

THE IDEAL FLOW MACHINE

Μεταφραση των σημειώσεων του William Devenport (Virginia Tech, <http://www.engapplets.vt.edu/>)

Επιμέλεια: Βουκάντζης Δημήτριος

ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ

Το Ideal Flow Machine (IFM) αποτελεί ένα Java Applet που προσομοιώνει την ροή ιδανικού ρευστού (ασυμπίεστο, χωρίς ιξώδες). Κατά προσέγγιση ιδανική μπορεί να θεωρηθεί η ροή του αέρα γύρω αυτοκίνητα και μικρά αεροπλάνα, καθώς και του νερού γύρω από πλοία και υποβρύχια.

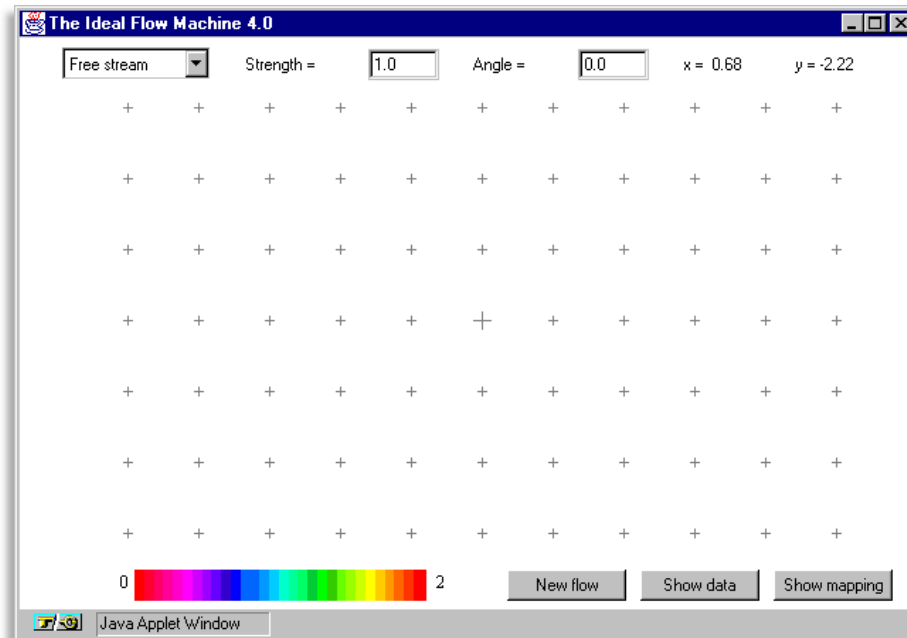
Οι ιδανικές ροές είναι λύσεις της εξίσωσης Laplace:

$$\nabla^2\psi = 0$$

Η τελευταία αποτελεί μια γραμμική διαφορική εξίσωση, γεγονός που σημαίνει πως υπέρθεση οσονδήποτε ιδανικών ροών αποτελεί και πάλι ιδανική ροή. Με βάση την ιδιότητα αυτή μπορεί κανείς να περιγράψει πολύπλοκες ροές, θεωρώντας αυτές ως υπέρθεση πολλών απλών ροών. Αυτή η τεχνική χρησιμοποιείται στο IFM.

ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑ ΤΟΥ IFM

Πατώντας το κουμπί «Start» στην ιστοσελίδα (Μηχανική Συνεχών Μέσων >> Εικονικό Εργαστήριο >> Εφαρμογές) θα εμφανιστεί το παράθυρο της παρακάτω εικόνας.



Το κεντρικό παράθυρο του IFM.

Το παραπάνω παράθυρο αποτελείται από το πλέγμα (η περιοχή με τους σταυρούς), τρία κουμπιά με επιγραφές “New Flow”, “Show Data” και “Show Mapping”, καθώς και τέσσερα πεδία όπου εμφανίζεται η θέση του δείκτη στο πλέγμα (πεδία x και y) και η ένταση και η γωνία της ροής (πεδία “Strength” και “Angle”, αντίστοιχα). Στα δύο τελευταία μπορούμε να επεμβούμε και να αλλάξουμε τις τιμές τους. Τέλος, πάνω αριστερά εμφανίζεται ένα πεδίο επιλογών, όπου μπορούμε να επιλέξουμε μεταξύ των ακόλουθων: “Free stream”, “Source”, “Vortex”, “Doublet”, “Source panel”, “Vortex panel”, “Circle”, “Circle with K.c.” και “Draw Streamlines”. Οι πέντε πρώτες αποτελούν τις απλές ροές με τις οποίες θα κατασκευάσουμε την σύνθετη ροή που επιθυμούμε.

