

---

# Χρονομέτρηση του τριπλού συστήματος pulsar PSR J1623-2631 με τη χρήση του προγράμματος TEMPO2

---

## Ελληνική περίληψη

Ελένη Γραίκου

Επιβλέπων: Νικόλαος Στεργιούλας

### 1 Ο PSR J1623-2631 (B1620-26)

Το 1988 ανακαλύφθηκε από τον A. Lyne ο PSR J1623-2631 ένας millisecond pulsar ο οποίος βρίσκεται στο εσωτερικό του σφαιρωτού σμήνους M4. Την εποχή που ανακαλύφθηκε ήταν ο δεύτερος millisecond pulsar που εντοπιζόταν στο εσωτερικό σφαιρωτού σμήνους. Με το ραδιοτηλεσκόπιο Lovell υπολόγισε την περίοδο περιστροφής του, 11 ms και την απόστασή του  $2.2 \pm 0.8$  kpc. Οι διακυμάνσεις στην περίοδο περιστροφής καταδείκνυαν την ύπαρξη δεύτερου συνοδού.

Ο Backer (1993) επεξεργάζοντας τα δεδομένα από τον PSR J1623-2631 με τη διαδικασία της χρονομέτρησης επιβεβαίωσε την ύπαρξη ενός συνοδού με μάζα  $0.3M_{\odot}$  και περίοδο περιφοράς 191 ημέρες. Μεγάλες τιμές στη δεύτερη περίοδο περιστροφής οδήγησαν στις πρώτες υποθέσεις για την ύπαρξη δεύτερου συνοδού. Με διαδικασία χρονομέτρησης κατά πάσα πιθανότητα ο δεύτερος συνοδός είναι ένας πλανήτης με μάζα  $\sim 10M_J$  και περίοδο περιφοράς  $\sim 100$  χρόνια.

Πίνακας 1: Οι τροχιακές παράμετροι οι οποίες προέκυψαν από την ανάλυση του Thorsett et al. (1999).

TIMING SOLUTION FOR CIRCULAR OUTER ORBIT <sup>a</sup>	
Timing parameter	Value (error)
Spin period $P$ (ms) .....	11.075750687 (5)
Spin frequency $f$ (Hz) .....	90.28733386 (4)
$\dot{f}$ ( $s^{-2}$ ) .....	$-4.836 (10) \times 10^{-15}$
Epoch of $f$ (JD) .....	2,448,725.5
Projected semimajor axis $x$ (s) .....	6.4 (2)
Orbital period $P_b$ (yr) .....	61.8 (7)
Time of ascending node $T_0$ (JD) .....	2,449,104 (5)
Mass function ( $M_{\odot}$ ) .....	$5.6 (4) \times 10^{-10}$

<sup>a</sup> Intrinsic spin frequency derivatives beyond the first are assumed to vanish.

Η πιο εκτεταμένη μελέτη σχετικά με το τριπλό σύστημα PSR J1623-2631 πραγματοποιήθηκε από τον Thorsett (1999). Στην ανάλυσή του πρόσθεσε και το δεύτερο συνοδό, μελετώντας το σύστημα με δύο Νευτώνειες τροχιές. Υποθέτοντας αρχικά ότι η τροχιά του πλανήτη είναι κυκλική κατέληξε στις τροχιακές παραμέτρους της δεύτερης τροχιάς που παρουσιάζονται στον Πίνακα 1.

Στη συνέχεια, υποθέτοντας ότι το μαγνητικό πεδίο είναι ασθενές  $\sim 3 \times 10^8$  G υπολόγισε τις τροχιακές παραμέτρους για εκκεντρότητα της δεύτερης Νευτώνειας τροχιάς ίση με 0.2 και 0.5. (Πίνακας 2)

Πίνακας 2: Οι τροχιακές παράμετροι οι οποίες προέκυψαν από την ανάλυση του Thorsett et al. (1999).

REPRESENTATIVE SOLUTIONS FOR ELLIPTICAL OUTER ORBIT	
Binary parameter	Value (error)
Eccentricity $e = 0.20$	
Projected semimajor axis $x$ (s) .....	30.4 (1.1)
Orbital period $P_b$ (yr) .....	129 (2)
Argument of periastron (deg) .....	283.9 (9)
Epoch of periastron $T_0$ (JD) .....	2,445,156 (12)
Mass function ( $M_\odot$ ) .....	$1.36 (10) \times 10^{-8}$
Projected mass <sup>a</sup> $m_3 \sin i_b$ ( $M_\odot$ ) .....	$3.4 (1) \times 10^{-3}$
Relative semimajor axis <sup>b</sup> $a_b$ (AU) .....	30 (2)
Eccentricity $e = 0.50$	
Projected semimajor axis $x$ (s) .....	126(4)
Orbital period $P_b$ (yr) .....	389 (5)
Argument of periastron (deg) .....	313.4 (5)
Epoch of periastron $T_0$ (JD) .....	2,446,624 (10)
Mass function ( $M_\odot$ ) .....	$1.06 (8) \times 10^{-7}$
Projected mass <sup>a</sup> $m_3 \sin i_b$ ( $M_\odot$ ) .....	$6.7 (2) \times 10^{-3}$
Relative semimajor axis <sup>b</sup> $a_b$ (AU) .....	64 (3)
<sup>a</sup> Assuming inner binary mass $m_1 + m_2 = 1.7 M_\odot$ .	
<sup>b</sup> The semimajor axis of the relative orbit, $a_b = a_{1b} + a_{2b}$ , is nearly independent of $\sin i_b$ .	

