτοντας μόνο φορτισμένες αντιδράσεις ρεύματος είναι:

$$\sigma_e = x\sigma_0 \left(\frac{\mathrm{E}_\nu}{m_e c^2}\right)^2 \frac{E_\nu}{\mathrm{E}_F(e)} \tag{8.65}$$

όπου $\sigma_0 = 1{,}76\times 10^{-44} cm^2, \chi_0 = 0{,}1(V-A), \chi_0 = 0{,}06(W-G, theory)$.

Επομένως έχουμε ότι:

$$\lambda_e = \left(9\times 10^7 km\right)\left(\frac{\rho_{nuc}}{\rho}\right)^{4/3}\left(\frac{100keV}{E_\nu}\right)^3 \tag{8.66}$$

και αφού $\lambda_e >> 10km$ το αστέρι θα είναι διάφανο στα νετρίνο δηλαδή αυτά δραπετεύουν αμέσως μετά τη δημιουργία τους.

Name	Processes	Emissivity	Efficiency
Modified Urca	$n+n \to n+p+e^- + \bar{\nu}_e$	$\sim 10^{20} T_9^8$	slow
	$n+p+e^- \to n+n+\nu_e$		
Direct Urca	$n \to p+e^- + \bar{\nu}_e$	$\sim 10^{27} T_9^6$	fast
	$p+e^- \to n+\nu_e$		
Quark modified Urca	$d+u+e^- \to d+d+\nu_e$	$\sim 10^{20} T_9^8$	slow
	$u+u+e^- \to u+d+\nu_e$		
	$d+u+e^- \to d+s+\nu_e$		
	$u+u+e^- \to u+s+\nu_e$		
Quark direct Urca	$d \to u+e^- + \bar{\nu}_e$	$\sim 10^{26} T_9^6$	fast
	$u+e^- \to d+\nu_e$		
	$s \to u+e^- + \bar{\nu}_e$		
	$u+e^- \to s+\nu_e$		
π^- condensate	$n+ <\pi^-> \to n+e^- + \bar{\nu}_e$	$\sim 10^{26} T_9^6$	fast
K^- condensate	$n+ <K^-> \to n+e^- + \bar{\nu}_e$	$\sim 10^{26} T_9^6$	fast
Quark bremsstrahlung	$Q_1+Q_2 \to Q_1+Q_2+\nu+\bar{\nu}$	$\sim 10^{20} T_9^8$	slow
Core bremsstrahlung	$n+n \to n+n+\nu_e+\bar{\nu}_e$	$\sim 10^{19} T_9^8$	slow
	$n+p \to n+p+\nu_e+\bar{\nu}_e$		
	$e^- +p \to e^- +p+\nu_e+\bar{\nu}_e$		
Crust bremsstrahlung	$e^- +(A,Z) \to e^- +(A,Z)$		slow
	$+\nu_e+\bar{\nu}_e$		

Πίνακας των διάφορων αντιδράσεων ψύξης που περιγράψαμε παραπάνω

8.4 Σύγκριση με τα παρατηρησιακά δεδομένα.

Οι περισσότεροι pulsar που ξέρουμε, έχουν παρατηρηθεί ως pulsar και έχουν εκπομπές φωτονίων από τα ραδιοκύματα, μέχρι τις ακτίνες X, με κυρίαρχο στοιχείο τις μη θερμικές εκπομπές. Πιστεύετε ότι το bulk των μη θερμικών εκπομπών συμβαίνει λόγω της ύπαρξης της μαγνητόσφαιρας του αστέρα. Αν και αυτές ς οι εκπομπές μπορούν να μας δώσουν πληροφορία για τα μαγνητικά πεδία του αστέρα, δεν είναι εύκολο να χρησιμοποιηθούν στον περιορισμό ιδιοτήτων όπως η μάζα, η ακτίνα και η θερμοκρασία. Σχεδόν δώδεκα αστέρες νετρονίων με υψηλές θερμικές εκπομπές και με ηλικίες μέχρι ένα εκατομμύριο χρόνια έχουν καταγραφεί και σύμφωνα με το καθιερωμένο σενάριο ψύξης θα περιμέναμε να έχουν θερμοκρασίες στο εύρος $3\times10^5 - 10^6$ K.

Η ενεργός θερμοκρασία θα δίνεται από τη σχέση:

$$F_\infty = L_\infty / 4\pi d^2 = \sigma_B T^4_{eff,\infty} (R_\infty / d)^2$$

και ο δείκτης του απείρου σημαίνει ότι οι ποσότητες αναφέρονται σε παρατηρητή στη γη και F είναι η εκπεμπόμενη ροή που δίνεται από το νόμο Steffan-Boltzmann. Αυτές οι ποσότητες, λόγω ερυθρομετάθεσης από την επιφάνεια του αστέρα αλλάζουν. Το $z=(1-2GM/Rc^2)^{-1}-1$ και $T_{eff}=T_{eff}/(1+z)$ και $F_\infty=F/(1+z)^2$ και η R_∞ υπολογίζεται αν είναι γνωστές οι προηγούμενες ποσότητες και η απόσταση του αστέρα. Η R_∞, είναι μια συνάρτηση της μάζας και της ακτίνας του αστέρα νετρονίων, αλλά αν είναι γνωστές πληροφορίες για την ερυθρομετάθεση από μελέτες του φάσματος, τα M και R μπορούν να υπολογιστούν χωριστά. Τέτοιες παρατηρήσεις των φασματικών γραμμών έχουν γίνει για τα 1^E 1207.4-5209 και EXO 0748-676. αλλά και πάλι το z παίρνει ένα εύρος τιμών από 0,12 μέχρι 0,35.

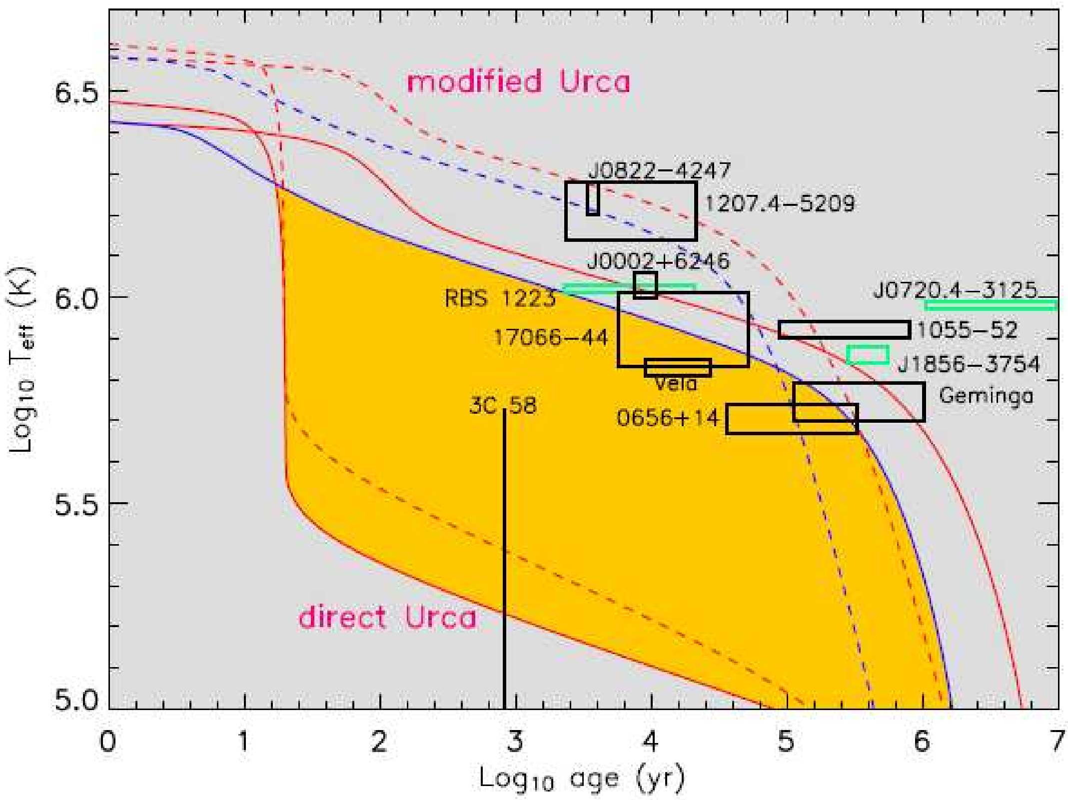
Μια ακόμη δυσκολία προκύπτει από το γεγονός ότι οι αστέρες νετρονίων, δεν είναι μέλανα σώματα. Η ατμόσφαιρά τους επηρεάζει και μετατοπίζει την φασματική κατανομή της εκπεμπόμενης ακτινοβολίας. Αν και έχουν προταθεί κάποια μοντέλα ατμόσφαιρας, συνήθως αυτά δεν ενσωματώνουν το έντονο μαγνητικό πεδίο της τάξης των 10^{12} G, αν και η συμπεριφορά του μαγνητισμένου υδρογόνου είναι σχετικά απλή.

Μια εξαιρετική περίπτωση είναι αυτή που ο αστέρας νετρονίων είναι κοντά στη Γη και μπορεί να εκπεμφθεί η οπτική θερμική ακτινοβολία (πράσινα παραλληλόγραμμα στην εικόνα 8.2). Αυτά τα αστέρια έχουν οπτικές ροές πολλές φορές μεγαλύτερες από του μέλανου σώματος και υπολογίζουμε μια ακτίνα μεγαλύτερη από ότι αν είχαμε ακτινοβολία μέλανου σώματος. Μια ατμόσφαιρα αποτελούμενη από βαριά στοιχεία, ταιριάζει με τις φασματικές κατανομές από τις ακτίνες X μέχρι τις οπτικές ενέργειες και μας δίνει ακτίνες σε λογικά πλαίσια τιμών. Βέβαια δεν παρατηρούμε τις ασθενής φασματικές γραμμές που αυτά τα μοντέλα προβλέπουν. Αυτό μπορεί να οφείλεται στην μετατόπιση και διεύρυνση των φασματικών γραμμών από το μαγνητικό πεδίο.

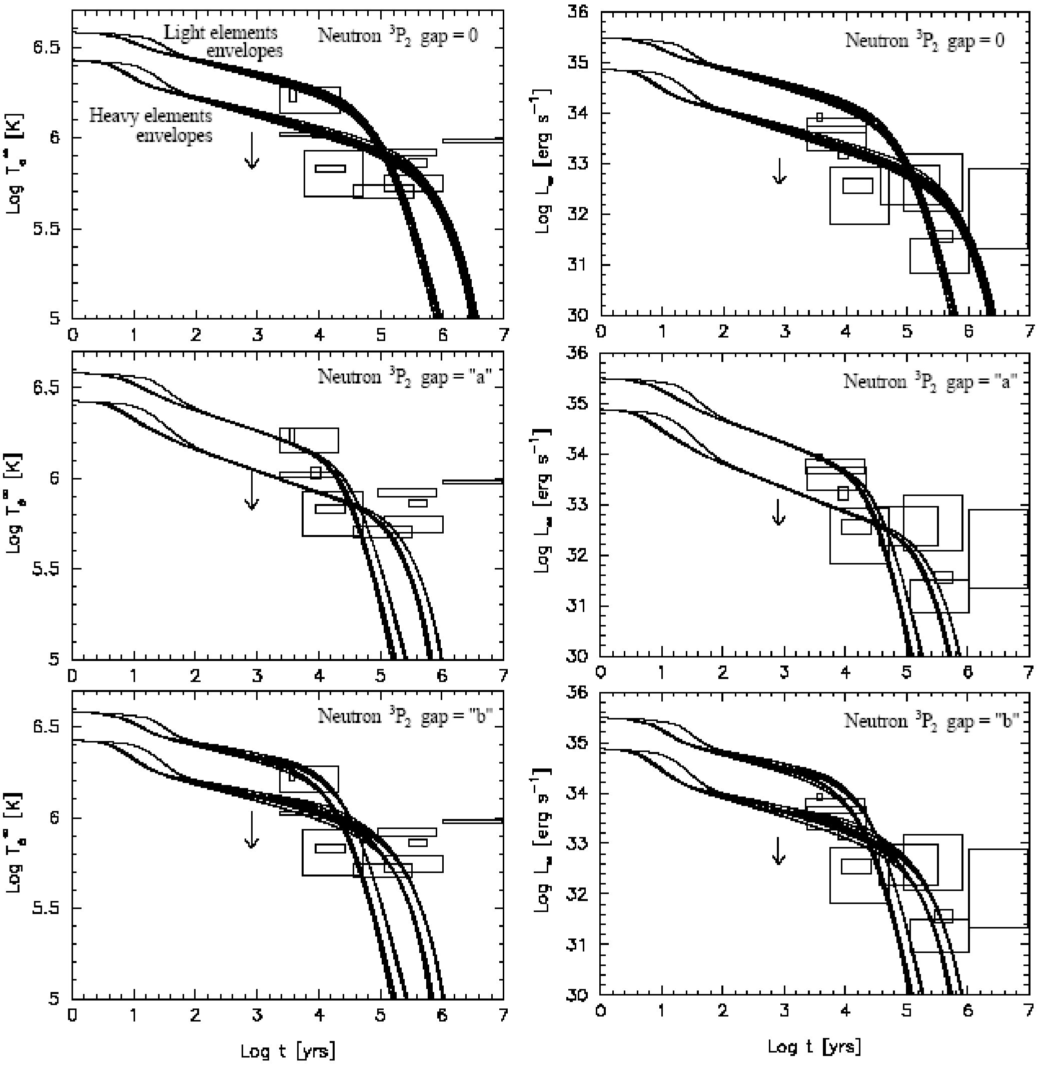
Οι υπολογισμοί των ακτινών από απομονωμένους αστέρες νετρονίων, ενώ βρίσκονται εντός ενός σωστού εύρους επηρεάζονται πολύ από την αβεβαιότητα μας ως προς την απόσταση. Σε λίγες μόνο περιπτώσεις, όπως οι Geminga, RX J185636-3754 και PSR B0656+14.

Η πρόσφατη ανακάλυψη θερμικής ακτινοβολίας από εκρήξεις ακτίνων X, πιθανότατα από την ανταλλαγή ύλης σε διπλά συστήματα αστέρων νετρονίων μας κάνει ελπίζουμε σε ποιο ακριβείς μετρήσεις. Τιμές για την ακτίνα από 13 με 16 km έχουν υπολογιστεί από τα νέφη NCG 5139 και 47 Tuc.

