

ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΦΥΣΙΚΗΣ

ΤΟΜΕΑΣ ΑΣΤΡΟΦΥΣΙΚΗΣ ΑΣΤΡΟΝΟΜΙΑΣ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΑΣΤΡΟΝΟΜΙΑΣ

ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΙΑ ΣΥΜΕΩΝ
ΠΤΥΧΙΟΥΧΟΥ ΦΥΣΙΚΟΥ

ΒΑΡΥΤΙΚΗ ΑΚΤΙΝΟΒΟΛΙΑ ΑΠΟ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΣΤΕΡΩΝ
ΔΙΔΑΚΤΟΡΙΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ

ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗ
2010

ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΙΔΗ ΣΥΜΕΩΝ
ΒΑΡΥΤΙΚΗ ΑΚΤΙΝΟΒΟΛΙΑ ΑΠΟ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΣΤΕΡΩΝ
ΔΙΔΑΚΤΟΡΙΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ

Υποβλήθηκε στο Τμήμα Φυσικής,
Τομέας Αστροφυσικής, Αστρονομίας και Μηχανικής,
Σ.Θ.Ε. Α.Π.Θ.
Ημερομηνία προφορικής εξέτασης:

ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΕΠΙΤΡΟΠΗ

Κωνσταντίνος Κόκκοτας, Καθηγητής Τμήματος Φυσικής, Σ.Θ.Ε. Α.Π.Θ.
Χαράλαμπος Βάρβογλης, Καθηγητής Τμήματος Φυσικής, Σ.Θ.Ε. Α.Π.Θ.
Νικόλαος Στεργιούλας, Αναπληρωτής Καθηγητής Τμήματος Φυσικής, Σ.Θ.Ε.
Α.Π.Θ.
Ιωάννης-Χίου Σειραδάκης, Καθηγητής Τμήματος Φυσικής, Σ.Θ.Ε. Α.Π.Θ.
Γεώργιος Βουγιατζής, Επίκουρος Καθηγητής Τμήματος Φυσικής, Σ.Θ.Ε. Α.Π.Θ.
Βασίλειος Ρόθος, Επίκουρος Καθηγητής Τμήματος Μαθηματικών, Πολυτεχνική
Σχολή, Α.Π.Θ.
Μανώλης Πλειώνης, Διευθυντής Έρευνάς, Ινστιτούτο Αστρονομίας και
Αστροφυσικής, Εθνικό Αστεροσκοπείο Αθηνών

Στη Θάλεια

Περιεχόμενα

Πρόλογος	1
1 Εισαγωγή	4
2 Αστρικά σμήνη	8
2.1 Σφαιρωτά σμήνη	8
2.1.1 Δομή	10
2.1.2 Διάγραμμα H-R	15
2.1.3 Χρονική εξέλιξη	17
2.2 Ανοικτά σμήνη	21
2.2.1 Διάγραμμα H-R	22
2.2.2 Χρονική εξέλιξη	23
3 Βαρυτική ακτινοβολία	25
3.1 Χαρακτηριστικά βαρυτικής ακτινοβολίας	26
3.1.1 Ταχύτητα και πόλωση των βαρυτικών κυμάτων	27
3.1.2 Πλάτος και φωτεινότητα των βαρυτικών κυμάτων	29
3.1.3 Συχνότητα των βαρυτικών κυμάτων	32
3.2 Πηγές βαρυτικής ακτινοβολίας	33
3.2.1 Διπλά συστήματα μελανών οπών ή αστέρων νετρονίων	33
3.2.2 Περιστρεφόμενοι, ασύμμετροι αστέρες νετρονίων	39
3.2.3 Μελανές οπές	40
3.2.4 Βαρυτική κατάρρευση αστέρων	41
3.2.5 Μεγάλη Έκρηξη	42
3.3 Ανίχνευση βαρυτικής ακτινοβολίας	43
3.3.1 Ανιχνευτές συντονισμού μάζας	43
3.3.2 Συμβολόμετρα laser	45
3.3.3 Ανιχνευτές στο διάστημα	50
3.3.4 Διεύθυνση της πηγής	51
3.4 Ανάδραση μελανής οπής εξαιτίας μή-συμμετρικής εκπομπής βαρυτικής ακτινοβολίας	52
4 Μελανές οπές μεσαίας μάζας	57
4.1 Ενδείξεις για την ύπαρξη μελανών οπών μεσαίας μάζας	59

4.1.1	Παρατήρησεις οξέως άκρου στην κεντρική πυκνότητα και την ταχύτητα διασποράς σφαιρωτών σημνών	61
4.1.2	Εξαιρετικά Φωτεινές Πηγές ακτίνων X (ULXs)	62
4.1.3	Αστροφυσικές προσομοιώσεις	64
4.2	Σενάρια δημιουργίας μελανών οπών μεσαίας μάζας	67
4.2.1	Δημιουργία IMBH από αστέρες του πληθυσμού III	68
4.2.2	Δημιουργία IMBH από συγκρούσεις αστέρων	70
4.2.3	Δημιουργία IMBH από συγκρούσεις μελανών οπών ηλιακής μάζας	75
4.3	Μελανές οπές μεσαίας μάζας και δομή σφαιρωτών σημνών	76
4.4	Βαρυτική ακτινοβολία από μελανές οπές μεσαίας μάζας	77
5	Μέθοδοι προσομοίωσης αστρικών σημνών	81
5.1	Προσομοιώσεις N-σωμάτων	81
5.1.1	Ο αλγόριθμος 4ης τάξης Hermite	82
5.1.2	Ο χρονικά συμμετρικός αλγόριθμος 4ης τάξης Hermite	84
5.1.3	Ο υπολογιστής ειδικού σκοπού GRAPE-6 Pro	86
6	Myriad: ένας νέος κώδικας προσομοίωσης αστρικών συστημάτων	87
6.1	Περιγραφή του κώδικα	88
6.1.1	Τα υπολογιστικά χαρακτηριστικά του κώδικα	88
6.1.2	Αλγόριθμος ολοκλήρωσης	91
6.1.3	Ομαδοποιημένα χρονικά βήματα	94
6.1.4	Στενά διπλά και πολλαπλά συστήματα	98
6.1.5	Εξισώσεις της μετα-Νευτώνειας θεωρίας	104
6.2	Αποτελέσματα πρώτων προσομοιώσεων και σύγκριση με άλλους κώδικες	109
6.2.1	Ακρίβεια-Ταχύτητα	109
6.2.2	Διπλά και πολλαπλά συστήματα	112
6.2.3	Στενά διπλά συστήματα μελανών οπών	114
6.2.4	Εξέλιξη μοντέλων αστρικών σημνών ως και την κατάρρευση του πυρήνα	118
6.3	Σύνοψη του κεφαλαίου	125
7	Εφαρμογές του κώδικα Myriad	128
7.1	Προσομοιώσεις αστρικών σημνών που διαθέτουν μελανή οπή μεσαίας μάζας - Βαρυτική ακτινοβολία	129
7.1.1	Περιγραφή της υπολογιστικής μεθόδου	131
7.1.2	Αποτελέσματα	134
7.1.3	Βαρυτική ακτινοβολία από σφαιρωτά σμήνη που διαθέτουν μελανή οπή μεσαίας μάζας	138
7.1.4	Συμπεράσματα	141
7.2	Νεαρά αστρικά σμήνη και IMBH ως δομικά συστατικά υπέρπυκνων νάνων γαλαξιών	144
7.2.1	Αρχική ταχύτητα της αναδράζουσας IMBH	146