### 1.1 Επικρατέστερο σενάριο σχετικά με τη δημιουργία του τριπλού συστήματος

Αρχικά το σύστημα αποτελούνταν από ένα λευκό νάνο και έναν millisecond pulsar. Τη θέση του λευκού νάνο, μετά από μια βαρυτική ανταλλαγή, παίρνουν ένας αστέρας κύριας ακολουθίας με το συνοδό του πλανήτη. Όταν ο αστέρας της κύριας ακολουθίας περάσει στο στάδιο του ερυθρού γίγαντα τότε μάζα μέσω του δίσκου προσαύξησης κατευθύνεται στον αστέρα νετρονίων με αποτέλεσμα να αρχίζει να περιστρέφεται με μικρότερη περίοδο περιστροφής για δεύτερη φορά στην ιστορία του.

Το σενάριο αυτό ονομάζεται canonical formation scenario και διατυπώθηκε από τους Sigurdsson και Phinney (1995).

## 2 Χρονομέτρηση των pulsars

Χρονομέτρηση είναι η τεχνική με την οποία υπολογίζουμε με μεγάλη ακρίβεια τον χρόνο άφιξης των εκπεμπόμενων παλμών από τους αστέρες νετρονίων. Για να εκτελέσουμε αυτή την τεχνική εκμεταλλευόμαστε την ιδιότητα που έχουν οι millisecond pulsars να περιστρέφονται με μεγάλη σταθερότητα. Η ακρίβεια με την οποία γνωρίζουμε την περίοδο περιστροφής τους είναι συγκρίσιμη με την ακρίβεια των ατομικών ρολογιών. Οι pulsars οι οποίοι είναι ιδανικοί για να χρησιμοποιηθούν ως χρονόμετρα παρουσιάζουν παλμούς με μεγάλο λόγο σήματος προς θορύβου (signal to noise) και μικρό πλάτος.

## 2.1 Το πακέτο χρονομέτρησης TEMPO2

Για την ανάλυσή μας χρησιμοποιήσαμε κυρίως το πακέτο χρονομέτρησης TEMPO2. Το πακέτο αυτό αναπτύχθηκε από το ATNF και το Princeton University κυρίως από τους George Hobbs και Russell Edwards.

Αρχικά υπολογίζουμε τους χρόνους άφιξης των παλμών στο εκάστοτε τηλεσκόπιο. Στόχος είναι να μετατρέψουμε αυτούς τους χρόνους σε χρόνο άφιξης των παλμών στο βαρύκεντρο του ηλιακού συστήματος. Στη συνέχεια, υπολογίζουμε θεωρητικά με τη χρήση ενός θεωρητικού μοντέλου χρονομέτρησης τους χρόνους άφιξης του pulsar. Συγκρίνοντας τους παρατηρούμενους με τους θεωρητικούς χρόνους βγάζουμε συμπεράσματα για την εγκυρότητα του μοντέλου μας. Με το TEMPO2 έχουμε τη δυνατότητα να προσαρμόζουμε (fitting) εκ νέου τις παραμέτρους του συστήματος ώστε να μας δίνουν καλύτερη προσαρμογή στο μοντέλο (με μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων).

## 2.2 Το θεωρητικό μοντέλο χρονομέτρησης Blandford και Teukolsky

Το μοντέλο με το οποίο θα υπολογίσουμε τους θεωρητικούς χρόνους άφιξης από τον αστέρα νετρονίων είναι το μοντέλο Blandford και Teukolsky. Το μοντέλο αυτό είναι Νευτώνειο με χρονικές μεταβολές στις τροχιακές παραμέτρους και σχετικιστική διόρθωση Einstein delay. Ο χρόνος εκπομπής έτσι όπως προβλέπεται από το μοντέλο αυτό είναι:

$$T_p = t_{SSB} - \alpha_p(\cos E - e) - (\beta + \gamma)\sin E - \frac{(\alpha_p \sin E - \beta \cos E)[\alpha_p(\cos E - e) + (\beta + \gamma)\sin E]}{P_b(1 - e \cos E)}, \quad (1)$$

όπου  $\alpha_p = x \sin \omega$ ,  $\beta = \sqrt{1 - e^2} x \cos \omega$ ,  $\gamma = \frac{M_2^2(M_1 + 2M_2)}{\alpha_1(M_1 + M_2)^2}$ ,  $P_b$  η περίοδος περιστροφής και  $E$  η εκκεντρική ανωμαλία.

## 2.3 Residuals

Καθώς ο pulsar περιστρέφεται, η περίοδος περιστροφής του μειώνεται ως αποτέλεσμα της εκπομπής ακτινοβολίας. Η χρονική μεταβολή της φάσης άφιξης των παλμών από σειρά Taylor είναι ίση με

$$\phi(t) = \phi_0 + \sum_{n \geq 1} \frac{\nu^{(n-1)}}{n!} (T_p - t_{epoch})^n, \quad (2)$$

όπου  $\nu = 1/P$  είναι η συχνότητα περιστροφής,  $T_p$  είναι ο χρόνος εκπομπής και  $t_{epoch}$  είναι η εποχή αναφοράς (reference epoch) όταν η φάση του pulsar είναι  $\phi_0$  και  $\nu = d\phi/dt$ .

Η διαφορά

$$R_i = \frac{\phi_i - N_i}{\nu}, \quad (3)$$

είναι η απόκλιση μεταξύ παρατηρούμενων και θεωρητικών χρόνων άφιξης, όπου 'i' αναφέρεται στον αριθμό παρατηρήσεων που έχουμε,  $\phi_i$  είναι η φάση κάθε παρατήρησης,  $N_i$  είναι ο κοντινότερος ακέραιος στη φάση  $\phi_i$  και  $\nu$  είναι η συχνότητα περιστροφής στην εποχή αναφοράς (reference epoch).