Οι θεωρητικές καμπύλες ψύξης στην εικόνα 8.4, υπολογιζόμενες από το standard σενάριο που λαμβάνει υπ' όψιν του μόνο τις τροποποιημένες URCA, συγκρίνονται με παρατηρήσεις αν οι ηλικίες των αστέρων μπορούν να υπολογιστούν. Οι παρατηρήσεις από τον ρυθμό του spin down και την ηλικία των pulsar είναι λιγότερο αξιόπιστες από αυτές μέσω των παρατηρούμενων ταχυτήτων. Στην εικόνα παρατηρείται επίσης πως όταν θεωρήσουμε την επαυξημένη ψύξη οι καμπύλες ψύξης πέφτουν πιο απότομα. Οι περισσότεροι είναι συνεπής με τις συνήθεις διαδικασίες ψύξης. Μια εξαίρεση είναι ο PSR 0205+6449 στο 3C58 για τον οποίο υπάρχουν μόνο άνω όριο στην θερμοκρασία και τη φωτεινότητα.



Εικ 8.4 Παρατηρησιακές εκτιμήσεις της ηλικίας και της θερμοκρασίας αστέρων νετρονίων, μαζί με θεωρητικά υπολογιζόμενες καμπύλες ψύξης. Προσομοιώσεις με ατμόσφαιρα Fe (H) παρουσιάζονται με συνεχής (στικτές) γραμμές. Αυτές που περιλαμβάνουν το φαινόμενο της υπερευστότητας είναι με κόκκινο ενώ όσες το αποκλείουν με μπλέ. Οι τέσσερις πάνω καμπύλες περιλαμβάνουν ψύξη μέσω των m-URCA και μόνο οι δύο κάτω με direct Urca. Η κίτρινη περιοχή ενσωματώνει τις καμπύλες ψύξης για μοντέλα με direct Urca που περιλαμβάνουν φαινόμενα superfuidity. (Βλ Αναφορά 43).



Εικ 8.5 Καμπύλες ψύξης για το μινιμαλιστικό σενάριο και σύγκρισή τους με τα παρατηρησιακά δεδομένα. Στην αριστερή πλευρά έχουμε διαγράμματα της ενεργού θερμοκρασίας T∞ στο άπειρο ως προς την ηλικία, ενώ στη δεξιά πλευρά έχουμε διαγραμμάτα της φωτεινότητας ως προς τη ηλικία. Οι τρεις εικόνες σε κάθε στήλη αντιστοιχούν σε τρείς διαφορετικές τιμές του κενού $^3P_2$. Τα δύο ζεύγη καμπύλων αντιστοιχούν σε δύο διαφορετικές περιπτώσεις σύστασης του φακέλου από ελαφριά ή βαριά στοιχεία. Σε κάθε set έχουμε 15 καμπύλες για διαφορετικές επιλογές του $^1S_0$. Η καταστατική έγινε για ένα αστέρα μάζας 1,4M με τη χρήση της A.P.R. (Βλ Αναφορά 29).

9ο Κεφάλαιο.

9.1 Σχετικιστικές εξισώσεις Δομής

Χρησιμοποιώντας τις εξισώσεις T.O.V η εξαγωγή των οποίων δίνεται στο παράρτημα μπορούμε να συζητήσουμε τα σχετικιστικά φαινόμενα πολύ εύκολα συγκρίνοντάς τα με τη μη σχετικιστική φόρμα. Οι παρακάτω αντικαταστάσεις μπορούν να γίνουν:

$$\begin{aligned} &\rho \to \rho + p \\ &m \to m + 4\pi r^3 p \\ &r^2 \to r^2\left(1 - 2Gm/r\right) \end{aligned} \tag{9.1}$$

όπου η πρώτη δείχνει πως η πίεση αυξάνει την παθητική βαρύτητα, η δεύτερη δείχνει πως η πίεση ενισχύει την ενεργή βαρύτητα και η τελευταία πως ο καμπυλωμένος χώρος προκαλεί αυτό το φαινόμενο.

Ένα από τα κυριότερα προβλήματα της σημερινής αστροφυσικής είναι το πρόβλημα των ακτινικών διαταραχών μη σχετικιστικών αστέρων νετρονίων ως προς την σταθερότητά τους. Είναι αξιοπρόσεκτο ότι η σταθερότητα των στατικών μοντέλων, ως προς τις ακτινικές διαταραχές τους μπορεί να βρεθεί απλώς από τη σχέση της μάζας με την ακτίνα. χωρίς κανένα ουσιαστικό υπολογισμό των συχνοτήτων ταλάντωσης.

Πρώτον προκύπτει ότι οι εξισώσεις T.O.V στην ισορροπία μπορούν να βρεθούν από μια αρχή μεγίστου στην οποία ψάχνουμε το μέγιστο της μάζας, που δίνεται από $M = 4\pi\int_0^\infty \rho(r) r^2 dr$ με έναν σταθερό ολικό βαρυονικό αριθμό N. O αριθμός των βαρυονίων N βρίσκεται από το ολοκλήρωμα:

$$N = 4\pi\int_0^\infty n(r) e^{\lambda(r)} r^2 dr \tag{9.2}$$

Το ότι το N είναι μια διατηρούμενη ποσότητα, βρίσκεται και από το νόμο διατήρησης του βαρυονικού αριθμού:

$$\left(nu^\mu\right)_{;\mu} = \frac{1}{\sqrt{-g}}\frac{\partial}{\partial x^\mu}\left(\sqrt{-g}\, nu^\mu\right) = 0 \tag{9.3}$$

και μας δίνει σαν διατηρούμενο ολοκλήρωμα:

$$\mathrm{N} = \int nu^t \sqrt{-g}\, d^3x \tag{9.4}$$

το οποίο για σφαιρική συμμετρία γίνεται ίδιο με το ολοκλήρωμα στην σχέση 30.

Χρησιμοποιώντας την αρχή των μεταβολών και κάποιους πολλαπλασιαστές Lagrange, έχουμε:

$$M - \mu_0 \delta\mathrm{N} = 0 \tag{9.5}$$

όπου μ_0 είναι μια σταθερά. που εκφράζει τη μεταβολή του n με τη μεταβολή του ρ, μέσω της σχέσης:

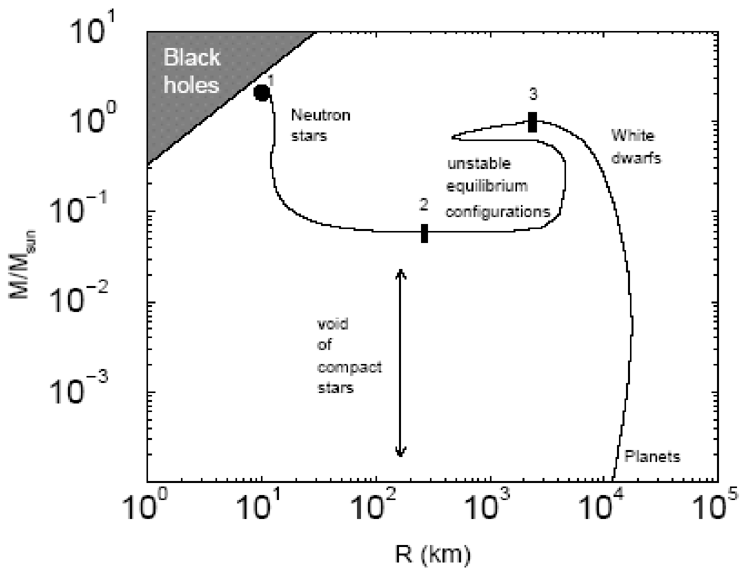
$$\delta n = \frac{n}{\rho + p}\delta\rho \tag{9.6}$$

και καταλήγουμε στη σχέση T.O.V Επομένως αν θεωρήσουμε την εξάρτηση της μάζας M και του βαρυονικού αριθμού N από την κεντρική πυκνότητα ρ, παίρνουμε τη σχέση:

$$\frac{dM}{d\rho_c} = \mu_0 \frac{dN}{d\rho_c} \qquad (9.7)$$

η οποία σημαίνει ότι το μέγιστα του M και του N συμβαίνουν στα ίδια σημεία στην μονοπαραμετρική ακολουθία ισορροπίας.

Αυτό το κριτήριο στηρίζεται στην παρατήρησή μας ότι ένας ακτινικός τρόπος ταλάντωσης, π.χ η ταλάντωση σε συγκεκριμένη συχνότητα ω_n, αλλάζει το χαρακτήρα της από ευσταθής σε ασταθής μόνο στο μέγιστο του M και N. O λόγος που γίνεται αυτό είναι ότι μια τέτοια αλλαγή γίνεται μόνο όταν $\omega_n^2 = 0$, το οποίο σημαίνει ότι μια άλλη λύση ισορροπίας ρ(r)+δρ(r) υπάρχει στην απειροστή γειτονιά, όπου δM=0 και δN=0, λόγω της διατήρησης της ενέργειας και του βαρυονικού αριθμού, αλλά $\delta\rho_c \neq 0$. Μπορούμε αντί της πυκνότητας να χρησιμοποιήσουμε ως παράμετρο την ακτίνα R. Προσέχοντας το πρόσημο του dR/dρ στην καμπύλη του σχήματος 9.1 όπου έχει σχεδιαστεί η σχέση μάζας ακτίνας για την καταστατική εξίσωση του Max-Planck και φαίνεται ποιοι είναι οι ευσταθείς και ποιοι οι ασταθείς κλάδοι. Προκύπτει ότι για τους αστέρες νετρονίων υπάρχει μόνο ένας σταθερός κλάδος, που ξεκινά σε μια ελάχιστη μάζα περίπου $0{,}1\,M_{\circ}$ και συνεχίζει μέχρι τη μέγιστη μάζα η οποία παρουσιάζει μια ευαίσθητη εξάρτηση από την καταστατική επειδή η κεντρική πυκνότητα είναι πολύ πιο μακριά από την standard πυρηνική πυκνότητα. Αυτή η αβεβαιότητα επεκτείνεται και στις ακτίνες των αστέρων μεγαλύτερης μάζας, αλλά ο υπολογισμός μιας ακτίνας R=0 δεν είναι καθόλου κακός.



Μάζα ως προς την ακτίνα για αστέρες νετρονίων, λευκούς νάνους και πλανήτες. Τα αστέρια μεταξύ του ελαφρύτερου αστέρα νετρονίων (2) και του βαρύτερου λευκού νάνου (3) είναι ασταθή ως προς ακτινικές ταλαντώσεις και επομένως δεν μπορούν να υπάρξουν στη φύση. Αν η παράξενη ύλη είναι πιο σταθερή από την πυρηνική τότε θα υπήρχε μια ολόκληρη περιοχή γεμάτη με αντικείμενα αποτελούμενα από τέτοια ύλη. (Βλ. Αναφορά 5).

9.2 Ταχέως περιστρεφόμενοι Αστέρες.

Η περίπτωση της αργής περιστροφής θεωρήθηκε για πρώτη φορά από τους Hartle και Thorne. Σε αυτή την περίπτωση η γωνιακή ταχύτητα Ω υποθέτουμε ότι είναι μικρή και φαινόμενα μέχρι Ω^2 τάξης και λαμβάνονται υπ'όψιν στον καθορισμό της δομής και των βαρυτικών πεδίων του αστέρα.

Αν θέλουμε να αφήσουμε την προσέγγιση για αργή περιστροφή, π.χ αν θέλουμε να φτιάξουμε μοντέλα για γρήγορα περιστρεφόμενους αστέρες νετρονίων, πρέπει να χρησιμοποιήσουμε διαφορετικές μεθόδους. Μια πρώτη προσέγγιση προς αυτή την κατεύθυνση είναι των Butterworth και Ipper που χρησιμοποίησαν ομογενή σώματα σταθερής πυκνότητας. Βασισμένοι σε αυτή την μέθοδο, ο Friedman και οι συνεργάτες του υπολόγισαν λύσεις για περιστρεφόμενους αστέρες νετρονίων με τη χρήση ρεαλιστικών εξισώσεων. Η αριθμητική μέθοδος που εφαρμόστηκε από αυτούς στηρίζεται στην άμεση διακριτοποίηση του πεδίου του Einstein για μια συγκεκριμένη παραμετροποίηση της μετρικής – για να είμαστε πιο ακριβείς ασχολήθηκαν με τις γραμμικές εξισώσεις που προέκυψαν από τις εξισώσεις του Νεύτωνα. Πρόσφατα, φασματικές μέθοδοι, αντί για διαφορετικές μεθόδους χρησιμοποιήθηκαν για την επίλυση μερικών διαφορικών εξισώσεων, που περιγράφουν περιστρεφόμενα σώματα στη γενική σχετικότητα.

Εδώ θα δείξουμε ότι ο φορμαλισμός της ελάχιστης επιφάνειας, όπως περιγράφηκε από τους Neugebaeur και Herold είναι μια πολύ βολική βάση για την ανάπτυξη αριθμητικών μεθόδων για τον υπολογισμό των βαρυτικών πεδίων και τη δομή τέτοιων σωμάτων.

Βασικός Φορμαλισμός.

