

Αλληλεπίδραση ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας με πλάσμα και εφαρμογές

Χ. Τσιρώνης

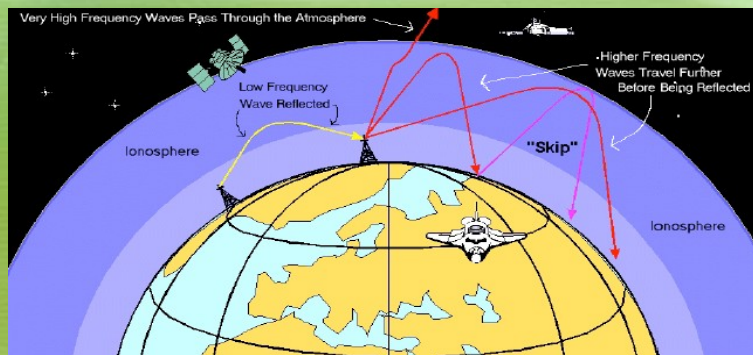
Τμήμα Φυσικής, Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης



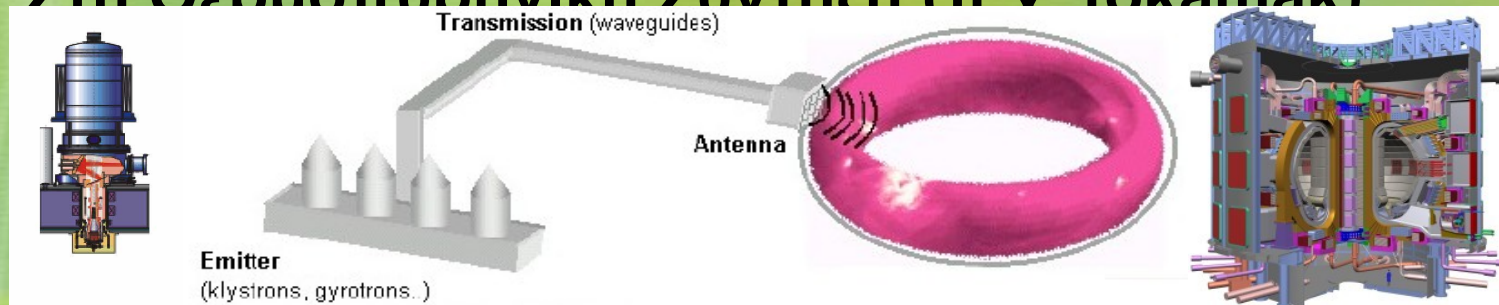
**Εξέταση Διδακτορικής Διατριβής
Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης
Θεσσαλονίκη, 14 Δεκεμβρίου 2007**

Εκπομπή Η/Μ ακτινοβολίας σε πλάσμα

- Στην Αστροφυσική (π.χ. ιονόσφαιρα)

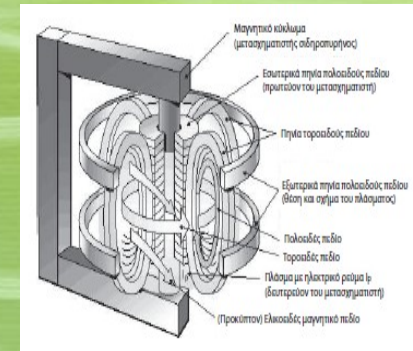
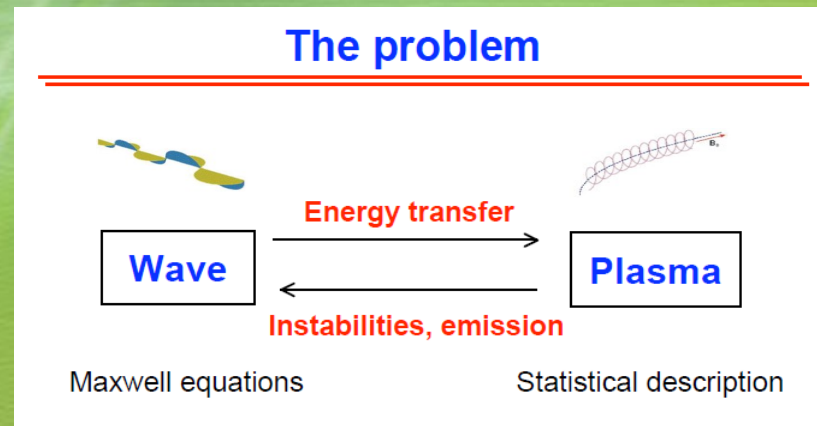
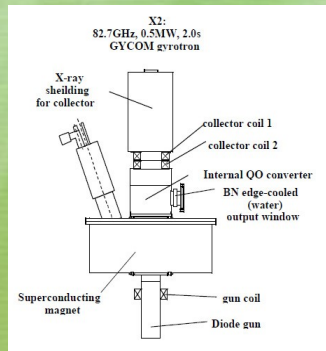


- Στη Θεωρητική Σύντηξη (π.χ. tokamak)



Το πρόβλημα

Αλληλεπίδραση H/M κυμάτων με πλάσμα



Διάδοση κύματος

1. Ασυμπτωτικές μέθοδοι

- A. Εντοπισμός ακτίνας
- B. Ημιοπτική
- Γ. Εντοπισμός δέσμης

2. Πεπερασμένες διαφορές

- A. Πεδίο συχνοτήτων
- B. Πεδίο του χρόνου

Απόκριση πλάσματος

1. Διηλεκτρικός τανυστής

- A. Ασθενώς σχετικιστικός

- B. Σχετικιστικός

2. Κινητική εξίσωση

- A. Fokker-Planck

3. Test particles

- A. Εξίσωση κίνησης
- B. Απεικονίσεις

Επισκόπηση της παρουσίασης

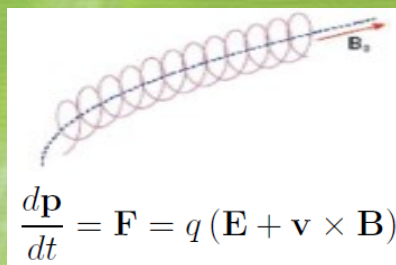
- I. Εισαγωγικές έννοιες
- II. Το πλάσμα υπό την επίδραση H/M κυμάτων
- III. Διάδοση H/M κυματικών δεσμών στο πλάσμα
- IV. Αυτοσυνεπής περιγραφή της αλληλεπίδρασης πλάσματος-κύματος
- V. Υβριδικό μοντέλο για την πλήρη περιγραφή του συστήματος πλάσμα-κύμα
- VI. Ανακεφαλαίωση - Προοπτικές

I. Εισαγωγικές έννοιες

Εισαγωγικές έννοιες

Θεωρητική περιγραφή του πλάσματος

- **Η πλήρης (αυτοσυνεπής) περιγραφή του πλάσματος:**
 - Εξέλιξη των φορτίων υπό την επίδραση των ηλεκτρομαγνητικών πεδίων
 - Εξέλιξη των πεδίων υπό την επίδραση των φορτίων



Εξισώσεις κίνησης

$$\rho(\mathbf{r}) = \frac{1}{\Delta V} \sum_j q_j \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_j)$$
$$\mathbf{j}(\mathbf{r}) = \frac{1}{\Delta V} \sum_j q_j \mathbf{v}_j \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_j)$$

Αυτοσυνεπής περιγραφή

Σύζευξη εξισώσεων
πλάσματος-κύματος

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$
$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$
$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$
$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \left(\mathbf{j} + \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \right)$$

Εξισώσεις Maxwell

- **Μοντέλα περιγραφής του πλάσματος:**
 - Περιγραφή μέσω μη αλληλεπιδρώντων φορτίων
 - Περιγραφή ως ένα ή περισσότερα ρευστά
 - Στατιστική (κινητική) περιγραφή

Εισαγωγικές έννοιες

Περιγραφή μέσω μη αλληλεπιδρώντων φορτίων

- **Παρέχει ικανοποιητική περιγραφή του πλάσματος όταν:**
 - Τα εξωτερικά πεδία είναι πολύ πιό ισχυρά από τα συλλογικά πεδία
 - Η ενέργεια που μεταφέρουν τα συλλογικά πεδία στα φορτία είναι μικρή
- **Προσδιορισμός των (σχετικιστικών) τροχιών των φορτίων υπό την επίδραση των ηλεκτρομαγνητικών πεδίων**

– Κινηματική:

$$\gamma m \frac{d\mathbf{v}}{dt} + \frac{q}{c^2} (\mathbf{v} \cdot \mathbf{E}) \mathbf{v} = q (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad mc^2 \frac{d\gamma}{dt} = q \mathbf{v} \cdot \mathbf{E}$$

– Θεωρία Lagrange:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\chi}_j} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \chi_j} = 0 \quad \mathcal{L} = -\frac{mc^2}{\gamma} - q (\Phi - \mathbf{v} \cdot \mathbf{A})$$
$$\mathcal{L} = \mathcal{E}_K - \mathcal{E}_\Delta$$

– Θεωρία Hamilton:

$$\frac{d\chi_j}{dt} = \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \pi_j}, \quad \frac{d\pi_j}{dt} = -\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \chi_j} \quad \mathcal{H} = mc^2 \gamma + q \Phi$$
$$\mathcal{H} = \sum_{j=1}^3 \pi_j \dot{\chi}_j - \mathcal{L}$$

Εισαγωγικές έννοιες

Ηλεκτρομαγνητικά κύματα

- Η διάδοση κυμάτων στο πλάσμα διέπεται από τις εξισώσεις Maxwell

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{j}$$

- Επίλυση των εξισώσεων Maxwell σημαίνει καθορισμός των $\mathbf{E}$, $\mathbf{B}$

– Πρέπει να συσχετιστούν τα $\mathbf{D}$, $\mathbf{H}$, ρ , $\mathbf{j}$ με τα $\mathbf{E}$, $\mathbf{B}$

– Υπόθεση: Ασθενή ηλεκτρικά πεδία $\rightarrow$ Γραμμική διηλεκτρική απόκριση

$$\mathbf{D}(\mathbf{r}, t) = \tilde{\epsilon}(\mathbf{r}, t) \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$$

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \mu_0 \mathbf{H}(\mathbf{r}, t)$$

$$\rho(\mathbf{r}, t) = 0$$

$$\mathbf{j}(\mathbf{r}, t) = \tilde{\sigma}(\mathbf{r}, t) \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$$

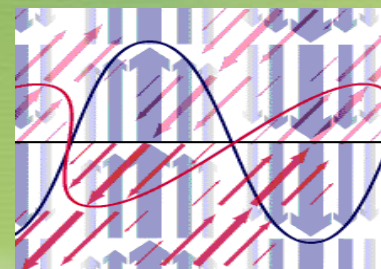
- Οι τανυστές ϵ , σ καθορίζονται από τη δυναμική των ελεύθερων φορτίων, σε αντίθεση με τα κοινά διηλεκτρικά όπου καθορίζονται από την πόλωση των δεσμευμένων φορτίων

- Εναλλακτική περιγραφή: Κυματική εξίσωση

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = \frac{\nabla \rho}{\epsilon_0} + \mu_0 \frac{\partial \mathbf{j}}{\partial t}$$

$$\nabla^2 \mathbf{A} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} = \mu_0 \mathbf{j}$$

- Λύση στο κενό ($\rho=\mathbf{j}=0$): Επίπεδο κύμα $\bar{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t) = \bar{\mathbf{E}}_0 e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)}$



Ηλεκτρικό και μαγνητικό πεδίο
επίπεδου Η/Μ κύματος

Εισαγωγικές έννοιες

Είδη Η/Μ κυμάτων στο πλάσμα

- Τα είδη των Η/Μ κυμάτων στο πλάσμα καθορίζονται από:

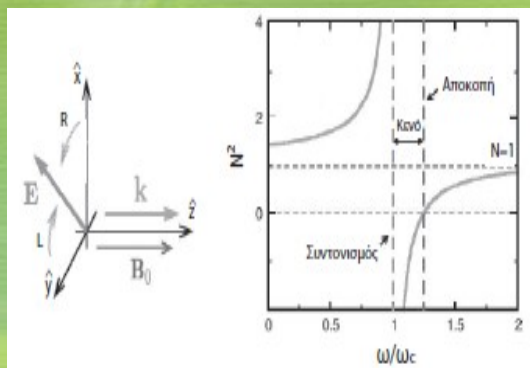
- Το αν υπάρχει μαγνητικό πεδίο ή όχι
- Τη θερμοκρασία του πλάσματος

$$D\left(n, \frac{\omega_p^2}{\omega^2}, \frac{\Omega_e}{\omega}, \theta\right) = \tan^2 \theta + \frac{P(n^2 - R)(n^2 - L)}{(Sn^2 - RL)(n^2 - P)} = 0$$