7.2.2	Αλληλεπιδράσεις μεταξύ μιας αναδράζουσας IMBH κι ενός νεαρού αστρικού σμήνους	148
7.2.3	Δημιουργία του ``σπόρου" ενός UCD: ο ρόλος της IMBH	155
7.2.4	Αποτελέσματα	161
7.2.5	Συμπεράσματα	169
8	Σύνοψη	171
	Παράρτημα Α	175
	Παράρτημα Β: Βιογραφικό Σημείωμα	178
	Παράρτημα Γ: Detailed summary in English	179
	Βιβλιογραφία	191

Πρόλογος

Η παρούσα διδακτορική διατριβή που εκπονήθηκε στο Εργαστήριο Αστρονομίας του Τμήματος Φυσικής Σ.Θ.Ε./Α.Π.Θ., από το Δεκέμβριο του 2004 ως το Ιούνιο του 2011, αφορά σε προσομοιώσεις αστρικών σμηνών και στη βαρυτική ακτινοβολία που εκπέμπεται από υποσυστήματα αστέρων που ανήκουν σε αυτά.

Για τη μελέτη αυτή, απαιτήθηκε η συγγραφή ενός νέου υπολογιστικού κώδικα, του κώδικα *Myriad* που είναι σε θέση να προσομοιώνει συστήματα δεκάδων χιλιάδων αστέρων, αν χρησιμοποιηθούν γι' αυτόν κατάλληλοι γρήγοροι υπολογιστές. Κατά την κατασκευή του κώδικα, δόθηκε ιδιαίτερη προσοχή στην εφαρμογή των σωστών νόμων της Φυσικής ακόμη και στις απαιτητικές περιπτώσεις στις οποίες αστέρες ή μελανές οπές μιας προσομοίωσης δημιουργούν στενά διπλά συστήματα. Τα συστήματα αυτά εξελίσσονται δυναμικά στο χρόνο με την καλύτερη δυνατή ακρίβεια, ενώ για τα διπλά συστήματα μελανών οπών εφαρμόζονται οι εξισώσεις της μετα-Νευτώνειας θεωρίας. Από τις εξισώσεις αυτές προκύπτει πως ένα τέτοιο διπλό σύστημα εκπέμπει βαρυτική ακτινοβολία η οποία αφαιρεί ενέργεια και στροφορμή από αυτό. Έτσι το διπλό σύστημα οδηγείται στην συγχώνευση, κατά την οποία εκπέμπεται ακόμη περισσότερη βαρυτική ακτινοβολία προς κάποια συγκεκριμένη κατεύθυνση και εξαιτίας αυτής, η σχηματιζόμενη μελανή οπή αποκτά ταχύτητα ανάδρασης. Ο κώδικας *Myriad* είναι σχεδιασμένος ώστε να μπορεί να αναπαράγει με ακρίβεια όλα αυτά τα φαινόμενα, που μπορεί να συμβούν σε ένα πραγματικό σμήνος αστέρων, ενώ είναι πλέον διαθέσιμος στην επιστημονική κοινότητα, προς ελεύθερη χρήση. Αξίζει να σημειωθεί πως για τη συγγραφή και τον έλεγχο της σωστής του λειτουργίας, δαπανήθηκε το μεγαλύτερο μέρος του χρόνου που συνολικά δαπανήθηκε για τη διατριβή, ενώ η βελτίωση και οι επεκτάσεις του, ώστε να περιλαμβάνει όσο το δυνατό περισσότερα φυσικά φαινόμενα που συμβαίνουν σε πραγματικά σμήνη, είναι μια διαδικασία που συνεχίζεται.

Ως μια εφαρμογή του κώδικα *Myriad* με αστροφυσικό ενδιαφέρον, τον χρησιμοποιήσαμε για να προσομοιώσουμε μοντέλα αστρικών σμηνών που διαθέτουν δεκάδες χιλιάδες αστέρες διαφορετικής μάζας, στα οποία υπάρχει μια μελανή οπή μεσαίας μάζας τοποθετημένη στο κέντρο. Στα συστήματα αυτά μελετήσαμε το ρυθμό με τον οποίο οι υπόλοιπες μελανές οπές του συστήματος πλησιάζουν προς στο κέντρο και σχηματίζουν στενά διπλά συστήματα με την κεντρική μελανή οπή. Επίσης μελετήσαμε την πιθανότητα τα στενά αυτά διπλά συστήματα να οδηγηθούν σε σύγκρουση, αλλά και την ένταση και τη συχνότητα της βαρυτικής ακτινοβολίας που εκπέμπεται πριν, αλλά και κατά τη διάρκεια αυτής. Οι πηγές βαρυτικής ακτινοβολίας αυτές αναμένεται να ανιχνευτούν από τον διαστημικό ανιχνευτή βαρυτικών κυμάτων LISA που θα τεθεί σε λειτουργία στα επόμενα δέκα χρόνια. Τέλος, εφαρμόζοντας τις ημι-εμπειρικές εξισώσεις της Αριθμητικής Σχετικότητας, μελετήσαμε την

πιθανότητα διαφυγής της κεντρικής μελανής οπής από το σύστημα, μετά από σύγκρουση με κάποια από τις υπόλοιπες μελανές οπές. Το συμπέρασμα αυτό είναι σημαντικό, γιατί μπορεί να εξηγήσει τη μη ύπαρξη μελανών οπών μεσαίας μάζας στα κέντρα κάποιων σφαιρωτών σμηνών του Γαλαξία, αλλά και την ανίχνευση τέτοιων μεμονομένων μελανών οπών που κινούνται με μεγάλες ταχύτητες, στην άλω.