## 3 Ανάλυση δεδομένων

Όλες οι παρατηρήσεις χρονομέτρησης που χρησιμοποιήσαμε πραγματοποιήθηκαν με το ραδιοηλεκτροσκόπιο 100-m Effelsberg (MPIfR) (DE) στα 1410 MHz και 1360 MHz. Διήρκησαν από το 1999

έως το 2011 όχι σε ισαπέχοντα διαστήματα. Οι παρατηρήσεις χρονομέτρησης στο συγκεκριμένο τηλεσκόπιο αποτελούνται από 3 scans διάρκειας 5 με 15 λεπτά. Κάθε scan μας παρέχει ένα καινούργιο χρόνο άφιξης (TOA).

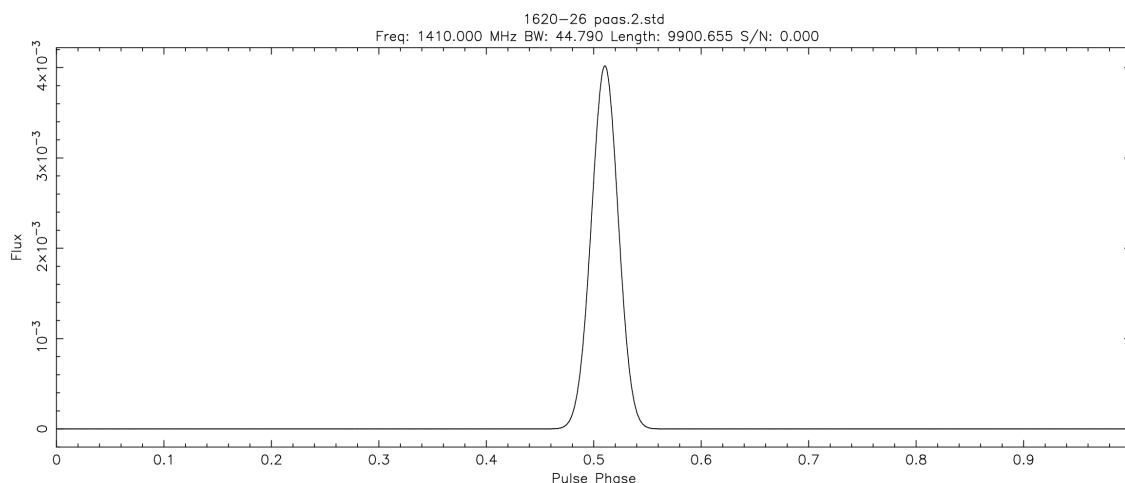
Ο PSR J1623-2631 εκπέμπει πολύ ασθενές σήμα. Ο μέσος λόγος σήματος προς θορύβου (S/N) των δεδομένων μας είναι  $4.45 \pm 1.17$ . Για να αυξήσουμε το λόγο S/N ελέγχουμε αρχικά κάθε ένα από τα 32 κανάλια πόλωσης και αφαιρούμε τις παρεμβολές (Radio Frequency Interference (RFI)). Στη συνέχεια προσθέτουμε τις παρατηρήσεις που πραγματοποιήθηκαν την ίδια ημέρα και δεν ξεπερνούν σε διάρκεια τα 50 λεπτά. Οι παρατηρήσεις μειώνονται σε 61.

### 3.1 Template

Απαραίτητη για τον υπολογισμό των χρόνων άφιξης (TOAs) είναι η δημιουργία ενός template. Αρχικά προσθέτουμε τα δεδομένα με το μεγαλύτερο λόγο σήματος προς θορύβου. Το ενοποιημένο προφίλ που προκύπτει παρουσιάζεται στο Σχήμα 1.

Με το πακέτο PSRCHIVE κατασκευάζουμε το template του PSR J1623-2631. Συγκεκριμένα, με το πακέτο αυτό το template δημιουργείται με την προσαρμογή Γκαουσιανών συναρτήσεων στο ενοποιημένο προφίλ. Στο σχήμα 1 παρουσιάζεται το template που προέκυψε από τα δικά μας δεδομένα.

Το ενοποιημένο προφίλ του PSR J1623-2631 στα 1460 MHz με παρατηρήσεις από το 100-m Effelsberg (MPIfR) (DE) αποτελείται από μια κύρια και δυο δευτερεύουσες συνιστώσες. Με τα δικά μας δεδομένα καταφέραμε να παρατηρήσουμε μόνο την κύρια συνιστώσα.



Σχήμα 1: Το προφίλ που προκύπτει μετά την προσθήκη των παρατηρήσεων με το μεγαλύτερο λόγο σήματος προς θορύβου. Το template προέκυψε με τη χρήση του πακέτου PSRCHIVE.

### 3.2 Χρόνοι άφιξης (TOAs)

Κάθε παρατηρούμενο προφίλ ( $p(t)$ ) συσχετίζεται με το template ( $t(t)$ ) με τη σχέση:

$$p(t) = a + bt(t - \tau) + n(t), \quad (4)$$

όπου  $a$  και  $b$  σταθερές,  $n(t)$  θόρυβος και  $\tau$  η χρονική μετατόπιση μεταξύ του παρατηρούμενου προφίλ και του template. Η χρονική μετατόπιση  $\tau$  πρέπει να υπολογιστεί με την μεγαλύτερη ακρίβεια γιατί αυτή μας δίνει τους χρόνους άφιξης.

