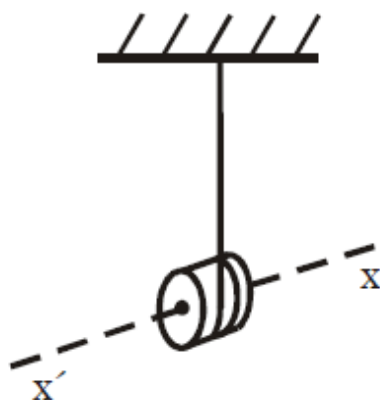
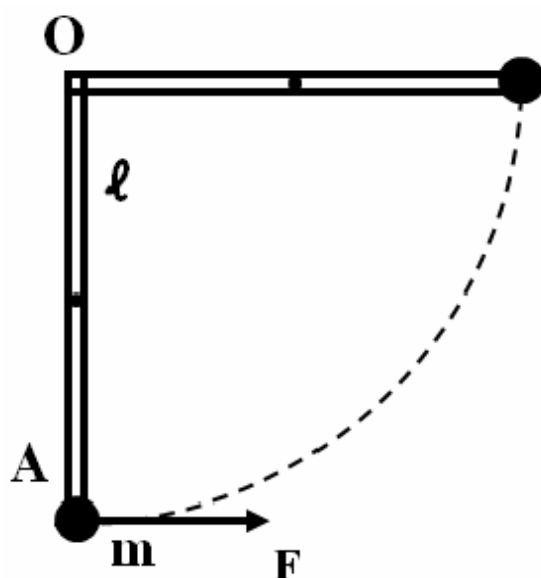
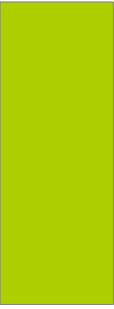


Κεφάλαιο 4

ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΣΤΕΡΕΟΥ ΣΩΜΑΤΟΣ





MAIO Babilonia

ΘΕΜΑΤΑ Α

4-1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

4-2 ΟΙ ΚΙΝΗΣΕΙΣ ΤΩΝ ΣΤΕΡΕΩΝ ΣΩΜΑΤΩΝ

4. Τροχός ακτίνας R κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο επίπεδο. Αν v_{cm} η ταχύτητα του τροχού λόγω μεταφορικής κίνησης, τότε η ταχύτητα των σημείων της περιφέρειας του τροχού που απέχουν από το έδαφος απόσταση ίση με R , έχει μέτρο:

- α. v_{cm} .
- β. $2v_{cm}$.
- γ. 0.
- δ. $\sqrt{2} v_{cm}$.

Μονάδες 5

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2005

A

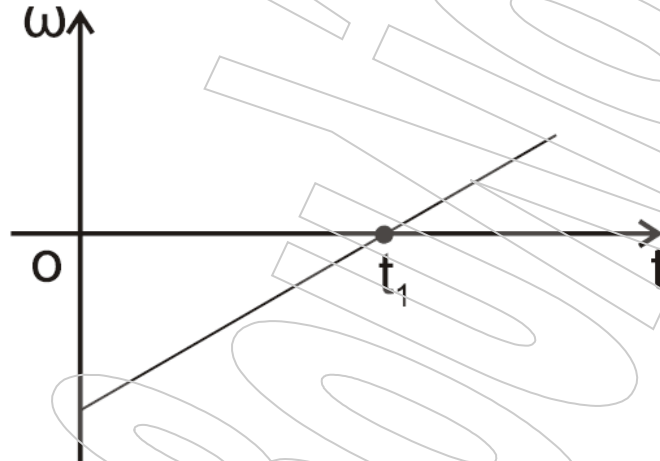


MAIO Babilon

4-3 ΡΟΠΗ ΔΥΝΑΜΗΣ

4-4 ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ ΣΤΕΡΕΟΥ ΣΩΜΑΤΟΣ

A3. Στερεό σώμα στρέφεται γύρω από σταθερό άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του. Η γωνιακή ταχύτητα (ω) μεταβάλλεται με το χρόνο (t), όπως στο σχήμα:



Η συνισταμένη των ροπών που ασκούνται στο σώμα:

- α. είναι μηδέν τη χρονική στιγμή t_1
- β. είναι σταθερή και διάφορη του μηδενός
- γ. είναι σταθερή και ίση με το μηδέν
- δ. αυξάνεται με το χρόνο.

Μονάδες 5

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2012

A

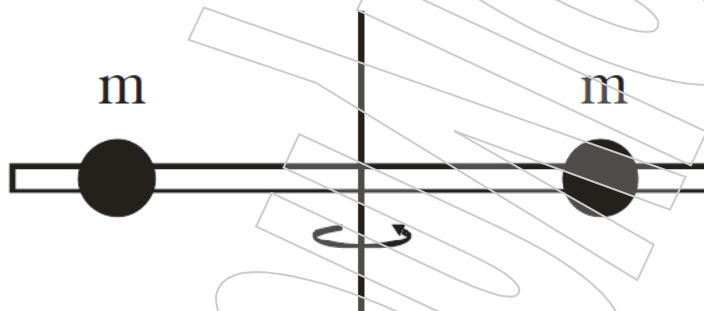


MAIO Babilon

4-5 ΡΟΠΗ ΑΔΡΑΝΕΙΑΣ

4-6 ΘΕΜΕΛΙΩΔΗΣ ΝΟΜΟΣ ΤΗΣ ΣΤΡΟΦΙΚΗΣ ΚΙΝΗΣΗΣ

4. Η ράβδος του σχήματος είναι αβαρής και οι μάζες m απέχουν εξίσου από τον άξονα περιστροφής.



Αν η απόσταση των μαζών από τον άξονα περιστροφής υποδιπλασιαστεί, η ροπή αδράνειας του συστήματος:

- α. τετραπλασιάζεται.
- β. διπλασιάζεται.
- γ. υποδιπλασιάζεται.
- δ. υποτετραπλασιάζεται.

Μονάδες 5

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2007

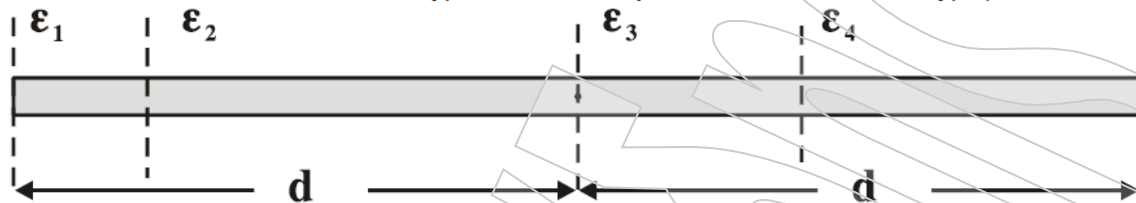
Α3. Η ροπή αδράνειας ενός στερεού σώματος ως προς άξονα περιστροφής

- α. είναι διανυσματικό μέγεθος.
- β. έχει μονάδα μέτρησης το $1\text{N}\cdot\text{m}$, στο S.I.
- γ. δεν εξαρτάται από την θέση του άξονα περιστροφής.
- δ. εκφράζει την αδράνεια του σώματος στην περιστροφική κίνηση.

Μονάδες 5

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2010

A4. Η λεπτή ομογενής ράβδος του σχήματος έχει ροπή αδράνειας I_1, I_2, I_3, I_4 ως προς τους παράλληλους άξονες $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3, \epsilon_4$ αντίστοιχα, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Η μικρότερη ροπή αδράνειας είναι η

- α. I_1 .
- β. I_2 .
- γ. I_3 .
- δ. I_4 .

Μονάδες 5

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2011

4-7 ΣΤΡΟΦΟΡΜΗ

4-8 ΔΙΑΤΗΡΗΣΗ ΤΗΣ ΣΤΡΟΦΟΡΜΗΣ

1. Μία σφαίρα κυλίνεται χωρίς ολίσθηση κινούμενη κατά μήκος κεκλιμένου επιπέδου (αρχικά ανέρχεται και στη συνέχεια κατέρχεται).
 - α. Ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής της ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της μεταβάλλεται.
 - β. Η φορά του διανύσματος της στατικής τριβής παραμένει σταθερή.
 - γ. Η φορά του διανύσματος της γωνιακής επιτάχυνσης μεταβάλλεται.
 - δ. Η φορά του διανύσματος της γωνιακής ταχύτητας παραμένει σταθερή.

Μονάδες 5

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2006



MAIO Babilon

4-9 ΚΙΝΗΤΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ ΛΟΓΩ ΠΕΡΙΣΤΡΟΦΗΣ

4-10 ΕΡΓΟ ΚΑΤΑ ΤΗ ΣΤΡΟΦΙΚΗ ΚΙΝΗΣΗ

1. Στη στρωφική κίνηση το αλγεβρικό άθροισμα των έργων των ροπών των δυνάμεων, που ασκούνται στο σώμα είναι
 - α. ίσο με τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας περιστροφής του σώματος.
 - β. ίσο με τη μεταβολή της στροφορμής του σώματος.
 - γ. πάντα θετικό.
 - δ. αντιστρόφως ανάλογο της συνολικής δύναμης που ασκείται στο σώμα.

Μονάδες 5

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2008



MAIO Babilon

ΘΕΜΑΤΑ A5

4-1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

4-2 ΟΙ ΚΙΝΗΣΕΙΣ ΤΩΝ ΣΤΕΡΕΩΝ ΣΩΜΑΤΩΝ

γ. Όταν ένα σώμα μετακινείται στο χώρο και ταυτόχρονα αλλάζει ο προσανατολισμός του, λέμε ότι κάνει κίνηση.

ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2003

α. Τα διανύσματα της γωνιακής ταχύτητας $\vec{\omega}$ και της γωνιακής επιτάχυνσης $\vec{\alpha}$ έχουν πάντα την ίδια κατεύθυνση.

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2007

γ. Το κέντρο μάζας ενός σώματος μπορεί να βρίσκεται και έξω από το σώμα.

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2011

δ. Σε στερεό σώμα που εκτελεί στροφική κίνηση και το μέτρο της γωνιακής του ταχύτητας αυξάνεται, τα διανύσματα της γωνιακής ταχύτητας και της γωνιακής επιτάχυνσης είναι αντίρροπα.

ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2012

α. Τα υποθετικά στερεά που δεν παραμορφώνονται, όταν τους ασκούνται δυνάμεις, λέγονται μηχανικά στερεά.