Επιλέγοντας μία από τις πέντε παραπάνω ροές και καθορίζοντας την ένταση και την γωνία της μπορείτε να τοποθετήσετε, με τον δείκτη του ποντικιού, σε οποιοδήποτε σημείο του πλέγματος την ροή που έχετε επιλέξει. Στη συνέχεια, με την επιλογή “Draw Streamlines” και με διπλό κλικ σε οποιοδήποτε σημείο του πλέγματος εμφανίζεται η γραμμή ροής. Μπορείτε να κάνετε οποιοδήποτε συνδυασμό απλών ροών επιθυμείτε. Επιπλέον, έχετε κατά νου τα ακόλουθα:

- ✓ Με την επιλογή “free stream” (ομοιόμορφη ροή προς συγκεκριμένη κατεύθυνση) θα πρέπει να καθοριστούν και η ένταση και η γωνία της ροής. Η ροή είναι η ίδια σ’ όλο το πλέγμα και επομένως δεν έχει νόημα να επιλέξετε ένα συγκεκριμένο σημείο ή να περισσότερες από μία τέτοιες ροές (η δεύτερη θα διαγράψει τη πρώτη).
- ✓ Με την επιλογή “Source” (μία ροή που εξέρχεται από ένα σημείο ή εισέρχεται σ’ αυτό, αν η ένταση είναι αρνητική) η γωνία της ροής δεν χρειάζεται να καθοριστεί (είναι συμμετρική ως προς την γωνία). Η πηγή σημειώνεται με έναν μικρό κύκλο και ‘+’ στο εσωτερικό, αν η ένταση είναι θετική, ή με ‘-’, αν η ένταση είναι αρνητική.

- ✓ Με την επιλογή “Vortex” (κυκλική ροή γύρω από ένα σημείο) η γωνία της ροής και πάλι δεν χρειάζεται να καθορισθεί. Η πηγή σημειώνεται με μία κόκκινη τελεία και γύρω της ένα βέλος που δείχνει την φορά της κυκλοφορίας (θετική ένταση αντιστοιχεί σε κυκλοφορία με φορά περιστροφής αντίθετη αυτής των δεικτών του ρολογιού).
- ✓ Η επιλογή “Dourplet” (ροή που εξέρχεται από τη μια πλευρά του σημείου και εισέρχεται από την άλλη) σημειώνεται με έναν μαύρο βέλος που δείχνει τη κατεύθυνση της εξερχόμενης ροής και δύο μαύρους κύκλους στις δύο πλευρές. Τόσο η ένταση όσο και η γωνία της ροής χρειάζεται να καθοριστούν.
- ✓ Με την επιλογή “Source panel” μπορούμε να εισάγουμε μία μη σημειακή πηγή (αποτελούμενη από συνδυασμό γραμμών), ενώ παρόμοια λειτουργεί και η “Vortex panel”. Ο προσδιορισμός της γωνίας της ροής δεν χρειάζεται.
- ✓ Το χρώμα της γραμμών ροής είναι ενδεικτικό της ταχύτητας της ροής, η οποία μπορεί να προκύψει συγκρίνοντας το χρώμα με την κλίματα που βρίσκεται κάτω αριστερά στην οθόνη του παραθύρου.

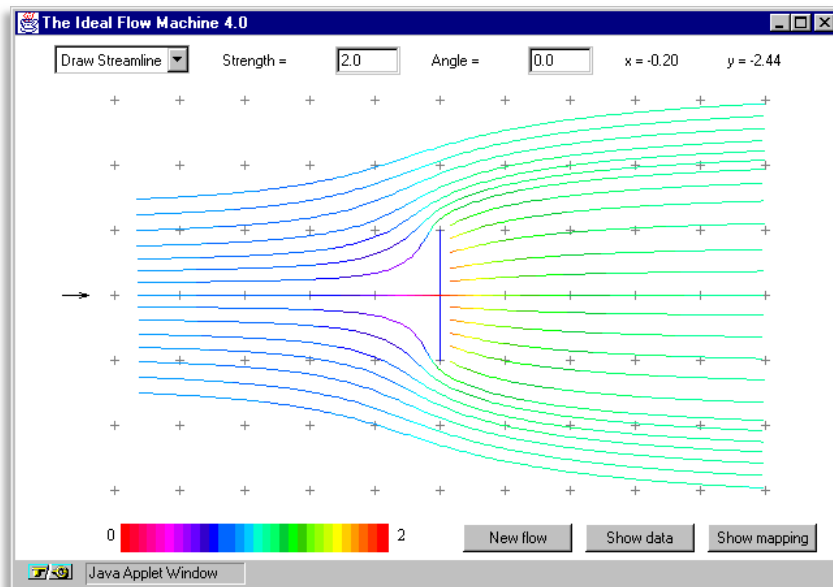
Με τις επιλογές “Circle” και “Circle K.c.” μπορείτε να εφαρμόσετε το θεώρημα Milne-Thompson σε μία ροή, δηλαδή να δημιουργήσετε κυκλικές γραμμές ροής σε οποιαδήποτε ροή έχετε δημιουργήσει, μετασχηματίζοντας τη συνάρτηση που τις περιγράφει. Για να σχεδιάσετε μια κυκλική γραμμή ροής, επιλέξτε “Circle” και κάντε κλικ με το ποντίκι κρατώντας το πατημένο. Θα σχηματιστεί ένας κύκλος με κέντρο το σημείο που αρχικά πατήσατε, ενώ όσο παραμένει πατημένο μπορείτε να προσδιορίσετε την ακτίνα του κύκλου. Η επιλογή “Circle K.c.” εφαρμόζει την συνθήκη Kutta στο σημείο του κύκλου που θα βρίσκεται ο δείκτης του ποντικιού πριν αφήσετε το κουμπί. Μπορείτε να δημιουργήσετε μία κυκλική γραμμή ροής κάθε φορά (η δεύτερη διαγράφει την πρώτη).