Σε αυτό το σημείο θα ήθελα να ευχαριστήσω με όλη μου την καρδιά τον υπεύθυνο καθηγητή μου Κώστα Κόκκοτα για όλα όσα έχει κάνει για εμένα από την εποχή που ήμουν ακόμη φοιτητής στο τμήμα Φυσικής. Η συμβολή του στην επιστημονική μου σταδιοδρομία είναι και θα παραμείνει πολύ σημαντική. Τον ευχαριστώ για τη δυνατότητα που μου έδωσε να ασχοληθώ με διάφορους τομείς της Αστροφυσικής, για την πολυετή συνεργασία μας, για την υπομονή που έδειξε όλον αυτόν τον καιρό, αλλά και για τη συνεχή προσπάθεια που κατέβαλε για την εξασφάλιση για εμένα όσο το δυνατόν περισσότερων οικονομικών πόρων.

Θα ήθελα επίσης να ευχαριστήσω τα υπόλοιπα μέλη της τριμελούς συμβουλευτικής επιτροπής μου για τη βοήθεια που μου παρείχαν όλα αυτά τα χρόνια. Ιδιαίτερα θα ήθελα να ευχαριστήσω τον αναπληρωτή καθηγητή Νίκο Στεργιούλα για την εποικοδομητική συνεργασία που είχαμε. Πολλές από τις ιδέες επάνω στις οποίες βασίζεται η εργασία αυτή, είναι προϊόντα δικών του προτάσεων. Θα ήθελα να ευχαριστήσω τον καθηγητή κ. Χαράλαμπο Βάρβογλη για τις υποδείξεις του, για την οικονομική στήριξη που μου παρείχε, εντάσσοντάς με στο ερευνητικό πρόγραμμα Πυθαγόρας Ι, αλλά και για την παραχώρηση του υπολογιστικού συστήματος GRAPE, χωρίς το οποίο δεν θα ήταν δυνατόν να ξεκινήσω την παρούσα μελέτη.

Ευχαριστώ θερμά το λέκτορα Κλεομένη Τσιγάνη για για την συνεργασία που είχαμε τα τελευταία τρία χρόνια, για τις πολύτιμες συμβουλές του, για τον ενθουσιασμό που πολλές φορές μου μετέδωσε, αλλά και για την απεριόριστη υπομονή του όσον αφορά στη χρήση των διαθέσιμων υπολογιστικών συστημάτων.

Θα ήταν παράλειψη να μην αναφέρω τις ευχαριστίες μου προς τον Δρ. Χρήστο Βοζίκη που βοήθησε σημαντικά στην εξοικείωσή μου με το υπολογιστικό σύστημα GRAPE. Θα ήθελα να ευχαριστήσω επίσης τον Δρ. Pau Amaro-Seoane του Albert Einstein Institute για τις συμβουλές του, τις παροτρύνσεις, αλλά και για την συνέργασία που έχουμε αναπτύξει τους τελευταίους μήνες. Η βοήθειά του έδρασε καταλυτικά στην ολοκλήρωση της διατριβής.

Θα ήθελα ιδιαιτέρως να ευχαριστήσω τον Δρ. Sverre Aarseth που μου έκανε την τιμή να επικοινωνήσει μαζί μου εντοπίζοντας την εργασία μου. Οι συζητήσεις που είχαμε μέσω ηλεκτρονικού ταχυδρομείου ήταν πολύ σημαντικές για εμένα όχι μόνο γιατί με βοήθησαν να διευκρινίσω ορισμένες σημαντικές λεπτομέρειες, αλλά γιατί μου έδωσαν την απαραίτητη για τη συνέχεια αυτοπεποίθηση. Για τον ίδιο λόγο θα ήθελα να ευχαριστήσω τον Δρ. Piet Hut που έδειξε ενθουσιασμό και ενδιαφέρον για τη δουλειά μου. Ιδιαίτερα θα ήθελα να τον ευχαριστήσω μαζί με τον Δρ. Jun Makino για τη δωρεάν σειρά ηλεκτρονικών βιβλίων "The Art of Computational Science" που έχουν συγγράψει, η οποία υπήρξε η αφορμή για να ξεκινήσω τη συγγραφή ενός νέου κώδικα N-σωμάτων.

Ευχαριστώ τον Δρ. Μιλτιάδη Βαβουλίδη για τη βοήθεια που μου παρείχε όποτε τη χρειάστηκα, αλλά και για όλες τις συζητήσεις, επιστημονικές και μη, που είχαμε κατά τη διάρκεια της συνεργασίας μας. Θα ήθελα επίσης να ευχαριστήσω όλα τα μέλη του Εργαστηρίου Αστρονομίας, για την πολυετή συνεργασία και αλληλεπίδρασή μας.

Τελειώνοντας, θα ήθελα να ευχαριστήσω τη Θάλεια Βαβαλέσκου για την υπομονή της,

την κατανόηση αλλά και την πολύπλευρη στήριξη, χωρίς την οποία δεν θα ήταν δυνατό να ολοκληρώσω την παρούσα προσπάθεια. Ευχαριστώ τους γονείς μου και τα αδέρφια μου για την υλική και ηθική στήριξη που μου παρείχαν, όλα αυτά τα χρόνια. Τους είμαι ευγνώμων για την κατανόησή τους, για την βοήθεια σε όλες τις δύσκολες στιγμές, για την απεριόριστη υπομονή τους και για την πίστη τους σε εμένα.

Η εργασία αυτή χρηματοδοτήθηκε μερικώς από το ερευνητικό πρόγραμμα Πυθαγόρας Ι, αλλά και από το Γερμανικό Ίδρυμα Επιστήμης (DFG) , μέσω του SFB/TR7, που χρηματοδότησε τη συνολικά οκτάμηνη διαμονή μου στο πανεπιστήμιο Eberhard-Karls του Tübingen. Το τελευταίο κρίσιμο εξάμηνο εκπόνησης της διατριβής πραγματοποιήθηκε στο Max Planck Institute for Gravitational Physics (Albert Einstein Institute) του Potsdam και χρηματοδοτήθηκε μερικώς από υποτροφία της Γερμανικής Υπηρεσίας Ακαδημαϊκών Ανταλλαγών (DAAD) καθώς και από πόρους του Albert Einstein Institute. Θα ήταν παράλειψη να μην αναφέρω πως η αγορά του ειδικού υπολογιστικού συστήματος GRAPE, που ήταν απαραίτητο για την εργασία αυτή, χρηματοδοτήθηκε από το Εμπειρικό Ίδρυμα.