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2013

Matteo Barbieri

4-3 ΡΟΠΗ ΔΥΝΑΜΗΣ

4-4 ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ ΣΤΕΡΕΟΥ ΣΩΜΑΤΟΣ

γ. Η ροπή ζεύγους δυνάμεων είναι ίδια ως προς οποιοδήποτε σημείο του επιπέδου που ορίζουν.

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2004

ε. Η ροπή ζεύγους δυνάμεων είναι ίδια ως προς οποιοδήποτε σημείο.

ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2010

Matteo Barbieri

4-5 ΡΟΠΗ ΑΔΡΑΝΕΙΑΣ

4-6 ΘΕΜΕΛΙΩΔΗΣ ΝΟΜΟΣ ΤΗΣ ΣΤΡΟΦΙΚΗΣ ΚΙΝΗΣΗΣ

α. Η ροπή αδράνειας εκφράζει την αδράνεια στη μεταφορική κίνηση.

ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2004

δ. Η ροπή αδράνειας ενός σώματος σταθερής μάζας έχει πάντα την ίδια τιμή.

ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2007

β. Η ροπή αδράνειας ενός στερεού δεν εξαρτάται από τη θέση του άξονα περιστροφής του.

ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2008

β. Η ροπή αδράνειας εκφράζει στη μεταφορική κίνηση ό,τι εκφράζει η μάζα στη στροφική κίνηση.

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2008

ε. Η ροπή αδράνειας ενός στερεού σώματος δεν εξαρτάται από τον άξονα περιστροφής του σώματος.

ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2009

α. Η ροπή αδράνειας είναι διανυσματικό μέγεθος.

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2009

δ. Η ροπή αδράνειας είναι διανυσματικό μέγεθος.

ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2011

- δ. Η ροπή αδράνειας ως προς άξονα ενός στερεού έχει τη μικρότερη τιμή της, όταν ο άξονας αυτός διέρχεται από το κέντρο μάζας του στερεού.

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2012

- δ) Σε στερεό σώμα σφαιρικού σχήματος που στρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα γύρω από άξονα διερχόμενο από το κέντρο του ισχύει πάντα $\Sigma \mathbf{F} = 0$.

ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2013

4-7 ΣΤΡΟΦΟΡΜΗ

4-8 ΔΙΑΤΗΡΗΣΗ ΤΗΣ ΣΤΡΟΦΟΡΜΗΣ

- δ. Το αλγεβρικό άθροισμα των που δρουν σ' ένα στερεό που περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα, είναι ίσο με την αλγεβρική τιμή του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής του.

ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2002

- β. Εάν η συνολική εξωτερική ροπή σε ένα σύστημα σωμάτων είναι μηδέν, τότε η μεταβολή της ολικής στροφορμής του συστήματος είναι

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2003

- δ. Ένας αθλητής καταδύσεων, καθώς περιστρέφεται στον αέρα, συμπύκνωση τα άκρα του. Με την τεχνική αυτή αυξάνεται η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του.

ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2005

- ε. Η Γη έχει στροφορμή λόγω της κίνησής της γύρω από τον Ήλιο.

ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2008

- γ. Η μονάδα μέτρησης του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής στο σύστημα SI είναι το $1 \text{ kg m}^2/\text{s}^2$.

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2009

- β. Όταν ένας αστέρας συρρικνώνεται λόγω βαρύτητας, η γωνιακή ταχύτητά του λόγω ιδιοπεριστροφής αυξάνεται.

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2010

δ. Εάν η συνολική εξωτερική ροπή σε ένα σύστημα σωμάτων είναι μηδέν, η ολική στροφορμή του συστήματος αυξάνεται συνεχώς.

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2011

γ. Ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής μετριέται σε $\text{kg} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$.

ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2012

ε. Μονάδα μέτρησης του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής είναι και το $1\text{N} \cdot \text{m}$.

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2012

ε. Μονάδα μέτρησης στροφορμής στο SI είναι το $1 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}$.

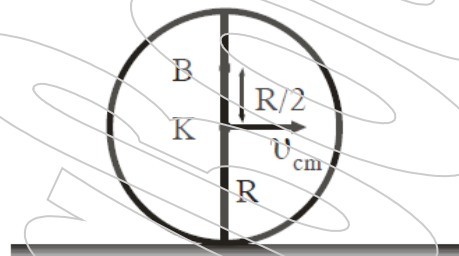
ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2013

ΘΕΜΑΤΑ Β

4-1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

4-2 ΟΙ ΚΙΝΗΣΕΙΣ ΤΩΝ ΣΤΕΡΕΩΝ ΣΩΜΑΤΩΝ

4. Σε οριζόντιο επίπεδο ο δίσκος του σχήματος με ακτίνα R κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει και η ταχύτητα του κέντρου μάζας του K είναι v_{cm} .



Η ταχύτητα του σημείου που βρίσκεται στη θέση B της κατακόρυφης διαμέτρου και απέχει απόσταση $R/2$ από το K θα είναι

α) $\frac{3}{2}v_{cm}$.

β) $\frac{2}{3}v_{cm}$.

γ) $\frac{5}{2}v_{cm}$.

B

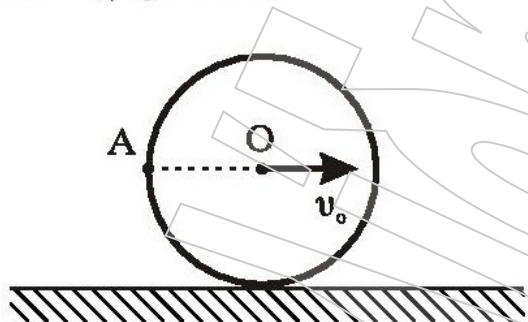
Μονάδες 2

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 5

ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2006

1. Ο δίσκος του σχήματος κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο επίπεδο. Η ταχύτητα του κέντρου του Ο είναι v_0 . Το σημείο Α βρίσκεται στην περιφέρεια του δίσκου και το ΑΟ είναι οριζόντιο.



Η ταχύτητα του σημείου Α έχει μέτρο

α. $v_A = 2 v_0$

β. $v_A = \sqrt{2} v_0$

γ. $v_A = v_0$

Μονάδες 3

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

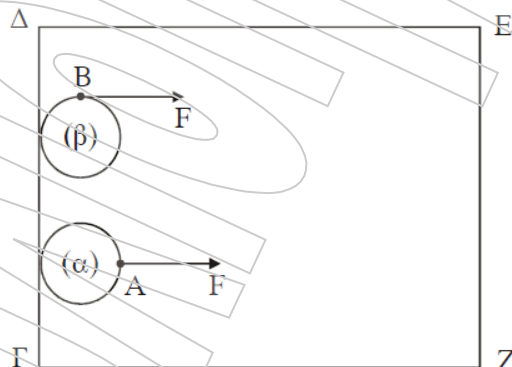
Μονάδες 5

ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2009

4-5 ΡΟΠΗ ΑΔΡΑΝΕΙΑΣ

4-6 ΘΕΜΕΛΙΩΔΗΣ ΝΟΜΟΣ ΤΗΣ ΣΤΡΟΦΙΚΗΣ ΚΙΝΗΣΗΣ

2. Δύο ίδιοι οριζόντιοι κυκλικοί δίσκοι (α) και (β) μπορούν να ολισθαίνουν πάνω σε οριζόντιο ορθογώνιο τραπέζι ΓΔΕΖ χωρίς τριβές, όπως στο σχήμα. Αρχικά οι δύο δίσκοι είναι ακίνητοι και τα κέντρα τους απέχουν ίδια απόσταση από την πλευρά ΕΖ.



Ίδιες σταθερές δυνάμεις F με διεύθυνση παράλληλη προς τις πλευρές ΔΕ και ΓΖ ασκούνται σ' αυτούς. Στο δίσκο (α) η δύναμη ασκείται πάντα στο σημείο Α του δίσκου. Στο δίσκο (β) η δύναμη ασκείται πάντα στο σημείο Β του δίσκου.

Αν ο δίσκος (α) χρειάζεται χρόνο t_α για να φτάσει στην απέναντι πλευρά ΕΖ, ενώ ο δίσκος (β) χρόνο t_β , τότε:

- α. $t_\alpha > t_\beta$ β. $t_\alpha = t_\beta$ γ. $t_\alpha < t_\beta$

Μονάδες 4

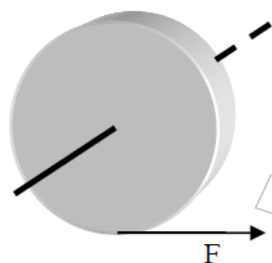
Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 6

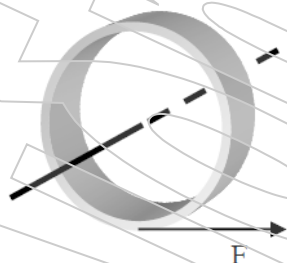
B

ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2005

3. Στο σχήμα φαίνεται ένας ομογενής συμπαγής κυκλικός δίσκος (I) και ένας ομογενής συμπαγής κυκλικός δακτύλιος (II), που έχουν την ίδια ακτίνα και την ίδια μάζα.



(I)



(II)

Κάποια χρονική στιγμή ασκούνται στα σώματα αυτά δυνάμεις ίδιου μέτρου, εφαπτόμενες στην περιφέρεια. Οι γωνιακές επιταχύνσεις που θα αποκτήσουν θα είναι

α. $\alpha_I = \alpha_{II}$.

β. $\alpha_I < \alpha_{II}$.

γ. $\alpha_I > \alpha_{II}$.

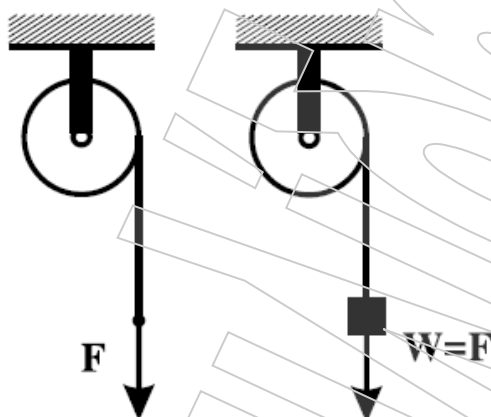
Μονάδες 2

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 4

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2006

B3. Τροχαλία μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από ακλόνητο οριζόντιο άξονα που περνά από το κέντρο μάζας της. Γύρω από την τροχαλία είναι τυλιγμένο αβαρές και μη εκτατό νήμα.