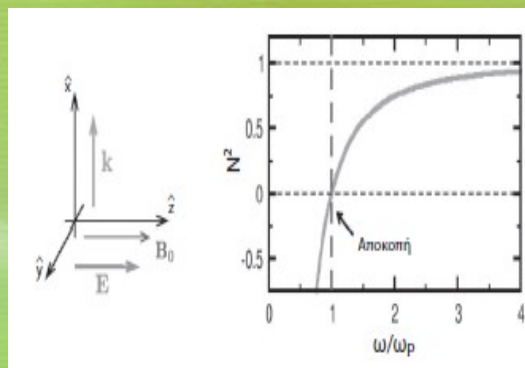
Σχέση διασποράς για διάδοση Η/Μ κύματος σε ψυχρό μαγνητισμένο πλάσμα (Appleton-Hartree formula)

- Υπολογισμός γραμμικών κυμάτων (linear waves) στο πλάσμα

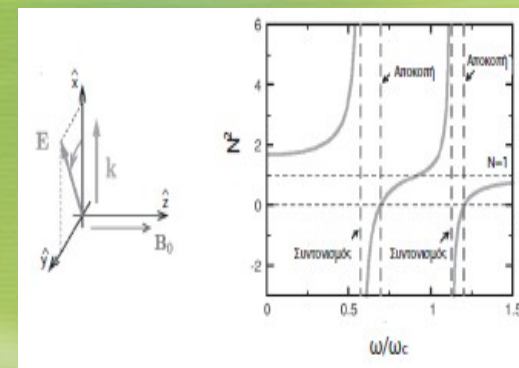
- Γραμμικοποίηση των εξισώσεων εξέλιξης του πλάσματος
- Υπολογισμός της σχέσης διασποράς
- Υπολογισμός του διηλεκτρικού τανυστή πλάσματος (plasma dielectric tensor)



Κύματα R-L



Κύμα O



Κύμα X

II. Επίδραση H/M κυμάτων στο πλάσμα

Επίδραση H/M κυμάτων στο πλάσμα

Προεπισκόπηση

- **Εισαγωγικά στοιχεία**
 - Περίληψη αρθρογραφίας
 - Το συγκεκριμένο πρόβλημα
- **Θεωρία Hamilton της αλληλεπίδρασης H/M κύματος-ηλεκτρονίου**
 - Συνάρτηση Hamilton - Κανονικές εξισώσεις
- **Δυναμική της κίνησης των ηλεκτρονίων**
 - Τομές Poincare
 - Κίνηση του κέντρου-οδηγού
- **Αριθμητικά αποτελέσματα**
 - Ανώμαλη διάχυση
 - Ακτινοβολία cyclotron
- **Συμπεράσματα**



Λάμψη από εκπομπή ακτινοβολίας cyclotron

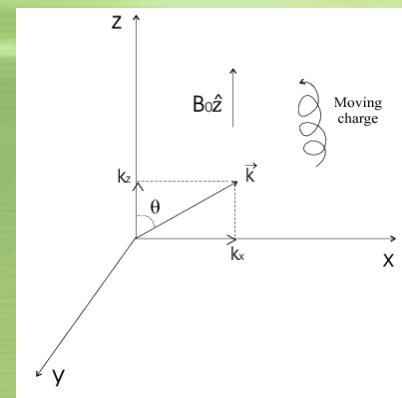
Επίδραση Η/Μ κυμάτων στο πλάσμα

Εισαγωγικά στοιχεία

- Το πρόβλημα της αλληλεπίδρασης κύματος-φορτίου έχει μελετηθεί διεξοδικά στο παρελθόν:
 - Ανάλογα με τη γωνία διάδοσης:
 - Παράλληλη διάδοση: Μη χαστική δυναμική (Roberts and Buchsbaum 1964)
 - Πλάγια διάδοση: Χάος μετά από μία τιμή του πλάτους κύματος (Menyuk et al 1988)
 - Ανάλογα με την ταχύτητα του ηλεκτρονίου (Polymilis and Hizanidis 1993):
 - Μη σχετικιστικά ηλεκτρόνια: Περιορισμένη επιτάχυνση, ιδιόμορφη δυναμική
 - Σχετικιστικά ηλεκτρόνια: Απεριόριστη επιτάχυνση
- Το συγκεκριμένο πρόβλημα που θα μελετήσουμε:
 - Μη γραμμική αλληλεπίδραση σχετικιστικών ηλεκτρονίων με N Η/Μ κύματα εντός ομογενούς μαγνητικού πεδίου
 - Κυματοπακέτο: N ρυθμοί με συχνότητες ω_j και πλάτη A_{0j}
 - Διάδοση υπό γωνία θ_w ως προς το μαγνητικό πεδίο $B_0 \hat{z}$
 - Δείκτης διάθλασης και ανυσματικό δυναμικό:

$$N_j^2 = 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_j (\omega_j - |\omega_{ce}|)}$$

$$A = \sum_{j=1}^N A_{0j} (\cos \vartheta_w \sin \varphi_j \hat{x} + \cos \varphi_j \hat{y} - \sin \vartheta_w \sin \varphi_j \hat{z}) + x B_0 \hat{y}$$



Γεωμετρία για τη μελέτη της αλληλεπίδρασης φορτίου-κύματος

Επίδραση Η/Μ κυμάτων στο πλάσμα

Θεωρία Hamilton – Κανονικές εξισώσεις

- **Συνάρτηση Hamilton για την αλληλεπίδραση κύματος-φορτίου:**

$$\mathcal{H} = \left[1 + \left(\pi_x + \sum_{j=1}^N A_{0j} \cos \vartheta_w \sin \varphi_j \right)^2 + \left(\pi_y + x + \sum_{j=1}^N A_{0j} \cos \varphi_j \right)^2 + \left(\pi_z - \sum_{j=1}^N A_{0j} \sin \vartheta_w \sin \varphi_j \right)^2 \right]^{1/2}$$

- **Η παραπάνω συνάρτηση εξαρτάται από το χρόνο**

- Κανονικοί μετασχηματισμοί για την απαλοιφή του χρόνου (τύπου 2) και για τη μείωση των βαθμών ελευθερίας σε 3 (τύπου 3):

$$\mathcal{F}_2 = x' \pi_x + y' \pi_y + \sum_{j=1}^N \left(z' - \frac{t}{N_{zj}} \right) \pi_{zj}$$

$$\mathcal{F}_3 = z_a \sum_{j=1}^N \left(1 - \frac{N_h}{N_{zj}} \right) \pi_{zj} + z_h \sum_{j=1}^N \frac{N_h}{N_{zj}} \pi_{zj}$$

- **Αποτέλεσμα: Αυτόνομη Hamiltonian 3 βαθμών ελευθερίας**

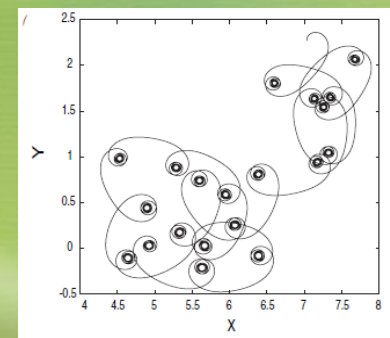
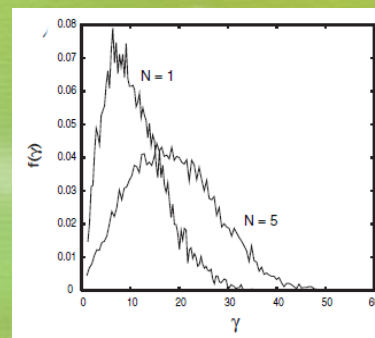
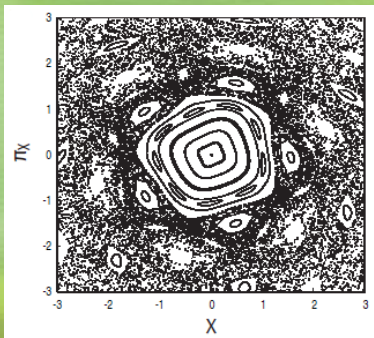
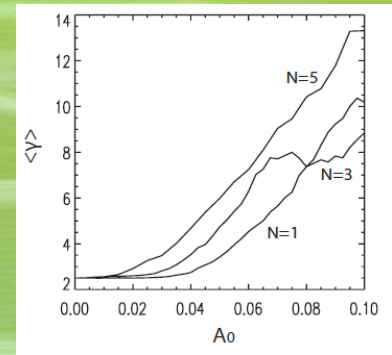
$$\mathcal{H} = \gamma - \frac{\pi_h}{N_h},$$

- Ακολουθεί ο υπολογισμός των κανονικών εξισώσεων...
- Η Hamiltonian και οι κανονικές εξισώσεις για την περίπτωση N=1 (απλό κύμα) προκύπτουν από τις παραπάνω αν θέσουμε: $z_a=0$, $p_a=0$, $z_h=z$, $p_h=p_z$, $N_h=N_z$

Επίδραση Η/Μ κυμάτων στο πλάσμα

Δυναμική της κίνησης των ηλεκτρονίων

- Στο σύστημα εμφανίζεται χάος για πλάτος κύματος μεγαλύτερο από μία «κρίσιμη» τιμή
 - Σχηματική απεικόνιση: Γραφική παράσταση της μέσης κινητικής ενέργειας $\langle \gamma \rangle$ ως προς το A_0
 - Στο σημείο $A_0 \approx A_{0cr}$ η μέση ενέργεια αυξάνεται ραγδαία
 - Η κρίσιμη τιμή είναι φθίνουσα συνάρτηση του N
- Μελέτη της δυναμικής του συστήματος:
 - Επιφάνειες τομής Poincare (Polymilis and Hizanidis 1993)
 - Συνάρτηση κατανομής της ενέργειας των ηλεκτρονίων
 - Κίνηση του κέντρου-οδηγού (guiding center) της τροχιάς του ηλεκτρονίου



Επίδραση Η/Μ κυμάτων στο πλάσμα

Αριθμητικά αποτελέσματα (1)

- Διερεύνηση του τύπου διάχυσης των ηλεκτρονίων

$$\langle (r - r_0)^2 \rangle \propto t^\alpha$$

$\alpha=1$: Κανονική διάχυση (κίνηση Brown)

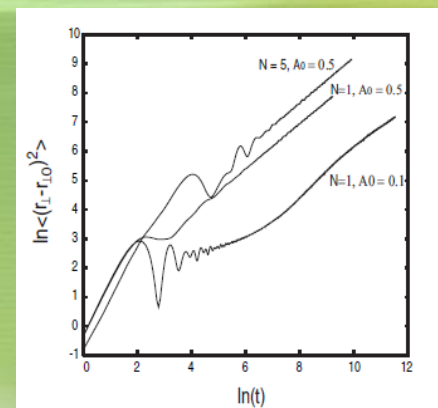
$\alpha \neq 1$: Ανώμαλη διάχυση (Levy flights/Stickiness)

- Τι κάνει τη διάχυση να κλιμακώνεται ανώμαλα?