Ο χωρόχρονος που δημιουργείται από έναν απομονωμένο αστέρα, περιέχει δύο διανύσματα Killing που αντιμετατίθεται: τα χρονοειδή $\left(\xi^{\mu}\right)=\dfrac{\partial}{\partial t}$ που εκφράζουν τη στατικότητα του προβλήματος και τα χωροειδή $\left(n^{\mu}=\partial/\partial\phi\right)$ τα υπάρχουν υπάρχουν λόγω της αξονικής συμμετρίας. Η ιδιότητα Killing σημαίνει ότι οι συντελεστές της μετρικής δεν εξαρτώνται από τις συντεταγμένες $x^0=t, x^3=\phi$:

$$\frac{\partial}{\partial t}g_{\mu\nu}=0,\frac{\partial}{\partial\phi}g_{\mu\nu}=0 \tag{9.8}$$

Οι άλλες χωρικές συντεταγμένες x^1, x^2, δεν θα καθοριστούν σε αυτό το στάδιο. μπορούν να είναι σφαιρικές συντεταγμένες ρ,z ή σφαιρικές συντεταγμένες r,θ

Αν δεν υπάρχει καμία χρονική αντιστροφή $(t\to -t)$ και λόγω και του αναλλοίωτου του προβλήματος λόγω περιστροφής έχουμε τη συνδυασμένη συμμετρία: $(t\to -t,\phi\to -\phi)$. Επομένως προκύπτει ότι $g_{t1}=g_{t2}=0$ και $g_{\phi1}=g_{\phi2}=0$. και η μετρική μπορεί να ξαναγραφεί ως:

$$ds^2=g_{tt}dt^2+2g_{t\phi}dtd\phi+g_{\phi\phi}d\phi^2+g_{ab}dx^a dx^b \tag{9.9}$$

όπου οι συνιστώσες της μετρικής είναι συναρτήσεις των x^1, x^2. Υπάρχουν διάφορες πιθανότητες για την παραμετροποίηση αυτής της μετρικής. Στους Neugebauer και Herold, ακολουθήθηκε η ακόλουθη μορφή:

$$ds^2 = -e^{2U}\left(dt + Ad\phi\right)^2 + e^{-2U}\left(\gamma_{ab}dx^a dx^b + W^2 d\phi^2\right) \tag{9.10}$$

Αυτό σημαίνει ότι οι συνιστώσες της μετρικής δίνονται από τις σχέσεις:

$$\begin{aligned} g_{tt} &= -e^{2U}, g_{t\phi} = -e^{2U}A \\ g_{\phi\phi} &= e^{-2U}W^2 - e^{2U}A^2, g_{ab} = e^{-2U}\gamma_{ab} \end{aligned} \tag{9.11}$$

Πρέπει να προσεχθεί ότι $g_{tt}, g_{t\phi}, g_{\phi\phi}$ και επομένως και τα U, A και W είναι ποσότητες αναλλοίωτες, μιας και μπορούν να εκφραστούν μέσω δύο διανυσμάτων Killing:

$$g_{tt} = \boldsymbol{\xi\xi}, \quad g_{t\phi} = \boldsymbol{\xi}\mathbf{n}, \quad g_{\phi\phi} = \mathbf{nn}$$

Στα επόμενα θα χρησιμοποιήσουμε τη μορφή:

$$ds^2 = -e^{2\nu}dt^2 + e^{-2\nu}\left[\gamma_{ab}dx^a dx^b + W^2\left(d\phi - \omega dt\right)^2\right] \tag{9.12}$$

και οι συνιστώσες της μετρικής δίνονται:

$$\begin{aligned} g_{tt} &= -e^{2\nu} + e^{-2\nu}W^2\omega^2, g_{t\phi} = -e^{-2\nu}W^2\omega \\ g_{\phi\phi} &= e^{-2\nu}W^2, g_{ab} = e^{-2\nu}\gamma_{ab} \end{aligned} \tag{9.13}$$

και τα παλιά δυναμικά U και A συνδέονται με τα καινούργια μέσω των σχέσεων:

$$\begin{aligned} e^{2U} &= e^{2\nu}\left(1 - \omega^2 W^2 e^{-4\nu}\right) \\ \mathrm{A} &= \omega W^2 e^{-4\nu}\left(1 - \omega^2 W^2 e^{-4\nu}\right) \end{aligned} \tag{9.14}$$

Η καινούργια μορφή της μετρικής είναι προτιμητέα επειδή το πρόσημο του g_{tt}, μπορεί να αλλάζει. Το εκθετικό στην 9.14 για την $g_{\phi\phi}$, δεν είναι πρόβλημα επειδή το $g_{\phi\phi} > 0$ είναι πάντα αληθές λόγω του αζιμουθιακού χαρακτήρα της συντεταγμένης φ.

Έχοντας συζητήσει τις υποθέσεις για τη στατικότητα της μετρικής, τους χωροχρόνους με αξονική συμμετρία, θα ασχοληθούμε τώρα με τις μεταβλητές της ύλης. Υποθέτουμε ότι η ύλη είναι ένα τέλειο ρευστό το οποίο περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα Ω. Επομένως έχουμε για τις συνιστώσες της τετραταχύτητας:

$$u^t = u^t\left(x^1, x^2\right), u^\phi = u^\phi\left(x^1, x^2\right), u^1 = u^2 = 0 \tag{9.15}$$

και επειδή $\Omega = d\phi / dt = u^\phi / u^t$, η σχέση $u^\phi = \Omega u^t$. Αυτό σημαίνει ότι η τετραταχύτητα δίνεται από τη:

$$\left(u^\mu\right) = e^{-V}\left[\frac{\partial}{\partial t} + \Omega\frac{\partial}{\partial \phi}\right] = e^{-V}\left[\left(\xi^\mu\right) + \Omega\left(n^\mu\right)\right] \tag{9.16}$$

όπου ο παράγοντας e^{-V}, χρειάζεται για την κανονικοποίηση **uu=**-1. Εισάγοντας εδώ την μετρική μαζί με την 9.14, βρίσκουμε:

$$1e^{2V} = e^{2\nu}\left[1-(\Omega-\omega)^2 W^2 e^{-4\nu}\right] \tag{9.17}$$

Η αντίστοιχα :

$$V = \nu + \frac{1}{2}\ln\left[1-(\Omega-\omega)^2 W^2 e^{-4\nu}\right] \tag{9.18}$$

Στο μη σχετικιστικό όριο ν<<1, W=ρ, ω=0, και Ωρ<<1, η έκφραση 9.41 γίνεται η $V = \nu - \frac{1}{2}\Omega^2\rho^2$, που είναι το άθροισμα του Νευτώνειου και του φυγόκεντρου δυναμικού.

Η διατήρηση ενέργειας-ορμής μπορεί να υπολογιστεί από την τετραταχύτητα που συζητήσαμε παραπάνω και οδηγεί σε μία γενίκευση της εξίσωσης πίεσης της σφαιρικά συμμετρικής περίπτωσης. Ένας άμεσος υπολογισμός μας δίνει τις δύο σχέσεις ισορροπίας πιέσεων (α=1,2):

$$\frac{\partial p}{\partial x^a} = -(\rho + p)\frac{\partial V}{\partial x^a} \tag{9.19}$$

από τις οποίες βλέπει κανείς ότι η πίεση και η πυκνότητα μάζας ρ, εξαρτώνται μόνο από το δυναμικό V. Αυτή η συνάρτηση πρέπει να ικανοποιεί τις:

$$\rho(p) + p = -\frac{dp}{dV} \tag{9.20}$$

Για δοθείσα καταστατική εξίσωση ρ=ρ(p), η διαφορική εξίσωση , μπορεί να ολοκληρωθεί για να μας δώσει την συνάρτηση p=p(V).

Μας είναι γνωστό από την αρχή των μεταβολών ότι η μεταβολή του όρου , ενός συστήματος υλικών σημείων ως προς την μετρική $g_{\mu\nu}$, μας δίνει τον τελεστή ενέργειας-ορμής της ύλης:

$$\delta \mathrm{I_M} = \frac{1}{2}\int d^4x\sqrt{-g}T^{\mu\nu}\delta g_{\mu\nu} \tag{9.21}$$

και αν το μορφοποιήσουμε για ένα τέλεια υγρό σε ομαλή περιστροφή, βρίσκουμε ότι μπορούμε να εφαρμόσουμε το ολοκλήρωμα δράσης:

$$\mathrm{I_M} = \int d^4x\sqrt{-g}\,p(V) \tag{9.22}$$

με τη συνάρτηση πίεσης όπως την βρήκαμε παραπάνω. Αυτό γίνεται εφικτό από τον υπολογισμό της μεταβολής:

$$\delta \mathrm{I_M} = \int d^4x\sqrt{-g}\left[\frac{1}{2}\delta g_{\mu\nu}g^{\mu\nu}p(V) + \frac{dp}{dV}\delta V\right] \tag{9.23}$$

και καθορίζοντας το δV από τη σχέση: $e^{2V} = -g_{\mu\nu}(\xi^\mu + \Omega n^\mu)(\xi^\nu + \Omega n^\nu)$ ως $\delta V = -\frac{1}{2}u^\mu u^\nu \delta g_{\mu\nu}$. Το τελευταίο αποτέλεσμα, εισάγεται στην (4.59) και μας οδηγεί με τη βοήθεια της 4.54 στην:

$$\delta I_{M} = \frac{1}{2}\int d^4x\sqrt{-g}\delta g_{\mu\nu}\left[pg^{\mu\nu} + (\rho + p)u^{\mu}u^{\nu}\right] \tag{9.24}$$

που είναι η σωστή μορφή για τον τελεστή ενέργειας-ορμής ενός τέλειου ρευστού.

Εκτός από το ολοκλήρωμα της δράσης, χρειαζόμαστε το ολοκλήρωμα για το βαρυτικό πεδίο, π.χ. το ολοκλήρωμα δράσης του Einstein-Hilbert:

$$I_G = \frac{1}{16\pi G}\int d^4x\sqrt{-g}R \tag{9.25}$$

Το ολοκλήρωμα της (9.25) μπορεί να χωριστεί σε έναν όρο quadratic στα σύμβολα Cristoffel και έναν όρο:

$$\sqrt{-g}R = \sqrt{-g}\tilde{R} + \left(\sqrt{-g}S^{\lambda}\right)_{,\lambda} \tag{9.26}$$

όπου χρησιμοποιήσαμε τους συμβολισμούς:

$$\begin{aligned}\tilde{R} &= g^{\mu\nu}\left(\Gamma^{\kappa}_{\mu\lambda}\Gamma^{\lambda}_{\nu\kappa} - \Gamma^{\lambda}_{\mu\nu}\Gamma^{\kappa}_{\lambda\kappa}\right)\\ S^{\lambda} &= g^{\mu\nu}\Gamma^{\lambda}_{\mu\nu} - g^{\mu\lambda}\Gamma^{\kappa}_{\mu\kappa}\end{aligned} \tag{9.27}$$

έχουν εισαχθεί. Εισάγοντας την μετρική σε αυτές τις εκφράσεις μπορούμε να έχουμε έναν άμεσο υπολογισμό, χρησιμοποιώντας για παράδειγμα την σχέση $\sqrt{-g} = We^{-2\nu}\sqrt{\gamma}$ ε, με $\gamma = \det(\gamma_{ab})$:

$$\sqrt{-g}\tilde{R} = \sqrt{\gamma}\left[-2W\nu_{,\alpha}\nu^{,\alpha} + \frac{1}{2}W^3e^{-4\nu}\omega_{,\alpha}\omega^{,\alpha} + W_{,a}\left(\gamma^{ab}\Gamma^{c}_{bc} - \gamma^{bc}\Gamma^{a}_{bc}\right) + W\gamma^{ab}\left(\Gamma^{c}_{ad}\Gamma^{d}_{bc} - \Gamma^{c}_{ab}\Gamma^{d}_{cd}\right)\right] \tag{9.28}$$

και:

$$\sqrt{-g}S^{a} = \sqrt{\gamma}\left[-2W^{,a} + 2W\nu^{,\alpha} + W\left(\gamma^{bc}\Gamma^{a}_{bc} - \gamma^{ab}\Gamma^{c}_{bc}\right)\right] \tag{9.29}$$

Σε αυτές τις εκφράσεις οι δείκτες πηγαίνουν πάνω με τους αντίστροφους πίνακες γ^{ab}, και Γ^{a}_{bc}, είναι τα σύμβολα Cristofell της μετρικής γ^{ab}. Ο τανυστής Ricci μπορεί να γραφτεί σε μία κάπως διαφορετική μορφή της μετρικής γ^{ab} και συγκεκριμένα της:

$$\sqrt{-g}R = \sqrt{\gamma}\left(-2W\nu_{,\alpha}\nu^{,\alpha} + \frac{1}{2}W^3e^{-4\nu}\omega_{,\alpha}\omega^{\alpha}\right) + \left[\sqrt{\gamma}\left(-2W^{,a} + 2W\nu^{,\alpha}\right)\right]_{,\alpha} + W\sqrt{\gamma}^{2}R \tag{9.30}$$

Για τον υπολογισμό του R, χρησιμοποιούμε την βολικότερη μορφή της μετρικής:

$${}^{(2)}ds^2 \equiv \gamma_{\alpha b}dx^a dx^b = e^{2k}(d\rho^2 + dz^2) \tag{9.31}$$

και παίρνουμε:

$${}^{(2)}R = -e^{2k}k_{,aa} \tag{9.32}$$

Ένα μειονέκτημα του k σε σχέση με τα υπόλοιπα δυναμικά της μετρικής είναι ότι δεν είναι αναλλοίωτο και έτσι εισάγουμε την ποσότητα:

$$e^{-2\zeta} := \gamma^{ab} W_{,a} W_{,b} = e^{-2\nu} W_{,\mu} W^{,\mu} \tag{9.33}$$

από την οποία προκύπτει η σχέση:

$$e^{2k} = e^{2\zeta} \left(\nabla W\right)^2 \tag{9.34}$$

και ο τελεστής βαθμίδας χρησιμοποιείται με τη γνωστή του ευκλείδεια έννοια:

$$\left(\nabla W\right)^2 = W_{,\rho}^2 + W_{,z}^2 \tag{9.35}$$

Ο μετασχηματισμός από ισοτροπικές σε αυθαίρετες συντεταγμένες δίνει:

$${}^2 ds^2 = e^{2\zeta} \left(W_{,c} W_{,d} h^{cd}\right) h_{ab} dx^a dx^b \tag{9.36}$$

Εξαλείφοντας το k στην (9.54) μέσω της (9.57) παίρνουμε:

$$\sqrt{\gamma}^{(2)} R = -2\left[\sqrt{\gamma}\left(\zeta^{,\alpha} + e^{2\zeta} W^{,b}{}_{b} W^{,a}\right)\right]_{a} \tag{9.37}$$

Από όλα τα προηγούμενα καταλήγουμε σε μία συμπυκνωμένη μορφή για το ολοκλήρωμα δράσης της βαρύτητας και συγκεκριμένα:

$$\sqrt{-g} R = \sqrt{\gamma}\left(-2W\nu_{,\alpha}\nu^{,\alpha} + \frac{1}{2} W^3 e^{-4\nu} \omega_{,\alpha}\omega^{\alpha} + 2W_{,a}\zeta^{,\alpha}\right) + \left(2\sqrt{\gamma} Q^a\right)_{,a} \tag{9.38}$$