Η τεχνική που χρησιμοποιεί το πακέτο PSRCHIVE για τον υπολογισμό του  $\tau$  είναι η Fourier Phase Gradient (PGS) (Taylor (1992)).

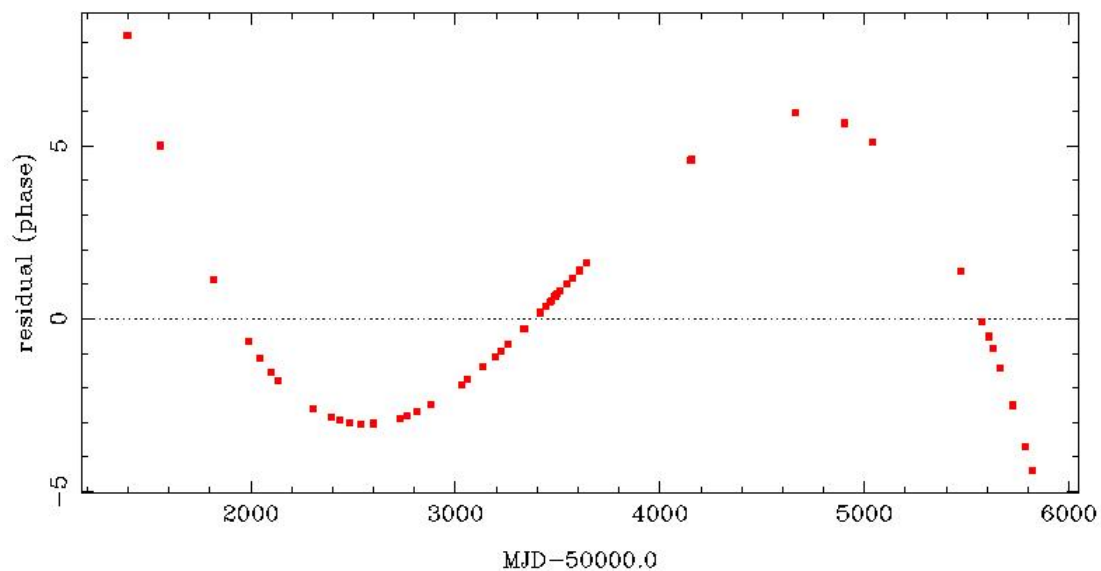
### 3.3 Residuals

Όπως είχαμε αναφέρει παραπάνω η διαφορά μεταξύ των παρατηρούμενων και των θεωρητικών χρόνων άφιξης μας δίνει τα residuals. Από τη μορφή και το μέγεθος των residuals βγάζουμε συμπεράσματα για την εγκυρότητα του θεωρητικού μοντέλου.

Στη συγκεκριμένη εργασία μελετήσαμε το τριπλό σύστημα PSR J1623-2631 με δύο θεωρητικά μοντέλα χρονομέτρησης, το μοντέλο Blandford - Teukolsky (BT) με μια Νευτώνεια τροχιά και με δυο Νευτώνειες τροχιές (BT1P).

#### 3.3.1 Μοντέλο Blandford - Teukolsky (BT) με μια Νευτώνεια τροχιά

Το μοντέλο Blandford - Teukolsky (BT) περιγράφηκε παραπάνω στη θεωρητική εισαγωγή. Αρχικά περιγράφουμε το σύστημα με μια Νευτώνεια τροχιά. Θεωρούμε ότι έχουμε μόνο δυο σώματα. Ο λευκός νάνος και ο πλανήτης θεωρούνται ως ένα σώμα. Θεωρούμε ότι οι τροχιακές παράμετροι παρουσιάζουν χρονικές μεταβολές και έχουμε σχετικιστική διόρθωση Einstein delay.



Σχήμα 2: Τα residuals που προέκυψαν μετά τη σύγκριση των παρατηρήσεων με το θεωρητικό μοντέλο χρονομέτρησης Blandford - Teukolsky (BT) με μια Νευτώνεια τροχιά με μόνο τη πρώτη παράγωγο της συχνότητας περιστροφής του pulsar. Παρατηρούμε τη χαρακτηριστική κυβική μορφή που παρατήρησαν οι Backer et al. (1993) και Thorsett et al. (1999).

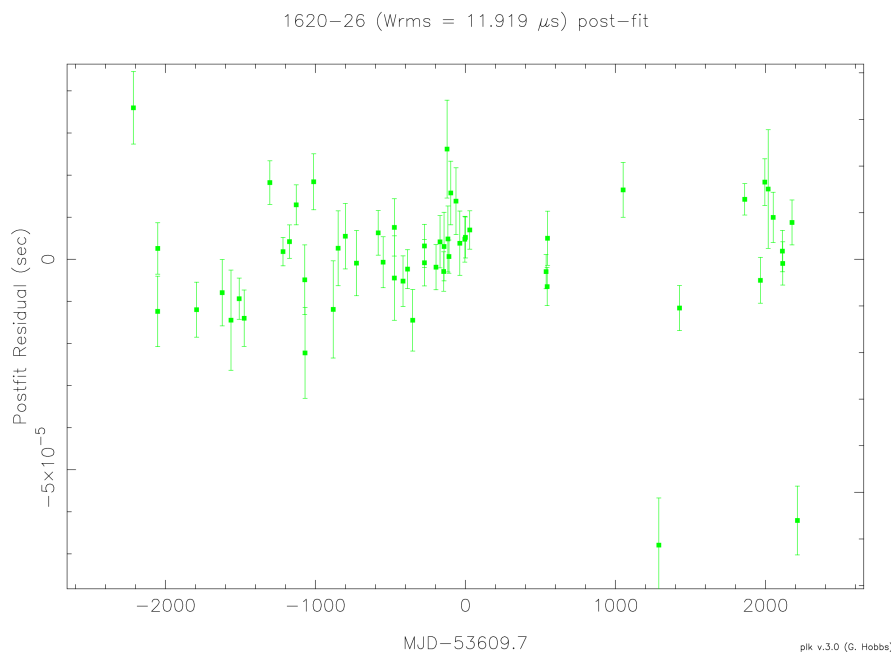
Τα residuals που προκύπτουν έχουν χαρακτηριστική κυβική μορφή. Τη μορφή αυτή παρατήρησαν και οι Backer et al. (1993) και Thorsett et al. (1999). Έχοντας αποκλείσει ότι οφείλεται σε red noises (στοχαστικές μεταβολές) υποδηλώνουν την ύπαρξη τρίτου σώματος.