Σίμος Κωνσταντινίδης
Θεσσαλονίκη 2011

Κεφάλαιο 1

Εισαγωγή

Τις τελευταίες δεκαετίες ένας νέος τρόπος μελέτης αστροφυσικών συστημάτων, οι υπολογιστικές προσομοιώσεις, παρουσιάζει ραγδαία ανάπτυξη κι έχει προσφέρει πολύ στη γνώση μας για το Σύμπαν. Στις προσομοιώσεις αυτές, επιχειρήται συνήθως η επίλυση πολύπλοκων και απαιτητικών εξισώσεων που περιγράφουν τις φυσικές διεργασίες που συμβαίνουν σε ένα σύστημα. Επειδή οι παράγοντες που παίζουν ρόλο στις διεργασίες αυτές είναι συνήθως πολλοί και αλληλοεξαρτημένοι, οι προσομοιώσεις αυτές, αναφέρονται σε ιδανικές περιπτώσεις που απέχουν αρκετά από τις πραγματικές συνθήκες. Παρόλα αυτά, τα τελευταία χρόνια και με την ανάπτυξη τόσο των ισχυρών υπολογιστών, όσο και των υπολογιστικών μεθόδων, έχει γίνει δυνατή η προσομοίωση συστημάτων που βρίσκονται πιο κοντά στα πραγματικά.

Οι φυσικές χρονικές κλίμακες που καλύπτουν οι προσομοιώσεις αστροφυσικών συστημάτων κυμαίνονται από λίγα δευτερόλεπτα, ως και πολλά Gyr, ανάλογα με τους χαρακτηριστικούς χρόνους του κάθε συστήματος. Για παράδειγμα, οι προσομοιώσεις εκρήξεων υπερκαινοφανών που προσπαθούν να αναπαράγουν τα τελευταία δραματικά στάδια της ζωής ενός σχετικά μεγάλου σε μάζα αστέρα, διαρκούν μερικά δευτερόλεπτα. Το ίδιο διαρκούν και οι προσομοιώσεις των ταλαντώσεων αστερών νετρονίων και μελανών οπών που μόλις έχουν σχηματιστεί, ή και οι συγκρούσεις και συγχωνεύσεις μεταξύ μελανών οπών και/ή αστερών νετρονίων. Από την άλλη, οι προσομοιώσεις σχηματισμού αστερών από μεσοαστρικά νέφη έχει χρονική κλίμακα της τάξης των Myr, ενώ η προσομοίωση των δυναμικών διεργασιών που λαμβάνουν χώρα σε ένα πλανητικό σύστημα, πρέπει να καλύπτει χρονικές κλίμακες της τάξης της ηλικίας του, δηλαδή κάποια Gyr. Την ίδια χρονική κλίμακα έχουν και οι προσομοιώσεις σφαιρωτών σμηνών και γαλαξιών. Τέλος, η χρονική κλίμακα των κοσμολογικών προσομοιώσεων, στις οποίες γίνεται προσπάθεια να μελετηθούν διεργασίες όπως ο σχηματισμός γαλαξιών είναι επίσης της τάξης των Gyr.

Από όλα τα παραπάνω μπορεί να συμπεράνει κανείς πως είναι δύσκολο να συμπεριληφθούν όλες οι φυσικές διεργασίες που γίνονται μέσα σε ένα σύστημα από αστέρες, όπως είναι ένα σφαιρωτό σμήνος. Το σύστημα θα πρέπει να προσομοιωθεί ως την ηλικία του, δηλαδή μερικά Gyr, την ίδια ώρα που ορισμένες φυσικές διεργασίες που λαμβάνουν χώρα σε αυτό, όπως εκρήξεις υπερκαινοφανών, στενά διπλά συστήματα και συγκρούσεις μελανών οπών ή αστερών νετρονίων, δημιουργία αστερών από αέριο, αστρική εξέλιξη διπλών συστημάτων κτλ., έχουν πολύ μικρότερες χαρακτηριστικές χρονικές κλίμακες. Τέτοιες προ-

σομοιώσεις είναι γεγονός τα τελευταία χρόνια, όμως ο αριθμός των αστερών που μπορούν να προσομοιωθούν είναι πολύ μικρότερος σε σχέση με αυτόν που υπάρχει σε πραγματικά σμήνη. Στις προσομοιώσεις σμηνών με διπλά συστήματα έχουν ως τώρα χρησιμοποιηθεί ως και 150.000 αστέρες, ενώ βρισκόμαστε πολύ μακριά από την προσομοίωση ενός γαλαξία. Από την πλευρά των κοσμολογικών προσομοιώσεων, έχουν γίνει προσομοιώσεις με αριθμό σωμάτων ως και 1.000.000, όμως οι προσομοιώσεις αυτές έγιναν με την πολύ σημαντική παραδοχή της ανυπαρξίας κοντινών διελεύσεων και συγκρούσεων μεταξύ των σωμάτων.

Με την αισιόδοξη ιδέα της προσομοίωσης ενός σμήνους αστερών στην οποία θα περιλαμβάνονται όσο το δυνατό περισσότερες από τις φυσικές διεργασίες που λαμβάνουν χώρα σε αυτό, ξεκινήσαμε τη συγγραφή ενός νέου γρήγορου κώδικα του οποίου οι πιθανές μελλοντικές επεκτάσεις μπορούν να κάνουν πραγματικότητα την προσομοίωση ρεαλιστικών συστημάτων με όλες τις φυσικές διεργασίες που γίνονται σε αυτά. Βέβαια, βρισκόμαστε ακόμη μακριά από το στόχο, κυρίως γιατί υπάρχουν σαφείς περιορισμοί από την πλευρά της ταχύτητας των σημερινών υπολογιστών, όμως με τη ραγδαία εξέλιξη που παρατηρείται στους υπολογιστές, αλλά και στις υπολογιστικές μεθόδους, αναμένεται να γίνει γεγονός η προσομοίωση ενός πραγματικού σμήνους ή ολόκληρου γαλαξία στα επόμενα χρόνια.