Όταν στο ελεύθερο άκρο του νήματος ασκούμε κατακόρυφη δύναμη με φορά προς τα κάτω μέτρου F , η τροχαλία αποκτά γωνιακή επιτάχυνση μέτρου $\alpha_{\gamma\omega\nu,1}$ ενώ, όταν κρεμάμε στο ελεύθερο άκρο του νήματος σώμα βάρους $w = F$ η τροχαλία αποκτά γωνιακή επιτάχυνση $\alpha_{\gamma\omega\nu,2}$. Ισχύει:

α. $\alpha_{\gamma\omega\nu,1} = \alpha_{\gamma\omega\nu,2}$, **β.** $\alpha_{\gamma\omega\nu,1} > \alpha_{\gamma\omega\nu,2}$, **γ.** $\alpha_{\gamma\omega\nu,1} < \alpha_{\gamma\omega\nu,2}$.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. (μονάδες 2)

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας. (μονάδες 7)

Μονάδες 9

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2011

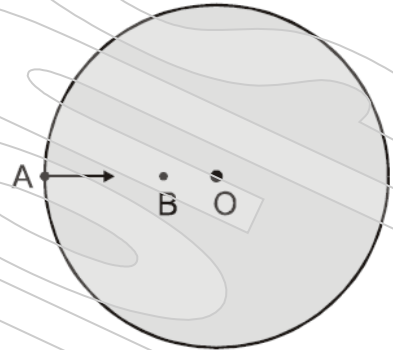
B

Матрица

4-7 ΣΤΡΟΦΟΡΜΗ

4-8 ΔΙΑΤΗΡΗΣΗ ΤΗΣ ΣΤΡΟΦΟΡΜΗΣ

2. Δίσκος παιδικής χαράς περιστρέφεται περί κατακόρυφο άξονα κάθετο στο επίπεδό του διερχόμενο από το κέντρο του δίσκου O . Στο δίσκο δεν ασκείται καμία εξωτερική δύναμη. Ένα παιδί μετακινείται από σημείο A της περιφέρειας του δίσκου στο σημείο B πλησιέστερα στο κέντρο του. Τότε ο δίσκος θα περιστρέφεται:



- α. πιο αργά
- β. πιο γρήγορα.

Μονάδες 2

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 6

ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2002

2. Καλλιτέχνης του πατινάξ περιστρέφεται γύρω από τον άξονά του, χωρίς τριβές. Στην αρχή ο καλλιτέχνης έχει τα χέρια απλωμένα και στη συνέχεια τα συμπύσσει. Ο καλλιτέχνης περιστρέφεται πιο γρήγορα, όταν έχει τα χέρια:

- α. απλωμένα
- β. συνεπτυγμένα.

Μονάδες 2

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 4

ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2003

1. Να εξηγήσετε γιατί η χρονική διάρκεια της περιστροφής της γης γύρω από τον εαυτό της παραμένει σταθερή, δηλαδή 24 ώρες.

Μονάδες 6

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2003

3. Χορεύτρια στρέφεται, χωρίς τριβές, έχοντας ανοιχτά τα δυο της χέρια με σταθερή γωνιακή ταχύτητα μέτρου ω . Η χορεύτρια συμπύσσοντας τα χέρια της αυξάνει το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας περιστροφής της, σε $\frac{5}{2}\omega$. Ο λόγος της αρχικής προς την τελική ροπή αδράνειας της χορεύτριας, ως προς τον άξονα περιστροφής της, είναι:

α. 1 β. $\frac{5}{2}$ γ. $\frac{2}{5}$

Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

Μονάδες 3

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

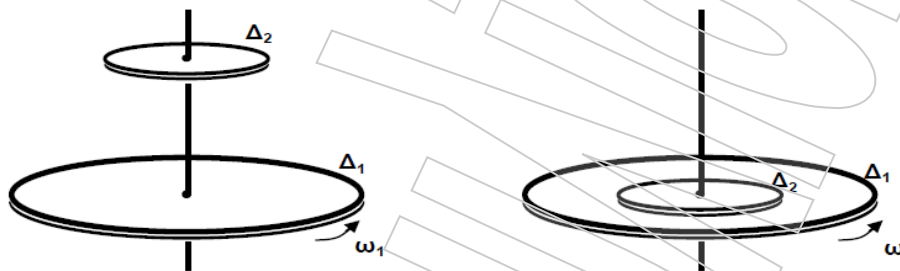
Μονάδες 6

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2009

B3. Ένας δίσκος Δ_1 με ροπή αδράνειας I_1 στρέφεται με γωνιακή ταχύτητα ω_1 και φορά περιστροφής όπως φαίνεται στο σχήμα, γύρω από σταθερό κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το κέντρο του και είναι κάθετος στο επίπεδό του.

Ένας δεύτερος δίσκος Δ_2 με ροπή αδράνειας $I_2 = \frac{I_1}{4}$, που αρχικά είναι ακίνητος, τοποθετείται πάνω στο δίσκο Δ_1 , ενώ αυτός περιστρέφεται, έτσι ώστε να έχουν κοινό άξονα περιστροφής, που διέρχεται από τα κέντρα των δύο δίσκων, όπως δείχνει το σχήμα.

Μετά από λίγο οι δύο δίσκοι αποκτούν κοινή γωνιακή ταχύτητα ω .



Αν L_1 είναι το μέτρο της αρχικής στροφορμής του δίσκου Δ_1 , τότε το μέτρο της μεταβολής της στροφορμής του δίσκου Δ_1 είναι:

- i) 0
- ii) $\frac{1}{5} L_1$
- iii) $\frac{2}{5} L_1$

α) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

β) Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 2

Μονάδες 6

ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2013

B

Матрица

4-9 ΚΙΝΗΤΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ ΛΟΓΩ ΠΕΡΙΣΤΡΟΦΗΣ

4-10 ΕΡΓΟ ΚΑΤΑ ΤΗ ΣΤΡΟΦΙΚΗ ΚΙΝΗΣΗ

3. Στερεό σώμα περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα με γωνιακή ταχύτητα ω . Αν η ροπή αδράνειας του σώματος ως προς τον άξονα περιστροφής του είναι I , να αποδείξετε ότι η κινητική ενέργεια του σώματος λόγω της στροφικής του κίνησης δίνεται από τη σχέση
- $$K = \frac{1}{2} I \omega^2 .$$

Μονάδες 7

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2003

4. Ένα ομογενές σώμα με κανονικό γεωμετρικό σχήμα κυλίεται, χωρίς να ολισθαίνει. Η κινητική ενέργεια του σώματος λόγω της μεταφορικής κίνησης είναι ίση με την κινητική του ενέργεια λόγω της στροφικής κίνησης γύρω από τον άξονα που περνά από το κέντρο μάζας του. Το γεωμετρικό σχήμα του σώματος είναι:
- α. σφαίρα.
 - β. λεπτός δακτύλιος.
 - γ. κύλινδρος.

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 2

Μονάδες 5

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2004

B

3. Υποθέτουμε ότι κλιματολογικές συνθήκες επιβάλλουν την μετανάστευση του πληθυσμού της Γης προς τις πολικές ζώνες. Η κινητική ενέργεια λόγω περιστροφής της Γης γύρω από τον άξονά της:
- α. θα μείνει σταθερή.
 - β. θα ελαττωθεί.
 - γ. θα αυξηθεί.

Μονάδες 2

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 4

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2005

2. Σε ένα ακίνητο ρολόι που βρίσκεται σε κανονική λειτουργία, ο λόγος της στροφορμής του λεπτοδείκτη (L_1) προς την στροφορμή του ωροδείκτη (L_2), ως προς τον κοινό άξονα περιστροφής τους, είναι $\frac{L_1}{L_2} = \lambda$, όπου λ

θετική σταθερά.

Ο λόγος των κινητικών ενεργειών τους $\frac{K_1}{K_2}$ αντίστοιχα είναι

α. 6λ. β. 12λ. γ. 24λ.

Να επιλέξετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

Μονάδες 3

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 5

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2008

ΘΕΜΑΤΑ Γ & Δ

4-1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

4-2 ΟΙ ΚΙΝΗΣΕΙΣ ΤΩΝ ΣΤΕΡΕΩΝ ΣΩΜΑΤΩΝ

4-3 ΡΟΠΗ ΔΥΝΑΜΗΣ

4-4 ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ ΣΤΕΡΕΟΥ ΣΩΜΑΤΟΣ

4-5 ΡΟΠΗ ΑΔΡΑΝΕΙΑΣ

4-6 ΘΕΜΕΛΙΩΔΗΣ ΝΟΜΟΣ ΤΗΣ ΣΤΡΟΦΙΚΗΣ ΚΙΝΗΣΗΣ

4-7 ΣΤΡΟΦΟΡΜΗ

4-8 ΔΙΑΤΗΡΗΣΗ ΤΗΣ ΣΤΡΟΦΟΡΜΗΣ

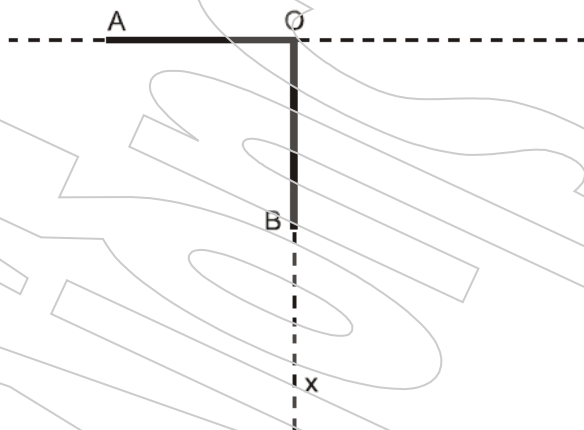
4-9 ΚΙΝΗΤΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ ΛΟΓΩ

ΠΕΡΙΣΤΡΟΦΗΣ

4-10 ΕΡΓΟ ΚΑΤΑ ΤΗ ΣΤΡΟΦΙΚΗ ΚΙΝΗΣΗ

ΘΕΜΑ 4ο

Δύο ίδιες, λεπτές, ισοπαχείς και ομογενείς ράβδοι OA και OB, που έχουν μάζα $M = 4 \text{ Kg}$ και μήκος $L = 1,5 \text{ m}$ η καθεμία, συγκολλούνται στο ένα άκρο τους O, ώστε να σχηματίζουν ορθή γωνία. Το σύστημα των δύο ράβδων μπορεί να περιστρέφεται περί οριζόντιο άξονα, κάθετο στο επίπεδο AOB, που διέρχεται από την κορυφή O της ορθής γωνίας. Το σύστημα αρχικά συγκρατείται στη θέση όπου η ράβδος OA είναι οριζόντια (όπως στο σχήμα). Η ροπή αδράνειας της κάθε ράβδου ως προς το κέντρο μάζας της είναι $I_{\text{cm}} = \frac{1}{12} ML^2$.