όπου:

$$Q^a = W(U^{,a} - \zeta^{,\alpha} - e^{2\zeta} W^{,b}{}_{b} W^{,a} \tag{9.39}$$

Συνοψίζοντας γράφουμε το ολικό ολοκλήρωμα δράσης ως:

$$I_G + I_M = \int_{t_1}^{t_2} (L_G + L_M) dt = \int_{t_1}^{t_2} L dt \tag{9.40}$$

και βρίσκουμε για το βαρυτικό του μέρος:

$$L_G = \frac{1}{8G} \int dx^1 dx^2 \sqrt{h} h^{ab} \left(-2W\nu_{,\alpha}\nu_{,b} + \frac{1}{2} W^3 e^{-4\nu} \omega_{,\alpha}\omega_{,b} + 2W_{,a}\zeta_{,b}\right) \tag{9.41}$$

και από το κομμάτι της ύλης:

$$L_M = 2\pi \int dx^1 dx^2 \sqrt{h} h^{ab} W e^{-2\nu} e^{2\zeta} W_{,a} W_{,b}\, p(V) \tag{9.42}$$

Μπορεί να δειχτεί ότι ο φορμαλισμός που ακολουθήσαμε είναι ένα πρόβλημα ελαχίστων επιφανειών σε ένα αυθαίρετο δυναμικό Riemann, με συντεταγμένες ν,ω,W,ζ και μια καλά καθορισμένη μετρική. Οι εξισώσεις πεδίου του Einstein είναι ισοδύναμες με τη λύση ενός τέτοιου προβλήματος. Η Λαγκρανζιανή μας δίνει μια αρχή μεταβολών που είναι η βάση για την αριθμητική λύση του προβλήματος. Επομένως η Λαγκρανζιανή που η μεταβολή της πρέπει να μηδενίζεται δL=0, δίνεται από την:

$$L=\frac{1}{2G}\int_{0}^{\pi/2}d\theta\int_{0}^{\infty}drr\left[-W\left(\nabla\nu\right)^2+\frac{1}{4}W^3e^{-4\nu}\left(\nabla\omega\right)^2+\nabla\zeta\nabla W+8\pi GWe^{2\zeta-2\nu}p(V)(\nabla W)^2\right]$$
(9.43)

και θα έπρεπε να θεωρείται ως συναρτησοειδές των τεσσάρων δυναμικών ν,ω,ζ,W. Έχουμε πλέον μεταπηδήσει σε σφαιρικές συντεταγμένες και έχουμε υποθέσει και συμμετρία ως προς το επίπεδο (z=0 ή θ=π/2). Η μετρική στα πλαίσια των νέων συντεταγμένων είναι:

$$ds^2=-e^{2\nu}dt^2+e^{-2\nu}\left[e^{2\zeta}\left(\nabla W\right)^2\left(dr^2+r^2d\theta^2\right)+W^2\left(d\phi-\omega dt\right)^2\right] \qquad (9.44)$$

Θα μπορούσε κανείς να πάρει τις εξισώσεις πεδίου κάνοντας μεταβολές της Λαγκρανζιανής ως προς τα ω,ν,ζ,W, οδηγώντας μας σε ένα σύστημα τεσσάρων συζευγμένων μερικών διαφορικών εξισώσεων, αλλά στην περίπτωσή μας αυτό δεν είναι απαραίτητο.

Στην προσέγγιση μας δεν ξεχωρίσαμε περιοχές στον αστέρα και η συνθήκη που ξεχωρίζει το εξωτερικό του είναι η p(V)=0 που οδηγεί και σε μηδενισμό του τελευταίου όρου στην (4.80). Συνοψίζοντας μπορούμε να πούμε ότι οι παράμετροι που περιγράφουν ένα αστέρι είναι η γωνιακή ταχύτητα Ω και η βαρύτητα στην επιφάνειά του V_0, η οποία περιγράφει το πόσο συμπαγές είναι το σύστημα.

Λόγω της περιστροφής, θα έχω αλλαγές στην πίεση και στην ενεργειακή πυκνότητα. Ο τανυστής πυκνότητας-ορμής $T_{\mu\nu}$ παίρνει την μορφή:

$$\mathrm{T}_{\mu\nu}=\mathrm{T}^0_{\mu 0}+\Delta\mathrm{T}_{\mu\nu}$$

με:

$$\mathrm{T}^0_{\mu\nu}=(\varepsilon+P)u_\mu u_\nu+Pg_{\mu\nu}$$
$$\Delta\mathrm{T}_{\mu\nu}=(\Delta\varepsilon+\Delta\mathrm{P})u_\mu u_\nu+\Delta Pg_{\mu\nu}$$

P,ε και ρ είναι ποσότητες σε ένα τοπικό σύστημα αναφοράς που κινείται μαζί με το ρευστό σε κάθε στιγμή μέτρησης. Για τις παραμορφώσεις λόγω περιστροφής, υποθέτουμε ένα ανάπτυγμα πολυπόλου μέχρι δεύτερης τάξης. (όπου P2 είναι τα αναπτύγματα Legendre).

$$\Delta P=(\varepsilon+P)(p_0+p_2P_2(\cos\theta))$$
$$\Delta\varepsilon=\Delta P\frac{\partial\varepsilon}{\partial P}$$
$$\Delta\rho=\Delta P\frac{\partial\rho}{\partial P}$$

Για τους παραμορφωμένους και περιστρεφόμενους αστέρες με συχνότητα περιστροφής Ω πρέπει να χρησιμοποιήσουμε μια γενικευμένη σχέση για την μετρική:

$$ds^2=-e^{2\nu(r,\theta,\phi)}dt^2+e^{2\psi}(d\phi-\omega(r,\Omega)dt)^2+e^{2\mu}d\theta^2+e^{2\lambda}dr^2+O(\Omega^3)$$

όπου το ω(r) δηλώνει την γωνιακή ταχύτητα του τοπικού συστήματος αναφοράς, το οποίο λόγω της παράσυρσης των τοπικών συστημάτων είναι ανάλογο του Ω.

Οι συναρτήσεις της μετρικής που αντιστοιχούν σε στατική περιστροφή και αξονική συμμετρία ως προς τον άξονα περιστροφής γράφονται ως αναπτύγματα δεύτερης τάξης με την ακόλουθη μορφή:

$$\begin{aligned}
e^{2\nu(r,\theta,\Omega)} &= e^{2\phi(r)}\left[1+2\left(h_0(r,\Omega)+h_2(r,\Omega)P_2(\cos\phi)\right)\right] \ , \\
e^{2\psi(r,\phi,\Omega)} &= r^2\sin^2\theta\left[1+2\left(v_2(r,\Omega)-h_2(r,\Omega)\right)P_2(\cos\theta)\right] \\
e^{2\mu(r,\theta,\Omega)} &= r^2\left[1+2\left(v_2(r,\Omega)-h_2(r,\Omega)\right)P_2(\cos\theta)\right] \\
e^{2\lambda(r,\theta,\Omega)} &= e^{2\Lambda(r)}\left[1+\frac{2}{r}\,\frac{m_0(r,\Omega)G+m_2(r,\Omega)P_2(\cos\theta)}{1-\gamma(r)}\right]
\end{aligned}$$

Η γωνιακή ταχύτητα στο τοπικό σύστημα αναφοράς καθορίζεται από την διαφορική εξίσωση:

$$(\frac{d}{dr}(r^4 a(r)\frac{d\omega}{dr})+4r^3\frac{da(r)}{dr}\omega(r)=0, r<R_s$$

όπου ω(r) είναι ομαλό για r=0 με $\frac{d\omega}{dr}=0$.Το α(r) δηλώνει:

$$a(r)=e^{-\phi(r)}\sqrt{1-\gamma(r)}$$

Εκτός του αστέρα η περίοδος δίνεται από τη σχέση:

$$\omega(r,\Omega)=\Omega-\frac{2}{r^3}J(\Omega), r>R$$

Η ολική γωνιακή ορμή καθορίζεται από:

$$J(\Omega)=\frac{R_s^4}{6}(\frac{d\omega}{dr})_{r=R_s}$$

Για τις δύο τελευταίες εξισώσεις, βρίσκουμε ότι η γωνιακή συχνότητα Ω σαν συνάρτηση της κεντρικής γωνιακής ταχύτητας $\omega_c=\omega(r=0)$ είναι:

$$\Omega(\omega_c)=\omega(R_s)+\frac{2}{R_s^3}J(\Omega)$$

Η αδρανειακή ορμή δίνεται από τη σχέση I=J/Ω που παίρνει τη μορφή:

$$\mathrm{I}=\frac{J(\Omega)}{\Omega}=\frac{8\pi}{3}\int_0^R dvr^4\frac{\varepsilon+P}{\sqrt{1-\gamma(r)}}\frac{\omega-\Omega}{\Omega}e^{-\phi}$$

Σχετικιστικές αλλαγές από την Νευτώνεια τιμή προκαλούνται από την παράσυρση των αδρανειακών συστημάτων. Για παράδειγμα το $\bar{\omega}/\Omega$, και η ερυθρομετάθεση $(e^{-i\phi})$ και η καμπύλωση του χώρου $((1-\gamma(r))^{-1/2})$. Για αργά περιστρεφόμενους αστέρες μπορούμε να αγνοήσουμε τις παραμορφώσεις από την παράσυρση και περιστροφή

9.3 Παρατηρησιακά Δεδομένα.

Ένα από τα πλέον ενδιαφέροντα ζητήματα στην φυσική των αστέρων νετρονίων είναι το αν οι χρησιμοποιούμενες E.O.S συμφωνούν με τα παρατηρησιακά δεδομένα τα οποία είναι και ένα κριτήριο της ορθότητας των υποθέσεών μας για υψηλές πυκνότητες. Δυστυχώς όμως, οι περισσότερες από αυτές σε ότι αφορά ιδιότητες, όπως η ακτίνα ή η μάζα του αστέρα δίνουν αποτελέσματα που είναι εντός των παρατηρούμενων τιμών.

Ένα πιο αποτελεσματικό κριτήριο μπορεί να είναι η ευστάθεια του αστέρα ως προς την περιστροφή και μιας και δεν μας είναι γνωστό κάποιο κριτήριο ως προς την ευστάθεια περιστρεφόμενων αντικειμένων στα πλαίσια της Γ.Θ.Σ ως ένα τέτοιο κριτήριο θα θεωρήσουμε το κριτήριο του Kepler το οποίο θέτει ένα απόλυτο άνω όριο στην περιστροφή του αστέρα. την προκύπτουσα συχνότητα Kepler, Ω_K. Για συχνότητες μεγαλύτερης αυτής, η αστάθεια προκύπτει λόγω της αποβολής μάζας και του σχηματισμού δίσκου προσαύξησης.. Η συχνότητα αυτή, δίνεται από τη σχέση:

$$\Omega = \left[e^{\nu(\Omega)-\psi(\Omega)} V(\Omega) + \omega(\Omega) \right]_{eq,\Omega=\Omega_K}$$

με:

$$V(\Omega) = \left[\frac{\omega(\Omega)'}{2\psi(\Omega)'} e^{\psi(\Omega)-\nu(\Omega)} \right] + \sqrt{\frac{\nu(\Omega')}{\psi(\omega)'} + \left(\frac{\omega(\Omega)'}{\psi(\omega)'} e^{\psi(\Omega)-\nu(\Omega)} \right)^2}$$

που πρέπει να υπολογιστεί στον equator. V είναι η τροχιακή ταχύτητα ενός μετακινούμενου μαζί με το σύστημα παρατηρητή σχετικά με έναν τοπικό ακίνητο. Παράλειψη των διαταραχών δίνει $(h_2, u_2 << 1)$ και της παράσυρσης των τοπικών αδρανειακών συστημάτων δίνει:

$$V_{eq} = \sqrt{\frac{\gamma_{eq}}{2}} \frac{1}{\sqrt{1-\gamma_{eq}}} \to R_{eq}\Omega_c, \gamma_{eq} \to 1$$

με:

$$\Omega_c \equiv \sqrt{\frac{M_s}{R_s^3}}$$

Το Νευτώνειο αποτέλεσμα προκύπτει αν χρησιμοποιήσουμε μια γεωμετρία επίπεδου-χωροχρόνου. Η συχνότητα Kepler για τον βαρύτερο αστέρα νετρονίων βρίσκεται από την σχέση:

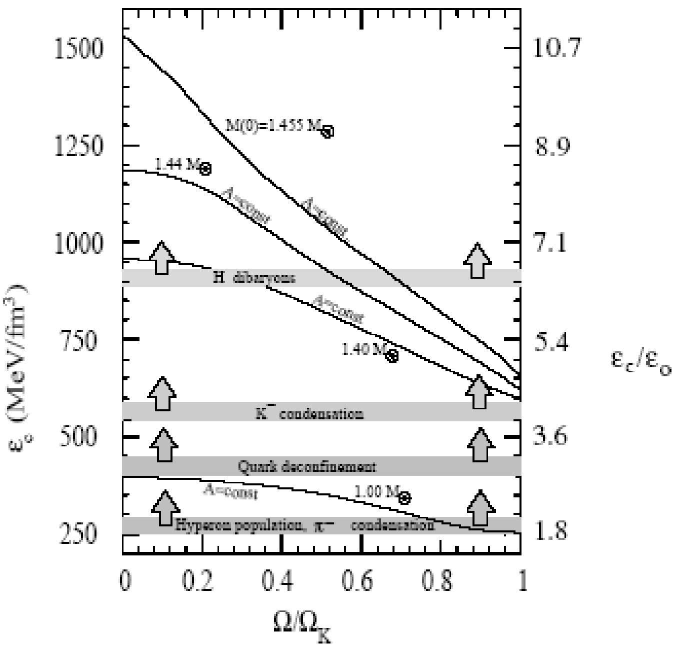
$$\Omega_K = \frac{2}{3}\sqrt{\frac{M_S}{R_s^3}}$$

η οποία έχει το πλεονέκτημα ότι χρειαζόμαστε μόνο τα αποτελέσματα από ένα μοντέλο μη περιστρεφόμενου αστέρα.