#### 3.3.2 Μοντέλο Blandford - Teukolsky (BT) με μια Νευτώνεια τροχιά και διορθώσεις στη συχνότητα περιστροφής έως πέμπτης τάξης

Πριν προσθέσουμε τις τροχιακές παραμέτρους του τρίτου σώματος ένας γρήγορος τρόπος να βελτιώσουμε τα residuals είναι να προσθέσουμε παραπάνω διορθώσεις στη συχνότητα περιστροφής του pulsar. Όπως έχουμε δει και παραπάνω

$$\phi(t) = \phi_0 + \sum_{n \geq 1} \frac{\nu^{(n-1)}}{n!} (T_p - t_{epoch})^n.$$

Τα αποτελέσματά μας παρουσιάζονται στα Σχήματα 3 και 4. Στο σχήμα 4 παρουσιάζεται το σφάλμα των χρόνων άφιξης (TOAs). Για να είναι οι χρόνοι άφιξης αποδεκτοί πρέπει το σφάλμα τους να παρουσιάζει Γκαουσιανή κατανομή γύρω από το μηδέν και η μέση τετραγωνική τιμή να είναι όσο το δυνατόν μικρότερη.



Σχήμα 3: Τα residuals που προέκυψαν μετά από προσαρμογή (fitting) με το μοντέλο (BT) με διορθώσεις συχνότητας έως πέμπτης τάξης.

Στην περίπτωση μας η μέση τετραγωνική τιμή είναι ίση με 11.9 και το σφάλμα στους χρόνους άφιξης παρουσιάζει Γκαουσιανή μορφή.

Ο Thorsett et al. (1999) παρατήρησε μεγάλες τιμές στη δεύτερη παράγωγο της συχνότητας περιστροφής του pulsar, ένα ακόμα στοιχείο το οποίο υποδηλώνει ότι το σύστημά μας είναι τριπλό.

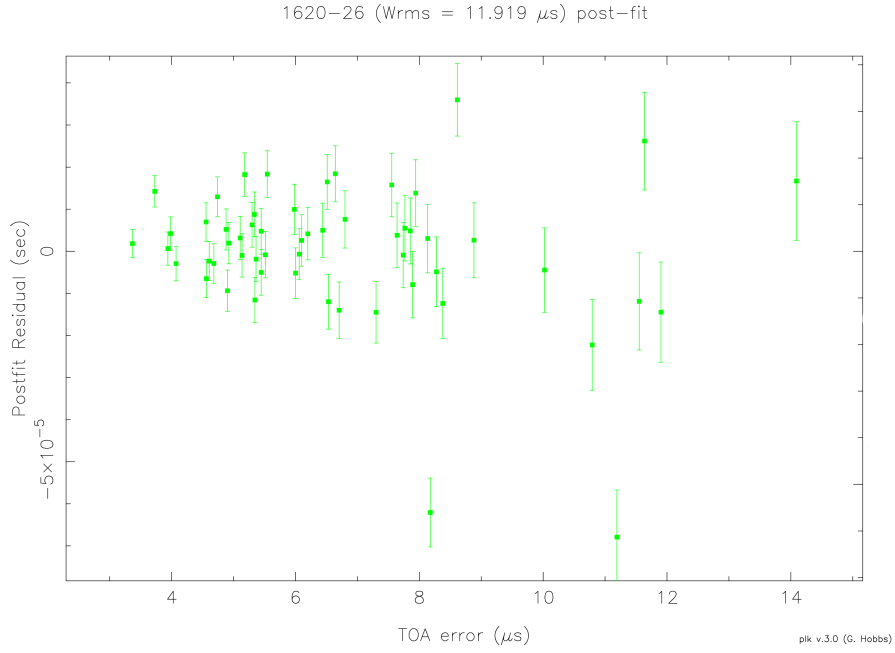
Οι παράμετροι του τριπλού συστήματος έτσι όπως προέκυψαν από την παραπάνω ανάλυση παρουσιάζονται στον Πίνακα 3.

### 3.3.3 Μοντέλο Blandford - Teukolsky (BT) με δύο Νευτώνειες τροχιές

Στη συνέχεια προσθέτουμε και το τρίτο σώμα στην ανάλυσή μας. Υποθέτουμε ότι ο αστέρας νετρονίων και ο λευκός νάνος περιφέρονται γύρω από το κοινό τους κέντρο μάζας σε μια Νευτώνεια τροχιά έτσι όπως περιγράφηκε παραπάνω. Υποθέτουμε ακόμα ότι ο αστέρας νετρονίων και ο λευκός νάνος θεωρούνται ως ένα σώμα. Ο πλανήτης περιφέρεται γύρω από το κοινό τους κέντρο μάζας σε μια δεύτερη τροχιά. Η δεύτερη αυτή τροχιά θεωρείται Νευτώνεια χωρίς σχετικιστικές διορθώσεις και χρονικές μεταβολές στις τροχιακές παραμέτρους.