- A. Να υπολογίσετε τη ροπή αδράνειας της κάθε ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής που διέρχεται από το O.

Μονάδες 6

- B. Από την αρχική του θέση το σύστημα των δύο ράβδων αφήνεται ελεύθερο να περιστραφεί περί τον άξονα περιστροφής στο σημείο O, χωρίς τριβές. Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης του συστήματος των δύο ράβδων τη στιγμή της εκκίνησης.

Μονάδες 6

Γ. Τη χρονική στιγμή κατά την οποία οι ράβδοι σχηματίζουν ίσες γωνίες με την κατακόρυφο Οχ, να υπολογίσετε:

α. Το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας του συστήματος των δύο ράβδων.

Μονάδες 7

β. Το μέτρο της στροφορμής της κάθε ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής που διέρχεται από το σημείο Ο.

Μονάδες 6

Δίνονται: $g = 10\text{ms}^{-2}$, $\eta\mu 45^\circ = \sigma\upsilon\nu 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} = 0,7$.

ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2002

ΘΕΜΑ 4ο

Συμπαγής και ομογενής σφαίρα μάζας $m=10\text{ kg}$ και ακτίνας $R=0,1\text{ m}$ κυλίνεται ευθύγραμμα χωρίς ολίσθηση ανερχόμενη κατά μήκος κεκλιμένου επιπέδου γωνίας φ με $\eta\mu\varphi=0,56$. Τη χρονική στιγμή $t=0$ το κέντρο μάζας της σφαίρας έχει ταχύτητα με μέτρο $v_0=8\text{ m/s}$. Να υπολογίσετε για τη σφαίρα:

- α. το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας περιστροφής της τη χρονική στιγμή $t=0$.

Μονάδες 6

- β. το μέτρο της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας της.

Μονάδες 6

- γ. το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής κατά τη διάρκεια της κίνησής της.

Μονάδες 6

- δ. το μέτρο της ταχύτητας του κέντρου μάζας της καθώς ανεβαίνει, τη στιγμή που έχει διαγράψει $\frac{30}{\pi}$ περιστροφές.

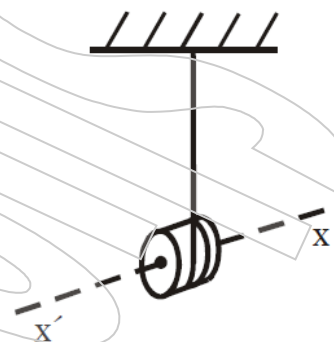
Μονάδες 7

Δίνονται: η ροπή αδράνειας της σφαίρας περί άξονα διερχόμενο από το κέντρο της: $I = \frac{2}{5}mR^2$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας: $g = 10\text{ m/s}^2$.

ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2004

ΘΕΜΑ 3ο

Το γιο-γιο του σχήματος αποτελείται από ομογενή συμπαγή κύλινδρο που έχει μάζα $m=0,12\text{kg}$ και ακτίνα $R=1,5\cdot 10^{-2}\text{m}$. Γύρω από τον κύλινδρο έχει τυλιχτεί νήμα. Τη χρονική στιγμή $t=0$ αφήνουμε τον κύλινδρο να πέσει. Το νήμα ξετυλίγεται και ο κύλινδρος περιστρέφεται γύρω από νοητό οριζόντιο άξονα $x'x$, ο οποίος ταυτίζεται με τον άξονα συμμετρίας του. Το νήμα σε όλη τη διάρκεια της κίνησης του κυλίνδρου παραμένει κατακόρυφο και τεντωμένο και δεν ολισθαίνει στην περιφέρεια του κυλίνδρου. Τη στιγμή που έχει ξετυλιχτεί νήμα μήκους $\ell=20R$, η ταχύτητα του κέντρου μάζας του κυλίνδρου είναι $v_{cm}=2\text{m/s}$.



- α. Να υπολογίσετε τη ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του. (Ο τύπος που μας δίνει τη ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του, δεν θεωρείται γνωστός).

Μονάδες 6

- β. Να υπολογίσετε το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής του κυλίνδρου, καθώς αυτός κατέρχεται.

Μονάδες 7

- γ. Τη χρονική στιγμή που η ταχύτητα του κέντρου μάζας του κυλίνδρου είναι $v_{cm}=2\text{m/s}$, το νήμα κόβεται. Να υπολογίσετε το μέτρο της στροφορμής του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του μετά την πάροδο χρόνου $0,8\text{s}$ από τη στιγμή που κόπηκε το νήμα.

Μονάδες 6

- δ. Να κάνετε σε βαθμολογημένους άξονες το διάγραμμα του μέτρου της στροφορμής σε συνάρτηση με το χρόνο από τη χρονική στιγμή $t=0$, μέχρι τη χρονική στιγμή που αντιστοιχεί σε χρόνο $0,8\text{s}$ από τη στιγμή που κόπηκε το νήμα.

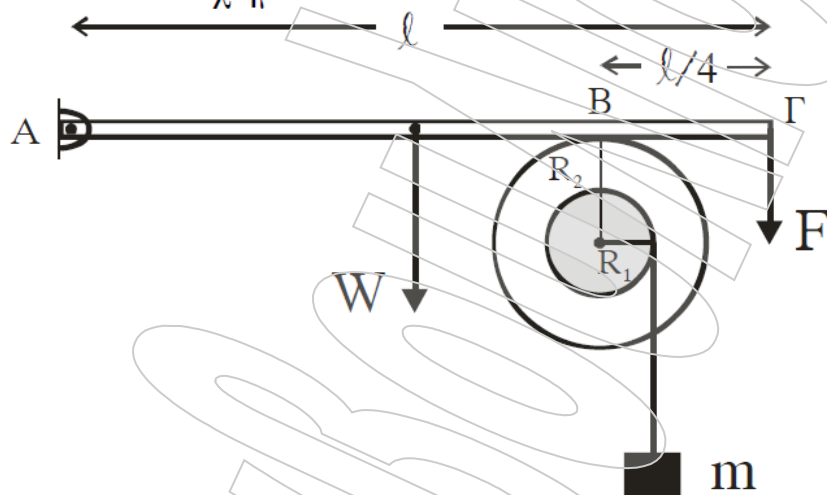
Μονάδες 6

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2005

ΘΕΜΑ 4ο

Άκαμπτη ομογενής ράβδος ΑΓ με μήκος ℓ και μάζα $M=3\text{kg}$ έχει το άκρο της Α αρθρωμένο και ισορροπεί οριζόντια. Στο άλλο άκρο Γ ασκείται σταθερή κατακόρυφη δύναμη F μέτρου 9N, με φορά προς τα κάτω. Η ράβδος ΑΓ εφάπτεται στο σημείο Β με στερεό που αποτελείται από δύο ομοαξονικούς κυλίνδρους με ακτίνες $R_1=0,1\text{m}$ και $R_2=0,2\text{m}$, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Η απόσταση του σημείου επαφής Β από το άκρο Γ της ράβδου είναι $\frac{\ell}{4}$. Το στερεό μπορεί να περιστρέφεται χωρίς

τριβές, σαν ένα σώμα γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα που περνάει από το κέντρο του. Ο άξονας περιστροφής συμπίπτει με τον άξονα συμμετρίας των δύο κυλίνδρων. Η ροπή αδράνειας του στερεού ως προς τον άξονα περιστροφής είναι $I=0,09 \text{ kgm}^2$. Γύρω από τον κύλινδρο ακτίνας R_1 είναι τυλιγμένο αβαρές και μη εκτατό νήμα στο άκρο του οποίου κρέμεται σώμα μάζας $m=1\text{kg}$.

- α. Να υπολογίσετε την κατακόρυφη δύναμη που δέχεται η ράβδος στο σημείο Β από το στερεό.

Μονάδες 6

- β. Αν το σώμα μάζας m ισορροπεί, να βρείτε το μέτρο της δύναμης της στατικής τριβής μεταξύ της ράβδου και του στερεού.

Μονάδες 6

- γ. Στο σημείο επαφής Β μεταξύ ράβδου και στερεού ρίχνουμε ελάχιστη ποσότητα λιπαντικής ουσίας έτσι, ώστε να μηδενιστεί η τριβή χωρίς να επιφέρει μεταβολή στη ροπή αδράνειας του στερεού. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του σώματος μάζας m , όταν θα έχει ξετυλιχθεί νήμα μήκους $0,5m$. Να θεωρήσετε ότι το νήμα ξετυλίγεται χωρίς να ολισθαίνει στον εσωτερικό κύλινδρο.

Μονάδες 6

- δ. Να υπολογίσετε το ρυθμό παραγωγής έργου στο στερεό τη χρονική στιγμή που έχει ξετυλιχθεί νήμα μήκους $0,5m$.

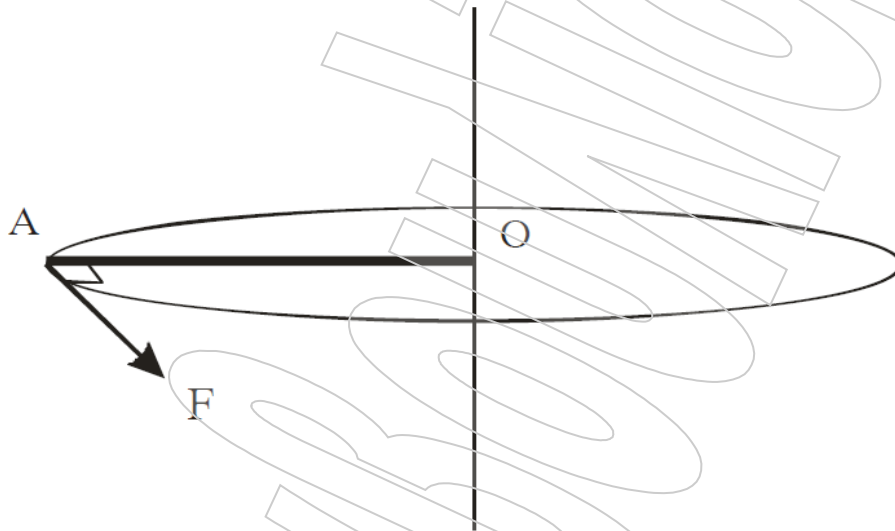
Μονάδες 7

Δίνεται $g=10m/s^2$.

ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2006

ΘΕΜΑ 3ο

Η ράβδος ΟΑ του σχήματος με μήκος $L = 1 \text{ m}$ και μάζα $M = 6 \text{ kg}$ είναι οριζόντια και περιστρέφεται υπό την επίδραση οριζόντιας δύναμης F που έχει σταθερό μέτρο και είναι διαρκώς κάθετη στη ράβδο, στο άκρο της Α. Η περιστροφή γίνεται γύρω από σταθερό κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το Ο.



Αρχικά η ράβδος είναι ακίνητη. Οι τριβές θεωρούνται αμελητέες. Να υπολογιστούν:

α. Η τιμή της δύναμης F , αν γνωρίζουμε ότι το έργο που έχει προσφέρει η δύναμη στη διάρκεια της πρώτης περιστροφής είναι $30\pi \text{ J}$.

Μονάδες 6

β. Η γωνιακή επιτάχυνση της ράβδου.

Μονάδες 7

γ. Ο ρυθμός με τον οποίο η δύναμη μεταφέρει ενέργεια στη ράβδο στο τέλος της πρώτης περιστροφής.

Μονάδες 12

Δίνονται: $\sqrt{30\pi} = 9,7$.

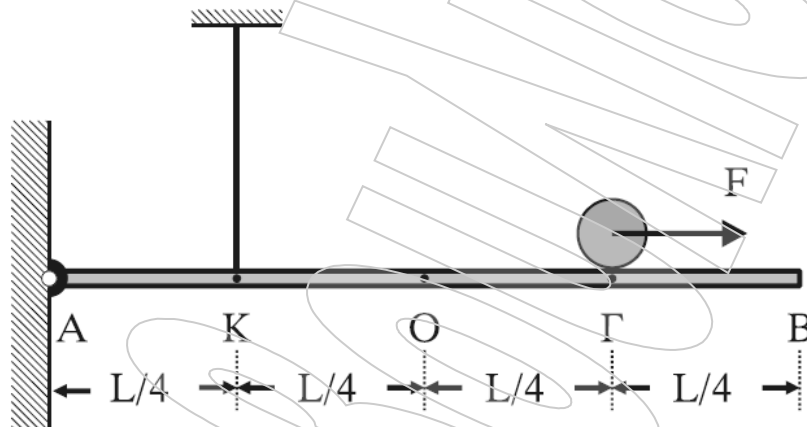
Η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της και είναι κάθετος στη ράβδο

$$I_{\text{cm}} = \frac{1}{12} ML^2.$$

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2007

ΘΕΜΑ 3ο

Ομογενής και ισοπαχής ράβδος μήκους $L=4\text{m}$ και μάζας $M=2\text{kg}$ ισορροπεί οριζόντια. Το άκρο Α της ράβδου συνδέεται με άρθρωση σε κατακόρυφο τοίχο. Σε σημείο Κ της ράβδου έχει προσδεθεί το ένα άκρο κατακόρυφου αβαρούς νήματος σταθερού μήκους, με το επάνω άκρο του συνδεδεμένο στην οροφή, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Στο σημείο Γ ισορροπεί ομογενής σφαίρα μάζας $m=2,5\text{kg}$ και ακτίνας $r=0,2\text{m}$.

$$\text{Δίνονται } AK = \frac{L}{4}, \quad A\Gamma = \frac{3L}{4}$$

α. Να υπολογισθεί το μέτρο της δύναμης που ασκεί το νήμα στη ράβδο.

Μονάδες 6

Τη χρονική στιγμή $t=0$ ασκείται στο κέντρο μάζας της σφαίρας με κατάλληλο τρόπο, σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου $F=7\text{N}$, με φορά προς το άκρο Β. Η σφαίρα κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει.

- β. Να υπολογισθεί το μέτρο της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας της σφαίρας κατά την κίνησή της.

Μονάδες 6

- γ. Να υπολογισθεί το μέτρο της ταχύτητας του κέντρου μάζας της σφαίρας όταν φθάσει στο άκρο Β.

Μονάδες 6

- δ. Να υπολογισθεί το μέτρο της στροφορμής της σφαίρας όταν φθάσει στο άκρο Β.

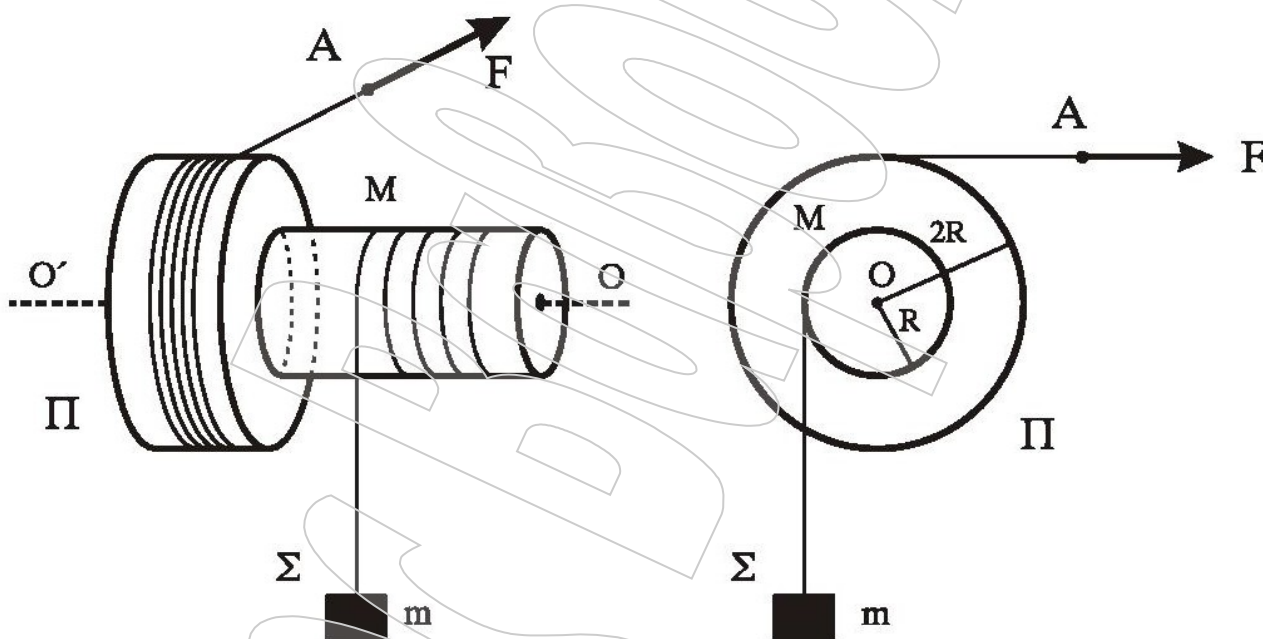
Δίνονται: η ροπή αδράνειας της σφαίρας μάζας m ως προς το κέντρο μάζας της $I = \frac{2}{5}mr^2$ και $g=10\text{ m/s}^2$.

Μονάδες 7

ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2008

ΘΕΜΑ 4ο

Στερεό Π μάζας $M=10\text{ kg}$ αποτελείται από δύο κολλημένους ομοαξονικούς κυλίνδρους με ακτίνες R και $2R$, όπου $R=0,2\text{ m}$ όπως στο σχήμα. Η ροπή αδράνειας του στερεού Π ως προς τον άξονα περιστροφής του είναι $I=MR^2$. Το στερεό Π περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα $O'O$, που συμπίπτει με τον άξονά του. Το σώμα Σ μάζας $m=20\text{ kg}$ κρέμεται από το ελεύθερο άκρο αβαρούς νήματος που είναι τυλιγμένο στον κύλινδρο ακτίνας R . Γύρω από το τμήμα του στερεού Π με ακτίνα $2R$ είναι τυλιγμένο πολλές φορές νήμα, στο ελεύθερο άκρο A του οποίου μπορεί να ασκείται οριζόντια δύναμη F .



- α. Να βρείτε το μέτρο της αρχικής δύναμης F_0 που ασκείται στο ελεύθερο άκρο A του νήματος, ώστε το σύστημα που εικονίζεται στο σχήμα να παραμένει ακίνητο.

Μονάδες 3

Τη χρονική στιγμή $t_0=0$ που το σύστημα του σχήματος είναι ακίνητο, αυξάνουμε τη δύναμη ακαριαία έτσι ώστε να γίνει $F=115\text{ N}$.

- β. Να βρείτε την επιτάχυνση του σώματος Σ .

Μονάδες 5

Για τη χρονική στιγμή που το σώμα Σ έχει ανέλθει κατά $h=2\text{ m}$, να βρείτε:

γ. Το μέτρο της στροφορμής του στερεού Π ως προς τον άξονα περιστροφής του.

Μονάδες 6

δ. Τη μετατόπιση του σημείου A από την αρχική του θέση.

Μονάδες 6

ε. Το ποσοστό του έργου της δύναμης F που μετατράπηκε σε κινητική ενέργεια του στερεού Π κατά τη μετατόπιση του σώματος Σ κατά h .

Μονάδες 5

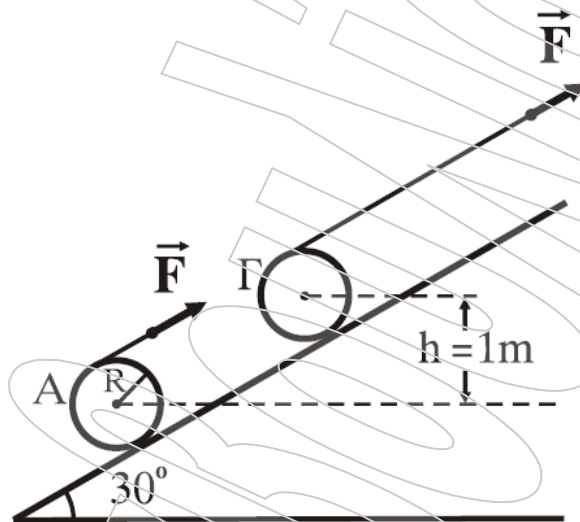
Δίνεται $g=10\text{ m/s}^2$.