Όπως είπαμε και πριν το κριτήριο του Kepler μας δίνει μόνο ένα άνω όριο. Οι αστάθειες βαρυτικών κυμάτων σε έναν περιστρεφόμενο αστέρα είναι πιθανόν να χαμηλώσουν την μέγιστη συχνότητα περιστροφής κάτω από το Ω_K. Η κρίσιμη συχνότητα για την εμφάνιση ενός τρόπου ταλάντωσης είναι:

$$\Omega_m^{\nu} = \frac{\omega_m(0)}{m}\left\{ a_m(\Omega_{\mu}^{\nu}) + \gamma_m(\Omega_m^{\nu})\left(\frac{\tau_{g,m}}{\tau_{r,m}}\right)^{1/2m+1}\right\}$$

όπου το ν δηλώνει την viscosity, εξαρτώμενη από την θερμοκρασία Τ. Οι εκφράσεις για τους χρόνους απόσβεση τ των βαρυτικών κυμάτων , και των surface mode, μπορούν να βρεθούν στις αναφορές..

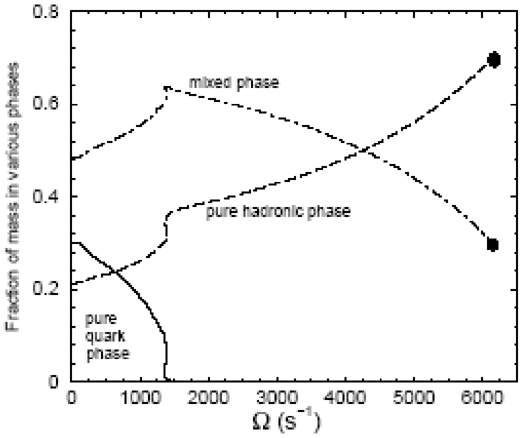


Εικ 9.3 Κεντρική πυκνότητα ως προς την συχνότητα περιστροφής για διάφορους N.S. με σταθερό βαρυονικό αριθμό σε κάθε περίπτωση. (Βλ.Αναφορά 5).

Ένα άλλο στοιχείο ισορροπίας που είναι πολύ σημαντικό και το οποίο παρατηρούμε στην ακολουθία των ισορροπιών είναι η βαρυτική μάζα. Η βαρυτική μάζα φαίνεται να ταλαντώνεται, η συμπεριφορά όμως αυτή είναι λανθασμένη και οφείλεται σε λάθη τερματισμού. Η ταλαντωτική συμπεριφορά, αν ήταν σωστή θα αντιστοιχούσε σε ένα μέρος μιας ακολουθίας που είναι ασταθής σε ημι-ακτινικές διαταραχές. . Σε αυτή την ακολουθία, πριν εμφανιστεί ο πυρήνας των quark. τα μοντέλα ισορροπίας είναι ευσταθή, ενώ ο αστέρας χάνει κινητική ενέργεια Τ και στροφορμή J και η ακτίνα μειώνεται μόνο λόγω της μείωσης του flattening κατά τη διάρκεια της spin-down περιόδου του αστέρα..

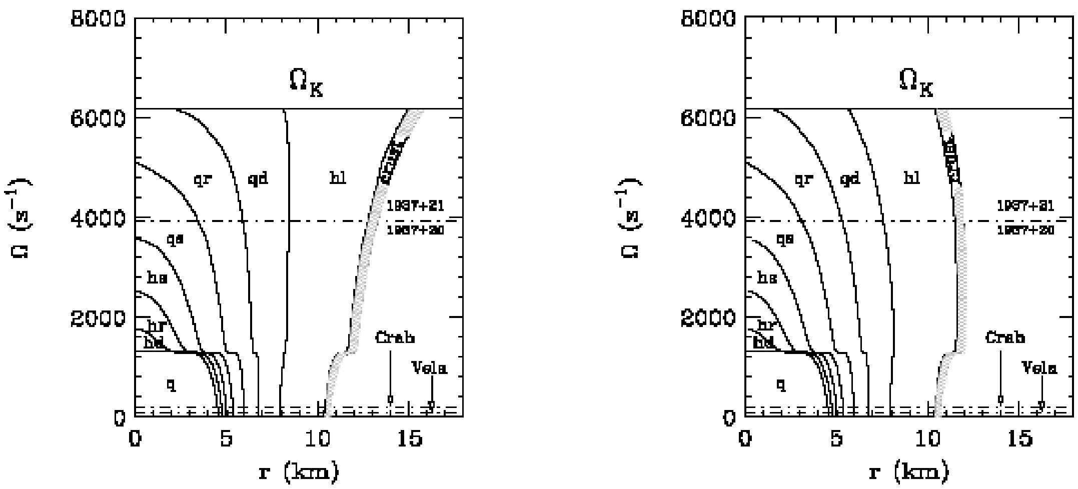
Όταν ο καθαρός πυρήνας των quark, εμφανιστεί στο κέντρο του αστέρα η ακτίνα αρχίζει να μειώνεται σημαντικά και η EOS γίνεται πιο μαλακή. Κοιτώντας τα μοντέλα με μεγαλύτερες κεντρικές πυκνότητες κατά την ακολουθία των ισορροπιών η γωνιακή ταχύτητα Ω, η γωνιακή ορμή J η κινητική ενέργεια T και η απόλυτη τιμή της βαρυτικής ενέργειας σύνδεσης M αυξάνονται. Έτσι ο αστέρας δεν μπορεί πλέον να εξελίσσεται κατά την ακολουθία των περιστρεφόμενων αστέρων καταναλώνοντας την ήδη διαθέσιμη από τον αστέρα μάζα-ενέργεια.

Από την εικόνα 9.3 μπορεί να φανεί ότι η μείωση στην ταχύτητα περιστροφής ενός αστέρα προκαλεί μια σημαντική αύξηση της κεντρικής του πυκνότητας. Από την εικόνα 9.3 φαίνεται η κεντρική πυκνότητα ενός αστέρα με μάζα M=1,42 ηλιακές μάζες, υπολογιζόμενη με μία μαλακή καταστατική εξίσωση να αυξάνει από $450\,MeV/c^2$ που είναι για συχνότητα περιστροφής ίση με την Kepler σε τιμές πάνω από $1500MeV/c^2$ για μηδενική περιστροφή, δηλαδή κατά 66%. Τέτοιες δραματικές αλλαγές στην εσωτερική πυκνότητα του αστέρα, που συνοδεύουν τις αλλαγές στη συχνότητα περιστροφής, μπορούν να αλλάξουν δραματικά τη σύσταση του αστέρα. Αν η μάζα και η αρχική συχνότητα του αστέρα είναι τέτοια που κατά τη διάρκεια του spinning down η πυκνότητα στο εσωτερικό να ξεπεράσει την κρίσιμη πυκνότητα για την οποία έχουμε την αλλαγή φάσης από quark σε αδρόνια (ξεκινώντας από το κέντρο και επεκτεινόμενη ακτινικά προς τα έξω) τότε η ύλη θα μετατρέπεται σταδιακά από την σχετικά ασυμπιέστη πυρηνική ύλη στην πιο συμπιεσμένη ύλη των quark όπως φαίνεται και στην 9.4. Το μεγάλο βάρος των υπερκείμενων στρωμάτων της πυρηνικής ύλης τείνει να συμπιέσει τον πυρήνα της ύλης των quark και αυτό προκαλεί την συρρίκνωση ολόκληρου του αστέρα σε μια κλίμακα των εκατοντάδων μέτρων. Η συγκέντρωση μάζας στον πυρήνα θα αυξηθεί επιπλέον λόγω της αύξησης της βαρυτικής έλξης του πυρήνα των quark στα υπερκείμενα στρώματα της πυρηνικής ύλης. Η ορμή επομένως μειώνεται απότομα με την αύξηση της περιστροφικής συχνότητας, όσο η νέα φάση ύλης κυριαρχεί σε ένα μεγαλύτερο κομμάτι του αστέρα (Εικ 9.5, 9.6).



Εικ 9.4 Λόγος της ύλης quark προς την ύλη αδρονίων συναρτήση της συχνότητας περιστροφής.(Βλ. Αναφορά 5).

Η εικόνα 9.5 δείχνει την αδρανειακή ορμή I, όπως υπολογίζεται από την για διάφορα αστέρια ίδιου βαρυονικού αριθμού αλλά διαφορετικής σύστασης. Συγκεκριμένα για quark-hybrid (G_{B180}^{K300}), για αστέρα μόνο με υπερόνια (n,p,H), μόνο με (n,p). Ο αστέρας συρρικνώνεται όσο μικρότερη η περιοχή του πυρήνα quark. Η μείωση στην τιμή του I που δίνει το μοντέλο με μάζα M=1,42 δύσκολα ερμηνεύεται από κάποιο άλλο σενάριο εκτός αυτού του υβριδικού αστέρα. Η εμφάνιση υπερονίων τροποποιεί ελάχιστα την καταστατική και δεν μπορεί να δικαιολογήσει την μείωση της τιμής του I. Βέβαια τα υπερόνια μπορούν να προκαλέσουν μια μεταβολή της ροπής αδράνειας. backbending το οποίο είτε θα καταλήξει ομαλά μέσω μια συνεχούς μετάβασης σε μια ελάττωση της ιδιοστροφορμής του αστέρα, είτε ασταθώς. Η παρατήρηση του backbending είναι ένα στοιχείο για την ύπαρξη ενός πυρήνα quark. Η μείωση της ροπής αδράνειας από την μεταβολή φάσης quark σε υπερόνια, κυριαρχεί στην μεταβολή του σχήματος του αστέρα λόγω μείωσης του κεντρόφυγου δυναμικού μέσω της απώλειας περιστροφικής ενέργειας κατά την περίοδο του



Εικ 9.5 – 9.6. Εξάρτηση της δομής του αστέρα από τη συχνότητα. Υπολογισμένη για μάζα αστέρα M=1,42 $M_{\odot}$. Ομοίως με την 9.5 αλλά για την πολική διεύθυνση.

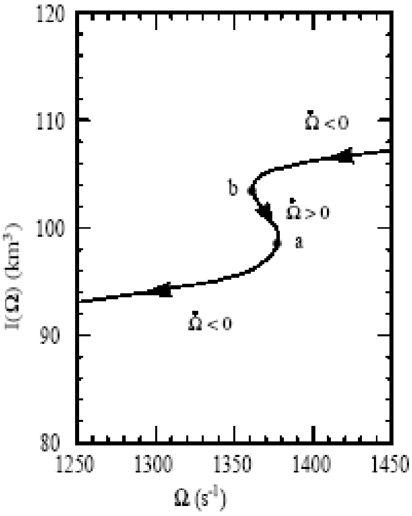
spin down. Από τη διατήρηση της ορμής έχουμε ότι η παράγωγος του Ω πρέπει να μειώνεται κατά απόλυτο μέγεθος, που σημαίνει ότι μπορεί να αλλάξει και πρόσημο και να έχουμε ακόμη και αύξηση της συχνότητας περιστροφής του αστέρα. Αυτή η ανώμαλη συμπεριφορά του I είναι ανάλογη του φαινομένου backbending της πυρηνικής. Σε αυτό ο πυρήνας ενός ατόμου αλλάζει απότομα της ορμή του, λόγω αλλαγής φάσης από μια κατάσταση ευθυγραμμισμένη με το spin σε υψηλές ορμές, σε μία φάση ενός συσχετισμού ζεύγους σωματιδίων σε χαμηλότερες ορμές. Στην περίπτωση ενός N.S αυτό φαίνεται στην (9.7) όπου οι αστέρες που εξελίσσονται από το σημείο α στο β, επιταχύνουν την περιστροφή τους $(\dot{\Omega} > 0)$, ενώ όσοι πάνε από το β στο α (που μπορεί να είναι αστέρες που εκκρίνουν ύλη) έχουν μια μείωση της περιστροφής τους.

Υπάρχουν πολλοί μηχανισμοί που μπορούν να προκαλέσουν τη μείωση της γωνιακής ταχύτητας και μέσω των οποίων χάνει ενέργεια ένας Pulsar. Τέτοιοι είναι η ακτινοβολία μαγνητικού διπόλου, ή η εκπομπή φορτισμένων σωματιδίων. Από την διατήρηση της ενέργειας προκύπτει:

$$\frac{dE}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2} I(\Omega)\Omega^2\right) = -C\Omega^{n+1}$$

Στην περίπτωση της εκπομπής ακτινοβολίας μαγνητικού διπόλου η σταθερά $C = \frac{2}{3}\mu^2 \sin^2 a$ όπου το μ δηλώνει την μαγνητική ορμή του αστέρα. Η ποσότητα n, στην εξίσωση για την απώλεια ενέργειας είναι ο λεγόμενος συντελεστής επιβράδυνσης (braking index). Είναι ίσος με 3 αν μένει σταθερός κατά την διάρκεια μεταβολής της ιδιοπεριστροφής του αστέρα. Αν η γωνιακή ταχύτητα Ω είναι η μόνη εξαρτώμενη του χρόνου ποσότητα τότε έχουμε:

$$\dot{\Omega} = -K\Omega^n$$



Εικ 9.7
Ορμή ως προς την συχνότητα περιστροφής για quark-hybrid star με μάζα $M = 1,421 M_{\odot}$ που χαρακτηρίζεται από ένα backbending του I για τα σημεία α και b. (Βλ. Αναφορά 5).