- Hamiltonian point of view: Ανομοιογένεια του χώρου φάσεων (π.χ. νησίδες)
- Time-series point of view: Συσχετίσεις στην εξέλιξη των τροχιών

- Υπολογισμός του τύπου διάχυσης (Tsironis and Vlahos 2005):

- Βήμα 1^ο: Υπολογισμός της μέσης τιμής της απομάκρυνσης
- Σχηματική απεικόνιση: Διάγραμμα log-log της μέσης απομάκρυνσης ως προς το χρόνο
 - Η καμπύλη γίνεται ευθεία μετά από κάποιο χρόνο
 - Η μέση τιμή αυξάνεται σαν συνάρτηση του πλάτους και του αριθμού των ρυθμών



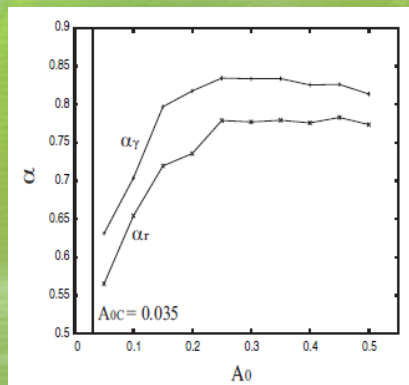
Επίδραση Η/Μ κυμάτων στο πλάσμα

Αριθμητικά αποτελέσματα (2)

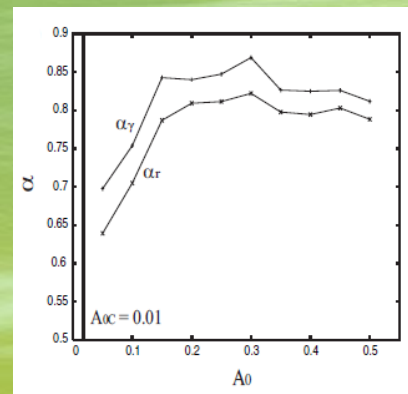
- Υπολογισμός του τύπου διάχυσης (συνέχεια):**

- Βήμα 2^ο: Υπολογισμός του εκθέτη διάχυσης με γραμμική προσαρμογή (linear fitting) των αποτελεσμάτων του βήματος 1

N=1



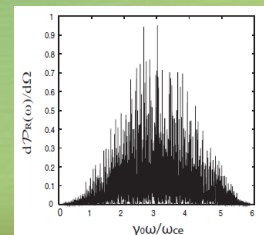
N=3



- Σε όλες τις περιπτώσεις οι εκθέτες είναι μικρότεροι του 1: Υποδιάχυση (sub-diffusion)
- Οι εκθέτες είναι αύξουσα συνάρτηση του αριθμού των ρυθμών N

- Υπολογισμός του φάσματος της ακτινοβολίας cyclotron:**

$$\frac{dP_R(\omega)}{d\Omega} = \frac{\omega^2}{4\pi^2} \left| \int_{-\infty}^{\infty} \hat{\mathbf{r}}' \times (\hat{\mathbf{r}}' \times \mathbf{v}) e^{i\omega(t-\hat{\mathbf{r}}' \cdot \mathbf{r}/c)} dt \right|^2$$



Επίδραση Η/Μ κυμάτων στο πλάσμα

Συμπεράσματα

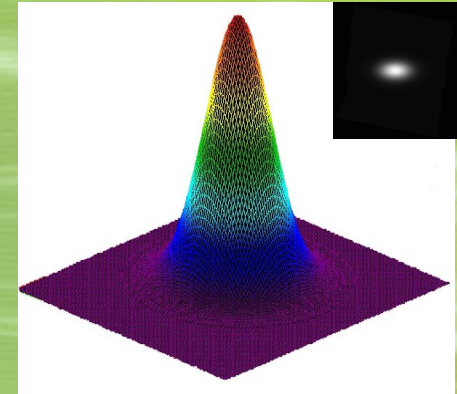
- **Γιά πλάτος $A_0 > A_{0cr}$ ο χώρος φάσεων έχει ανάμικτα χαρακτηριστικά οργανωμένης δυναμικής συμπεριφοράς και χάους:**
 - Ανάλογα με τις αρχικές συνθήκες, τα ηλεκτρόνια είτε παγιδεύονται στο πεδίο του κύματος είτε επιταχύνονται χασοτικά
 - Η επιτάχυνση είναι (εν γένει) πιο έντονη για μεγαλύτερες τιμές του N
 - Το κέντρο-οδηγός εκτελεί άλματα μεταξύ θέσεων παγίδευσης
- **Η χρονική εξέλιξη της μέσης απομάκρυνσης ακολουθεί νόμο δύναμης**
 - Οι τιμές των εκθετών είναι σε όλες τις περιπτώσεις κάτω από 1 (υποδιάχυση)
 - Όσο μικραίνει το A_0 , οι εκθέτες διάχυσης μειώνονται λόγω μείωσης του χάους
 - Οι εκθέτες παίρνουν μεγαλύτερες τιμές όσο αυξάνονται οι ρυθμοί N
- **Το φάσμα της ακτινοβολίας cyclotron είναι αρκετά πολύπλοκο**
- **Μελλοντική εργασία:**
 - Σύγκριση της συνάρτησης κατανομής από test particles με τη λύση της FFP
 - Αλληλεπίδραση πλάσματος-κύματος εντός στοχαστικού μαγνητικού πεδίου

III. Διάδοση Η/Μ δεσμών στο πλάσμα

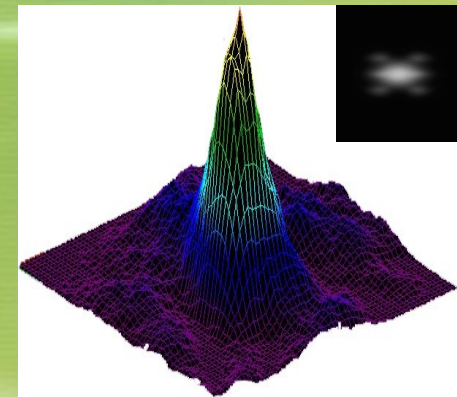
Διάδοση Η/Μ δεσμών στο πλάσμα

Προεπισκόπηση

- **Εισαγωγή – Σκοπός της μελέτης**
 - Κυματικές δέσμες και ECRH
 - Χρησιμότητα της μελέτης non-Gaussian δεσμών
- **Επίλυση της κυματικής εξίσωσης**
 - Ασυμπτωτικές μέθοδοι
 - Μέθοδος εντοπισμού δέσμης
- **Διάδοση non-Gaussian δεσμών σε μαγνητισμένο πλάσμα**
 - Αλγόριθμος εντοπισμού non-Gaussian δεσμών
 - Παραμετροποίηση non-Gaussian δεσμών
 - Εφαρμογή: Διάδοση non-Gaussian δέσμης σε επίπεδο πλάσμα
- **Συμπεράσματα**



Gaussian δέσμη

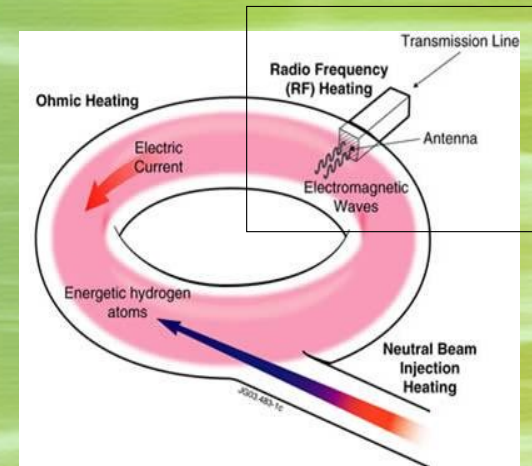


Non-Gaussian δέσμη

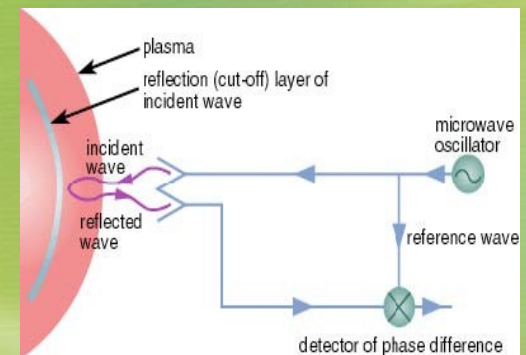
Διάδοση Η/Μ δεσμών στο πλάσμα

Εισαγωγή – Σκοπός της μελέτης

- **Εφαρμογές EC κυμάτων σε πειράματα θερμοπυρηνικής σύντηξης**
 - Θέρμανση πλάσματος (ECRH)
 - Επιπλέον θέρμανση (πέραν της Ωμικής)
 - Διαγνωστικά πλάσματος (π.χ. ανακλαστομετρία)
 - Οδήγηση μη επαγόμενων ρευμάτων (ECCD)
 - Έλεγχος MHD ασταθειών (πριονώτη, NTM)
 - Λειτουργία tokamak χωρίς μετασχηματιστή
- **Στη θεωρία και στα πειράματα επικρατεί η χρήση Gaussian κυματικών δεσμών...**
 - Καλύτερη εστίαση (οπότε και ακριβέστερη απόθεση της ενέργειας στο πλάσμα)
 - Απλούστερη θεωρητική περιγραφή
- **...όμως η δέσμη που διαδίδεται στο πλάσμα δεν είναι πάντοτε Gaussian**
 - Μείωση της πυκνότητας ενέργειας για την ασφαλέστερη λειτουργία του εκπομπού EC
 - Μεταβολή του profile εντός του πλάσματος



Σχηματική αναπαράσταση ECRH σε tokamak



Σχηματική αναπαράσταση ανακλαστομετρίας

Διάδοση Η/Μ δεσμών στο πλάσμα

Επίλυση της κυματικής εξίσωσης

- **Συνηθισμένες προσεγγίσεις που απλοποιούν το γενικό πρόβλημα:**

- Σταθερή συχνότητα: $\mathbf{E}(\mathbf{r},t)=\mathbf{E}(\mathbf{r})e^{-i\omega t}$
- Γραμμική απόκριση του πλάσματος: $\mathbf{J}=\sigma\mathbf{E}$
- Εξάρτηση του πλάσματος μόνο από το χώρο

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon \cdot \mathbf{E} = 0$$

Χρονικά ανεξάρτητη κυματική εξίσωση

- **Ασυμπτωτικές μέθοδοι (προσεγγιστική λύση)**

- Γενίκευση της λύσης επίπεδου κύματος: $\mathbf{E}(\mathbf{r})=\mathbf{a}(\mathbf{r})e^{-ik_s(\mathbf{r})}$ ($k=\omega L/c \gg 1$, $\mathbf{k}=\mathbf{k}/k$)
- Ανάπτυξη του πλάτους κύματος σε ασυμπτωτική σειρά: $\mathbf{a}=\mathbf{a}_0+\mathbf{a}_1 k^{-1}+\mathbf{a}_2 k^{-2}+\dots$
- Η κατεύθυνση διάδοσης δεν επηρεάζεται από την απορρόφηση: $\varepsilon=\varepsilon^H+i\kappa^{-1}\varepsilon^A$

- **Κυριότερη ασυμπτωτική μέθοδος: Εντοπισμός ακτίνας**

- Η διάδοση περιγράφεται ως κίνηση σώματος εντός δυναμικού

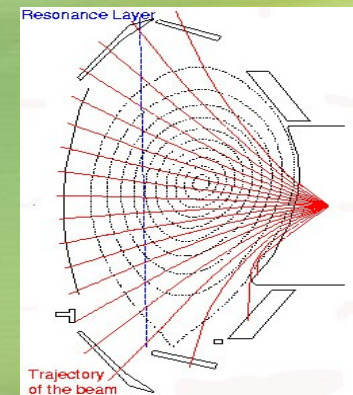
- Κανονικές εξισώσεις (Hamiltonian η σχέση διάσπορας, $H=\det(\Lambda)$)

$$\left[\frac{c^2}{\omega^2} (-k^2 \mathbf{I} + \mathbf{k}\mathbf{k}) + \varepsilon^H \right] \cdot \mathbf{a}_0 = \Lambda \cdot \mathbf{a}_0 = 0 \quad \frac{d\mathbf{r}}{d\tau} = \frac{\partial H}{\partial \mathbf{k}}, \quad \frac{d\mathbf{k}}{d\tau} = -\frac{\partial H}{\partial \mathbf{r}}$$

- Η κυματική ενέργεια διαδίδεται συγγραμικά με την $\mathbf{v}_g$

- Όροι 1ης τάξης: Εξίσωση για την εξέλιξη του πλάτους $\mathbf{a}_0$

$$\frac{d|\mathbf{a}_0|^2}{d\tau} + (\nabla \cdot \mathbf{v}_g + 2\alpha_L) |\mathbf{a}_0|^2 = 0 \quad \text{Συντελεστής απορρόφησης: } \alpha_L = \mathbf{e}^* \varepsilon^A \mathbf{e}$$

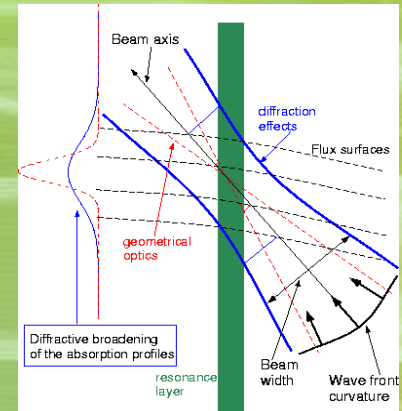


Λύση με τη μέθοδο ray tracing

Διάδοση Η/Μ δεσμών στο πλάσμα

Μέθοδος εντοπισμού δέσμης (beam tracing)