Το συνολικό μήκος κάθε νήματος παραμένει σταθερό.

ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2009

ΘΕΜΑ 4ο

Στην επιφάνεια ενός ομογενούς κυλίνδρου μάζας $M = 40 \text{ kg}$ και ακτίνας $R = 0,2 \text{ m}$, έχουμε τυλίξει λεπτό σχοινί αμελητέας μάζας, το ελεύθερο άκρο του οποίου έλκεται με σταθερή δύναμη F παράλληλη προς την επιφάνεια κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσεως 30° , όπως φαίνεται στο σχήμα.



Το σχοινί ξετυλίγεται χωρίς ολίσθηση, περιστρέφοντας ταυτόχρονα τον κύλινδρο. Ο κύλινδρος κυλίεται πάνω στην επιφάνεια του κεκλιμένου επιπέδου χωρίς ολίσθηση.

- α. Να υπολογισθεί το μέτρο της δύναμης F , ώστε ο κύλινδρος να ανεβαίνει στο κεκλιμένο επίπεδο με σταθερή ταχύτητα.

Μονάδες 5

Αν αρχικά ο κύλινδρος είναι ακίνητος με το κέντρο μάζας του στη θέση Α και στο ελεύθερο άκρο του σχοινιού ασκηθεί σταθερή δύναμη $F = 130\text{N}$, όπως στο σχήμα:

- β. Να υπολογισθεί η επιτάχυνση του κέντρου μάζας του κυλίνδρου.

Μονάδες 6

- γ. Να υπολογισθεί το μέτρο της στροφορμής του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του όταν το κέντρο μάζας του περνάει από τη θέση Γ του σχήματος, η οποία βρίσκεται $h = 1\text{m}$ ψηλότερα από τη θέση Α.

Μονάδες 7

- δ. Να υπολογισθεί το έργο της δύναμης F κατά τη μετακίνηση του κέντρου μάζας του κυλίνδρου από τη θέση Α στη θέση Γ και να δείξετε ότι αυτό ισούται με τη μεταβολή της μηχανικής ενέργειας του κυλίνδρου κατά τη μετακίνηση αυτή.

Δίνονται: επιτάχυνση βαρύτητας $g = 10\text{m/s}^2$, ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του

$$I = \frac{MR^2}{2}, \quad \eta \mu 30^\circ = \frac{1}{2}.$$

Μονάδες 7

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2009

ΘΕΜΑ Δ

Θέλουμε να μετρήσουμε πειραματικά την άγνωστη ροπή αδράνειας δίσκου μάζας $m=2\text{ kg}$ και ακτίνας $r=1\text{ m}$. Για το σκοπό αυτό αφήνουμε τον δίσκο να κυλίσει χωρίς ολίσθηση σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας $\varphi=30^\circ$ ξεκινώντας από την ηρεμία. Διαπιστώνουμε ότι ο δίσκος διανύει την απόσταση $x=2\text{ m}$ σε χρόνο $t=1\text{ s}$.

Δ1. Να υπολογίσετε τη ροπή αδράνειάς του ως προς τον άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του και είναι κάθετος στο επίπεδό του.

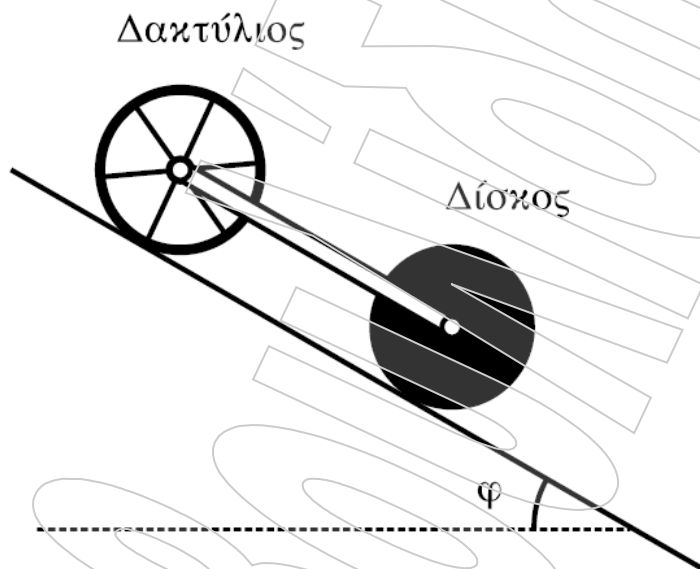
Μονάδες 7

Δ2. Από την κορυφή του κεκλιμένου επιπέδου αφήνονται να κυλίσουν ταυτόχρονα δίσκος και δακτύλιος ίδιας μάζας M και ίδιας ακτίνας R . Η ροπή αδράνειας του δίσκου είναι $I_1=\frac{1}{2}MR^2$ και του δακτυλίου $I_2=MR^2$ ως προς τους άξονες που διέρχονται από τα κέντρα μάζας τους και είναι κάθετοι στα επίπεδά τους.

Να υπολογίσετε ποιο από τα σώματα κινείται με τη μεγαλύτερη επιτάχυνση.

Μονάδες 4

Συνδέουμε με κατάλληλο τρόπο τα κέντρα μάζας των δύο στερεών, όπως φαίνεται και στο σχήμα, με ράβδο αμελητέας μάζας, η οποία δεν εμποδίζει την περιστροφή τους και δεν ασκεί τριβές. Το σύστημα κυλίεται στο κεκλιμένο επίπεδο χωρίς να ολισθαίνει.



- Δ3.** Να υπολογίσετε το λόγο των κινητικών ενεργειών K_1/K_2 όπου K_1 η κινητική ενέργεια του δίσκου και K_2 η κινητική ενέργεια του δακτυλίου.

Μονάδες 6

- Δ4.** Αν η μάζα κάθε στερεού είναι $M=1,4 \text{ kg}$, να υπολογίσετε τις δυνάμεις που ασκεί η ράβδος σε κάθε σώμα.

Μεταφέρετε το σχήμα στο τετράδιό σας και σχεδιάστε τις πιο πάνω δυνάμεις.

Να μην χρησιμοποιήσετε το χαρτί μιλιμετρέ που βρίσκεται στο τέλος του τετραδίου.

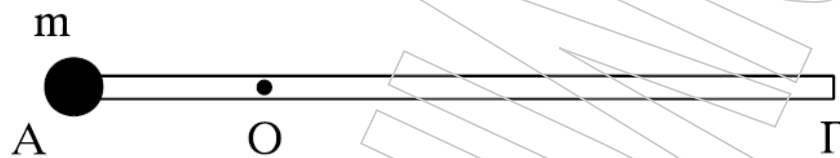
Δίνεται: $g=10 \text{ m/s}^2$, $\eta\mu 30^\circ = \frac{1}{2}$

Μονάδες 8

ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2010

ΘΕΜΑ Δ

Λεπτή ομογενής ράβδος ΑΓ μήκους ℓ και μάζας M μπορεί να στρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα κάθετο στη ράβδο χωρίς τριβές, ο οποίος διέρχεται από το σημείο O της ράβδου. Η απόσταση του σημείου O από το A είναι $\frac{\ell}{4}$. Στο άκρο A της ράβδου στερεώνεται σημειακή μάζα m , όπως φαίνεται στο σχήμα.



Η ράβδος ισορροπεί σε οριζόντια θέση και δέχεται από τον άξονα δύναμη μέτρου $F = 20\text{N}$.

Δ1. Να υπολογιστούν οι μάζες m και M .

Μονάδες 5

Στη συνέχεια τοποθετούμε τον άξονα περιστροφής της ράβδου στο άκρο Γ, ώστε να παραμένει οριζόντιος και κάθετος στη ράβδο, και αφήνουμε το σύστημα ελεύθερο να περιστραφεί από την οριζόντια θέση. Να υπολογίσετε:

Δ2. το μήκος ℓ της ράβδου, αν τη στιγμή που αφήνεται ελεύθερη έχει γωνιακή επιτάχυνση μέτρου $\alpha_{\gamma\omega\nu} = 3,75 \text{ rad/s}^2$.

Μονάδες 7

Δ3. το λόγο της κινητικής ενέργειας της μάζας m προς τη συνολική κινητική ενέργεια του συστήματος, κατά τη διάρκεια της περιστροφής του συστήματος των δύο σωμάτων.

Μονάδες 5

Δ4. το μέτρο της στροφορμής του συστήματος των δύο σωμάτων, όταν η ράβδος έχει στραφεί κατά γωνία φ ως προς την οριζόντια διεύθυνση τέτοια, ώστε $\eta\mu\varphi = 0,3$.

Μονάδες 8

Δίνονται: επιτάχυνση βαρύτητας $g = 10 \text{ m/s}^2$, ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς άξονα κάθετο στη ράβδο που διέρχεται από το κέντρο μάζας της $I_{\text{cm}} = \frac{1}{12} M\ell^2$.