και προκύπτει ότι η ηλικίας του spin-down είναι ίση με:

$$\tau = -(n-1)^{-1}\Omega / \dot{\Omega}$$

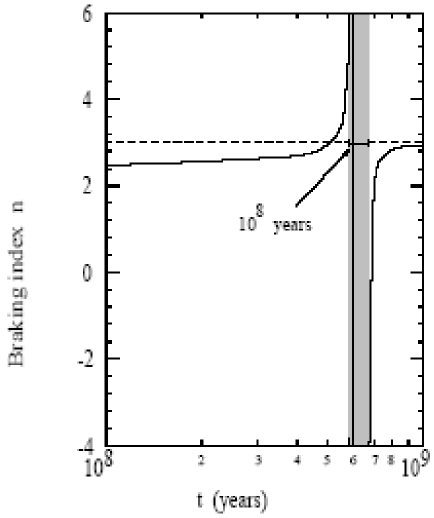
με n=3 για την απώλεια ενέργειας που περιγράφεται από την εκπομπή ακτινοβολίας διπόλου. Παρ' όλα αυτά η ορμή δεν είναι σταθερή και εξαρτάται από αλλαγές στην περιστροφική συχνότητα αναλόγως με το πόσο σκληρή η μαλακή είναι η καταστατική μας. Αυτή η εξάρτηση κάνει και τον δείκτη n να εξαρτάται της συχνότητας Ω. Επομένως κατά τη διάρκεια οποιασδήποτε περιόδου παρατήρησης, ο braking index μετριέται να είναι διαφορετικός από την τιμή 3. Το πόσο εξαρτάται από τον pulsar που μελετάμε και την συχνότητά του. Όταν ληφθεί υπ' όψιν και η εξάρτηση της συχνότητας από την ορμή τότε η προηγούμενη εξίσωση γίνεται:

$$\dot{\Omega} = -2C\Omega^n (2I + \Omega(dI / d\Omega))^{-1}$$

Επομένως πρέπει να εξαρτάται και από την μάζα και από την εσωτερική σύσταση του αστέρα και να μην είναι ένας απλός πολυωνυμικός νόμος. Για τον συντελεστή επιβράδυνσης παίρνουμε τη σχέση:

$$n(\Omega)=\frac{\Omega\ddot{\Omega}}{\dot{\Omega}^2}=3-\left(3\frac{dI}{d\Omega}\Omega+\frac{d^2I}{d\Omega^2}\Omega^2\right)\left(2\mathrm{I}+\frac{dI}{d\Omega}\Omega\right)^{-1}$$

Και βλέπουμε την εξάρτησή του από το Ω. Την τιμή 3 την παίρνει μόνο αν το Ι είναι ανεξάρτητο της συχνότητας. Βέβαια από τα μέχρι τώρα παρατηρησιακά δεδομένα για αργά



Εικ 9.8 Συντελεστής επιβράδυνσης ως προς χρόνο για υβριδικό αστέρα νετρονίων, με μάζα M=1.421 $M_{\odot}$. Η περίοδος όπου ο n εμφανίζει ανωμαλία λόγω της εμφάνισης των ελεύθερων quark σημειώνεται αντιστοιχεί στη γραμμοσκιασμένη περιοχή. (Βλ. Αναφορά 5).

περιστρεφόμενους Pulsar η αλλαγή στη φυγόκεντρη δύναμη είναι πολλή μικρή για να δώσει μια σημαντική μεταβολή του δείκτη n. Επομένως περιμένουμε μια σημαντική μεταβολή του μόνο σε millisecond pulsar. Σε αυτούς η αλλαγή φάσης quark-hadron μπορεί να γίνει μόνο αν περιστρέφονται κοντά στη μέγιστη κορυφή μάζας που καθορίζει η καταστατική που τους περιγράφει. Αλλιώς το ποσοστό των quark μπορεί να μην είναι αρκετό για να έχουμε την αναμενόμενη συρρίκνωση. Βέβαια για millisecond pulsar η μέτρηση του δείκτη n επηρεάζεται από τον πολύ υψηλό θόρυβο που έχουν τα δεδομένα, λόγω του μικρού χρόνου μέτρησης. Το χρονικό διάστημα που διαρκεί αυτή η ανωμαλία στο n δίνεται από τη σχέση:

$$\Delta\mathrm{T}=-\Delta\Omega/\dot{\Omega}=\Delta P/\dot{P}$$

Όπου ΔΩ είναι το χρονικό διάστημα της ανωμαλίας. Το διάστημα για το οποίο το n(Ω) είναι μικρότερο από μηδέν και μεγαλύτερο από έξι είναι $\Delta\Omega=-100s^{-1}$ ή $\Delta P=-2\pi\Delta\Omega/\Omega^2=3\times10^{-4}$ για Ω=1370 s^{-1}. Επομένως για έναν millisecond pulsar του οποίου η παράγωγος της περιόδου είναι $\dot{P}=10^{-19}$ βρίσκω ΔΤ=10^8. Η ηλικία τέτοιων pulsar είναι 10^9 χρόνια. Επομένως περιμένουμε περίπου το 10% των 30 μέχρι σήμερα γνωστών millisecond pulsar να είναι στην εποχή μετάβασης κατά την οποία ο καθαρός πυρήνας quark

ξεκινάει να σχηματίζεται στο κέντρο τους. Αυτοί οι pulsar μας δίνουν το σήμα για την έναρξη της φάσης των ελεύθερων quark.
Στηριγμένη στις ιδιότητες περιστρεφόμενων αστέρων και στα παρατηρησιακά δεδομένα που τους αφορούν είναι και η ιδέα για την ανίχνευση της πιθανότητας ύπαρξης μια μεταβολής φάσεως στο εσωτερικό των αστέρων νετρονίων.

Σύμφωνα με τον Gleddening, όταν ένας ταχέως περιστεφόμενως αστέρας, μειώνει τη στροφορμή του, τότε η κεντρική του πυκνότητα αυξάνει με το χρόνο. Από την άλλη έχουμε ήδη πει ότι σε συγκεκριμένες πυκνότητες μπορεί να προκύψει μια μεικτή φάση αδρονίων-quark, ενώ σε ακόμη υψηλότερες πυκνότητες είναι δυνατό να εμφανιστεί ένας πυρήνας quark. Από τη μελέτη ακολουθιών spin-down έγινε αντιληπτό ότι όταν εμφανίζεται αυτός ο πυρήνας των quark, το αστέρι υφίσταται μια σύντομη σε σχέση με το χρόνο ζωής του, περίοδο spin up , και ο braking index παρουσιάζει μια ανώμαλη συμπεριφορά. Αυτή η μεταβολή έχει προταθεί ότι μπορεί να ανιχνευτεί

Οι Σπύρου και Στεργιούλας, μελέτησαν το πρόβλημα αυτό με τη χρήση πλήρως σχετικιστικών, ταχέως περιστρεφόμενων αστέρων και βρήκαν πως το backbending, στην ροπή αδράνειας δεν εμφανίζεται για κανονικούς πάλσαρς, αλλά είναι πολύ ισχυρό για millisecond pulsars μεγάλης μάζας. Η συμπεριφορά του backbending είναι ευαίσθητη στα λάθη τερματισμού των αριθμητικών μεθόδων που χρησιμοποιούμε. Η στροφορμή είναι μια πολύ ευαίσθητη συνάρτηση της γωνιακής ταχύτητας και πρέπει να υπολογιστεί με μεγάλη ακρίβεια. Τα λάθη τερματισμού, όπως η χρήση ενός περιορισμένου αριθμού σημείων της E.O.S ή η χρήση της προσέγγισης αργής περιστροφής μπορεί να είναι μεγάλα ώστε να επηρεάσουν τον υπολογισμό της ορμής.

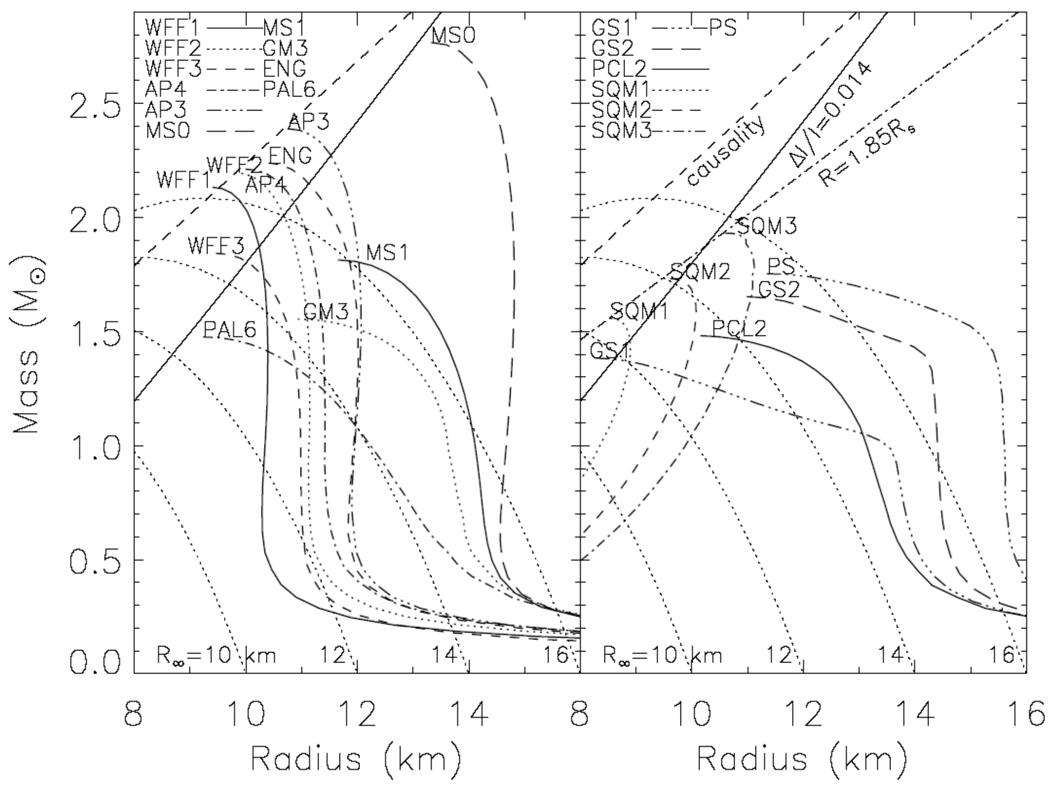
Η περίπτωση αστέρων μεγάλης μάζας, είναι πολύ ενδιαφέρουσα μιας και η περίοδος της αύξησης του spin τους διαρκεί από την στιγμή εμφάνισης των quark μέχρι τη στιγμή της κατάρρευσής τους σε μία μαύρη τρύπα. Για μεγάλης μάζας millisecond πάλσαρ που δημιουργούνται μέσω προσαύξησης. η οποία προκαλεί και μία αύξηση του spin η περίοδος αύξησης του spin τους μπορεί να διαρκέσει για το μεγαλύτερο μέρος της ζωής τους αν υπάρχει μια αλλαγή φάσης μεταξύ quark και αδρονίων. Επομένως η πρώτη παράγωγος της περιόδου περιστροφής μπορεί να χρησιμοποιηθεί σαν ένα εργαλείο για την παρατήρηση quark-hadrons αλλαγές φάσεων. Επομένως η παράγωγος πρώτης τάξης ως προς τον χρόνο, της περιόδου περιστροφής μπορεί να χρησιμοποιηθεί σαν ένα εργαλείο για να παρατηρήσουμε quark-hadron μεταβολές φάσεων και δεν χρειάζεται να σταθεί κανείς στις μετρήσεις του δείκτη επιβράδυνσης (braking index). Η παρατεταμένη αυτή περίοδος του spin up, μπορεί να χρησιμοποιηθεί και σε άλλες περιπτώσεις μεταβολών φάσεων, όπως είναι η μεταβολή φάσης σε ένα συμπύκνωμα πιονίων.

Η απουσία spin-up στους μέχρι τώρα γνωστούς millisecond pulsars, υποστηρίζει την απουσία μεταβολών φάσης ή μας δείχνει ότι η EOS σε τέτοιους millisecond πάλσαρ, που δημιουργήθηκαν μέσω προσαύξησης, δεν υποστηρίζει μεγάλες μάζες. Επίσης αν αγνοήσουμε την πιθανότητα μεταβολών φάσης, παίρνουμε πολύ μικρές τιμές για το αρχικό spin των αστέρων, ενώ αν συμπεριλάβουμε την πιθανότητα της ύπαρξη phase transition, παίρνουμε πιο λογικές περιόδους για τον pulsar μας και επομένως είμαστε σε θέση να υποθέσουμε αρκετά μεγάλες τιμές για τον braking index. Επιπλέον τα glitches που παρατηρούμε σε πολλούς pulsar, σχετίζονται με την εμφάνιση ενός πυρήνα αποτελούμενου από quark, ο οποίος έχει ως αποτέλεσμα έναν αυξημένο ρυθμό συστολής του αστέρα κατά την περίοδο του spin-down. Σε αντίθεση, οι ταχέως περιστρεφόμενοι πάλσαρ, δεν παρουσιάζουν τόσο τεράστια glitches, όταν η κεντρική τους πυκνότητα είναι μικρότερη από την κρίσιμη πυκνότητα για την εμφάνιση των πυρήνων από quark.

Μελέτες για μη περιστρεφόμενους αστέρες, έδειξαν ότι για κεντρικές πυκνότητες κοντά στην κεντρική ενεργειακή πυκνότητα όπου εμφανίζεται η φάση των quark, το διάγραμμα της βαρυτικής μάζας ως προς την κεντρική ενεργειακή πυκνότητα δείχνει μια ασυνήθιστη συμπεριφορά. Υπάρχει ένα τοπικό μέγιστο, που ακολουθείται από ένα τοπικό ελάχιστο και η μάζα αυξάνει και πάλι, πριν να φτάσει την τιμή της μέγιστης μάζας που επιτρέπει το σχετικιστικό όριο ακτινικής ευστάθειας..

Ο PSR J0537-6910 βρίσκεται να έχει μια περίοδο ίση με 6 ms. Η παρουσία μια ύλης χωρίς την ύπαρξη quark-gluon πλάσματος μπορεί να μας δώσει μια πιο λογική αρχική περίοδο για αυτόν τον Pulsar, σε σχέσεις με άλλους υπολογισμούς.

Ο PSR J0537-6910 δείχνει τον μεγαλύτερο αριθμό σπινθηρισμών (6 σε τρία χρόνια) από όλους τους γνωστούς πάλσαρ σαν τον Crab ενώ ταυτοχρόνως είναι και ο πιο γρήγορος. Αν ο καθαρός πυρήνας quark εμφανίζεται σε μικρές περιόδους ιδιοστροφορμής, τότε η αναλογία των quark στον πυρήνα συνεχώς μεταβάλλεται και προφανώς συνεισφέρει στο μέγεθος αυτών των σπινθηρισμών. Το γεγονός ότι αυτός ο πάλσαρ δείχνει το μεγαλύτερο ρυθμό σπινθηρισμών, μπορεί να σχετίζεται με το γεγονός ότι η αλλαγή φάσης έχει γίνει πολύ πρόσφατα αναλογικά με το χρόνο ύπαρξής του και η συμπεριφορά spin-down επηρεάζεται από τη σταδιακή μεταβολή της αναλογίας quark στον πυρήνα κατά τη διάρκεια του spin-down.