- **Μειονεκτήματα του ray tracing:** Η αλληλεπίδραση μεταξύ των ακτίνων δε λαμβάνεται υπόψη
 - Φυσική ασυμφωνία κοντά σε foci ή caustics
- **Μέθοδος εντοπισμού δέσμης (beam tracing)**
 - Εντοπισμός ακτίνας με περιγραφή κυματικών φαινομένων
 - Ο γεωμετρικός άξονας της δέσμης μελετάται σαν ακτίνα
 - Το profile της δέσμης περιγράφεται από συναρτήσεις για το πλάτος κύματος, το εύρος δέσμης και το μέτωπο κύματος



Μέθοδος εντοπισμού δέσμης

- **Μεθοδολογία του εντοπισμού δέσμης (Pereverzen 1998)**

- Γενίκευση της μορφής $\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{a}(\mathbf{r})e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}$: $\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{a}(\mathbf{r})e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{s}(\mathbf{r})} = \mathbf{a}(\mathbf{r})e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{s}(\mathbf{r}) - \phi(\mathbf{r})}$
 - Το φανταστικό μέρος της φάσης $s+i$ περιγράφει το profile της δέσμης ($w^2 \geq \lambda L$)
- Η ασυμπτωτική σειρά περιέχει και έναν όρο τάξης $\kappa^{-1/2}$

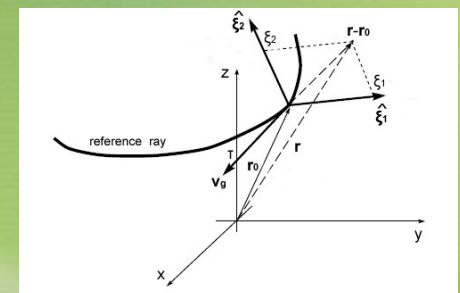
$$\mathbf{a} = A\Phi_{mn}\mathbf{e} - i\kappa^{-1/2}\frac{\partial\Phi_{mn}}{\partial\xi_j}\mathbf{b}\mathbf{j} - \frac{1}{2}\kappa^{-1}\frac{\partial^2\Phi_{mn}}{\partial\xi_i\partial\xi_j}\mathbf{c}\mathbf{i}\mathbf{j} - i\kappa^{-1}\Phi_{mn}\mathbf{c}$$

- Η συνάρτηση Φ_{mn} περιγράφει το profile της δέσμης στο

τοπικό σύστημα συντεταγμένων (τ, ξ_1, ξ_2)

$$\Phi_{mn}(\xi_1, \xi_2) = \frac{e^{-\frac{1}{2}\delta_{ij}\xi_i\xi_j} H_m(\xi_1)H_n(\xi_2)}{\sqrt{\pi}2^{m+n}m!n!}$$

$$\phi = \frac{1}{2}\delta_{ij}\xi_i\xi_j$$



Το σύστημα συντεταγμένων (τ, ξ_1, ξ_2)

Διάδοση Η/Μ δεσμών στο πλάσμα

Εξισώσεις εντοπισμού δέσμης

- **Τάξη 0:** Εξισώσεις εντοπισμού ακτίνας για την καμπύλη $\{\xi_1=\xi_2=0\}$, η οποία ονομάζεται «ακτίνα αναφοράς» (reference ray)
- **Τάξη 1:** Εξίσωση για το πλάτος παρόμοια με τον εντοπισμό ακτίνας

$$\frac{d|C_{mn}|^2}{d\tau} + [\nabla \cdot \mathbf{v}_g + 2\alpha_L(\mathbf{k})] |C_{mn}|^2 = 0 \quad A(\tau) = C_{mn}(\tau)e^{-i\Theta_{mn}(\tau)}$$

– Η απορρόφηση υπολογίζεται επί της ακτίνας αναφοράς για όλη τη δέσμη

– Διαφορά φάσης Θ_{mn} : $\Theta_{mn} = \kappa^{-1}(m+n+1) \int_0^\tau \frac{\partial^2 H}{\partial k_\alpha \partial k_\beta} \frac{\partial \xi_1}{\partial x_\alpha} \frac{\partial \xi_1}{\partial x_\beta} d\tau$

- **Τάξη 1/2:** Εξίσωση για την εξέλιξη της ακτίνα καμπυλότητας του μετώπου κύματος και του εύρους της δέσμης

$$\frac{d\bar{s}_{\alpha\beta}}{d\tau} = -\frac{\partial^2 H}{\partial x_\alpha \partial x_\beta} - \frac{\partial^2 H}{\partial x_\beta \partial k_\gamma} \bar{s}_{\alpha\gamma} - \frac{\partial^2 H}{\partial x_\alpha \partial k_\gamma} \bar{s}_{\beta\gamma} - \frac{\partial^2 H}{\partial k_\gamma \partial k_\delta} \bar{s}_{\alpha\gamma} \bar{s}_{\beta\delta}$$

– Τα στοιχεία $s_{\alpha\beta} + i\phi_{\alpha\beta}$ είναι συντελεστές της ανάπτυξης Taylor της μιγαδικής φάσης γύρω από τον άξονα της δέσμης (paraxial expansion)

$$\bar{s}(\mathbf{r}) = \bar{s}_0(\mathbf{r}) + \bar{s}_\alpha(x_\alpha - x_{0\alpha}) + \frac{1}{2}\bar{s}_{\alpha\beta}(x_\alpha - x_{0\alpha})(x_\beta - x_{0\beta})$$

– Τα $s_{\alpha\beta}$ συνδέονται με την ακτίνα καμπυλότητας ($\sim r^{-1}$) και τα $\phi_{\alpha\beta}$ με το εύρος ($\propto w^2$)

$$\mathbf{E}_{mn} = \frac{C_{mn} H_m(\xi_1) H_n(\xi_2)}{\sqrt{\pi 2^{m+n} m! n!}} e^{i\kappa s - \kappa \phi - i\Theta_{mn}} \mathbf{e}$$

– Μερική λύση: (Gaussian-Hermite modes)

Διάδοση Η/Μ δεσμών στο πλάσμα

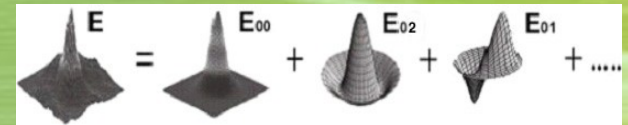
Αλγόριθμος εντοπισμού non-Gaussian δεσμών

• Βήμα 1^ο: Καθορισμός αρχικών συνθηκών

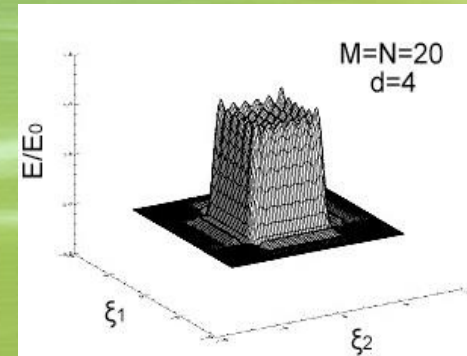
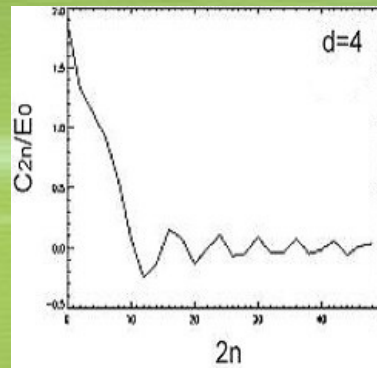
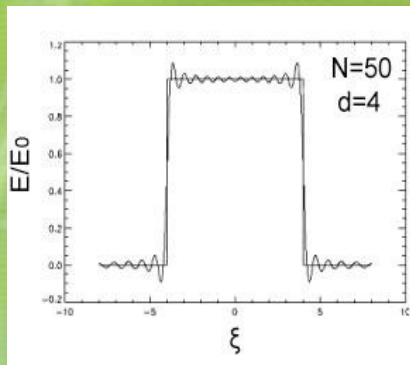
- Οποιοδήποτε ηλεκτρικό πεδίο μπορεί να αναλυθεί σε ρυθμούς Gauss-Hermite

$$E(\xi_1, \xi_2)|_{\tau=0} = \sum_{m,n} C_{mn}|_{\tau=0} \Phi_{mn}(\xi_1, \xi_2)$$

$$C_{mn}|_{\tau=0} = \int_{-\infty}^{\infty} E(\xi_1, \xi_2)|_{\tau=0} \Phi_{mn}(\xi_1, \xi_2) d\xi_1 d\xi_2$$



- Παράδειγμα: Δέσμη με τετραγωνικό profile στη 1 και 2 διαστάσεις



• Βήμα 2^ο: Επίλυση των εξισώσεων εντοπισμού δέσμης

- Εκτός από την εξίσωση 1^{ης} τάξης, οι άλλες είναι ίδιες για όλους τους ρυθμούς

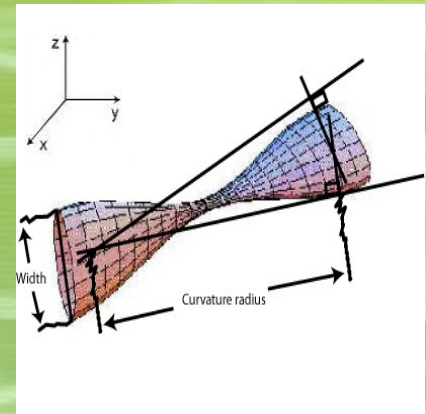
- Οι ποσότητες χ_a , κ_a , $s_{\alpha\beta}$, $\varphi_{\alpha\beta}$ υπολογίζονται όλες επί της ακτίνας αναφοράς
- Ο συντελεστής απορρόφησης εξαρτάται από τον κυματάριθμο

- Επαναπροσδιορισμός Θ_{mn} :
$$\Theta_{mn} = \left(m + \frac{1}{2}\right) \int_0^\tau \frac{\partial^2 H}{\partial k_\alpha \partial k_\beta} \frac{\partial \xi_1}{\partial x_\alpha} \frac{\partial \xi_1}{\partial x_\beta} d\tau + \left(n + \frac{1}{2}\right) \int_0^\tau \frac{\partial^2 H}{\partial k_\alpha \partial k_\beta} \frac{\partial \xi_2}{\partial x_\alpha} \frac{\partial \xi_2}{\partial x_\beta} d\tau$$

Διάδοση H/M δεσμών στο πλάσμα

Παραμετροποίηση non-Gaussian δεσμών

- **Χαρακτηριστικές παράμετροι Gaussian δεσμών:**
 - Εύρος δέσμης: Απόσταση μεταξύ των σημείων όπου το πλάτος $|E|^2$ μειώνεται κατά $1/e$
 - Ακτίνα καμπυλότητας: Ακτίνα της καμπύλης που ορίζεται από το (τοπικά σφαιρικό) μέτωπο κύματος
- **Γιά non-Gaussian δέσμες, οι παραπάνω ορισμοί δεν περιγράφουν καλά τη δέσμη:**
 - Το πλάτος μειώνεται κατά $1/e$ σε πάνω από δύο σημεία
 - Το μέτωπο κύματος δεν είναι πουθενά τοπικά σφαιρικό
- **Οι παράμετροι μπορούν να γενικευτούν με βάση την κατανομή του ηλεκτρικού πεδίου εγκάρσια στη διάδοση**



Εύρος και ακτίνα καμπυλότητας

$$(1D) \quad \langle x^m \rangle = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} x^m |E(x)|^2 dx}{\int_{-\infty}^{\infty} |E(x)|^2 dx}$$

$$(2D) \quad \langle x^m y^n \rangle = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} x^m y^n |E(x,y)|^2 dx dy}{\int_{-\infty}^{\infty} |E(x,y)|^2 dx dy}$$

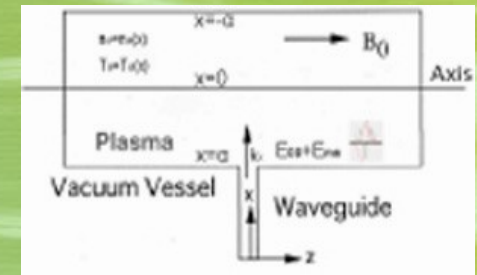
- **Το εύρος της δέσμης περιγράφεται από ένα 2x2 πίνακα (Tsironis et al 2006)**

$$W^2 = 4 \begin{pmatrix} \langle x^2 y^0 \rangle - \langle x y^0 \rangle^2 & \langle x y \rangle - \langle x y^0 \rangle \langle x^0 y \rangle \\ \langle x y \rangle - \langle x y^0 \rangle \langle x^0 y \rangle & \langle x^0 y^2 \rangle - \langle x^0 y \rangle^2 \end{pmatrix}$$