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2010

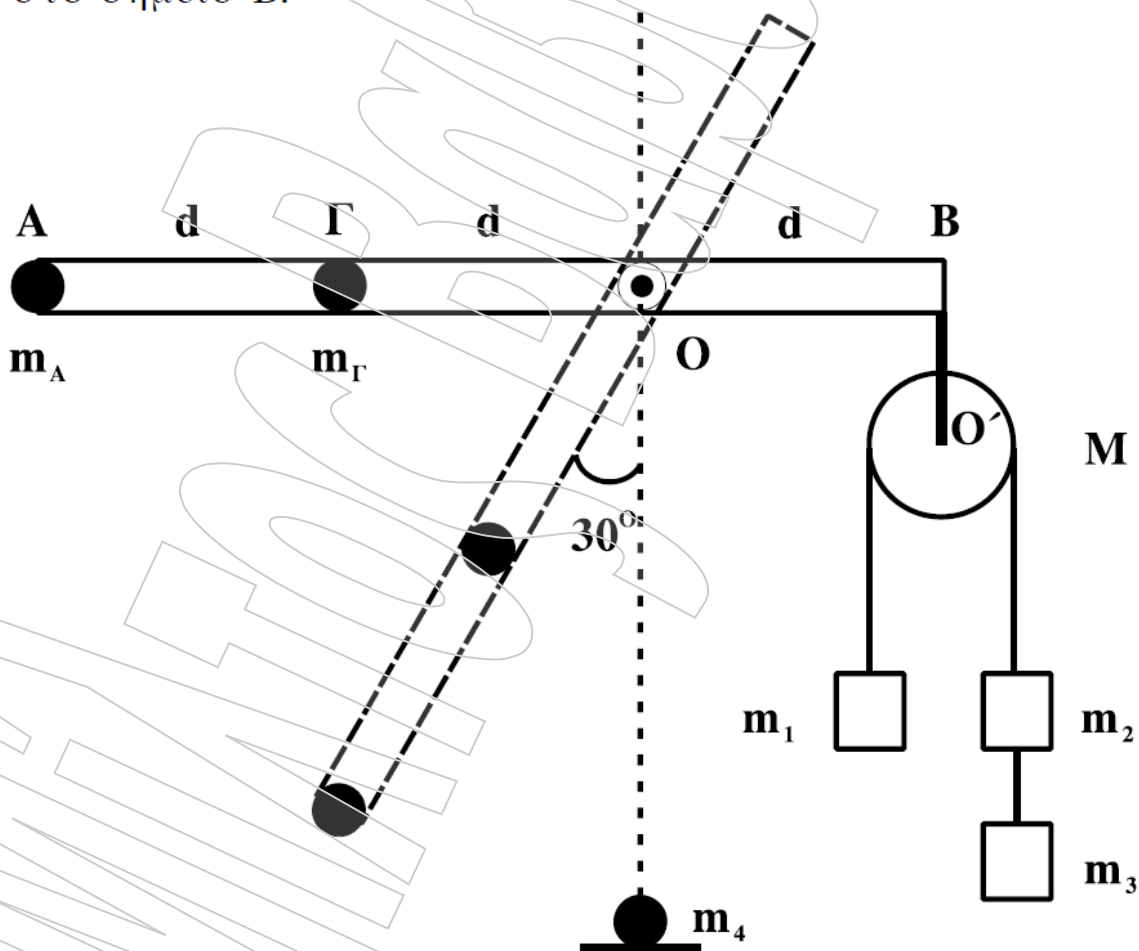
ΘΕΜΑ Δ

Αβαρής ράβδος μήκους $3d$ ($d=1\text{m}$) μπορεί να στρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα, που είναι κάθετος σε αυτήν και διέρχεται από το O . Στο άκρο A που βρίσκεται σε απόσταση $2d$ από το O υπάρχει σημειακή μάζα $m_A=1\text{ kg}$ και στο σημείο Γ , που βρίσκεται σε απόσταση d από το O έχουμε επίσης σημειακή μάζα $m_\Gamma=6\text{ kg}$. Στο άλλο άκρο της ράβδου, στο σημείο B , είναι αναρτημένη τροχαλία μάζας $M=4\text{ kg}$ από την οποία κρέμονται οι μάζες $m_1=2\text{ kg}$, $m_2=m_3=1\text{ kg}$. Η τροχαλία μπορεί να περιστρέφεται γύρω από άξονα O' .

Δ1. Αποδείξτε ότι το σύστημα ισορροπεί με τη ράβδο στην οριζόντια θέση.

Μονάδες 4

Κόβουμε το $O'B$, που συνδέει την τροχαλία με τη ράβδο στο σημείο B .



Δ2. Βρείτε τη γωνιακή επιτάχυνση της ράβδου, όταν αυτή σχηματίζει γωνία 30° με την κατακόρυφο.

Μονάδες 7

Όταν η σημειακή μάζα m_A φτάνει στο κατώτατο σημείο, συγκρούεται πλαστικά με ακίνητη σημειακή μάζα $m_4=5$ kg.

Δ3. Βρείτε τη γραμμική ταχύτητα του σημείου Α αμέσως μετά τη κρούση.

Μονάδες 6

Στην αρχική διάταξη, όταν η τροχαλία με τα σώματα είναι δεμένη στο Β, κόβουμε το νήμα που συνδέει μεταξύ τους τα σώματα m_2 και m_3 και αντικαθιστούμε την m_A με μάζα m .

Δ4. Πόση πρέπει να είναι η μάζα m , ώστε η ράβδος να διατηρήσει την ισορροπία της κατά τη διάρκεια περιστροφής της τροχαλίας;

Μονάδες 8

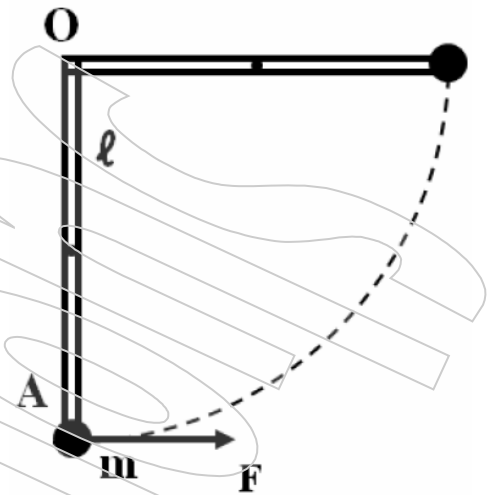
Τα νήματα είναι αβαρή, τριβές στους άξονες δεν υπάρχουν και το νήμα δεν ολισθαίνει στη τροχαλία.

Δίνεται: $g=10 \text{ m/s}^2$, $\eta_{30^\circ}=1/2$, ροπή αδράνειας της τροχαλίας ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο της $I=MR^2/2$.

ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2011

ΘΕΜΑ Γ

Ομογενής και ισοπαχής δοκός (ΟΑ), μάζας $M=6 \text{ kg}$ και μήκους $\ell=0,3 \text{ m}$, μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές σε κατακόρυφο επίπεδο γύρω από οριζόντιο άξονα που περνά από το ένα άκρο της Ο. Στο άλλο της άκρο Α υπάρχει στερεωμένη μικρή σφαίρα μάζας $m=\frac{M}{2}$.



Γ1. Βρείτε την ροπή αδράνειας του συστήματος δοκού-σφαίρας ως προς τον άξονα περιστροφής του.

Μονάδες 6

Ασκούμε στο άκρο Α δύναμη, σταθερού μέτρου $F=\frac{120}{\pi} \text{ N}$, που είναι συνεχώς κάθετη στη δοκό, όπως φαίνεται στο σχήμα.

Γ2. Βρείτε το έργο της δύναμης F κατά την περιστροφή του συστήματος μέχρι την οριζόντια θέση της.

Μονάδες 6

Γ3. Βρείτε την γωνιακή ταχύτητα του συστήματος δοκού-σφαίρας στην οριζόντια θέση.

Μονάδες 6

Επαναφέρουμε το σύστημα δοκού-σφαίρας στην αρχική κατακόρυφη θέση του. Ασκούμε στο άκρο Α δύναμη, σταθερού μέτρου $F' = 30\sqrt{3} \text{ N}$, που είναι συνεχώς κάθετη στη δοκό.

Γ4. Βρείτε τη γωνία που σχηματίζει η δοκός με την κατακόρυφο τη στιγμή που η κινητική της ενέργεια γίνεται μέγιστη.

Μονάδες 7

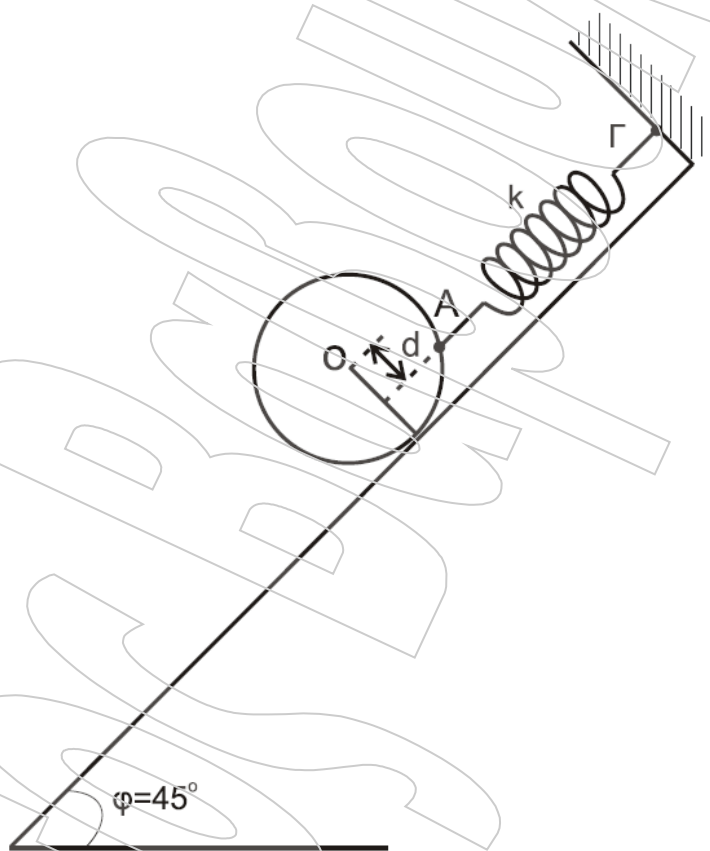
Δίνονται: $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, ροπή αδράνειας ομογενούς δοκού μάζας M και μήκους ℓ , ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της και είναι κάθετος σε αυτήν $I_{\text{CM}} = \frac{1}{12} M\ell^2$,

$$\eta\mu 60^\circ = \sigma\upsilon\nu 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \eta\mu 30^\circ = \sigma\upsilon\nu 60^\circ = \frac{1}{2}.$$

ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2012

ΘΕΜΑ Γ

Συμπαγής ομογενής δίσκος, μάζας $M=2\sqrt{2}$ kg και ακτίνας $R=0,1$ m, είναι προσδεμένος σε ιδανικό ελατήριο, σταθεράς $k=100$ N/m στο σημείο Α και ισορροπεί πάνω σε κεκλιμένο επίπεδο, που σχηματίζει γωνία $\varphi=45^\circ$ με το οριζόντιο επίπεδο, όπως στο σχήμα. Το ελατήριο είναι παράλληλο στο κεκλιμένο επίπεδο και ο άξονας του ελατηρίου απέχει απόσταση $d=\frac{R}{2}$ από το κέντρο (Ο) του δίσκου. Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο ακλόνητα στο σημείο Γ.