Εικ 9.8β. Σχέση μάζας-ακτίνας για διάφορες καταστατικές εξισώσεις και οι περιορισμοί από την causality και από μετρήσεις glitches στον Vela pulsar. (J.Lattimer and M.Prakas). (Βλ. Αναφορά 19).

Symbol	Reference	Approach	Composition
FP	Friedman & Pandharipande (1981)	Variational	np
PS	Pandharipande & Smith (1975)	Potential	nπ^0
WFF(1-3)	Wiringa, Fiks & Fabrocine (1988)	Variational	np
AP(1-4)	Akmal & Pandharipande (1998)	Variational	np
MS(1-3)	Müller & Serot (1996)	Field Theoretical	np
MPA(1-2)	Muẗher, Prakash & Ainsworth (1987)	Dirac-Brueckner HF	np
ENG	Engvik et al. (1996)	Dirac-Brueckner HF	np
PAL(1-6)	Prakash, Ainsworth & Lattimer (1988)	Schematic Potential	np
GM(1-3)	Glendenning & Moszkowski (1991)	Field Theoretical	npH
GS(1-2)	Glendenning & Schaffner-Bielich (1999)	Field Theoretical	npK
PCL(1-2)	Prakash, Cooke & Lattimer (1995)	Field Theoretical	npHQ
SQM(1-3)	Prakash, Cooke & Lattimer (1995)	Quark Matter	Q (u, d, s)

Πίνακας 9.1

Βαρυτικά κύματα.

Στα πλαίσια του νέου πεδίου της αστρονομίας βαρυτικών κυμάτων, το οποίο θεμελιώθηκε μόλις την περασμένη δεκαετία από τους Κόκκοτα και Andersson (βλ.βιβλιογραφία./54) γίνεται μια προσπάθεια να αποκτήσουμε πληροφορία για τις ιδιότητες μια καταστατικής εξίσωσης της ύλης σε υψηλές πυκνότητες. Παρακάτω μετά από μια σύντομη εισαγωγή στη θεωρία αυτού του πεδίου θα παρουσιάσουμε τα μέχρι σήμερα δεδομένα μας.

Τα βαρυτικά κύματα εκπέμπονται από μη σφαιρικές ταλαντώσεις των compact objects. Οι ταλαντώσεις είναι φθίνουσες καθώς τα βαρυτικά κύματα μεταφέρουν ενέργεια. Τέτοιες ταλαντώσεις είναι οι Quasi Normal Modes. Αυτοί οι τρόποι ταλάντωσης έχουν μιγαδικές συχνότητες των οποίων τα πραγματικά και τα φανταστικά μέρη αντιστοιχούν στη συχνότητα ταλάντωσης και στο ρυθμό απόσβεσης αντίστοιχα. Υπάρχουν δύο είδη QNM, το ένα σχετίζεται με τρόπους ταλάντωσης ρευστών, και άλλους που περιλαμβάνει ταλαντώσεις σχετιζόμενες με τον χωρόχρονο. Οι τρόποι ταλάντωσης του ρευστού κατηγοριοποιούνται ws f,g, p modes. To χαρακτηριστικό τους είναι ότι ο ρυθμός απόσβεσης Im(ω) είναι πολύ μικρότερος από τη συχνότητα ταλάντωσης Re(ω). O f τρόπος ταλάντωσης είναι ο θεμελιώδης τρόπος. Υπάρχει μόνο ένας τρόπος ταλάντωσης f για κάθε δείκτη l των σφαιρικών αρμονικών Ylm. O p τρόπος είναι ο ακουστικός τρόπος ταλάντωσης και ο g είναι ο βαρυτικός τρόπος ταλάντωσης. Οι $\omega, \omega_{\text{II}}$ είναι τρόποι του χωρόχρονου. Σε αντίθεση με τους τρόπους του ρευστού, ο ρυθμός απόσβεσης των $\omega, \omega_{\text{II}}$ είναι συγκρίσιμος ή μεγαλύτερος από τη συχνότητα ταλάντωσης.

Για τους QNMs των βαρυτικών κυμάτων έχουν προταθεί πολλοί τρόποι για τον καθορισμό της E.O.S σε υψηλές πυκνότητες και τον προσδιορισμό των R και M. Σαν δύο πολλοί καλοί υποψήφιοι για ανίχνευση των βαρυτικών τους κυμάτων θεωρούνται τα quark stars που περιβάλλονται από αδρόνια και ανήκουν στον κλάδο των αστέρων νετρονίων και των quark stars που δεν γνωρίζουμε ακριβώς τι αντικείμενα είναι και οι ακτίνες και οι μάζες τους είναι μικρότερες από αυτές των συνηθισμένων αστέρων νετρονίων.

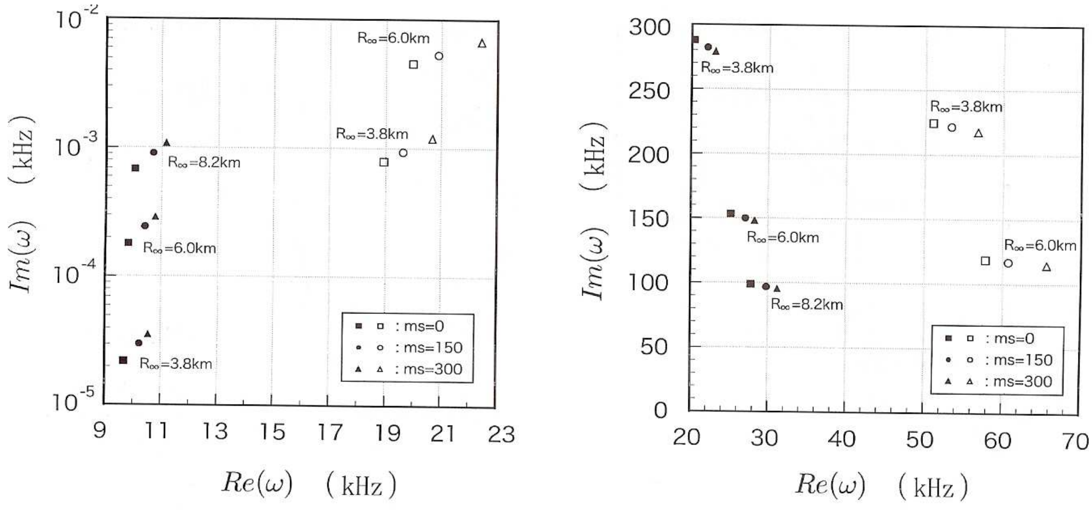
Σε ότι αφορά τις παρατηρήσεις των βαρυτικών κυμάτων από quark stars οι Yip, Chu και Leung μελέτησαν μη ακτινικές ταλαντώσεις με ακτίνες γύρω στα 10 km, οι Kojima και Sakata έδειξαν ότι υπάρχει η πιθανότητα να ξεχωρίσουμε τους αστέρες quark από τους αστέρες νετρονίων χρησιμοποιώντας τόσο την συχνότητα ταλάντωσης και το ρυθμό απόσβεσης f. Οι Sotani και Harada έδειξαν ότι ο f και οι χαμηλότεροι ω_{II} τρόποι εξαρτώνται έντονα από την E.O.S της ύλης των quark και των ιδιοτήτων των αστέρων quark. Βέβαια χρησιμοποίησαν μόνο μία παράμετρο στο Bag model, ενώ υπάρχουν και άλλες όπως η μάζα του s quark, η σταθερά λεπτή υφής της Q.C.D.

Σε ότι αφορά την εκπομπή βαρυτικών κυμάτων, υπάρχουν QNM για κάθε l των σφαιρικών αρμονικών. Οι Sotani, Kohri και Harada, μελέτησαν την περίπτωση του l=2 που είναι και ο κυρίαρχος τρόπος ταλάντωσης. Σε σύγκριση με τα υπόλοιπα QNM μπορούμε σχετικά εύκολα να ανιχνεύσουμε τον f mode λόγω του ότι η συχνότητα και ο ρυθμός απόσβεσης είναι στο εύρος των ανιχνευτών μας. Σε ότι αφορά τις συχνότητες Re(ω) και το ρυθμό απόσβεσης Im(ω) του ω έχουμε ότι το σχετικό σφάλμα της συχνότητας είναι περίπου τρείς φορές μικρότερο από το ρυθμό απόσβεσης. Για να έχουμε ένα insight στην εξάρτηση του f-τρόπου από τη σταθερά απόσβεσης B και της μάζας του s quark, υπολογίζουμε τον f τρόπο για κάθε αστρικό μοντέλο.

Στο σχήμα 9.9a έχουμε τις μιγαδικές συχνότητες του f τρόπου για l=2. Τα τετράγωνα οι κύκλοι και τα τρίγωνα παριστάνουν $m_s = 0{,}150{,}300 MeV$ και οι άδειοι (γεμάτοι) κύκλοι αντιστοιχούν σε τιμές της bag constants $B^{1/4} = 200MeV(145MeV)$ και παρατηρούμε μια αλλαγή στις συχνότητες και στο ρυθμό ταλάντωσης κατά 10% και άρα είναι σημαντικό να μη θεωρήσουμε μηδενική μάζα των s προκειμένου να υπολογίσουμε τον f τρόπο.

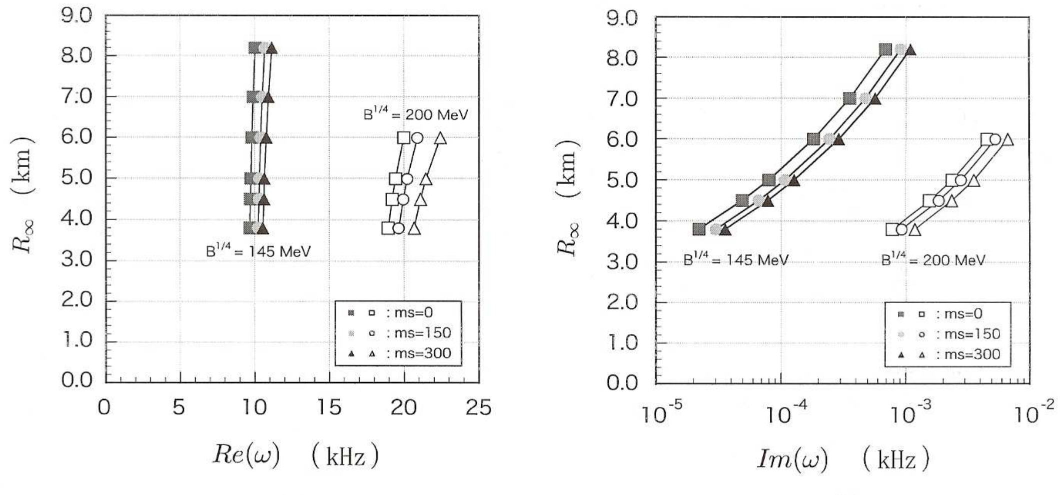
Στην εικόνα 9.10 έχουμε την ακτίνα ακτινοβολίας συνάρτηση της συχνότητας και του ρυθμού απόσβεσης. Βλέπουμε ότι το Im(ω) είναι πολύ ευαίσθητο στην ακτίνα ακτινοβολίας σε αντίθεση με τη συχνότητα. Αν παρατηρήσουμε το Im(ω) με ακρίβεια 20% , η ακτίνα μπορεί να υπολογιστεί με ακρίβεια 10% σαν συνάρτηση του B ανεξαρτήτως της m_s. Από την άλλη αν μετρήσουμε τη συχνότητα με 20% (9.10a) μπορούμε να υπολογίσουμε με καλή ακρίβεια την B, χρησιμοποιώντας και την ταυτόχρονα προκύπτουσα ακτίνα από την 9.10b.

Σε ότι αφορά τους ω και ω_{II} θα επικεντρωθούμε στους δεύτερους, επειδή είναι πιο ευαίσθητοι στις παραμέτρους ενός bag model. Στην εικόνα 9.9 β δείχνονται οι μιγαδικές συχνότητες του χαμηλότερου ω_{II} τρόπου. Στην εικόνα 9.11 όπου έχουμε την συχνότητα και το ρυθμό απόσβεσης βλέπουμε την ίδια εικόνα με την περίπτωση του f τρόπου, κυρίως επειδή ο ρυθμός απόσβεσης είναι πιο ευαίσθητος στην ακτίνα ακτινοβολίας σε αντίθεση με τη συχνότητα. Επομένως αν παρατηρήσουμε το ρυθμό απόσβεσης μπορούμε να υπολογίσουμε την ακτίνα ακτινοβολίας της ύλης των quark.



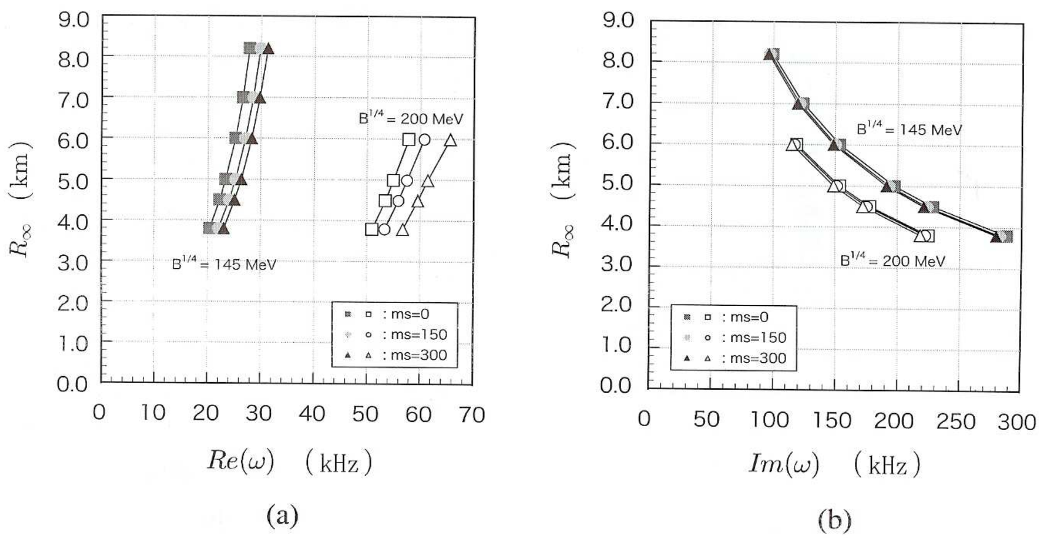
(a) (b)

Εικ 9.9.Μιγαδικές συχνότητες για τον f και τον w τρόπο στο a και b αντίστοιχα.(Βλ Αναφορά 53)



(a) (b)

Εικ 9.10. Ακτίνα ακτινοβολίας συνάρτηση του Re(ω) και του Im(ω) για τον f τρόπο.(Βλ Αναφορά 53).