Υπάρχουν τρία κουμπιά κάτω δεξιά στην οθόνη του παραθύρου. Το “New Flow” διαγράφει από την οθόνη την ροή που έχετε δημιουργήσει. Το “Show Data” (μετά από μικρή καθυστέρηση για υπολογισμό) δίνει τις τιμές x , y , v_x , v_y για την τελευταία γραμμή ροής που έχετε σχεδιάσει. Τέλος, το “Show Mapping” επιτρέπει τον μετασχηματισμό της ροής χρησιμοποιώντας κάποια σύμμορφη απεικόνιση.

ΜΕΡΙΚΑ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΧΡΗΣΗΣ ΤΟΥ IFM

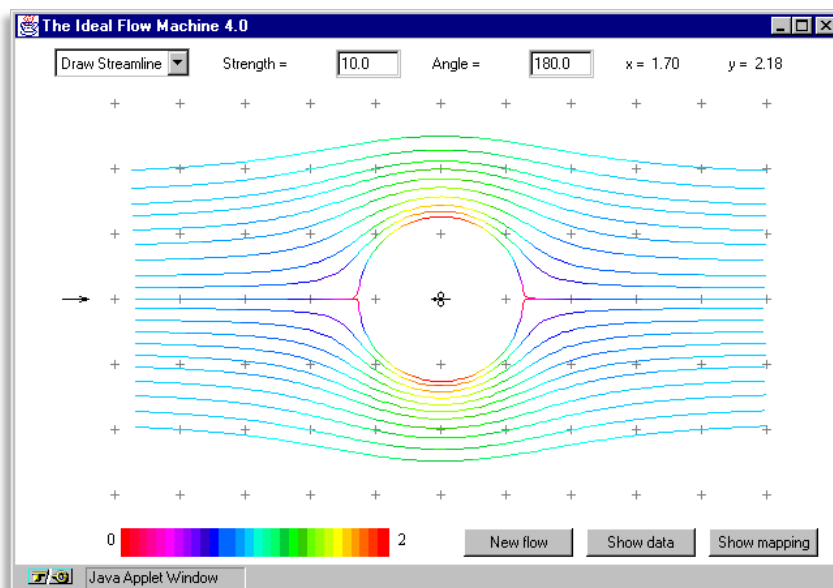
Ροή γύρω από επίπεδη πορώδη επιφάνεια

Free stream, strength=1.0, angle=0.0. Source Sheet, strength=2



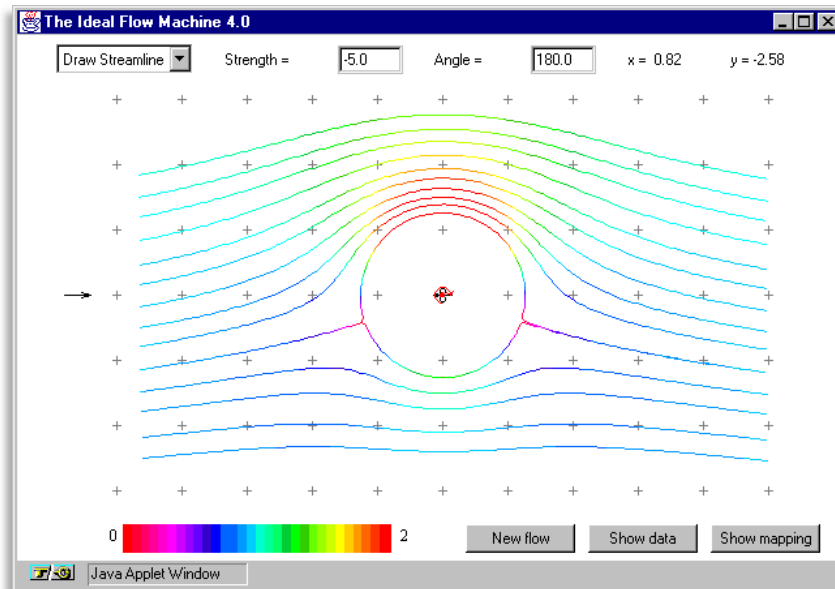
Ροή γύρω από κυλινδρικό σωλήνα

Free stream, strength=1, angle=0. Doublet, strength=10, angle=180 (στο κέντρο του πλέγματος)