Διάδοση Η/Μ δεσμών στο πλάσμα

Εφαρμογή: Διάδοση σε επίπεδο πλάσμα

- Μελετάμε τη διάδοση μιάς απλής non-Gaussian δέσμης κάθετα στο μαγνητικό πεδίο εντός πλάσματος με επίπεδη γεωμετρία
 - Το μαγνητικό πεδίο είναι κατά μήκος του z και μεταβάλλεται αργά σαν συνάρτηση του x
 - Το πλάσμα είναι περιορισμένο εντός του $x \in [-\alpha, \alpha]$ και μονό, και όλα τα μεγέθη του εξαρτώνται μόνο από το x
 - Η non-Gaussian δέσμη εκπέμπεται από το σημείο $x=\alpha$ προς την αρνητική κατεύθυνση
 - Το ηλεκτρικό πεδίο της δέσμης έχει τη μορφή $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 + \mathbf{E}_{mn}$



Επίπεδη γεωμετρία πλάσματος

• Αναλυτική λύση του προβλήματος (Poli et al 1999):

- Ηλεκτρικό πεδίο (lab frame):

$$E = \frac{C_{00}}{\sqrt{\pi}} e^{i(\kappa s - \Theta_{mn}) - \frac{1}{2}(\frac{y^2}{W_y^2} + \frac{z^2}{W_z^2})} \left[1 + \frac{r_{mn}}{\sqrt{2^{m+n} m! n!}} H_m\left(\frac{y}{W_y}\right) H_n\left(\frac{z}{W_z}\right) \right]$$

- $r_{mn} = C_{mn}/C_{00}$ είναι ο λόγος των πλατών των δύο ρυθμών

- Εύρος δέσμης στον άξονα y:

$$w_y^2 = (1 + m B_{mn} + \delta_{n0} A_{mn} \cos \theta_{mn} [\delta_{m2} \sqrt{m(m-1)} - 2m \delta_{m1} A_{mn} \cos \theta_{mn}]) W_y^2$$

- Τα A_{mn} , B_{mn} είναι συναρτήσεις του r_{mn} :

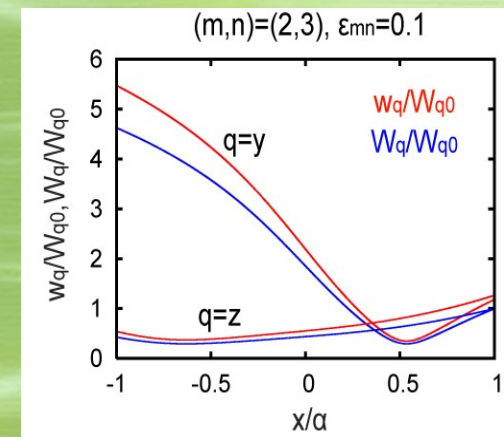
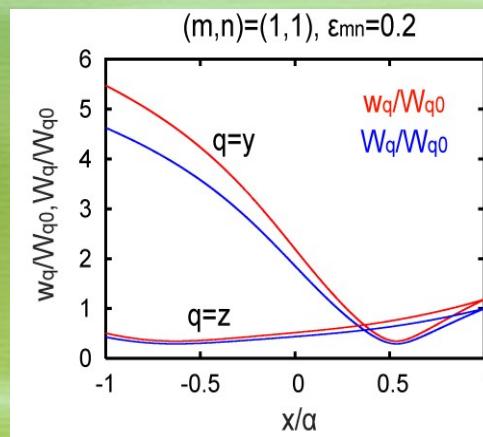
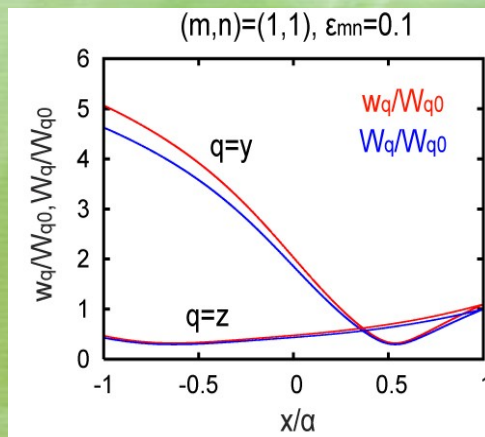
$$A_{mn} = \frac{|r_{mn}|}{1 + |r_{mn}|^2}, B_{mn} = \frac{|r_{mn}|^2}{1 + |r_{mn}|^2}$$

- Αντίστοιχη εξίσωση για τον άξονα z

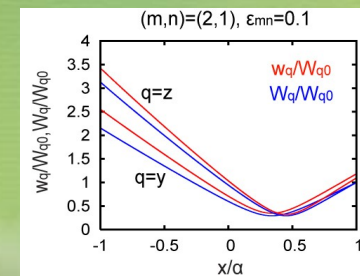
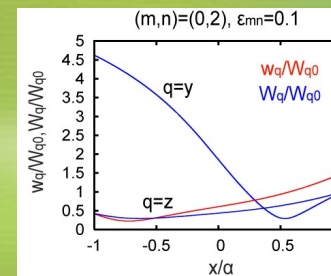
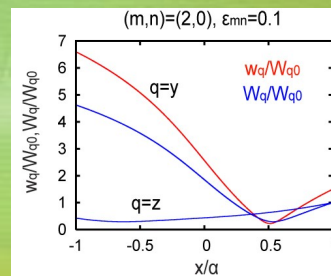
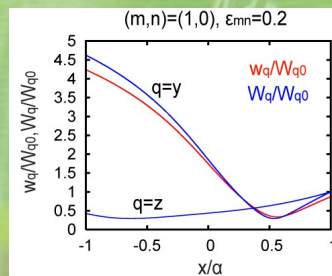
Διάδοση Η/Μ δεσμών στο πλάσμα

Αριθμητικά αποτελέσματα (1)

- Γενικευμένο και $1/e$ εύρος δέσμης για διάφορα (m,n,ε_{mn}) (O-mode)



- Για $(m,n) \neq (0,1), (1,0), (0,2), (2,0)$, το γενικευμένο εύρος δεν εξαρτάται από τη φάση
- Το γενικευμένο εύρος είναι διαρκώς μεγαλύτερο από το $1/e$ εύρος
- Το γενικευμένο εύρος αυξάνεται σαν συνάρτηση των (m, n, ε_{mn})

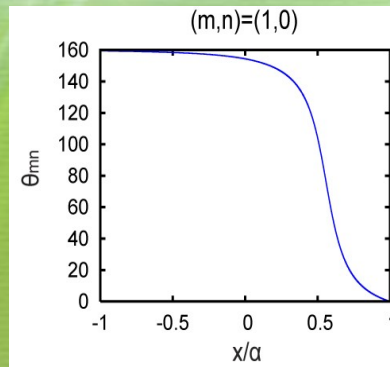


Διάδοση Η/Μ δεσμών στο πλάσμα

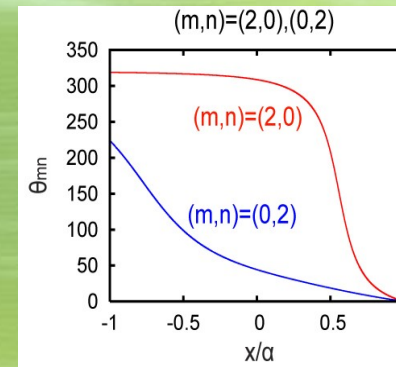
Αριθμητικά αποτελέσματα (2)

- Διαφορά φάσης σαν συνάρτηση των (m,n,ε_{mn})

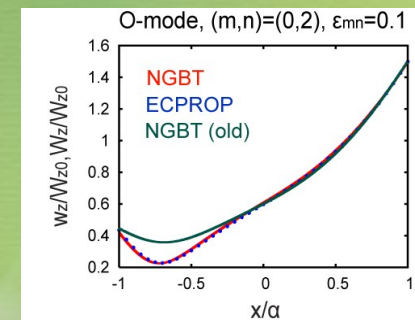
(O-mode)



(X-mode)



- Η εξάρτηση από τη φάση είναι πιά ισχυρή στις περιπτώσεις $(2,0)$, $(0,2)$
- Η διαφορά φάσης έχει διαφορετική συμπεριφορά στις δύο περιπτώσεις
 - Είναι διαφορετικός ο διηλεκτρικός τανυστής και το εύρος $1/e$
- Σύγκριση με τον κώδικα **ECPROP** (Westerhof 1997)
 - Ο κώδικας ECPROP παρέχει πλήρη λύση του προβλήματος στην επίπεδη γεωμετρία
 - Η συμφωνία των αποτελεσμάτων είναι πολύ καλή
 - Είναι φανερό ότι τα αποτελέσματα με βάση τον παλιό φορμαλισμό (Pereverzen 1998) είναι αναξιόπιστα



Διάδοση H/M δεσμών στο πλάσμα

Συμπεράσματα

- **Γιατί είναι χρήσιμη η μελέτη non-Gaussian δεσμών?**
 - Οι δέσμες που εκπέμπονται στο πλάσμα δεν είναι πάντοτε Gaussian
 - Εστίαση ή τοπική απορρόφηση μπορούν να μεταβάλλουν το Gaussian profile
- **Μέθοδος εντοπισμού δέσμης για τη διάδοση οποιασδήποτε δέσμης**
 - Καταλήξαμε σε νέες εξισώσεις για την περιγραφή της διαφοράς φάσης Θ_{mn}
 - Καθορίστηκε η κατάλληλη αλληλουχία για τον εντοπισμό γενικών δεσμών
 - Γενικεύθηκαν οι παράμετροι των Gaussian δεσμών για γενικού τύπου δέσμες
- **Διάδοση μίας non-Gaussian δέσμης με δύο ρυθμούς Gauss-Hermite σε επίπεδη γεωμετρία πλάσματος**
 - Το γενικευμένο εύρος δεν εξαρτάται από τη Θ_{mn} για $(m,n) \neq (0,1), (1,0), (0,2), (2,0)$
 - Το γενικευμένο εύρος αυξάνεται σαν συνάρτηση των (m,n,ε_{mn}) .
 - Η συμπεριφορά είναι παρόμοια για πόλωση O και X
 - Έλεγχος των αποτελεσμάτων: Καλή συμφωνία με τον κώδικα ECPROP
- **Πιθανές επεκτάσεις της τωρινής μας δουλειάς:**
 - Αναλυτικός υπολογισμός της γενικευμένης ακτίνας καμπυλότητας
 - Προσομοίωση ανομοιογενούς απορρόφησης στα πλαίσια της γέννησης και ενεργειακής αλληλεπίδρασης ρυθμών Gauss-Hermite

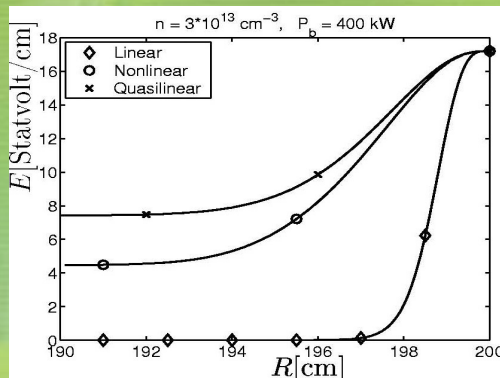
IV. Αυτοσυνεπής περιγραφή

Σχηματική απεικόνιση γραμμικής και μη γραμμικής κυκλοτρονικής απορρόφησης

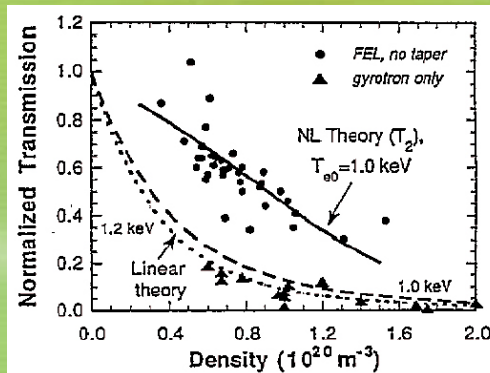
Αυτοσυνεπής περιγραφή

Ο ρόλος των μη γραμμικών φαινομένων

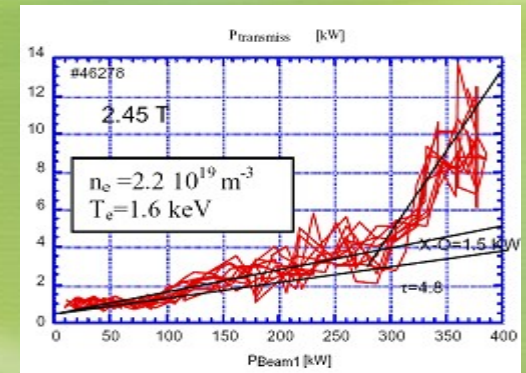
- Η αλληλεπίδραση κύματος-φορτίου παίζει βασικό ρόλο στα πειράματα ECRH και ECCD (Erckmann and Gasparino 1994)
- Στα σύγχρονα πειράματα, η ισχύς του κύματος είναι μικρή
 - Εφαρμογή γραμμικής θεωρίας για την απορρόφηση
 - Εφαρμογή ημιγραμμικής θεωρίας για τη συνάρτηση κατανομής
- Σε περιπτώσεις όπου τα μη γραμμικά φαινόμενα είναι σημαντικά, η ισχύς των θεωριών αυτών τίθεται υπό αμφισβήτηση
 - Τα μη γραμμικά φαινόμενα εμφανίζονται σε ισχύ μικρότερη από την αναμενόμενη
 - Θεωρητικά και πειραματικά αποτελέσματα: Ασυμφωνία με το γραμμικό μοντέλο