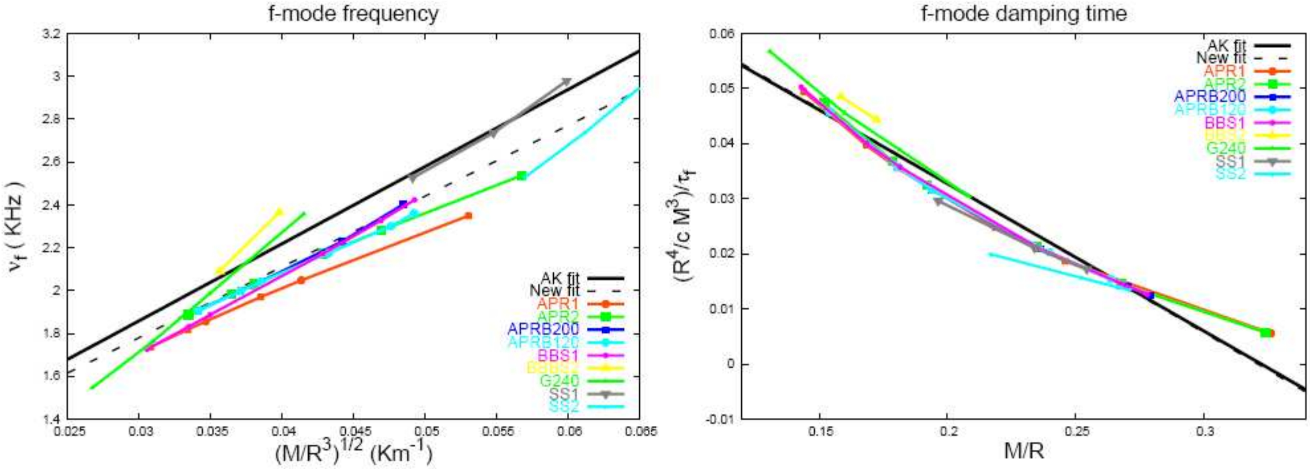
Εικ 9.11. Ακτίνα ακτινοβολίας συναρτήσει του Re(ω) και του Im(ω) για τον w τρόπο.

Θα πρέπει όμως να αναφέρουμε στο σημείο αυτό ότι αν και ένα μεγάλο ποσό ενέργειας ελευθερώνεται μέσω αυτών των τρόπων, η ακριβής παρατήρηση των ω και ω_{II} μπορεί να είναι δύσκολη. Επειδή τόσο η συχνότητα όσο και ο ρυθμός απόσβεσης αυτών των τρόπων είναι μεγαλύτερος από τα όρια ευαισθησίας των ανιχνευτών μας. Επομένως κυρίαρχος τρόπος παρατήρησης είναι ο f προκειμένου να πάρουμε πληροφορίες για τα μοντέλα μας. Όπως θα δούμε και παρακάτω στο μέλλον νέοι ανιχνευτές με εύρη συχνοτήτων από 1kHz μέχρι 3kHz είναι απαραίτητοι προκειμένου να εξερευνήσουμε τις ιδιότητες των compact objects.

Τέλος θα επανέρθουμε στα παρατηρησιακά δεδομένα που αναμένεται να συλλέξουμε από τους ανιχνευτές βαρυτικών κυμάτων. Θεωρούμε 7 περιπτώσεις καταστατικών εξισώσεων. Συγκεκριμένα αυτές είναι οι APR2 (Akmal, Panharipande, Ravenhall), η APRB200, APRB120 (+quark inner core)., BBS1 (Baldo, Burgio. Schultze), BBS2 (που είναι όμοια με την BBS1 μόνο που περιλαμβάνει και υπερόνια και η G240 που είναι η στηριζόμενη στη θεωρία μέσου πεδίου του Glendenning. Ακόμη υπάρχει η SS1 που στηρίζεται στο M.I.T bag model χωρίς την πυρηνική κρούστα και η SS2 που θεωρεί και ένα στρώμα πυρήνων γύρω από τον αστέρα των quark. Για την εύρεση των συχνοτήτων και των χρόνων απόσβεσης των quasi-normal modes λύνει κανείς τις εξισώσεις που περιγράφουν τις μη ακτινικές ταλαντώσεις ενός μη περιστρεφόμενου αστέρα αν και στην εικόνα παρουσιάζονται μόνο τα αποτελέσματα του f τρόπου που είναι και η κύρια συνιστώσα των βαρυτικών κυμάτων. Τα δεδομένα μας προσεγγίζονται από εμπειρικούς τύπους της μορφής:

$$\nu_f = a + b\sqrt{\frac{M}{R^3}} \qquad\qquad \tau_f = \frac{R^4}{cM^3}\left[c + d\,\frac{M}{R}\right]^{-1}$$

Και δύο διαφορετικές προσεγγίσεις των Κόκκοτα και Andersson και των Benhar, Ferrari, Gualtieri, φαίνονται στην εικόνα. Των πρώτων ως AK-fit και των δεύτερων ως μια συνεχόμενη μαύρη γραμμή. Η διαφορά τους στη συχνότητα είναι 100Hz ενώ ως προς το χρόνο απόσβεσης ταυτίζονται. Νέοι ανιχνευτές πρέπει να σχεδιαστούν που να είναι ευαίσθητοι σε συχνότητες f πάνω από 1 με 2 kHz. Αν μπορέσουμε να μετρήσουμε αυτά τα σήματα και γνωρίζουμε και τη μάζα του αστέρα από τον οποίο προέρχονται τότε θα μπορέσουμε να αποκλείσουμε κάποιες καταστατικές και να οδηγηθούμε σε συμπεράσματα για το εσωτερικό τους.



Εικ 9.8 Η συχνότητα των τρόπων ταλάντωσης σχεδιάζεται στο δεξί διάγραμμα συναρτήση της ολικής πυνότητας για διαφορετικές E.O.S. Ο χρόνος απόσβεσης σχεδιάζεται στο δεξί σαν συνάρτηση του λόγου M/R.(Βλ. Αναφορά 24).

Βιβλιογραφία.

1. Stuart.L.Shapiro - Saul.A. Teukolsky, *Black Holes, White Dwarfs and Neutron Stars. The Physics of Compact Objects.* (Wiley Interscience Publication).

2. N.Glendenning, *Compact Stars –Nuclear Physics,Particle Physics and General Relativity.* Springer.

3. R.Mutther, *High Density Physics in Astrophysics.* (Springer-Verlang).

4. Samuel.S.Wong, *Introdctory Nuclear Physics.* (Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey).

5. F.Weber, *Pulsars as Astrophysical Laboratories for Nuclear and Particle Physics,* High Energy Physics, Cosmology and Gravitation Series (I.O.P Publishing, Bristol, Great Britain).

6. G.Baym, C.Pethick, P.Sutherland, Astrophys.J.**170** (1971) 299.

7. C.Alcock, E.Farhi, A.Olindo, *Strange Stars,* (Astrophysical.J.310), 1986.

8. P.Haensel, Equation of State of Dense Matter and Maximum Mass of Neutron Stars. (astro-ph/03010073, 2003).

9. J.J.Stewart, P.M.M Maesen and Th.A.Rijken, *The One-Boson-Exhange Potential Model Approach..* Institute for Theoretical Physics –University of Nijmegen. (nucl-th/9405008).

10. A.Amghar, B.Desplanques, *Relationship of field-theroy based single boson exchange potentials to current ones.* Institute for Sciences Nucleaires-Grenoble. (nucl-th/9910001).

11. N.K.Glendenning and F.Weber, Phys. Rev. D **50** (1994).

12. H.Huber, F.Weber, M.K.Weigel and Ch.Schaab, *Neutron star properties with relativistic equations of state.* (nucl-th 9711025).

13. M.Baldo, F.Burgio, H-J Schulze. INFN Senzione di Catania, *Neutron Star Structure with Hyperons and Quarks.* (astro-ph/0312446).

14. D. Gondek-Rosinka, M.Bejger, T.Bulik, E.Gourgoulhon, P.Haensel, F.Limousin, L.Zdunik. *The final phase of inspiral of neutron stars: realistic equations of state.* (gr-qc/0412010).

15. M.Prakash, J.M.Lattimer, A.W.Steiner and D.Page, *Observability of neutron stars with quarks*, (astro-ph/0209122).

16. D.Page, Fast Cooling of Neutron Stars: *Superfluidity vs. Heating and Accreted Envelope.* (astro-ph).

17. Jean Macher, Jurgen Schaffner-Bielich. *Phase Transition In Compact Stars.(astro-ph/0411295).*

18. B. Link, R.I.Epstein, J.Lattimer, *Probing the neutron star interior with glitches.* (*astro-ph/0001245).*

19. J.Lattimer, M.Prakash, *Neutron Star Structure and the Equation of state.* (astro-ph/0002232).

20. J.E.Howarth, G.Lugones. *Another Decade of Strange Quark Matter (ASTRO)PHYSICS.* (astro-ph. 0311449).

21. I.Bednarek, R.Manka, *The influence of strength of hyperon-hyperon coupling in neutron star matter.* (astro-ph 0506059).

22. D.P.Menezes, D.B.Melrose, *Strange Star equations of state, revisited.* (astro-ph 0506158).

23. C.O.Heinke, J.E.Grindlay, D.A.Lloyd, P.D.Edmonds, *X-Ray Studies of 2 neutron stars in 47 Tucanae, Towards constrains of the Equation of State.* (astro-ph 0301235).

24. O.Benhar, V.Ferrari,L.Gualtieri, *Gravitational waves from neutron stars described by modern E.O.S.* (gr-qc-0410140).

25. G.Lugones, I.Bombaci *Deconfiment and Color Superconductivity in cold Neutron Stars.* (astro-ph 0504564).

26. F.Douchin, P.Haensel, Inner edge of neutron-star crust with Sly effective N-N interactions. (astro-ph 0006135).

27. M.Prakash, J.Lattimer, *A Tale of two Mergers, Searching for Strangeness in Compact Stars.* (astro-ph 0305306).

28. N.Shaposnikov, L.Titarchuk, *On the nature of the flux variability during the expansion stage of a type I X-ray burst: Constraints on Neutron Stars parameters for 4U 1820-30.*

29. D.Page, *The minimal Cooling of Neutron Stars, (astro-ph 0405196).*

30. B.Carter. N.Chamel, P.Hanesel, *Effect of BSC pairing on entrainment in neuton superfluid current in neutron star crust,* (astro-ph 0406228).

31. S.Banik, M.Hanauske, D.Bandyopadhyay, W.Greiner, *Rotating Compact Stars with Exotic Matter.* (astro-ph 0406315).

32. P. JAIKUMAR , C. GALE, D. PAGE, AND M. PRAKASH. *Distingushing Bare Quark Stars from Neutron Stars.* (astro-ph 0407091).

33. O.Benhar, V.Ferrari,L.Gualtieri. Gravitational Wave Asteroseismology Revisited.

34. S.Kubis, *The diffusive instability of kaon condensate in neutron star matter.*

35. A.W. Steiner, M. Prakash , J.M. Lattimer and P.J. Ellis. *Isospin Asymmetry in nuclei and Neutron Stars.*

36. I.Tokareva, A.Nusser, *On the possibility of combustion of neutrons into Strange Quark Matter.* (astro-ph 0502344).

37. L.Engvik, G.Bao, M.Hjorth-Jensen, E.Osnes, E.Ostgaard. *Asymmetric nuclear matter and neutron star properties.* (nucl-th 9509016).

38. Marek. Kutchera, *Hadron Physcis and the Structure of Neutron Stars.* (astro-ph 9612143).

39. M.Prakash, J.Lattimer, A.Steiner and D.Page, *Observability of neutron stars with quarks.* (astro-ph 0209122).

40. I.Bombaci, *A possible signature for quark deconfiment in the compact star in 4U 1728-34.* (astro-ph 0307522).

41. M.Alford, *Dense Quark Matter in Nature,* (nucl-th 0312007).

42. I.Bombacci, *Strangeness in Neutron Stars,* (astro-ph 0312452).

43. J.Lattimer, M.Prakash, *The Physics of Neutron Stars* (astro-ph 0405262).

44. I.Shovkovy. *Two lectures on Color Supeconductivity.*(nucl-th: 0410091).

45. M.Alford, M.Braby, M.Paris, S.Reddy, *Hybrid Stars that masquerade as neutron stars.* (nucl-th:0411016).

46. I. A. Morrison, T. W. Baumgarte, S. L. Shapiro and V. R. Pandharipande. *THE MOMENT OF INERTIA OF THE BINARY PULSAR J0737-3039A: Constraining the nuclear Eqaution of State.* (astro-ph 0411353).

47. Timothy Brajer, Roger Romani, *RX J1856_3754:Evidence for a Stiff Equation of State.* Astrophysical **J580** (2002).

48. M. Bejger, P. Haensel and J. L. Zdunik, *Mixed-pase induced core-quakes and the changes in neutron stars parameters.* (astro-ph 0502348).

49. M.Alford, C.Kouvaris and K.Rajagopal, Phys.Rev.Letter **92** (2004). 222001.

50. N.K.Spyrou and N Stergioulas, Astron&Astrophysics.**395** (2002).

51. E.Witten, Phys.Rev.D**30** (1984) 272.

52. S.E Thorsett and D.Chakrabarty, Astrophys. **J.512** (1999).

53. H.Sotani, K.Kohri, T.Harada, *Restricting quark matter models by gravitational wave observation* (DK 9002).

54. N.Andersson and K.D. Kokkotas, Phys.Rev.Lett.**77,** 4134 (1996).

55. Lee Lindblom and Benjamin. Owen, *Effect of hyperon bulk viscosity on neutron star r-modes.* (astro-ph/0110558).