

·  
·  
· Στοχαστική επιτάχυνση  
· φορτισμένων σωματιδίων  
· από ηλεκτρομαγνητικό  
· κύμα



Ηρώ Τασιτσιώμη

10 Ιουλίου 2000

Τμήμα Φυσικής Α.Π.Θ.

Υπεύθυνος :

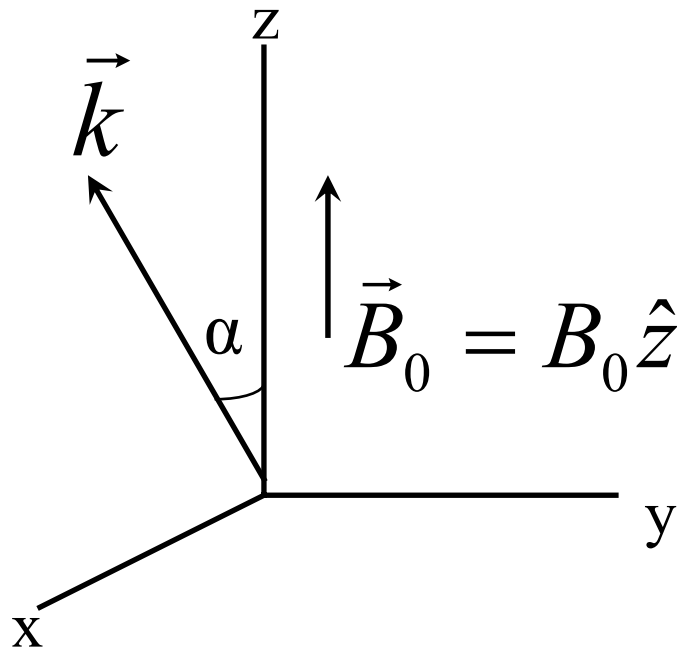
Αν.Καθηγητής κ.Λουκάς Βλάχος

# Χρησιμότητα-Εφαρμογές

- Εργαστηριακό πλάσμα:μηχανές σύντηξης-παγίδευσης
- Επιταχυντές
- Ιονόσφαιρα
- Ακτινοβολία των pulsar, Μαγνητόσφαιρα
- Ηλιακές εκλάμψεις
- Ενδιαφέρον δυναμικό σύστημα

# Το σύστημα και οι παραδοχές

- Το κύμα:



- Οι παραδοχές:

– Δεν υπάρχει απορρόφηση

– “Ψυχρό” πλάσμα:

$$n^2 = 1 - \frac{\omega_e^2}{\omega(\omega - \omega_{ce})}$$

# Ο χαμιλτονιανός φορμαλισμός

- Το διανυσματικό δυναμικό:

$$\vec{\nabla}^0 = \nabla^0 \lambda$$

$$\vec{A}_1 = A_1 (\cos \alpha \sin \varphi \hat{x} + \cos \varphi \hat{y} - \sin \alpha \sin \varphi \hat{z})$$

$$\varphi = k_x x + k_z z - \omega t = \omega \left[ \frac{n}{c} (x \sin \alpha + z \cos \alpha - t) \right]$$

- Οι χαμιλτονιανές συναρτήσεις:

$$h_{nr} = \frac{1}{2} \left[ (u_x + \varepsilon \cos \alpha \sin \varphi)^2 + (u_y + \varepsilon \cos \varphi + x)^2 + (u_z - \varepsilon \sin \alpha \sin \varphi)^2 \right]$$

$$h_r = \left[ 1 + (u_x + \varepsilon \cos \alpha \sin \varphi)^2 + (u_y + \varepsilon \cos \varphi + x)^2 + (u_z - \varepsilon \sin \alpha \sin \varphi)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

- Η απαλοιφή του χρόνου: 2ου τύπου γεννήτρια συνάρτηση

$$\rightarrow z' = z - \frac{\tau}{n_z}, \quad \varphi = \frac{\omega}{\omega_{ce}} (n_x x + n_z z)$$

- Οι νέες χαμιλτονιανές συναρτήσεις:

$$h_{nr} = \frac{1}{2} \left[ (u_x + \varepsilon \cos \alpha \sin \varphi)^2 + (u_y + \varepsilon \cos \varphi + x)^2 + (u_z - \varepsilon \sin \alpha \sin \varphi)^2 \right] - \frac{u_z}{n_z}$$

$$h_r = \left[ 1 + (u_x + \varepsilon \cos \alpha \sin \varphi)^2 + (u_y + \varepsilon \cos \varphi + x)^2 + (u_z - \varepsilon \sin \alpha \sin \varphi)^2 \right]^{\frac{1}{2}} - \frac{u_z}{n_z}$$