Η μελέτη των αστρικών σμηνών και ιδιαίτερα των σφαιρωτών ξεκίνησε από την εποχή της ανακάλυψης του τηλεσκοπίου. Καθώς τα τηλεσκόπια εξελίσσονταν, οι επιστήμονες αποκτούσαν μια όλο και πιο ξεκάθαρη εικόνα για την ταυτότητα των συστημάτων αυτών, αλλά και για τις φυσικές διεργασίες που συμβαίνουν στο εσωτερικό τους. Σήμερα, παρόλη την πρόοδο στη γνώση και παρόλο που ολοένα και μεγαλύτερα τηλεσκόπια κατασκευάζονται και χρησιμοποιούνται, εξακολουθούν να υπάρχουν πολλά άλυτα ερωτήματα που έχουν να κάνουν με αυτά. Ένα από τα ερωτήματα αυτά είναι το τι ακριβώς συμβαίνει στα κέντρα των σφαιρωτών σμηνών, καθώς τα σημερινά τηλεσκόπια, αν και πολύ ισχυρά, δε μπορούν να διακρίνουν μεμονομένους αστέρες εκεί, λόγω της υψηλής πυκνότητας αστερών. Θεωρείται πιθανό πως στα κέντρα των περισσότερων σφαιρωτών σμηνών υπάρχει μια νέα κατηγορία μελανών οπών, οι μελανές μεσαίας μάζας (Intermediate-mass Black Holes, IMBH).

Για την ύπαρξη τέτοιων μελανών οπών, έχουμε μόνο ενδείξεις κι όχι αποδείξεις μέχρι τώρα. Μάλιστα, πολλές από τις ενδείξεις αυτές αμφισβητούνται, καθώς οι συγκεκριμένες παρατηρήσεις μπορούν να εξηγηθούν και με άλλες θεωρίες. Είναι όμως γενικά αποδεκτό πως τέτοιες μελανές οπές υπάρχουν, ενώ έχουν βρεθεί τουλάχιστον τρεις διαφορετικοί μηχανισμοί για την δημιουργία τους. Όλοι οι μηχανισμοί αυτοί τοποθετούν αρχικά τις μελανές οπές αυτές στα κέντρα σφαιρωτών ή άλλων μεγάλων σμηνών.

Όποιος κι αν είναι ο μηχανισμός δημιουργίας μιας IMBH μέσα σε ένα σμήνος, η ίδια της αναμένεται να έχει ισχυρές και συνεχείς αλληλεπιδράσεις με τους αστέρες, αλλά και τις μελανές οπές του σμήνους. Επίσης, είναι δυνατό το σμήνος μέσα στο οποίο βρίσκεται να συγκρουστεί με ένα άλλο σμήνος¹ που επίσης διαθέτει μια IMBH στο κέντρο του. Στο σμήνος που θα δημιουργηθεί από τη σύγκρουση αυτή, οι δύο IMBHs είναι σίγουρο πως θα οδηγηθούν σε σύγκρουση με ταυτόχρονη εκπομπή βαρυτικής ακτινοβολίας. Η μελέτη των IMBHs λοιπόν είναι σημαντική τόσο από την πλευρά της αστρονομίας, καθώς η ύπαρξή τους θα μπορέσει πιθανότατα να ερμηνεύσει ορισμένα από τα παρατηρησιακά χαρακτηρι-

¹Κάτι τέτοιο θεωρείται αρκετά πιθανό στα αρχικά στάδια της εξέλιξης των αστρικών σμηνών, καθώς είναι αρκετά πιθανό τα αστρικά σμήνη να δημιουργούνται σε ομάδες κι όχι μεμονωμένα, όπως αποδεικνύουν πρόσφατες παρατηρήσεις σε περιοχές αστρικής δημιουργίας σε συγκρουόμενους γαλαξίες

στικά των αστρικών σμηνών, όσο και από την οπτική γωνία της αστροφυσικής βαρυτικών κυμάτων, καθώς η βαρυτική ακτινοβολία που μπορεί να εκπέμπουν θα είναι ισχυρή και ανιχνεύσιμη από μελλοντικούς διαστημικούς, αλλά και επίγειους ανιχνευτές.

Ένας τρόπος για τη μελέτη αστρικών σμηνών που διαθέτουν μια IMBH στα κέντρα τους είναι με τη βοήθεια προσομοιώσεων N-σωμάτων. Στις προσομοιώσεις αυτές κάθε μέλος ενός σμήνους αντιπροσωπεύεται από ένα σημειακό σωματίδιο στο οποίο την κίνηση επιδρούν όλα τα υπόλοιπα μέλη του σμήνους. Οι προσομοιώσεις αυτές έχουν το ισχυρό πλεονέκτημα πως δε θεωρούν καμία παραδοχή για το σμήνος και για το λόγο αυτό έχουν ένα πολύ μεγάλο βαθμό ρεαλισμού. Από την άλλη όμως, είναι πολύ απαιτητικές σε υπολογισμούς γεγονός που καθιστά απαγορευτική την προσομοίωση με τον τρόπο αυτό ολόκληρων σμηνών. Έτσι, οι προσομοιώσεις N-σωμάτων περιορίζονται σε μικρές τιμές του N.

Πέρα από ένα νέο κώδικα για αστροφυσικές προσομοιώσεις σμηνών η συμβολή της διατριβής αυτής είναι δυο μελέτες με τη βοήθεια του κώδικα αυτού. Στην πρώτη μελετήσαμε τη συμπεριφορά μιας IMBH που μόλις έχει δημιουργηθεί σε ένα αστρικό σμήνος (ξεκινώντας περίπου 5 Myr από τη στιγμή της δημιουργίας του ίδιου του σμήνους). Παρατηρήσαμε πως η IMBH σχηματίζει πολύ σύντομα ένα στενό διπλό συστήματα με μία άλλη μελανή οπή (black hole: BH) του συστήματος και πως η μελανή οπή-συνοδός της IMBH αλλάζει εξαιτίας των ισχυρών αλληλεπιδράσεων με τις μελανές οπές που βρίσκονται στη γειτονιά της. Παρατηρήσαμε επίσης, πως όλες οι μελανές οπές, που είναι και τα πιο μεγάλα σε μάζα σώματα του συστήματος, τείνουν να συσσωρεύονται στο κέντρο, κάτι που είναι αναμενόμενο και από τη θεωρία. Επίσης, μελετήσαμε τη βαρυτική ακτινοβολία που μπορεί να εκπέμπει ένα ζεύγος IMBH-BH αν αυτό είναι αρκετά στενό και την πιθανότητα ένα τέτοιο σμήνος να οδηγηθεί σε σύγκρουση. Τέλος, μελετήσαμε τα αποτελέσματα μιας τέτοιας σύγκρουσης τόσο στην IMBH που παράγεται από αυτή, όσο και στο ίδιο το σμήνος.