Θεωρητικό μοντέλο (Kamendje et al 2003)



Πειραματικά αποτελέσματα (MTX 1987)

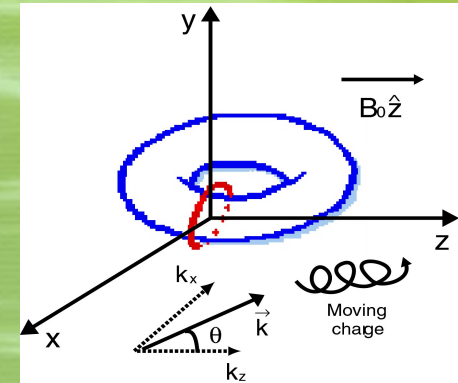


Πειραματικά αποτελέσματα (W7AS 2003)

Αυτοσυνεπής περιγραφή

Μη γραμμικό και αυτοσυνεπές μοντέλο

- **Αυτοσυνεπής περιγραφή της μη γραμμικής αλληλεπίδρασης ηλεκτρονίων με H/M κύματα (Tsironis and Vlahos 2006)**
 - Σύζευξη των σχετικιστικών εξισώσεων κίνησης με την κυματική εξίσωση για το ανυσματικό δυναμικό
- **Γεωμετρία του μοντέλου:**
 - Το κύμα διαδίδεται στο επίπεδο x-z
 - Ανυσματικό δυναμικό και φάση του κύματος:



Γεωμετρία του μοντέλου

$$\mathbf{A} = A_0(t) [l_1^M \cos \vartheta_w \sin \varphi(t) \hat{x} + l_2^M \cos \varphi(t) \hat{y} - l_1^M \sin \vartheta_w \sin \varphi(t) \hat{z}]$$

$$\varphi(t) = k(x \sin \vartheta_w + z \cos \vartheta_w) - \int_0^t \omega(t') dt'$$

- **Εξισώσεις του μοντέλου:**

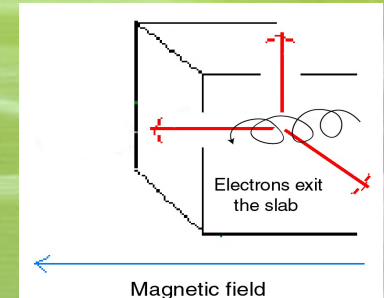
$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = \frac{|\omega_{ce}|}{\gamma} \hat{z} \times \mathbf{p} + |q_e| \left[\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \frac{\mathbf{p} \times (\nabla \times \mathbf{A})}{\gamma m_e} \right]$$

$$\frac{d\gamma}{dt} = -\frac{|q_e|}{\gamma m_e c^2} \mathbf{p} \cdot \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}$$

Σχετικιστικές εξισώσεις κίνησης

$$\nabla^2 \mathbf{A} - \frac{1}{c^2} \frac{d^2 \mathbf{A}}{dt^2} = -\frac{n_e |q_e|}{\gamma m_e} \int f_0 \mathbf{p} \delta(\mathbf{r} - \tilde{\mathbf{r}}(\mathbf{r}_0, \mathbf{p}_0, t)) d^3 \mathbf{r}_0 d^3 \mathbf{p}_0$$

Κυματική εξίσωση

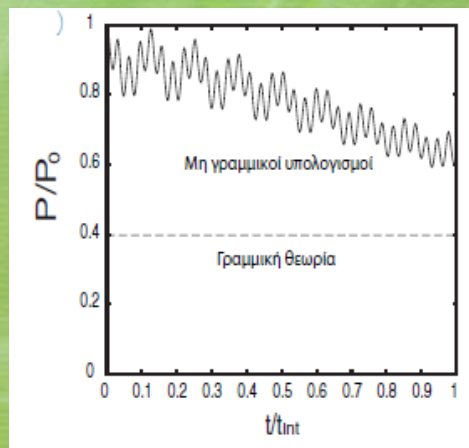


Αυτοσυνεπής περιγραφή

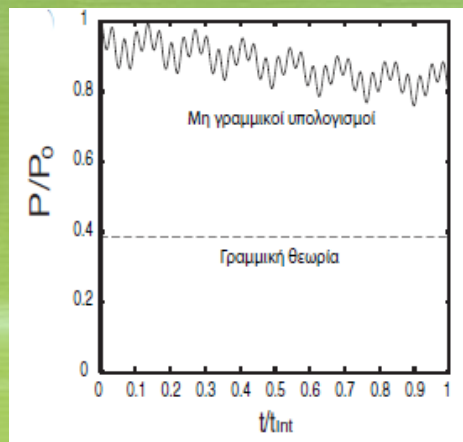
Αριθμητικά αποτελέσματα (1)

- Ισχύς της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας σε συνάρτηση με το χρόνο

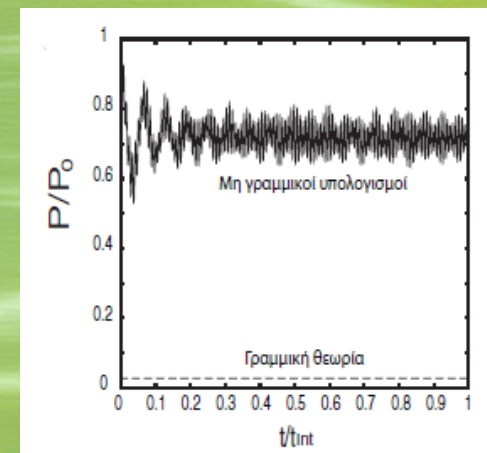
Διάδοση στο AUG ($\theta=70^\circ$)



Διάδοση στο AUG ($\theta=90^\circ$)



Διάδοση στο ITER ($\theta=70^\circ$)

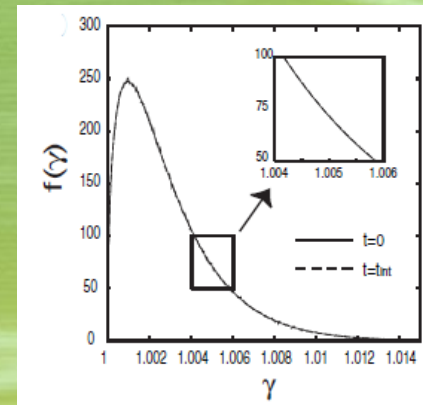
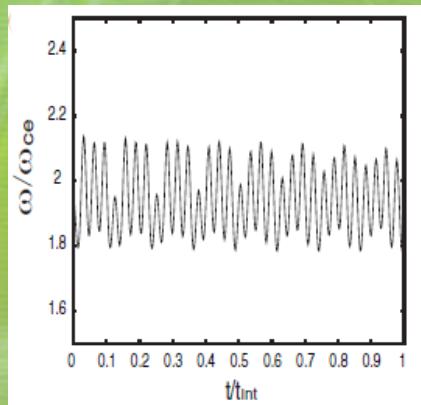


- Η ενέργεια του κύματος απορρόφεται με ρυθμό μικρότερο από αυτόν που προβλέπει η γραμμική θεωρία
 - Για $\theta=90^\circ$ η απόκλιση από τη γραμμική θεωρία είναι μεγαλύτερη
 - Στην περίπτωση του ITER, όπου η ισχύς του κύματος είναι πολύ μεγαλύτερη, η απόκλιση από τη γραμμική θεωρία αυξάνεται

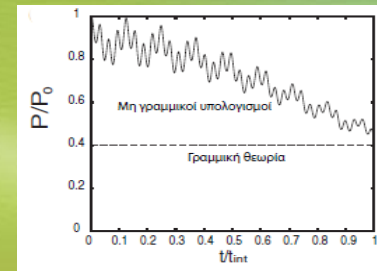
Αυτοσυνεπής περιγραφή

Αριθμητικά αποτελέσματα (2)

- Συχνότητα της H/M ακτινοβολίας και συνάρτηση κατανομής των ηλεκτρονίων για διάδοση στο AUG ($\theta=70^\circ$)



- Η συχνότητα παίρνει τιμές κοντά στην αρχική τιμή
- Η συνάρτηση κατανομής δεν επηρεάζεται από την αλληλεπίδραση με το κύμα
 - (Χρόνος αλληλεπίδρασης) $\ll$ (Χαρακτηριστικός χρόνος μεταβολής της κατανομής)
- Έλεγχος των αποτελεσμάτων μας:
Προσομοίωση για πολύ μικρή τιμή της κυματικής ισχύος
 - Συμφωνία με το γραμμικό μοντέλο



Αυτοσυνεπής περιγραφή

Συμπεράσματα

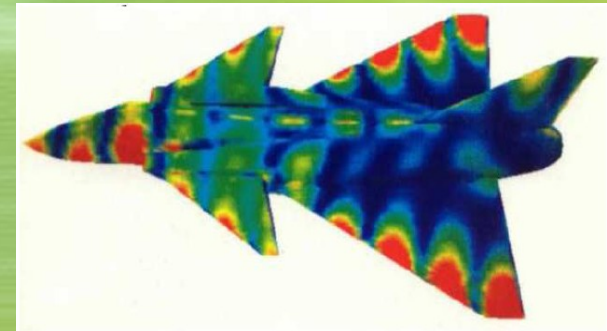
- Στα πλαίσια των ορίων του μοντέλου μας, η γραμμική θεωρία για την κυκλοτρονική απορρόφηση εμφανίζεται να υπερεκτιμά την απόθεση της κυματικής ενέργειας στο πλάσμα
- Περιορισμοί του μοντέλου μας:
 - Τοπική περιγραφή (δε λαμβάνει υπόψη τις μεταβολές των B_0 , n_e , T_e)
 - Δε λαμβάνει ρεαλιστικά υπόψη τη διάδοση του κύματος
 - Η ευστάθεια της μεθόδου εξάρταται από τον αριθμό των test particles
 - Χρήση πολλών υπολογιστικών πόρων για να εξασφαλιστεί η ευστάθεια
- Χρειάζεται να αναθεωρηθεί η σημαντικότητα των μη γραμμικών φαινομένων στα πειράματα ECRH και ECCD, ειδικά όταν αυξάνεται σημαντικά η ισχύς του κύματος (π.χ. στο ITER)
- Η τωρινή μας δουλειά αφορά πιο ρεαλιστική γεωμετρία κυματικής δέσμης και μαγνητικού πεδίου στο πλάσμα

V. Υβριδικό μοντέλο

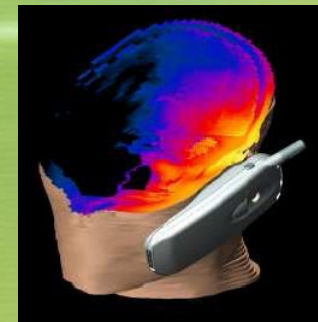
Υβριδικό μοντέλο

Προεπισκόπηση

- **Σκοπός της μελέτης**
 - Ανοικτά θέματα στην προσομοίωση του συστήματος κύμα-πλάσμα
- **Αλγόριθμος FDTD**
 - Μεθοδολογία Yee
 - Αλγόριθμος σκεδαζόμενου πεδίου
 - Οριακές συνθήκες
- **Διάδοση και απορρόφηση H/M κύματος σε ψυχρό και κινητικό πλάσμα**
 - Αριθμητικά αποτελέσματα
 - Σύγκριση με τη μέθοδο εντοπισμού δέσμης
- **Μελλοντική εργασία**