- Τα ολοκληρώματα της κίνησης:

$$* \frac{\partial h}{\partial t} = 0 \Rightarrow h = ct$$

$$* \frac{\partial h}{\partial y} = 0 \Rightarrow u_y = ct \quad (= 0)$$

- Οι εξισώσεις:

$$\dot{u}_x = -\frac{1}{\gamma} \left\{ \varepsilon \cos \varphi + x + \varepsilon \frac{n_x}{K} \left[ (u_x \cos \alpha - u_z \sin \alpha) \cos \varphi - x \sin \varphi \right] \right\}$$

$$\dot{u}_z = -\frac{\varepsilon n_z}{\gamma K} \left[ (u_x \cos \alpha - u_z \sin \alpha) \cos \varphi - x \sin \varphi \right]$$

$$\dot{x} = \frac{u_x + \varepsilon \cos \alpha \sin \varphi}{\gamma}, \quad \dot{z} = \frac{u_z - \varepsilon \sin \alpha \sin \varphi}{\gamma} - \frac{1}{n_z}$$

$$\gamma = \left[ 1 + (u_x + \varepsilon \cos \alpha \sin \varphi)^2 + (\varepsilon \cos \varphi + x)^2 + (u_z - \varepsilon \sin \alpha \sin \varphi)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$K = \frac{\omega_{ce}}{\omega}$$

## Η επιτρεπτή περιοχή κίνησης

- Προσπαθώντας να λύσει κανείς ως
- προς  $u_z$
- Μη σχετικιστική περίπτωση:

$$-\varepsilon \cos \alpha \sin \varphi - \delta^{\frac{1}{2}} \leq u_x \leq -\varepsilon \cos \alpha \sin \varphi + \delta^{\frac{1}{2}}$$

$$\delta = 2h + \frac{1}{n_z^2} + 2 \frac{\varepsilon}{n_z} \sin \alpha \sin \varphi - (x + \varepsilon \cos \varphi)^2$$

!!! Κλειστές χαμιλτονιανές επιφάνειες

→ **ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΕΝΗ ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗ!!!**

- Σχετικιστική περίπτωση:

!!! Ανοιχτές χαμιλτονιανές επιφάνειες

→ **ΑΠΕΡΙΟΡΙΣΤΗ ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗ!!!**

## Μερικές πληροφορίες

- Η αριθμητική ολοκλήρωση:
  - Σχήμα ολοκλήρωσης: Runge-Kutta 4ης τάξης
  - Ακρίβεια:  $\Delta H \sim 10^{-8}$
  - Παράμετροι ολοκλήρωσης:  
 $\Delta \tau = (0.01 - 0.05)\omega_{ce}^{-1}$ ,  $\tau = (200 - 5000)\omega_{ce}^{-1}$
  - Οι αρχικές συνθήκες:  
 $x_{nr} = (-0.5, +0.5)$ ,  $x_r = (-3, +3)$ ,  $z = 0$ ,  $\frac{2\pi}{k_z}$   
 $u_{xnr} = (-0.2c, +0.2c), 0$ ,  $u_{x_r} = 0$   
 $h_{nr} = 0.03, 0.5$ ,  $h_r = 1 + h_{nr}$

Από αυτά τα δεδομένα υπολογίζεται  
το  $u_z$



•Οι φυσικές παράμετροι:

$$n_e = (10^2 - 10^3) \text{cm}^{-3}, B = 0.35 \text{G}, \omega = 3 \text{MHz}$$

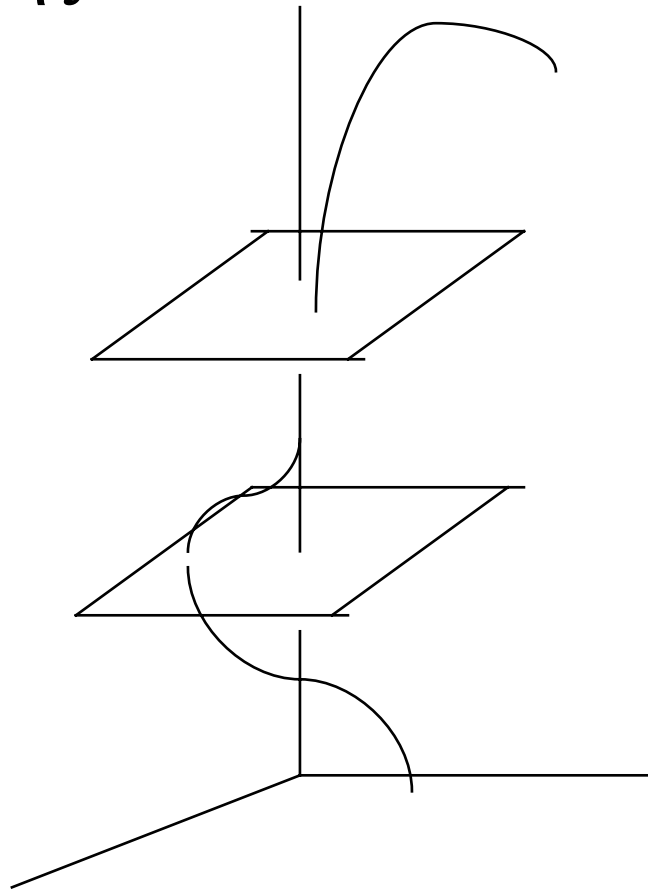
$$\varepsilon = 0.01 - 0.50, \alpha = 10^0 - 60^0$$