Το μοντέλο αυτό ονομάζεται BT1P και υπήρχε μόνο στο πακέτο χρονομέτρησης TEMPO. Καταφέραμε να το προσθέσουμε στο πακέτο TEMPO2. Η διαδικασία που ακολουθείται στο συγκεκριμένο μοντέλο για να υπολογιστούν οι θεωρητικοί χρόνοι άφιξης είναι η εξής:

Για την πρώτη Νευτώνεια τροχιά:



Σχήμα 4: Το σφάλμα στους χρόνους άφιξης με συνάρτηση με τα αντίστοιχα residuals.

- Υπολογίζουμε την μέση ανωμαλία (mean anomaly)

$$M(t_{bat}) = 2\pi \left[ \frac{t_{bat} - T_0}{P_p} - \frac{\dot{P}_p}{2} \left( \frac{t_{bat} - T_0}{P_p} \right)^2 \right], \quad (5)$$

όπου  $P_p$  η περίοδος περιφοράς του αστέρα νετρονίων,  $T_0$  ο χρόνος του περιάστρου και  $t_{bat}$  οι παρατηρούμενοι χρόνοι άφιξης στο βαρύκεντρο.

- Υπολογίζουμε τις χρονικές μεταβολές των τροχιακών παραμέτρων

$$e = e + \dot{e} (t_{bat} - T_0), \quad (6)$$

$$x = x + \dot{x} (t_{bat} - T_0), \quad (7)$$

$$\omega = \omega + \dot{\omega} (t_{bat} - T_0), \quad (8)$$

όπου  $e$  η εκκεντρότητα,  $x$  ο μεγάλος ημιάξονας και  $\omega$  όρισμα του περιάστρου.

- Λύνουμε την εξίσωση του Kepler

$$E(t) - e \sin E(t) = M(t). \quad (9)$$

- Αντικαθιστούμε στο χρόνο εκπομπής που προέβλεψαν οι Blandford-Teukolsky στο μοντέλο τους

$$T_p = t_{SSB} - \alpha_p (\cos E - e) - (\beta + \gamma) \sin E - \frac{(\alpha_p \sin E - \beta \cos E) [\alpha_p (\cos E - e) + (\beta + \gamma) \sin E]}{P_b (1 - e \cos E)}.$$

Για τη δεύτερη Νευτώνεια τροχιά :

Πίνακας 3: Οι παράμετροι του συστήματος PSR J1623-2631 έτσι όπως προέκυψαν με προσαρμογή (fitting) με το μοντέλο BT (TEMPO2 format).

Fit and data-set	
Pulsar name .....	J1623–2631
MJD range .....	51396.8–55822.7
Number of TOAs .....	56
Rms timing residual ( $\mu s$ ) .....	11.9
Weighted fit .....	Y
Reduced $\chi^2$ value .....	6.1
Measured Quantities	
Right ascension, $\alpha$ .....	16:23:38.2169(15)
Declination, $\delta$ .....	–26:31:54.09(11)
Pulse frequency, $\nu$ ( $s^{-1}$ ) .....	90.287330367(5)
First derivative of pulse frequency, $\dot{\nu}$ ( $s^{-2}$ ) .....	–2.552(10) $\times 10^{-15}$
Second derivative of pulse frequency, $\ddot{\nu}$ ( $s^{-3}$ ) .....	–.88(15) $\times 10^{-24}$
F3 ( $s^{-4}$ ) .....	1.677(15) $\times 10^{-31}$
F4 ( $s^{-5}$ ) .....	–.88(9) $\times 10^{-40}$
F5 ( $s^{-6}$ ) .....	1.3(3) $\times 10^{-48}$
Proper motion in right ascension, $\mu_\alpha$ ( $mas yr^{-1}$ ) .....	–7.1(17)
Proper motion in declination, $\mu_\delta$ ( $mas yr^{-1}$ ) .....	7(10)
Orbital period, $P_b$ (d) .....	191.442830(3)
Epoch of periastron, $T_0$ (MJD) .....	48728.26191(13)
Projected semi-major axis of orbit, $x$ (lt-s) .....	64.80500(3)
Longitude of periastron, $\omega_0$ (deg) .....	117.1800(3)
Orbital eccentricity, $e$ .....	0.02531543(13)
First derivative of orbital period, $\dot{P}_b$ .....	–.33(52) $\times 10^{-10}$
First derivative of $x$ , $\dot{x}$ ( $10^{-12}$ ) .....	–.99(6) $\times 10^{-13}$
Set Quantities	
Epoch of frequency determination (MJD) .....	48725
Dispersion measure, $DM$ ( $cm^{-3} pc$ ) .....	62.8633
Derived Quantities	
$\log_{10}$ (Characteristic age, yr) .....	8.75
$\log_{10}$ (Surface magnetic field strength, G) .....	9.27
Assumptions	
Clock correction procedure .....	TT(TAI)
Solar system ephemeris model .....	DE405
Binary model .....	BT
Model version number .....	5.00

Note: Figures in parentheses are the nominal  $1\sigma$  TEMPO2 uncertainties in the least-significant digits quoted.