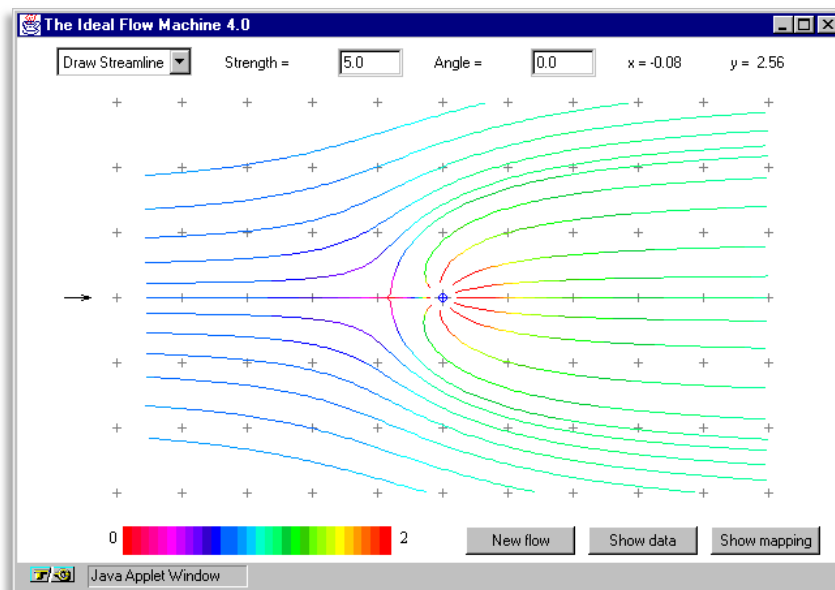
Ροή γύρω από κυλινδρικό σωλήνα με κυκλοφορία

Free stream, strength=1, angle=0. Doublet, strength=10, angle=180 (στο κέντρο του πλέγματος).
Vortex, any strength (say -5) (στο κέντρο του κύκλου)



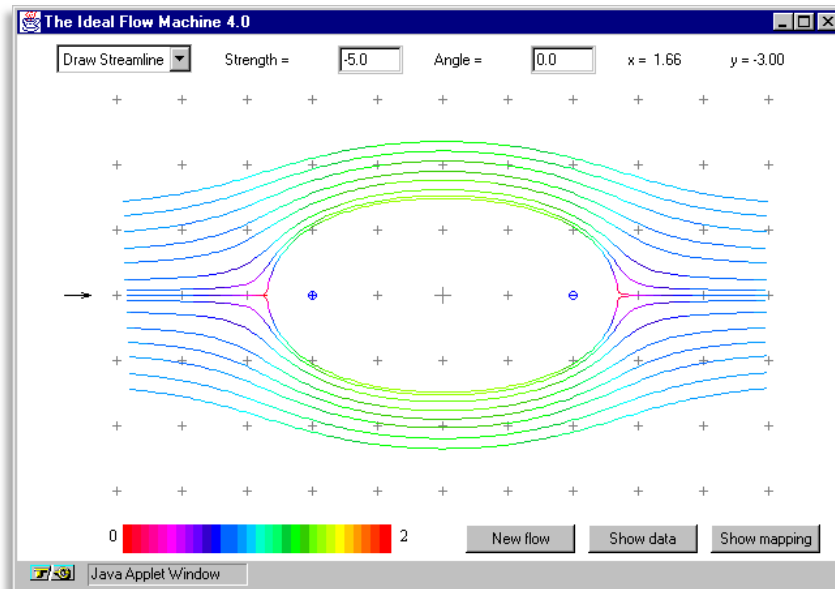
Ροή γύρω από ένα ημισώμα Rankine (Rankine halfbody)

Free stream, strength=1, angle=0. Source, strength=5 (στο κέντρο του πλέγματος)



Ροή γύρω από μία έλλειψη Rankine (Rankine oval)

Free stream, strength=1, angle=0. Source, strength=5. Source, strength=-5 (δεξιά της άλλης πηγής)



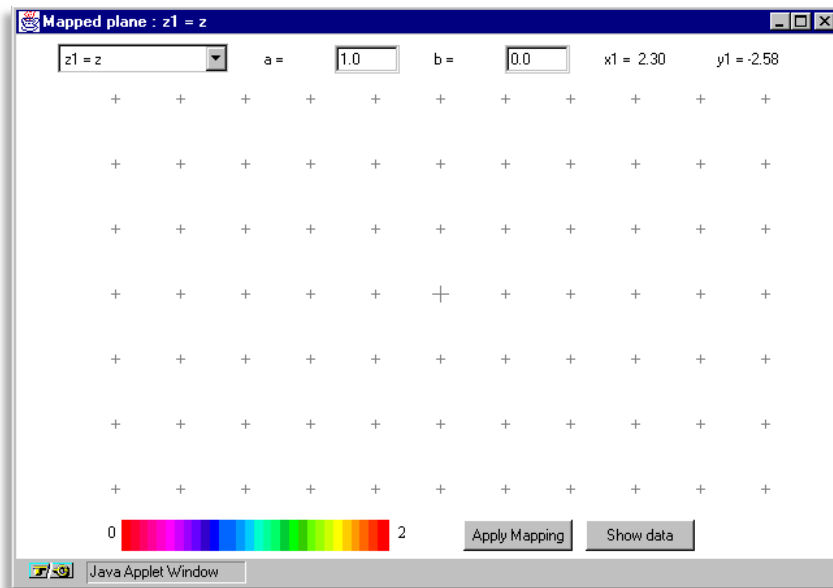
ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑ ΤΟΥ ΠΑΡΑΘΥΡΟΥ ΑΠΕΙΚΟΝΙΣΗΣ