Μελέτη της ανάκλασης σημάτων radar από μαχητικό αεροσκάφος με τη μέθοδο FDTD

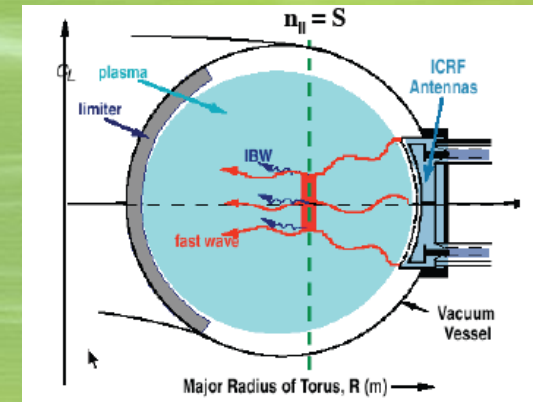


Υπολογισμός της απορρόφησης του H/M πεδίου κινητού τηλεφώνου από τον ανθρώπινο εγκέφαλο με τη μέθοδο FDTD

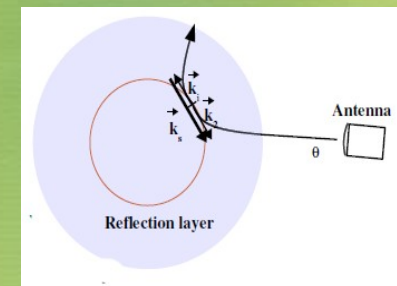
Υβριδικό μοντέλο

Ανοικτά θέματα στην προσομοίωση κύματος-πλάσματος

- **Προσομοίωση της κινητικής απόκρισης πλάσματος**
 - Υλοποίηση του σχετικιστικού τανυστή διασποράς
 - Σύγκριση με τα απλοποιημένα μοντέλα
- **Μη γραμμικά φαινόμενα (Αλληλεπίδραση πλάσματος-κύματος, EIT)**
 - Υπολογισμός της διηλεκτρικής απόκρισης του πλάσματος με βάση test particles
- **Μετατροπή ρυθμού πόλωσης**
 - Προσομοίωση κοντά σε σημεία ανακλάσης, εστίες και διαχωριστικές επιφάνειες
- **Γενικά:** Βελτίωση της προσομοίωσης της διάδοσης, απορρόφησης και οδήγησης ρεύματος



Μετατροπή ρυθμού πόλωσης

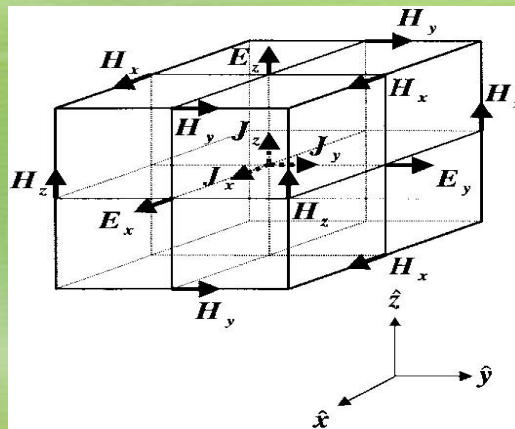


Ανάκλαση H/M κύματος

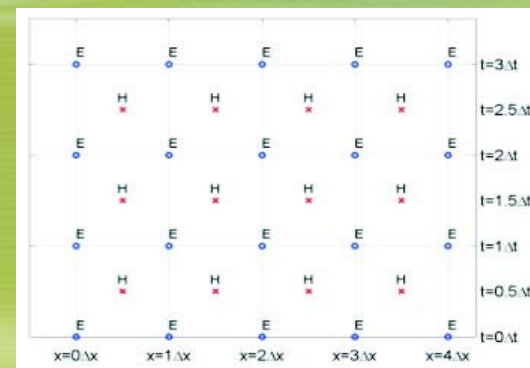
Υβριδικό μοντέλο

Η μέθοδος FDTD

- Η μέθοδος FDTD (Finite Difference Time Domain method) παρέχει λύση των εξισώσεων Maxwell χωρίς προσεγγίσεις
- Εξισώσεις Maxwell $\rightarrow$ Εξισώσεις πεπερασμένων διαφορών
 - Στο χώρο: Τοποθέτηση του ηλεκτρικού και του μαγνητικού πεδίου επί κλειστών διαδρομών, όπου ισχύουν οι νόμοι Faraday και Ampere (Yee 1966)
 - Στο χρόνο: Το ηλεκτρικό πεδίο υπολογίζεται με βάση τις παρελθούσες τιμές για το μαγνητικό πεδίο και αντίστροφα (leapfrog scheme)



Κελίο Yee στις 3 διαστάσεις



Leapfrog scheme στη 1 διάσταση

Υβριδικό μοντέλο

Αλγόριθμος σκεδαζόμενου πεδίου

- Το ηλεκτρικό πεδίο γράφεται σαν άθροισμα δύο πεδίων:
 - $E_t = E_i + E_s$ (Συνολικό πεδίο = Προσπίπτον πεδίο + Σκεδαζόμενο πεδίο)
 - Προσπίπτον πεδίο: Το πεδίο που θα υπήρχε απουσία του μέσου
 - Σκεδαζόμενο πεδίο: Γεννάται από το μέσο σαν απόκριση στο προσπίπτον πεδίο
 - Τι προσφέρει αυτή η περιγραφή?
 - Το προσπίπτον πεδίο μπορεί να υπολογιστεί αναλυτικά
- Διακριτή μορφή των εξισώσεων Maxwell (Tsironis et al 2007)

$$\begin{aligned} H_{qs}|_{i,j,k}^{n+1/2} &= H_{qs}|_{i,j,k}^{n-1/2} - \frac{\Delta t}{\mu_0 \Delta l} \psi_q [\mathbf{E}_s|_{i,j,k}^n] \quad (q = x, y, z) \\ E_{qs}|_{i,j,k}^{n+1} &= \sum_{l=1}^3 \sum_{m=1}^3 \alpha_{ql}|_{i,j,k} \left\{ \tau_{lm}|_{i,j,k} E_{ms}|_{i,j,k}^n + \psi_q [\mathbf{H}_s|_{i,j,k}^{n+1/2}] \right. \\ &\quad \left. - \sigma_{lm}|_{i,j,k} E_{mi}|_{i,j,k}^{n+1/2} - (\varepsilon_{lm}|_{i,j,k} - \varepsilon_0 \delta_{lm}) \frac{\partial E_{mi}}{\partial t} \right|_{i,j,k}^{n+1/2} \Big\} \end{aligned}$$

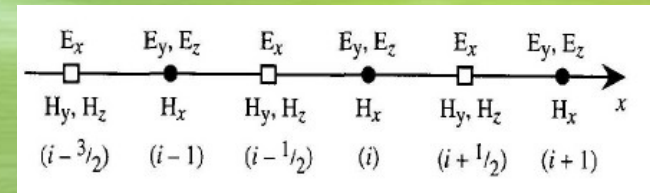
- Για την προσομοίωση της διάδοσης πέραν του υπολογιστικού χώρου, χρειάζεται ένας ειδικός τύπος οριακών συνθηκών
 - Outer Radiating Boundary Conditions (ORBC)
 - Προκύπτουν από την 1-διάστατη κυματική εξίσωση
 - Mur ORBC (Mur 1981) $E_{qs}|_{0,j,k+1/2}^{n+1} = E_{qs}|_{0,j,k+1/2}^n + \frac{c\Delta t - \Delta r}{c\Delta t + \Delta r} \left(E_{qs}|_{1,j,k+1/2}^{n+1} - E_{qs}|_{0,j,k+1/2}^n \right)$

Υβριδικό μοντέλο

Αριθμητικά αποτελέσματα (1)

- Μελετάμε τη διάδοση H/M κύματος σε κινητικό πλάσμα στη 1 διάσταση
 - Προσπίπτων πεδίο: Ημιτονικό (EC κύμα)

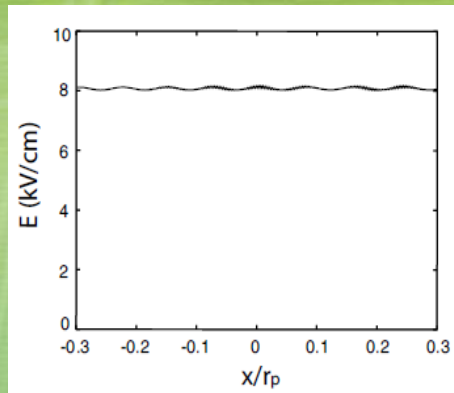
$$E_i(x, t) = E_{0i} \cos [k_v(x - x_0) + \omega t] U(ct - |x_0 - x|)$$



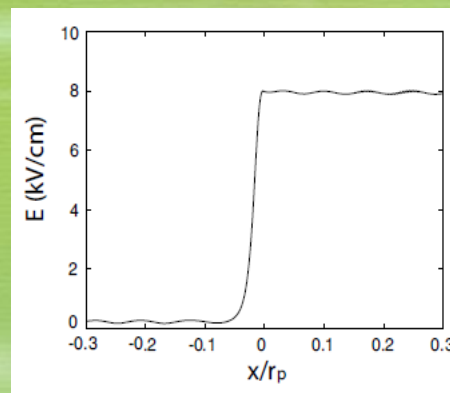
Κελίο Yee στη 1 διάσταση

- Πλάτος ηλεκτρικού πεδίου σαν συνάρτηση της θέσης

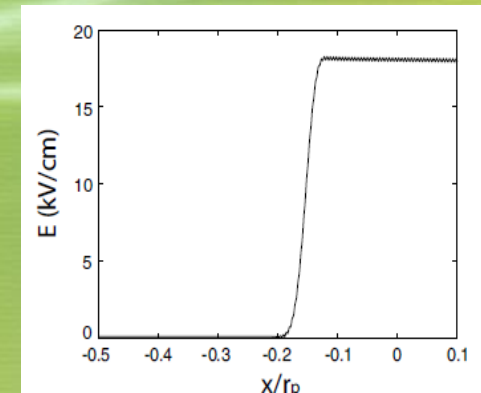
Ψυχρό πλάσμα



Κινητικό πλάσμα AUG



Κινητικό πλάσμα ITER



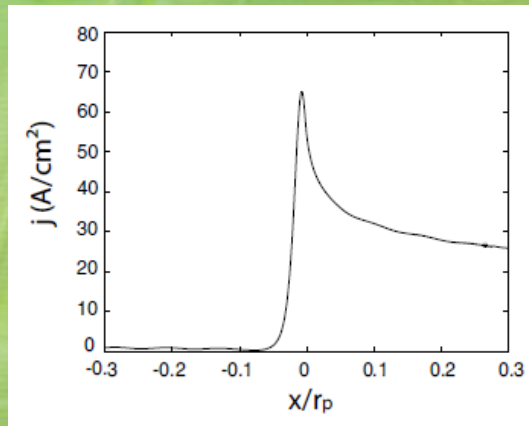
- Στο ψυχρό πλάσμα δεν έχουμε απορρόφηση
- Στην περίπτωση του ITER η απορρόφηση είναι πιο έντονη

Υβριδικό μοντέλο

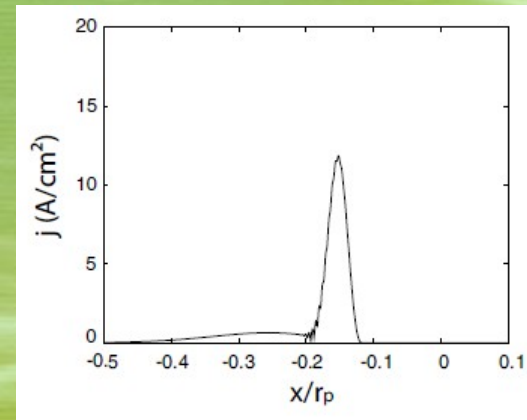
Αριθμητικά αποτελέσματα (2)