Τέλος, μελετήσαμε τη συμπεριφορά μιας IMBH που κινείται ελεύθερα μέσα σε ένα υπερ-σμήνος από αστρικά σμήνη, όπως αυτά που παρατηρούνται σε συγκρουόμενους γαλαξίες (όπως για παράδειγμα το σύμπλεγμα γαλαξιών Antennae) με την ταυτόχρονη δημιουργία ενός γαλαξία-νάνου από το σύστημα αυτό. Η συγκεκριμένη μελέτη έδειξε πως η αρχική δομή για το σχηματισμό ενός γαλαξία νάνου, όπως αυτού που έχουν ήδη παρατηρηθεί σε πολλές περιοχές του κοντινού σύμπαντος, δημιουργείται ήδη από τα πρώτα 100 Myr της εξέλιξης του συστήματος. Επίσης, σε ένα τέτοιο σύστημα, μια IMBH, σε όποιο σημείο του κι αν σχηματίζεται, καταλήγει σχεδόν πάντα στο κέντρο του σχηματιζόμενου γαλαξία νάνου. Τα αποτελέσματά μας είναι σημαντικά τόσο για την εξήγηση της δημιουργίας ενός γαλαξία νάνου, όσο και για το αν θα πρέπει να αναμένουμε να υπάρχουν στα κέντρα των γαλαξιών αυτών μελανές οπές μεγάλης μάζας.

Τα κεφάλαια που ακολουθούν έχουν οργανωθεί ως εξής: Στο Κεφάλαιο 2 περιγράφουμε εκτενώς τα χαρακτηριστικά των αστρικών σμηνών. Το Κεφάλαιο 3 αποτελεί μια εισαγωγή στη βαρυτική ακτινοβολία. Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζονται οι εξισώσεις της Σχετικότητας που προβλέπουν την ύπαρξη των βαρυτικών κυμάτων, τα χαρακτηριστικά πιθανών αστροφυσικών πηγών τέτοιων κυμάτων, αλλά και των ανιχνευτών που ήδη υπάρχουν και που έχουν σχεδιαστεί για να δημιουργηθούν τα επόμενα χρόνια. Στο κεφάλαιο αυτό τέλος παρουσιάζεται ένα από τα έμμεσα αποτελέσματα της εκπομπής βαρυτικής ακτινοβολίας, η ανάδραση μελανής οπής που δημιουργείται από τη συγχώνευση δύο άλλων μελανών οπών, που αποτελεί σημαντικό φαινόμενο για το υπόλοιπο της εργασίας. Στο Κεφάλαιο 4 παρου-

σιάζουμε τα βασικά χαρακτηριστικά των μελανών οπών μεσαίας μάζας, μαζί με όλα τα πρόσφατα δεδομένα που υποδεικνύουν την ύπαρξή τους στα κέντρα αστρικών σμηνών, αλλά και με τους διάφορους θεωρητικούς τρόπους σχηματισμού τους. Στο Κεφάλαιο 5 γίνεται μια συνοπτική παρουσίαση των υπολογιστικών μεθόδων και αλγορίθμων που θα χρησιμοποιηθούν στη συνέχεια της εργασίας.

Τα Κεφάλαια 6 και 7 αποτελούν παρουσίαση της πρωτότυπης εργασίας της διατριβής αυτής. Στο Κεφάλαιο 6 παρουσιάζουμε με μεγάλη λεπτομέρεια τον υπολογιστικό κώδικα που δημιουργήσαμε για τη μελέτη αστρικών σμηνών. Τα αποτελέσματα του κώδικα συγκρίνονται με μεγάλη επιτυχία με αποτελέσματα άλλων αντίστοιχων προγραμμάτων που χρησιμοποιούνται για αντίστοιχες προσομοιώσεις. Τα όσα παρουσιάζονται στο κεφάλαιο αυτό έχουν δημοσιευτεί στην εργασία A1 που αναφέρεται στο Παράρτημα B: Βιογραφικό Σημείωμα.

Στο Κεφάλαιο 7 παρουσιάζουμε δύο εφαρμογές του κώδικα που δημιουργήσαμε επάνω σε προβλήματα αστροφυσικής. Η μελέτη μας επικεντρώθηκε στην μελέτη της κίνησης μιας μελανής οπής μεσαίας μάζας μέσα σε ένα νεαρό σμήνος αστερών, αλλά και στη δημιουργία ενός γαλαξία νάνου από ένα υπερ-σμήνος αστρικών σμηνών. Τα αποτελέσματα που παρουσιάζονται στο Κεφάλαιο αυτό δημοσιεύτηκαν στις εργασίες A2 και A3 που αναφέρονται στο Παράρτημα B: Βιογραφικό Σημείωμα. Τέλος, στο Κεφάλαιο 8 συνοψίζουμε τα αποτελέσματα της διδακτορικής αυτής διατριβής, δίνοντας ταυτόχρονα τις πιθανές μελλοντικές της επεκτάσεις.

Κεφάλαιο 2

Αστρικά σμήνη

Τα αστρικά σμήνη είναι ομάδες αστερών που βρίσκονται σε όλες τις περιοχές του Γαλαξία, από το κέντρο του και τον πυρήνα, ως και τις απόμακρες και ``κενές" από αστέρια περιοχές της άλω. Αστρικά σμήνη απαντώνται σε όλους τους γαλαξίες αποτελώντας μια από τις πιο βασικές και ενδιαφέρουσες δομές τους.

Τα πιο συμπαγή, φωτεινά και με τη μικρότερη περιεκτικότητα σε μέταλλα σμήνη, είναι τα σφαιρωτά. Τα πιο αραιά, λιγότερο φωτεινά, αλλά ταυτόχρονα τα πιο πλούσια σε μέταλλα είναι τα λεγόμενα ανοικτά. Τα τελευταία χρόνια, έχουν ανακαλυφθεί γιγαντιαία νεαρά σμήνη, τόσο στο Γαλαξία, όσο και σε άλλους γαλαξίες, τα οποία αν και είναι πιθανόν να καταλήξουν στο μέλλον σε σφαιρωτά, συνήθως αναφέρονται ως μια ξεχωριστή κατηγορία σμηνών. Παρακάτω θα αναφερθούμε στις διάφορες κατηγορίες σμηνών δίνοντας ιδιαίτερη σημασία στα σφαιρωτά, που λόγω των έντονων δυναμικών διεργασιών που συμβαίνουν σε αυτά, μας ενδιαφέρουν περισσότερο στην παρούσα μελέτη.