Πατώντας το κουμπί “Show Mapping” εμφανίζεται ένα δεύτερο παράθυρο, στο οποίο μπορείτε να πειραματιστείτε με τις σύμμορφες απεικονίσεις (conformal mappings). Αυτές προκύπτουν από την περιγραφή των δισδιάστατων ιδανικών ροών με μιγαδικούς αριθμούς. Ας υποθέσουμε για παράδειγμα ότι χρησιμοποιούμε έναν μιγαδικό αριθμό, $z = x + iy$, για να προσδιορίσουμε τη θέση στις δύο διαστάσεις. Τότε, εξ ορισμού, κάθε αναλυτική (παραγωγίσιμη) συνάρτηση της μεταβλητής “ z ” είναι λύση της εξίσωσης Laplace. Έτσι, μπορούμε να περιγράψουμε κάθε δισδιάστατη ροή ως μία συνάρτηση της μεταβλητής “ z ”.

Η παραπάνω διαπίστωση δεν έχει μεγάλη πρακτική αξία, αφού δεν είμαστε σε θέση να γνωρίζουμε εκ των προτέρων ποια συνάρτηση της μεταβλητής “ z ”, αντιστοιχεί στην συγκεκριμένη ροή που μας ενδιαφέρει. Ωστόσο, μας επιτρέπει να «μεταβαίνουμε» από τη μία ροή στην άλλη μέσω ενός σύμμορφου μετασχηματισμού, $z_1 = z_1(z)$. Η διαδικασία αυτή μετασχηματίζει την αρχική ροή σε μία νέα ροή, αρκεί η παράγωγος της $z_1(z)$ να μην είναι μηδέν. Αυτή ακριβώς η διαδικασία μπορεί να υλοποιηθεί στο παράθυρο απεικόνισης.

Το παράθυρο απεικόνισης φαίνεται στην παρακάτω εικόνα. Αποτελείται από το πλέγμα (η περιοχή με τους σταυρούς), δύο κουμπιά με επιγραφές “Apply Mapping” και “Show Data”, καθώς και τέσσερα πεδία όπου εμφανίζεται η θέση του δείκτη στο πλέγμα (πεδία x και y) και οι τιμές των παραμέτρων a και b . Στα δύο τελευταία μπορούμε να επέμβουμε και να αλλάξουμε τις τιμές τους. Τέλος, πάνω αριστερά εμφανίζεται ένα πεδίο επιλογών, όπου μπορείτε να επιλέξετε μεταξύ έξι απεικονίσεων. Προεπιλεγμένη είναι η ταυτοτική απεικόνιση $z_1=z$, που αναπαράγει την αρχική ροή. Οι παράμετροι a και b καθορίζουν περαιτέρω την απεικόνιση, ενώ με τα κουμπιά “Apply Mapping” υλοποιείται η επιλεγμένη απεικόνιση και με το “Show Data” Το “Show Data” (μετά από μικρή

καθυστέρηση για υπολογισμό) δίνει τις τιμές x , y , v_x , v_y για την τελευταία γραμμή ροής που έχετε σχεδιάσει (στις συντεταγμένες της νέας απεικόνισης).



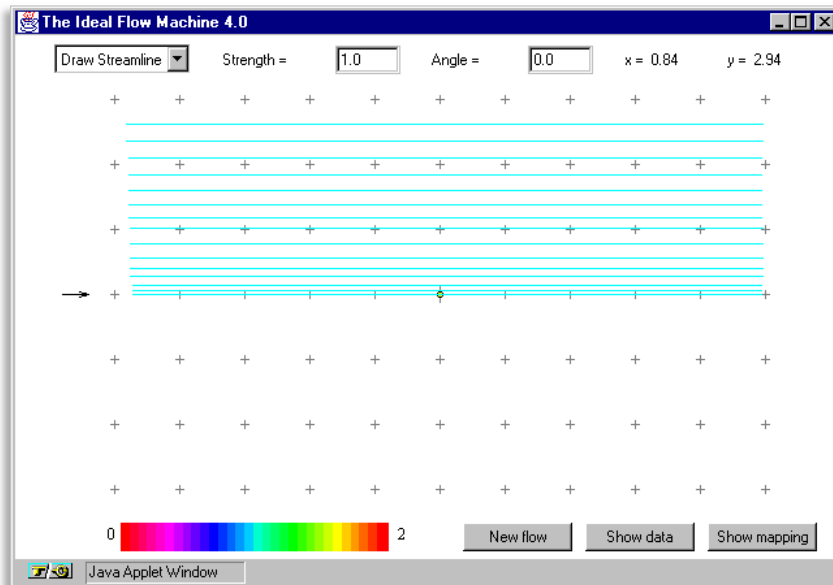
Το παράθυρο απεικόνισης.