- Υπολογίζουμε την μέση ανωμαλία

$$M(t_{bat}) = 2\pi \left( \frac{t_{bat} - T_0}{P_p} \right). \quad (10)$$

- Στις τροχιάκες παραμέτρους τις δεύτερης τροχιάς δεν προσθέτουμε καμία χρονική μεταβολή
- Λύνουμε αριθμητικά την εξίσωση του Kepler

$$E(t) - e \sin E(t) = M(t). \quad (11)$$

- Υπολογίζουμε θεωρητικά τον χρόνο εκπομπής όπως παραπάνω
- Αυτός ο χρόνος προστίθεται σε αυτόν που υπολογίσαμε για την πρώτη Νευτώνεια τροχιά

$$T_p = T_p \text{ first orbit} + T_p \text{ second orbit} .$$



Όλη η διαδικασία επαναλαμβάνεται για κάθε παρατηρούμενο χρόνο άφιξης ώστε να έχουμε τελικά τους αντίστοιχους θεωρητικούς.

Προκειμένου να υπολογίσουμε τις τροχιακές παραμέτρους της δεύτερης τροχιάς οι οποίες μας δίνουν μέση τετραγωνική τιμή συγκρίσιμη με το σφάλμα των χρόνων άφιξης εφαρμόζουμε μέθοδο brute force. Εξαιτίας των λίγων αριθμητικά παρατηρήσεων και του μεγάλου υπολογιστικό χρόνου επιλέξαμε να μεταβάλουμε τις τιμές των δύο από τις τέσσερις τροχιακές παραμέτρους (two nested loops), το μεγάλο ημιάξονα  $x$  και το όρισμα του περιάστρου  $\omega$  και να αφήσουμε στη μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων που χρησιμοποιείται από το πακέτο TEMPO2 να υπολογίσει τις κατάλληλες τιμές των άλλων δύο τροχιακών παραμέτρων (την περίοδο περιφοράς  $P_p$  και το χρόνο του περιάστρου  $T_0$ ).

Στις περιοχές που μας δίνουν την καλύτερη μέση τετραγωνική μορφή εφαρμόζουμε την παραπάνω διαδικασία με μικρότερο βήμα αυτή τη φορά. Όλη η διαδικασία πραγματοποιείται και με το πακέτο TEMPO και TEMPO2 για εκκεντρότητες από 0.0 έως 0.5 με βήμα 0.1.

Στο επόμενο κεφάλαιο παρουσιάζονται τα αποτελέσματά μας.

## 4 Αποτελέσματα

Ο κύριος στόχος μας ήταν να υπολογίσουμε τις τροχιακές παραμέτρους της δεύτερης Νευτώνειας τροχιάς. Στο παρελθόν, μόνο ο Thorsett et al. (1999) είχε διεξάγει παρόμοια μελέτη για εκκεντρότητες 0.0, 0.2 και 0.5. Τα αποτελέσματα αυτής της μελέτης παρουσιάζονται στους Πίνακες 4 και 5.

Πίνακας 4: Οι τροχιακές παράμετροι της δεύτερης Νευτώνειας τροχιάς με το πακέτο TEMPO

<b>Eccentricity</b>	0.0	0.1	0.2
<b>Spin frequency (<math>s^{-1}</math>)</b>	90.287332943(4)	90.287330832(3)	90.287329259(5)
<b>First frequency derivate (<math>\times 10^{-15} s^{-2}</math>)</b>	1.411(1)	4.281(6.9)	9.214(6.6)
<b>Projected semimajor axis (s)</b>	8.6	4.55(5)	20.8
<b>Orbital period (days)</b>	25516(2.08)	19095.2(9)	33814(1.7)
<b>Argument of periastron (deg)</b>	0.0	209.3 209.8 <sup>a</sup>	209.1
<b>Epoch of periastron (MJD)</b>	53097(7.1)	47342(4)	46504(4.5)
<b>root mean square (rms)</b>	29.63	20.27	20.80

<b>Eccentricity</b>	0.3	0.4	0.5
<b>Spin frequency (<math>s^{-1}</math>)</b>	90.28732435(5)	90.28731939(7)	90.2873193(1)
<b>First frequency derivate (<math>\times 10^{-15} s^{-2}</math>)</b>	14.6(2)	17.55(5)	16.25(5)
<b>Projected semimajor axis (s)</b>	40.1(3)	83.8	134.5(4)
<b>Orbital period (days)</b>	45310(10)	54200(200)	93800(200)
<b>Argument of periastron (deg)</b>	167(1)	162.9(5)	186.3(4)
<b>Epoch of periastron (MJD)</b>	37210(400)	44740(10)	45220(20)
<b>root mean square (rms)</b>	20.314	20.526	20.775

<sup>a</sup>Two discrete values

Επεκτείναμε την ανάλυση και για εκκεντρότητες 0.1, 0.3 και 0.4. Τα αποτελέσματά μας παρουσιάζονται στους Πίνακες 4 και 5. Είναι σε συμφωνία με αυτά του Thorsett.

Οι διαφορές μεταξύ των αποτελεσμάτων από τα πακέτα TEMPO και TEMPO2 είναι αναμενόμενες και οφείλονται στις διαφορετικές διορθώσεις στους παρατηρούμενους χρόνους άφιξης που τα δύο πακέτα χρησιμοποιούν Hobbs et al. (2006) και Edwards et al. (2006).

Οι μέσες τετραγωνικές τιμές είναι μεταξύ  $\sim 16$  και  $\sim 25$ , με το πακέτο TEMPO. Σε σύγκριση υπενθυμίζουμε ότι υποθέτοντας ότι έχουμε μια Νευτώνεια τροχιά με διορθώσεις στη συχνότητα περιστροφής μέχρι πέμπτης τάξης η μέση τετραγωνική τιμή είναι ίση με 11.9.