•Μία επιφάνεια τομής Poincare:

–Συνθήκες:

1. Ίδια φορά τομής  
του επιπέδου

$$2. \text{mod}(k_z z, 2\pi) = 0$$



- 
- 
- 

## 1. Τομές στη μη σχετικιστική προσέγγιση

1. Για  $\alpha = 50^\circ$  και  $\varepsilon = 0.01 - 0.045$ , το ποσοστό του χώρου των φάσεων όπου η κίνηση είναι στοχαστική, έχει αμελητέο μέτρο.
2. Αύξηση του πλάτους οδηγεί σε εμφάνιση στοχαστικών τροχιών.
3. Όσο μεγαλώνει η γωνία διάδοσης, τόσο ελαττώνεται το πλάτος στο οποίο αρχίζουν να εμφανίζονται στοχαστικές τροχιές.
4. Οι εξωτερικές τροχιές εμφανίζονται πιο ευαίσθητες στην αύξηση της διαταραχής.
5. Θεωρώντας την  $u_x$  ένα μέτρο της αποκτούμενης ενέργειας, ο μηχανισμός επιτάχυνσης δεν είναι ιδιαίτερα αποδοτικός.

## 2. Επιτρεπτή περιοχή κίνησης

1. Για κάθε  $x$  υπάρχει μια μέγιστη και μια ελάχιστη  $u_x$  επιτρεπτή τιμή
2. Η αύξηση του πλάτους οδηγεί σε σημαντική παραμόρφωση της οριακής καμπύλης.
3. Η παραμόρφωση της οριακής καμπύλης αυξάνει με αύξηση της γωνίας διάδοσης.
4. Αύξηση της γωνίας διάδοσης οδηγεί στην εμφάνιση οργανωμένης κίνησης κοντά στην οριακή καμπύλη.

### 3. Συμπεράσματα- Σχετικιστική περίπτωση

• Τομές:

1. Στοχαστική κίνηση εμφανίζεται για  $\varepsilon \geq 0.03$ . Για  $\alpha = 60^\circ$  στοχαστική κίνηση εμφανίζεται ήδη για  $\varepsilon = 0.02(!)$

2. Από τις τιμές του  ${}_x M$  ο μηχανισμός φαίνεται ιδιαίτερα αποδοτικός (αρχική  $u_x = 0$ )

3. Ποιοτικά ίδια συμπεράσματα για την επίδραση των μεταβολών της γωνίας και του πλάτους, όπως και στη μη σχετικιστική.

## •Ενεργειακά διαγράμματα:

1. Η ενέργεια μεταβάλλεται σε ζώνες αυξανόμενης ενέργειας για αυξανόμενη αρχική συνθήκη  $x$ .
2. Οι ενεργειακές ζώνες δεν αλληλεπικαλύπτονται για σαφώς διαφορετικές αρχικές συνθήκες που δίνουν κανονικές τροχιές.
3. Η ενεργειακή ζώνη του ίδιου σετ αρχικών συνθηκών διευρύνεται όσο αυξάνει το πλάτος.
4. Αύξηση του πλάτους μπορεί να οδηγήσει σε καταστροφή των ενεργειακών ζωνών.  
Η καταστροφή αρχίζει από τις τροχιές υψηλής ενέργειας.
5. Το ενεργειακό επίπεδο μιας ζώνης ελαττώνεται με αύξηση της γωνίας διάδοσης.
6. Τα συμπεράσματα που προκύπτουν από τα ενεργειακά διαγράμματα και από τις τομές Poincare, είναι ποιοτικά τα ίδια, ως όφειλαν.

# `Αλλα σημεία δουλειάς

- Μελέτη της σύμπτωσης των δύο περιπτώσεων για  $\gamma=1$
- Χρονική εξέλιξη κατανομών:
  - κλίμακες χρόνου/ενέργειας
  - δημιουργία ουράς
  - δημιουργία δέσμης/δείκτες
- φασματική ανάλυση του όρου επιτάχυνσης με χρήση FFT
- Προοπτικές:
  - μελέτη της διάχυσης
  - απώλειες μέσω ακτινοβολίας σύγχροτρον

# Ευχαριστίες

- κ. Αναστασιάδη Αναστάσιο
- κ. Μανωλάκου Κωνσταντίνα
- κ. Τσιγγάνη Κλεομένη
- κ. Ιχτιάρογλου Σίμο
  
- κ. Πολυμίλη Χρόνη
  
- κ. Βλάχο Λουκά