2.1 Σφαιρωτά σμήνη

Η παρατήρηση των σφαιρωτών σμηνών ξεκίνησε αρκετά νωρίς στην Αστρονομία και αμέσως μετά την πρώτη χρήση τηλεσκοπίου από το Γαλιλαίο. Το πρώτο σμήνος που παρατηρήθηκε με τηλεσκόπιο είναι το M22 που παρατηρήθηκε το 1665 από τον Abraham Ihle, ένα Γερμανό ερασιτέχνη αστρονόμο. Με την περιορισμένη διακριτική ικανότητα των τότε διαθέσιμων τηλεσκοπίων, δεν ήταν δυνατή η διάκριση των αστερών ενός σμήνους, κάτι το οποίο κατάφερε σχεδόν 100 χρόνια αργότερα ο Charles Messier παρατηρώντας με τα τηλεσκόπια της εποχής του το σμήνος M4.

Η μετέπειτα μελέτη των σφαιρωτών σμηνών έπαιξε σημαντικό ρόλο στην κατανόηση του Σύμπαντος. Ο William Herschel, που χρησιμοποίησε τα μεγαλύτερα τηλεσκόπια της εποχής του για την παρατήρηση αστερών στα σφαιρωτά σμήνη, οδηγήθηκε στο συμπέρασμα πως και τα μακρινά νέφη των οποίων η δομή δεν ήταν δυνατό να παρατηρηθεί, αποτελούνται επίσης από αστέρες. Το 1918, ο Harlow Shapley, μελετώντας την κατανομή των σμηνών, οδηγήθηκε σε επαναστατικά για την εποχή συμπεράσματα για τη δομή και το μέγεθος του Γαλαξία. Πιο συγκεκριμένα, από την κατανομή των σφαιρωτών σμηνών κατάφερε να προσδιορίσει το κέντρο του Γαλαξία και να υπολογίσει τη θέση του Ήλιου μέσα σε αυτόν.

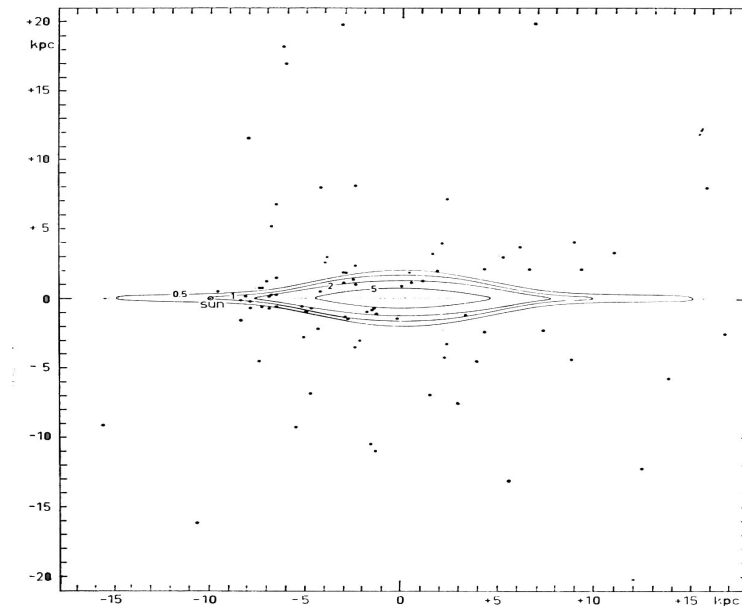


Σχήμα 2.1: Το σφαιρωτό σμήνος ω -Centauri όπως παρατηρήθηκε από το ESO. Το απόλυτο οπτικό μέγεθος του είναι $M_v = 10.4$, ενώ η ακτίνα μισού φωτός $r_h \sim 2,79 \text{ arcmin}$. Υπολογίζεται πως αποτελείται από $\sim 5 \times 10^5$ αστέρες.

Αν και τα συμπεράσματα στα οποία κατέληξε αποδείχτηκαν αργότερα λανθασμένα, παρόλα αυτά, η προσπάθειά του ήταν η πρώτη που κατάφερε να αποκαλύψει τις πραγματικές διαστάσεις του Γαλαξία, που είναι πολύ μεγαλύτερες από όσο ήταν γενικά αποδεκτό πριν την εποχή του. Ακόμη και σήμερα τα σφαιρωτά σμήνη χρησιμοποιούνται για την εξαγωγή συμπερασμάτων για την ηλικία του Σύμπαντος, ενώ αποτελούν εξαιρετικό πεδίο μελέτης των θεωριών της δυναμικής αστερών.

Μέχρι σήμερα έχουν ανακαλυφθεί 158 σφαιρωτά σμήνη που ανήκουν στο Γαλαξία [9], ενώ είναι πιθανό να υπάρχουν 10 – 20 ακόμη, κρυμμένα πίσω από πυκνά μεσοαστρικά νέφη. Μερικά από αυτά που έχουν ανακαλυφθεί, όπως τα M3, M13 και M15 έχουν μελετηθεί διεξοδικά, ενώ άλλα, όπως το ω -Centauri (βλ. Σχήμα 2.1) και 47-Tucanae, περιέχουν τόσους πολλούς αστέρες, που θα μπορούσαν να θεωρηθούν γαλαξίες-νάνοι. Στο Σχήμα 2.2 φαίνεται η κατανομή των γαλαξιακών σφαιρωτών σμηνών. Αυτά απαντώνται τόσο σε περιοχές επάνω στο γαλαξιακό δίσκο ή κοντά στο κέντρο του Γαλαξία, όσο και στις απομακρυσμένες περιοχές της άλω.

Σφαιρωτά σμήνη υπάρχουν σε όλους τους γαλαξίες, με τους ελλειπτικούς γαλαξίες να διαθέτουν περισσότερα. Ο γαλαξίας της Ανδρομέδας διαθέτει περίπου 300 – 400, ενώ ο γιγάντιος ελλειπτικός M87 έχει περίπου 13.000. Το μεγαλύτερο σφαιρωτό σμήνος της Τοπικής Ομάδας είναι το σμήνος G1 του γαλαξία της Ανδρομέδας με απόλυτο οπτικό μέγεθος $M_v = 13.7$. Υπολογίζεται πως το σμήνος αυτό διαθέτει διπλάσιο αριθμό αστερών από ότι το ω -Centauri.