Πίνακας 5: Οι τροχιακές παράμετροι της δεύτερης Νευτώνειας τροχιάς με το πακέτο TEMPO2

<b>Eccentricity</b>	0.0	0.1	0.2
<b>Spin frequency (<math>s^{-1}</math>)</b>	90.287331540(3.6)	90.287329495(3)	90.287322784(4.7)
<b>First frequency derivate (<math>\times 10^{-15} s^{-2}</math>)</b>	1.417	4.546(5.7)	9.237(2)
<b>Projected semimajor axis (s)</b>	9.0	5.6	20.9
<b>Orbital period (days)</b>	25517(1.7)	20820.7(87)	33847(8)
<b>Argument of periastron (deg)</b>	0.0	214.8	208.95(5)
<b>Epoch of periastron (MJD)</b>	53101(6)	47213(3.7)	46490(2)
<b>root mean square (rms)</b>	25.451	16.827	16.813

<b>Eccentricity</b>	0.3	0.4	0.5
<b>Spin frequency (<math>s^{-1}</math>)</b>	90.28732412(2)	90.287320(1)	90.287319933(6.6)
<b>First frequency derivate (<math>\times 10^{-15} s^{-2}</math>)</b>	13.57(2)	15.2(1)	15.354(5)
<b>Projected semimajor axis (s)</b>	44.75(5)	83.5 83.6 83.8 <sup>a</sup>	132.0
<b>Orbital period (days)</b>	44100(100)	64500(500)	100847(4)
<b>Argument of periastron (deg)</b>	186.4(3)	188(1.5)	198.0
<b>Epoch of periastron (MJD)</b>	45565(5)	45360(30)	45596(3.7)
<b>root mean square (rms)</b>	16.878	17.027	17.186

<sup>a</sup>Three discrete values

Το γεγονός ότι οι παρατηρήσεις μας καλύπτουν ένα μικρό μέρος της περιόδου περιφοράς της δεύτερης τροχιάς θέτει περιορισμούς στην εγκυρότητα των αποτελεσμάτων μας.

Λαμβάνοντας υπόψη τον μικρό αριθμό δεδομένων τα αποτελέσματά μας είναι αρκετά ακριβή. Με την προσθήκη δεδομένων και από άλλα τηλεσκόπιο, τα οποία εύκολα μπορούν να ενσωματωθούν στα ήδη υπάρχοντα, ο υπολογισμός των τροχιακών παραμέτρων θα πραγματοποιηθεί με μεγαλύτερη ακρίβεια.

## Βιβλιογραφία

- Arzoumanian, Z., Joshi, K., Rasio, F. A., and Thorsett, S. E. (1996). *ASP Conference Series*, 105:525–530.
- Backer, D. C., Foster, R. S., and Sallmen, S. (1993). *Nature*, 365:817–819.
- Blandford, R. and Teukolsky, S. A. (1976). *ApJ*, 205:580–591.
- Edwards, R. T., Hobbs, G. B., and Manchester, R. N. (2006). *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 372:1549–1574.
- Hobbs, G. B. (2012). *arXiv:1205.6273*.
- Hobbs, G. B., Edwards, R. T., and Manchester, R. N. (2006). *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 369:655–672.
- Hobbs, G. B., Jenet, F., Lee, K. J., Verbiest, J. P. W., Yardley, D., Manchester, R., Lommen, A., Coles, W., Edwards, R., and Shettigara, C. (2009). *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 394:1945–1995.
- Janssen, G. H., Stappers, B. W., Kramer, M., Nice, D. J., Jessner, A., Cognard, I., and Purver, M. B. (2008). *A&A*, 490:753–761.
- Lazaridis, K. (2009). Phd thesis, University of Cologne.
- Lazaridis, K., Verbiest, J. P. W., Tauris, T. W., Stappers, B. W., Kramer, M., Wex, N., Jessner, A., Cognard, I., Desvignes, G., Janssen, G. H., Purver, M. B., Theureau, G., Bassa, C. G., and Smits, R. (2011). *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 414:3134–3144.
- Lazaridis, K., Wex, N., Jessner, A., Kramer, M., Stappers, B. W., Janssen, G. H., Desvignes, G., Purver, M. B., Cognard, I., Theureau, G., Lyne, A. G., Jordan, C. A., and Zensus, J. A. (2009). *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 400:805–814.
- Lorimer, D. R. and Kramer, M. (2005). *Handbook of Pulsar Astronomy*. Cambridge University Press.
- Lyne, A. and Graham-Smith, F. (2006). *Pulsar Astronomy*. Cambridge University Press, 3rd edition.
- Lyne, A. G., Biggs, J. D., Brinklow, A., Ashworth, M., and McKenna, J. (1988). *Nature*, 332:45–47.
- Lyne, A. G., Manchester, R. N., and Taylor, J. H. (1985). *Mon. Not. Astron. Soc.*, 213:613–639.
- Manchester, R. N. and Taylor, J. H. (1977). *Pulsars*. W. H. Freeman and Company.
- Sigurdsson, S. (1995). *ApJ*, 452:323–331.
- Sigurdsson, S. and Phinney, E. S. (1995). *ApJ*, 99:609–635.
- Sigurdsson, S., Richer, H. B., Hansen, B. M., Stairs, I. H., and Thorsett, S. E. (2003). *Science*, 301:193–196.
- Sigurdsson, S., Stairs, I. H., Moody, K., Arzoumanian, Z., and Thorsett, S. E. (2008). *ASP Conference Series*, 398:119–132.
- Sigurdsson, S. and Thorsett, S. E. (2005). *ASP Conference Series*, 328:213–223.
- Thorsett, S. E., Arzoumanian, Z., Camilo, F., and Lyne, A. G. (1999). *ApJ*, 523:763–770.
- van Straten, W. (2012). *arXiv:1205.6267*.