Παρακάτω δίνονται μερικά παραδείγματα χρήσης των σύμμορφων μετασχηματισμών.

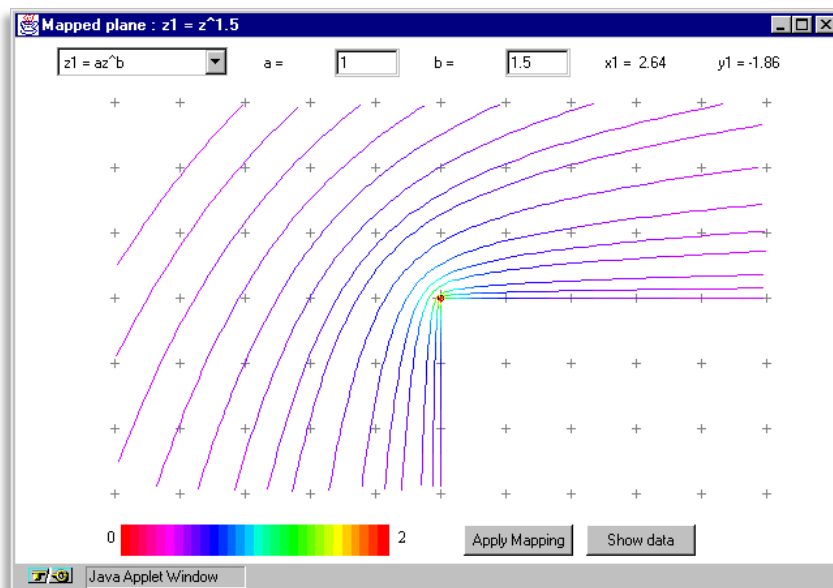
ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΧΡΗΣΗΣ ΤΟΥ ΠΑΡΑΘΥΡΟΥ ΑΠΕΙΚΟΝΙΣΗΣ

Ροή στο εξωτερικό γωνίας

z -plane: Free stream (any strength, angle=0)

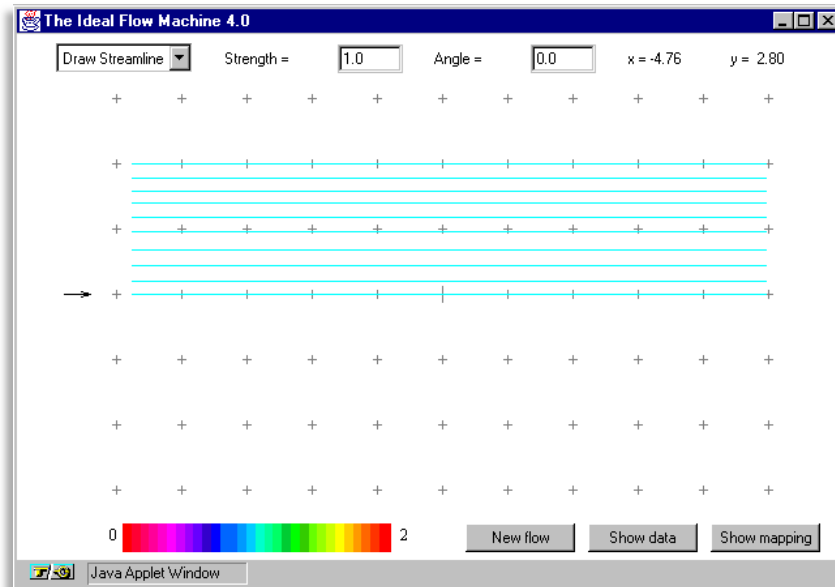


z_1 -plane: Mapping $z_1 = a.z^b$, $a=1.0$, $b=1.5$ (κρίσιμο σημείο στην αρχή των αξόνων)