Γ1. Να υπολογίσετε την επιμήκυνση του ελατηρίου.

Μονάδες 6

Γ2. Να υπολογίσετε το μέτρο της στατικής τριβής και να προσδιορίσετε την κατεύθυνσή της.

Μονάδες 6

Κάποια στιγμή το ελατήριο κόβεται στο σημείο Α και ο δίσκος αμέσως κυλίεται, χωρίς να ολισθαίνει, κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου.

Γ3. Να υπολογίσετε την επιτάχυνση του κέντρου μάζας του δίσκου.

Μονάδες 6

Γ4. Να υπολογίσετε τη στροφορμή του δίσκου ως προς τον άξονα περιστροφής του, όταν το κέντρο μάζας του έχει μετακινηθεί κατά διάστημα $s=0,3\sqrt{2}$ m στη διεύθυνση του κεκλιμένου επιπέδου.

Μονάδες 7

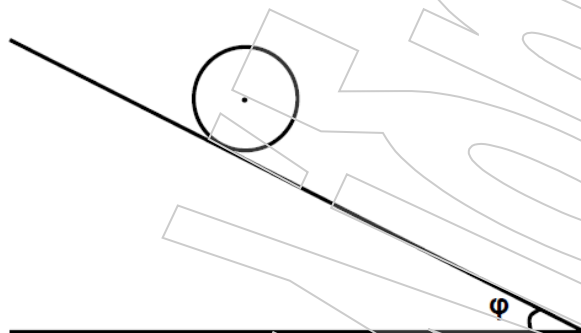
Δίνονται: η ροπή αδράνειας ομογενούς συμπαγούς δίσκου ως προς άξονα που διέρχεται κάθετα από το κέντρο του

$$I = \frac{1}{2}MR^2, \text{ η επιτάχυνση της βαρύτητας } g=10\text{m/s}^2, \eta\mu 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2012

Θέμα Δ

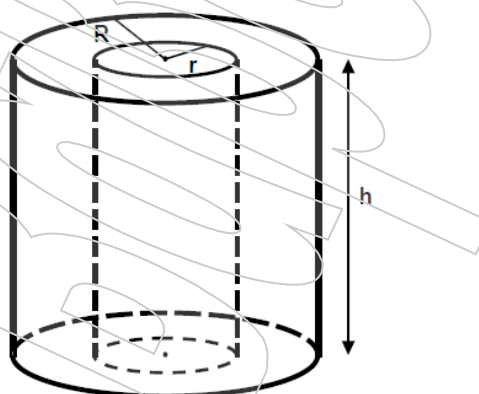
Δίνεται συμπαγής, ομογενής κύλινδρος μάζας M και ακτίνας R . Αφήνουμε τον κύλινδρο να κυλίσει χωρίς ολίσθηση, υπό την επίδραση της βαρύτητας (με επιτάχυνση της βαρύτητας g), πάνω σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας φ , όπως φαίνεται στο σχήμα που ακολουθεί:



- Δ1.** Να υπολογίσετε την επιτάχυνση του κέντρου μάζας του κυλίνδρου. Ο άξονας του κυλίνδρου διατηρείται οριζόντιος.

Μονάδες 5

- Δ2.** Από το εσωτερικό αυτού του κυλίνδρου, που έχει ύψος h , αφαιρούμε πλήρως ένα ομοαξονικό κύλινδρο ακτίνας r , όπου $r < R$, όπως απεικονίζεται στο παρακάτω σχήμα:

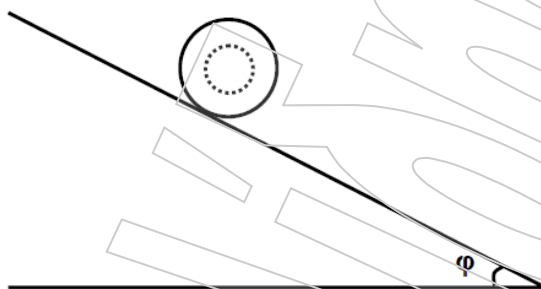


Να αποδείξετε ότι η ροπή αδράνειας του κοίλου κυλίνδρου, ως προς τον άξονα του, που προκύπτει μετά την αφαίρεση του εσωτερικού κυλινδρικού τμήματος, είναι

$$I_{\text{κοίλ}} = \frac{1}{2} M R^2 \left(1 - \frac{r^4}{R^4} \right)$$

Μονάδες 7

Στη συνέχεια λιπαίνουμε το κυλινδρικό τμήμα που αφαιρέσαμε και το επανατοποθετούμε στη θέση του, ούτως ώστε να εφαρμόζει απόλυτα με τον κοίλο κύλινδρο χωρίς τριβές. Το νέο σύστημα που προκύπτει αφήνεται να κυλίσει χωρίς ολίσθηση, υπό την επίδραση της βαρύτητας (με επιτάχυνση της βαρύτητας g), στο ίδιο κεκλιμένο επίπεδο, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα:



Δ3. Να υπολογίσετε την επιτάχυνση του κέντρου μάζας του συστήματος.

Μονάδες 7

Δ4. Όταν $r = \frac{R}{2}$, να υπολογίσετε, σε κάθε χρονική στιγμή της κύλισης στο κεκλιμένο επίπεδο, το λόγο της μεταφορικής προς την περιστροφική κινητική ενέργεια του συστήματος.

Μονάδες 6

Ο άξονας του συστήματος διατηρείται πάντα οριζόντιος.

Δίνονται : Η ροπή αδράνειας I συμπαγούς και ομογενούς κυλίνδρου μάζας M και ακτίνας R , ως προς τον άξονα γύρω από τον οποίο στρέφεται: $I = \frac{1}{2} MR^2$

Ο όγκος V ενός συμπαγούς κυλίνδρου ακτίνας R και ύψους h :
 $V = \pi R^2 h$

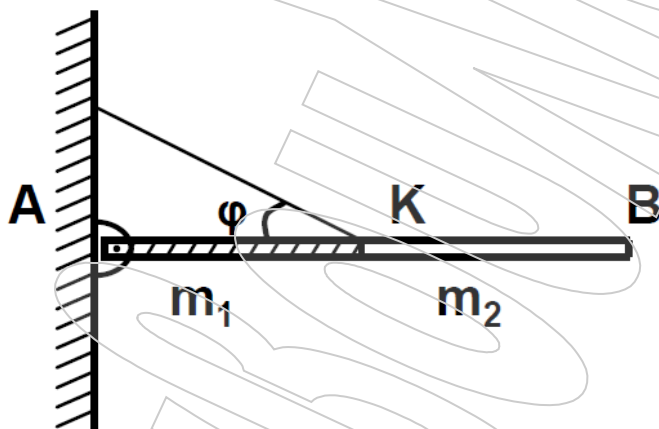
ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2013

ΘΕΜΑ Δ

Μια ισοπαχής δοκός AB αποτελείται από δύο ομογενή τμήματα AK και KB, μήκους $\frac{L}{2}$ το καθένα, με μάζες $m_1 = 5 m_2$ και $m_2 = 0,5 \text{ kg}$, αντίστοιχα.

Τα κομμάτια αυτά είναι κολλημένα μεταξύ τους στο σημείο K, ώστε να σχηματίζουν τη δοκό AB μήκους $L = 1 \text{ m}$.

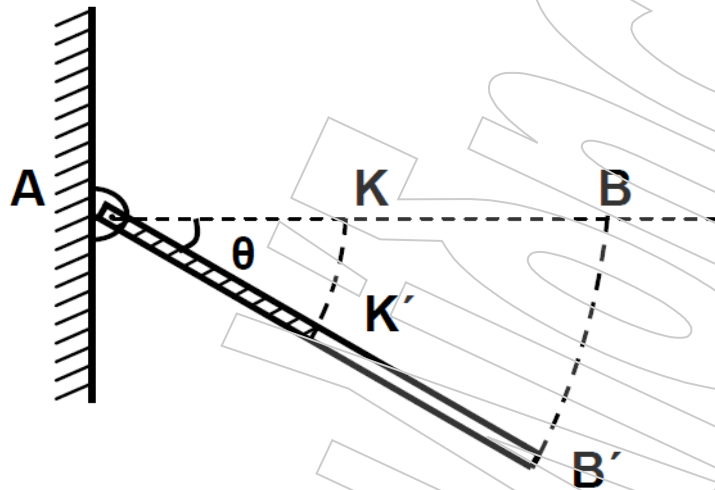
Η δοκός ισορροπεί σε οριζόντια θέση, με το άκρο της A να στηρίζεται στον τοίχο μέσω άρθρωσης, ενώ το μέσο της K συνδέεται με τον τοίχο με σχοινί που σχηματίζει γωνία $\varphi = 30^\circ$ με τη δοκό.



- Δ1.** Να υπολογίσετε τις δυνάμεις που δέχεται η δοκός από το σχοινί και την άρθρωση.

Μονάδες 6

Κάποια στιγμή το σχοινί κόβεται και η ράβδος αρχίζει να στρέφεται χωρίς τριβές γύρω από το άκρο της Α σε κατακόρυφο επίπεδο.



- Δ2.** Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης της ράβδου σε συνάρτηση με τη γωνία θ , που σχηματίζει αυτή με την αρχική της θέση ($0^\circ \leq \theta < 90^\circ$).

Μονάδες 7

- Δ3.** Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του άκρου Β' της ράβδου ($v_{B'}$) σε συνάρτηση με τη γωνία θ .

Μονάδες 6

Τη στιγμή που η ράβδος έχει στραφεί κατά γωνία $\theta = 30^\circ$, συγκρούεται πλαστικά με αρχικά ακίνητο σφαιρίδιο αμελητέων διαστάσεων και μάζας $m = m_2$, το οποίο σφηνώνεται στο μέσο Κ' της ράβδου.

- Δ4.** Να υπολογίσετε το ποσοστό απώλειας της κινητικής ενέργειας κατά την κρούση.

Μονάδες 6

Δίνονται:

- η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10 \text{ m/s}^2$,
- ροπή αδράνειας ομογενούς και ισοπαχούς ράβδου μάζας m και μήκους L ως προς άξονα κάθετο στο μέσο της $I = \frac{1}{12}mL^2$,
- $\eta\mu 30^\circ = \frac{1}{2}$, $\sigma\upsilon\nu 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2013

ΜΑΤΟΣ ΒΑΒΟΥΛΑΣ