- Πυκνότητα ρεύματος σαν συνάρτηση της θέσης

Κινητικό πλάσμα AUG

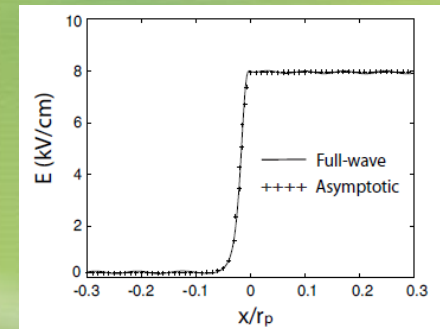


Κινητικό πλάσμα ITER



- Σύγκριση με τη μέθοδο εντοπισμού δέσμης

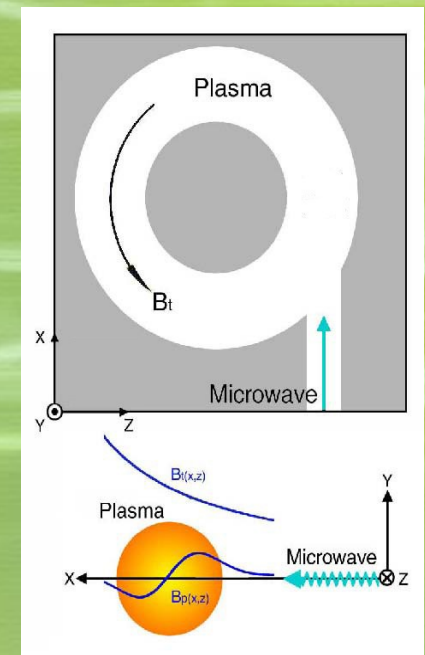
- Σύμπτωση αποτελεσμάτων (παρά τη διαφορετικότητα των φυσικών μοντέλων?)
 - Η μέθοδος εντοπισμού δέσμης προσομοιώνει τη διάδοση μέσω του τανυστή για το ψυχρό πλάσμα
 - Λόγω της επίπεδης γεωμερίας, η απόθεση ισχύος δεν εξαρτάται από την τροχιά της δέσμης (Westerhof 1997)



Υβριδικό μοντέλο

Μελλοντική εργασία

- **Κατασκευή 2-διάστατου αλγόριθμου FDTD για τη μελέτη της διάδοσης και απορρόφησης EC κυμάτων σε πλάσμα σύνηξης**
 - Η απόκριση του πλάσματος θα καθορίζεται από τη γραμμική θεωρία (διηλεκτρικός τανυστής πλάσματος), την ημιγραμμική θεωρία (εξίσωση Fokker-Planck) και από μη γραμμικά μοντέλα (test particles, απεικονίσεις)
- **Κατασκευή 3-διάστατου αλγόριθμου FD για τη μελέτη του χρονικά ανεξάρτητου προβλήματος**
 - (Πρώιμη) διερεύνηση δείχνει ότι η 3-διάστατη υλοποίηση της FDTD μπορεί να είναι αδύνατη λόγω των απαιτήσεων σε υπολογιστικούς πόρους
 - Η απόκριση του πλάσματος θα είναι γραμμική ή ημιγραμμική



2-διάστατη γεωμετρία πλάσματος για τις προσομοιώσεις ECRH

Ανακεφαλαίωση - Προοπτικές

Σύνοψη αποτελεσμάτων

- **Επίδραση H/M κυμάτων στο πλάσμα**
 - Η χρονική εξέλιξη της μέσης απομάκρυνσης ακολουθεί νόμο δύναμης
 - Οι τιμές των εκθετών είναι σε όλες τις περιπτώσεις κάτω από 1 (υποδιάχυση)
- **Διάδοση H/M δεσμών στο πλάσμα**
 - Οι δέσμες που εκπέμπονται στι πλάσμα δεν είναι πάντοτε Gaussian
 - Καθορίστηκε η κατάλληλη αλληλουχία για τον εντοπισμό γενικών δεσμών
 - Γενικεύθηκαν οι παράμετροι των Gaussian δεσμών για γενικού τύπους δέσμες
- **Αυτοσυνεπής περιγραφή**
 - Η γραμμική θεωρία υπερεκτιμά την απορρόφηση της κυματικής ενέργειας
 - Αναθεώρηση της βαρύτητας των μη γραμμικών φαινομένων στα πειράματα ECRH/ECCD, ειδικά για μεγάλη ισχύ κύματος (π.χ. στο ITER)
- **Υβριδικό μοντέλο**
 - Σχηματίστηκε αλγόριθμος για τον υπολογισμό της διάδοσης H/M κύματος σε ανισότροπο κινητικό πλάσμα με επίπεδη γεωμετρία

Ανακεφαλαίωση - Προοπτικές

Ανοικτά θέματα - Συζήτηση

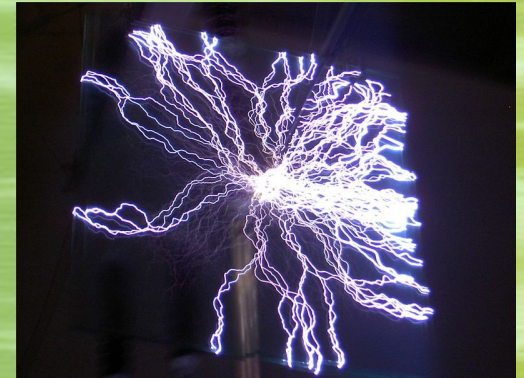
- Η κατανόηση της φυσικής που διέπει την ECRH φαίνεται πλήρης, αλλά αυτή η σιγουριά βασίζεται περισσότερο στη συμφωνία μερικών θεωρητικών μοντέλων με παλαιά πειράματα παρά στο λεπτομερή έλεγχο της συμφωνίας μεταξύ θεωρίας και πειράματος
- **Θέματα φυσικής που πρέπει να μελετηθούν:**
 - Προσομοίωση της ανώμαλης διάχυσης (test particles, FFP)
 - Μελέτη της διάδοσης non-Gaussian δεσμών
 - Μελέτη του ρόλου των μη γραμμικών φαινομένων
 - Μελέτη της επίδρασης του κινητικού χαρακτήρα του πλάσματος
- **Κατασκευή αυτοσυνεπών/υβριδικών μοντέλων**
 - Παρέχουν μία «πλήρη» λύση του προβλήματος προσομοιώνοντας όση περισσότερη φυσική επιτρέπουν οι δυνατότητες σε υπολογιστικούς πόρους
 - Υπολογισμός της κυματικής διάδοσης: FDTD, FEM
 - Υπολογισμός της απόκρισης πλάσματος: Test particles, Mappings

Extra υλικό

Εισαγωγικές έννοιες

Πλάσμα: Η τέταρτη κατάσταση της ύλης

- **Τι είναι πλάσμα?**
 - Αέριο που ένα ποσοστό των ατόμων του είναι μερικώς ή ολικώς ιονισμένο
- **Που συναντάται το πλάσμα?**
 - Αστροφυσική
 - Σύμπαν: 95% της ύλης σε κατάσταση πλάσματος
 - Γη: Ιονόσφαιρα, Σέλαη
 - Ήλιος: Χρωμόσφαιρα, Στέμμα, Ηλιακός άνεμος
 - Εργαστήριο
 - Λαμπτήρες neon
 - Μαγνητοϋδροδυναμική γεννήτρια
 - Μηχανές θερμοπυρηνικής σύντηξης (tokamak-stellarator)
- **Πως δημιουργείται πλάσμα?**
 - Θερμικός ιονισμός
 - Φωτοϊονισμός
 - Ηλεκτρική εκκένωση



Ηλεκτρική εκκένωση



Tokamak

Εισαγωγικές έννοιες

Χαρακτηριστικές ιδιότητες και παράμετροι

- **Ιδιότητες του πλάσματος:**

- Μακροσκοπική ουδετερότητα
- Συλλογικά φαινόμενα
- Ηλεκτροστατική θωράκιση



Ηλεκτροστατική θωράκιση Debye

- **Βασικές παράμετροι:**

- **Μήκος Debye:** Απόσταση πέρα απ' την οποία το πεδίο Coulomb ενός φορτίου γίνεται αισθητό
- **Συχνότητα πλάσματος:** Συχνότητα των ηλεκτροστατικών ταλαντώσεων στο πλάσμα
- **Κυκλοτρονική συχνότητα:** Συχνότητα περιστροφής των φορτίων γύρω από το μαγνητικό πεδίο
- **Συχνότητα συγκρούσεων:** Ρυθμός συγκρούσεων μεταξύ ηλεκτρονίων και ιόντων

$$\frac{1}{\lambda_D^2} = \frac{q_e^2 \langle n_p \rangle}{k_B \epsilon_0} \left(\frac{1}{T_e} + \frac{1}{T_i} \right)$$

$$\omega_{pe}^2 = \frac{n_e q_e^2}{\epsilon_0 m_e}$$

$$\omega_{cs} = \frac{q_s B_0}{m_s}$$

$$\nu_{ei} \approx \frac{\pi q_e^4 \langle n_p \rangle}{\sqrt{m_e (k_B T_e)^3}}$$

Εισαγωγικές έννοιες

Περιγραφή ως ένα ή περισσότερα ρευστά

- Παρέχει καλή περιγραφή του πλάσματος όταν:
 - Κυριαρχούν τα συλλογικά φαινόμενα
- Περιγραφή της συλλογικής κίνησης (ροής) του πλάσματος και όχι της λεπτομερούς κίνησης κάθε σωματιδίου
 - Το πλάσμα θεωρείται ότι απαρτίζεται από ένα ή περισσότερα αλληλοεφαπτόμενα, αγώγιμα και μη σχετικιστικά ρευστά
- Μοντέλο των δύο ρευστών (υδροδυναμικό)

$$\rho = n_i q_i + n_e q_e$$
$$\mathbf{j} = n_i q_i \mathbf{u}_i + n_e q_e \mathbf{u}_e$$

$$\frac{\partial n_s}{\partial t} + \nabla \cdot (n_s \mathbf{u}_s) = 0$$

Εξίσωση συνέχειας

$$n_s m_s \left[\frac{\partial \mathbf{u}_s}{\partial t} + (\mathbf{u}_s \cdot \nabla) \mathbf{u}_s \right] = n_s q_s (\mathbf{E} + \mathbf{u}_s \times \mathbf{B}) - \mathcal{T}_{ss'} - \nabla \cdot \tilde{\mathbf{P}}_s$$

Εξίσωση διατήρησης ορμής

- Μοντέλο του ενός ρευστού (μαγνητοϋδροδυναμικό)

$$\rho = n_i q_i + n_e q_e = |q_e| (n_i - n_e) \neq 0$$
$$\varrho = n_i m_i + n_e m_e \approx n_p (m_i + m_e)$$
$$\mathbf{j} = n_i q_i \mathbf{u}_i + n_e q_e \mathbf{u}_e \approx n_p |q_e| (\mathbf{u}_i - \mathbf{u}_e)$$
$$\mathbf{u} = \frac{1}{\varrho} (n_i m_i \mathbf{u}_i + n_e m_e \mathbf{u}_e) \approx \frac{m_i \mathbf{u}_i + m_e \mathbf{u}_e}{m_i + m_e}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{j} = 0$$
$$\frac{\partial \varrho}{\partial t} + \nabla \cdot (\varrho \mathbf{u}) = 0$$

Εξίσωση συνέχειας

$$\varrho \left[\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} \right] = \varrho \mathbf{E} + \mathbf{j} \times \mathbf{B} - \nabla P$$

Εξίσωση διατήρησης ορμής

$$\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B} = \eta_p \mathbf{j} + \frac{1}{n_p |q_e|} (\mathbf{j} \times \mathbf{B} - \nabla P)$$

Γενικευμένος νόμος του Ohm

Εισαγωγικές έννοιες

Στατιστική (κινητική) περιγραφή

- **Μικροσκοπική περιγραφή του πλάσματος χωρίς προσεγγίσεις**
 - Οι άλλες δύο περιγραφές είναι ειδικές περιπτώσεις της κινητικής
- **Περιγραφή με βάση την πιθανότητα τα φορτία να βρίσκονται στη γειτονία μιάς συγκεκριμένης κατάστασης στο χώρο φάσεων**
 - Συνάρτηση κατανομής $f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$: Δίνει την πυκνότητα πιθανότητας ένα σωματίδιο τη χρονική στιγμή t να βρίσκεται στη θέση $[\mathbf{r}, \mathbf{r}+d\mathbf{r}]$ με ορμή $[\mathbf{p}, \mathbf{p}+d\mathbf{p}]$
 - Αριθμός φορτίων στο στοιχειώδη όγκο $d^3r d^3p$ τη στιγμή t : $\int f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) d^3r d^3p$

- **Κινητική εξίσωση (Vlasov-Boltzmann)**

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{r}} + q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{p}} = \frac{\partial f}{\partial t} \Big|_{col}$$

- **Υπολογισμός του όρου συγκρούσεων (από διαφορετικά μοντέλα)**

$$\frac{\partial f}{\partial t} \Big|_{col} = -\nu_{ei} (f - f|_{t=0})$$

Γραμμικό μοντέλο

$$\frac{\partial f}{\partial t} \Big|_{col} = -\frac{\partial}{\partial \mathbf{v}} \left(\frac{d\langle \Delta \mathbf{v} \rangle}{dt} f \right) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial \mathbf{v} \partial \mathbf{v}} \left(\frac{d\langle \Delta \mathbf{v} \Delta \mathbf{v} \rangle}{dt} f \right)$$

Μοντέλο διάχυσης (εξίσωση Fokker-Planck)