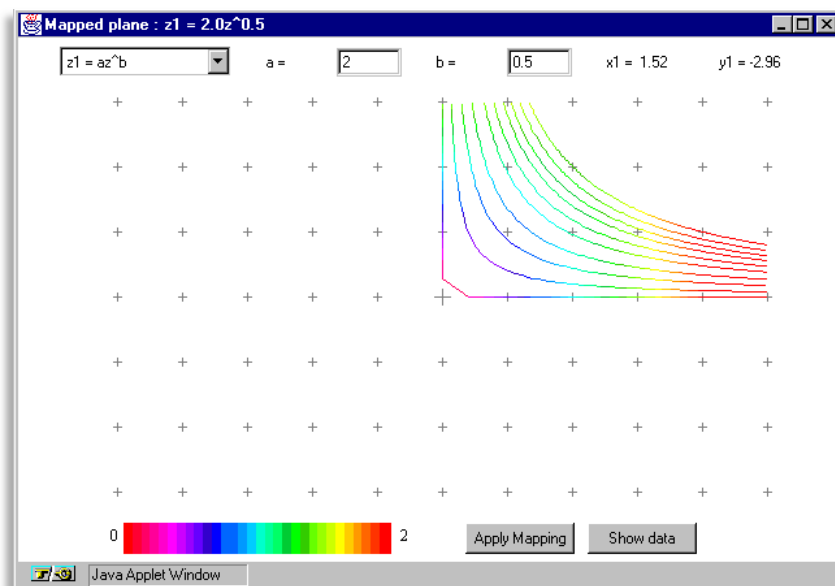


Ροή στο εσωτερικό γωνίας

z -plane: Free stream (any strength, angle=0)

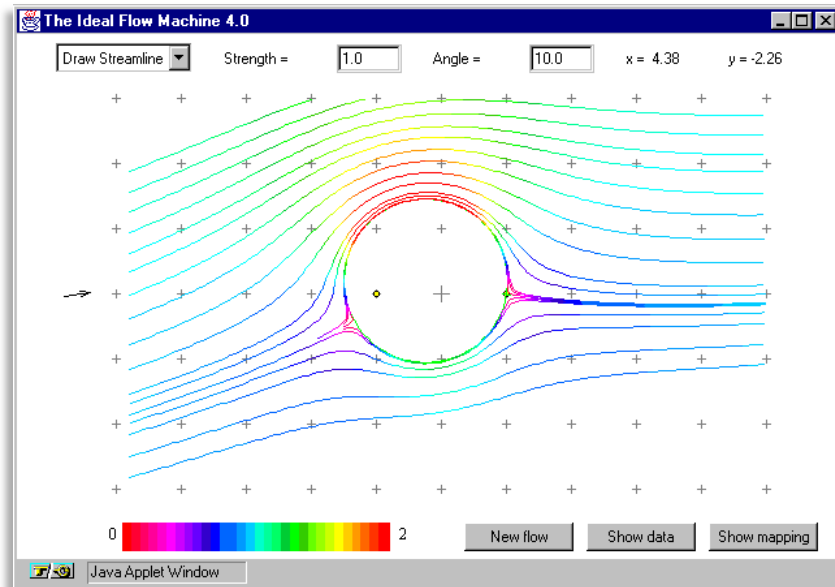


z_1 -plane: Mapping $z_1 = a.z^b$, $a=1.0$, $b=0.5$ (οτιδήποτε μικρότερο από 1)

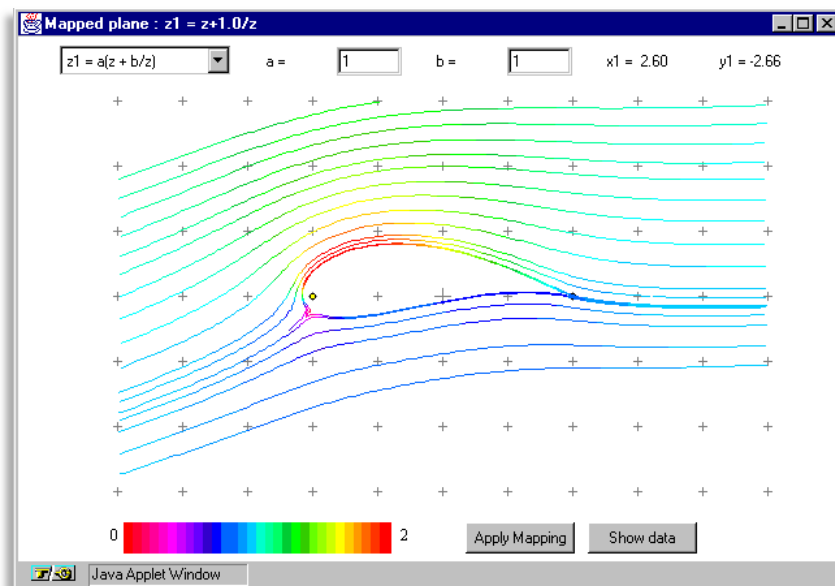


Ροή γύρω από πτέρυγα Joukowski

z -plane: Free stream (any strength, any angle), Circle K.c., centered at $(-0.2, 0.2)$, Kutta condition $(1, 0)$

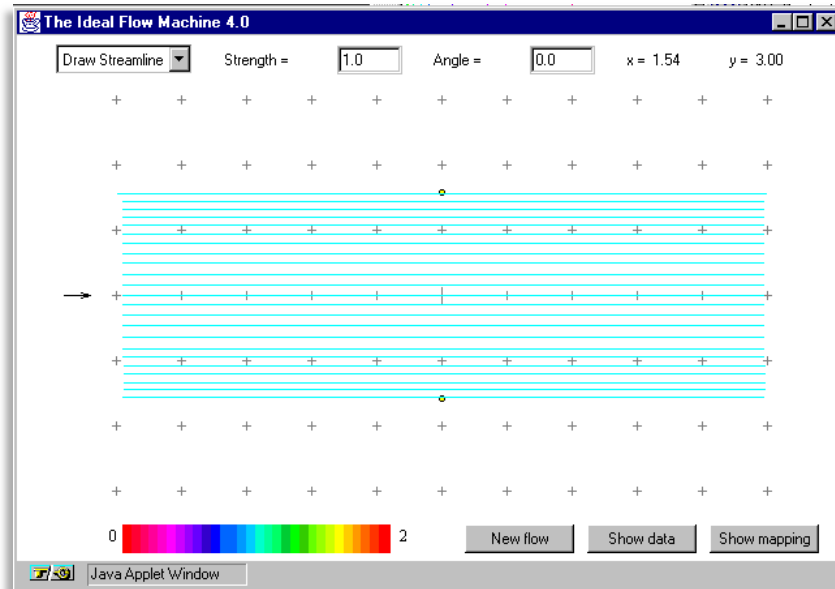


z_1 -plane: Mapping $z_1 = a(z + b/z)$ $a=1.0$, $b=1.0$ (κρίσιμα σημεία στο $x=\pm 1$, $y=0$)

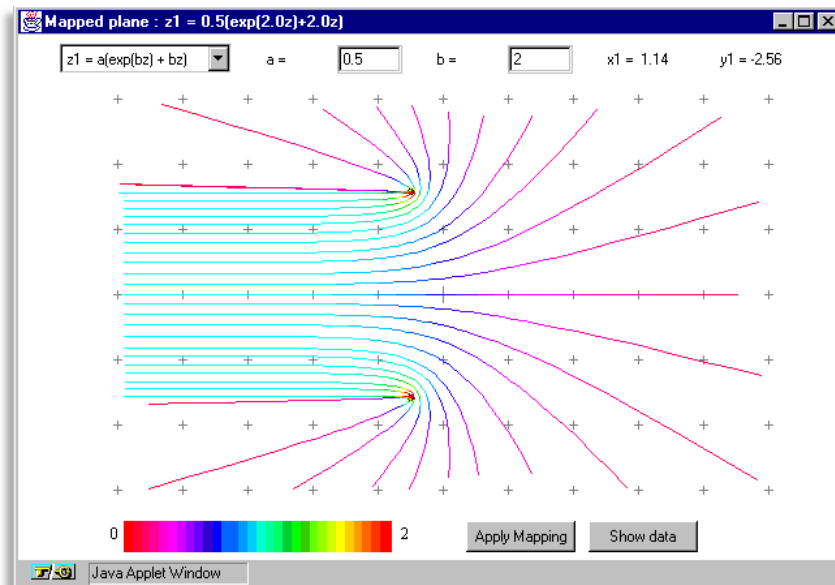


Ρευστό εξερχόμενο από αγωγό

z -plane: Free stream (any strength, angle=0)

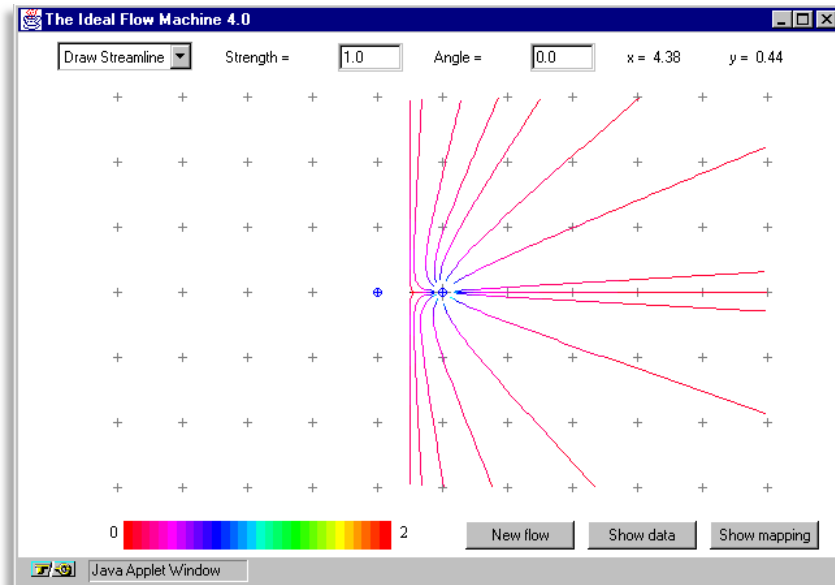


z_1 -plane: Mapping $z_1 = a(e^{bz} + bz)$, $a=1.0$, $b=1.0$ (κρίσιμα σημεία στο $x=0$, $y=\pm\pi/2$)



Ροή ημισώματος μεταξύ παράλληλων τοιχωμάτων

z -plane: Source at (0,0), any strength, Source at (0,-1), the same strength



z_1 -plane: Mapping $z_1 = a \cdot \ln(z) - ib$, $a=0.5$, $b=\pi/2$