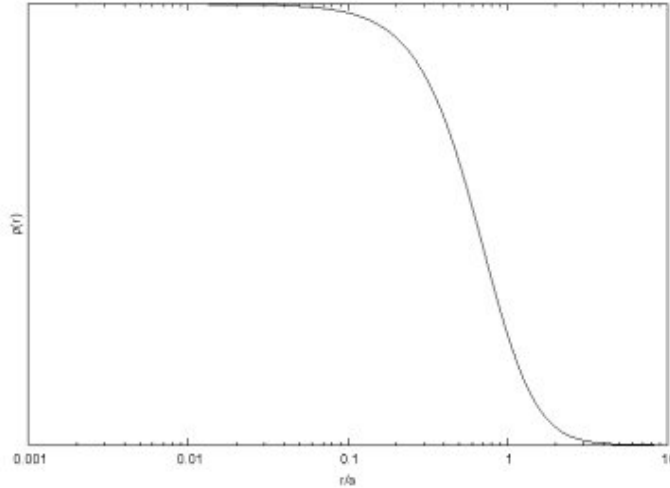
Σχήμα 2.2: Η κατανομή των σφαιρωτών σμηνών στο Γαλαξία. Όπως είναι φανερό, σφαιρωτά σμήνη υπάρχουν σε όλα τα γαλαξιακά μήκη και πλάτη.

2.1.1 Δομή

Όπως φαίνεται και από την ονόμασί τους, τα σφαιρωτά σμήνη είναι σχεδόν σφαιρικές κατανομές αστερών που συντηρούν το σχήμα τους εξαιτίας της βαρύτητας. Τα πιο μικρά από αυτά διαδέχονται μερικές δεκάδες χιλιάδες αστέρες, ενώ τα πιο μεγάλα μπορούν να έχουν μέχρι και μερικά εκατομμύρια. Οι χαρακτηριστικές ακτίνες που μπορούν να μετρηθούν παρατηρησιακά και καθορίζουν τις διαστάσεις ενός σμήνους, αλλά ταυτόχρονα δίνουν στοιχεία για τη δομή του είναι:

- Η **ακτίνα του πυρήνα**, r_c , που ορίζεται ως η απόσταση από το κέντρο στην οποία η επιφανειακή φωτεινότητα πέφτει στο μισό της τιμής που έχει στο κέντρο του σμήνους.
- Η **ακτίνα μισού φωτός**, r_h , που ορίζει τη σφαίρα γύρω από το κέντρο του, από την οποία λαμβάνεται η μισή από την ολική λαμπρότητα του σμήνους. Η ακτίνα αυτή είναι συνήθως μεγαλύτερη από την ακτίνα του πυρήνα.
- Η **ακτίνα μισής μάζας**, r_{hm} , που είναι η ακτίνα που περιλαμβάνει τη μισή μάζα του σμήνους. Αυτή, πολλές φορές ταυτίζεται με την ακτίνα μισού φωτός.
- Η **παλιρροιακή ακτίνα**, r_t , που ορίζεται ως η ακτίνα στην οποία το βαρυτικό πεδίο του Γαλαξία επηρεάζει περισσότερο τους αστέρες του σμήνους, από ότι το βαρυτικό πεδίο του ίδιου. Η ακτίνα αυτή θεωρείται και το εξωτερικό όριο του σμήνους.

Σχεδόν όλα τα σφαιρωτά σμήνη του Γαλαξία έχουν ακτίνα μισού φωτός $r_h \leq 10\text{pc}$ ενώ τόσο η ακτίνα του πυρήνα, όσο και η παλιρροιακή ακτίνα, παρουσιάζουν διακυμάνσεις από



Σχήμα 2.3: Η πυκνότητα σαν συνάρτηση της απόστασης από το κέντρο για το μοντέλο πυκνότητας Plummer.

σμήνος σε σμήνος. Τυπικά, η ακτίνα πυρήνα είναι $r_c \sim 1 - 2pc$, ενώ η παλιρροιακή ακτίνα μπορεί να φτάσει μερικές δεκάδες pc .

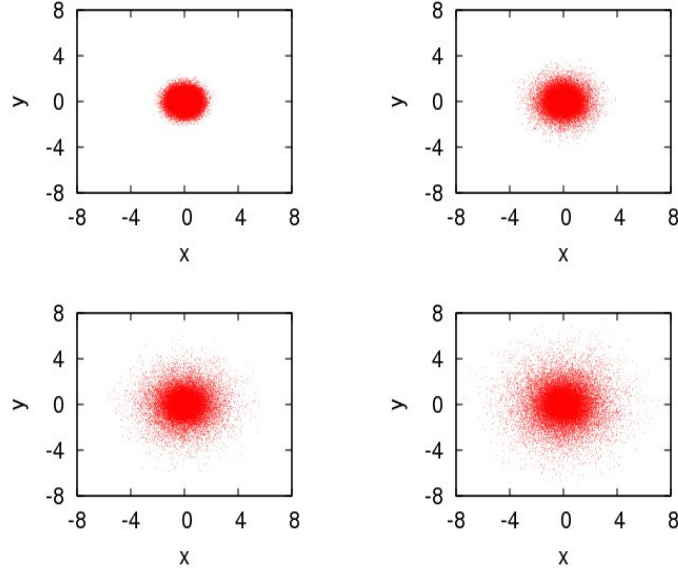
Η συγκέντρωση c ενός σμήνους, που μετράει το πόσο εκτεταμένος είναι ο πυρήνας του, ορίζεται από την εξίσωση

$$c = \log\left(\frac{r_t}{r_c}\right) \quad (2.1)$$

Κατανομή πυκνότητας

Η πυκνότητα των αστέρων στα εξωτερικά στρώματα είναι της τάξης των 0.4 αστέρες pc^{-3} , ενώ στο κέντρο του μπορεί να φτάνει τους $100 - 1000$ αστέρες pc^{-3} . Όπως είναι φανερό, τα κέντρα των σφαιρωτών σμηνών είναι από τις πιο πυκνές και πλούσιες σε αστέρες περιοχές του Σύμπαντος, ενώ είναι πιο πυκνές ακόμη και από τα κέντρα γαλαξιών. Το γεγονός αυτό ευθύνεται για το ότι είναι δύσκολη η διάκριση αστέρων στα κέντρα των σφαιρωτών σμηνών, ακόμη και με τα πιο σύγχρονα και ισχυρά τηλεσκόπια. Έτσι, οι φυσικές διεργασίες και η δυναμική που επικρατούν στο κέντρο των σμηνών, δεν έχουν ακόμη πλήρως ερευνηθεί. Η ερχόμενη γενιά των γιγαντιαίων τηλεσκοπίων, με κάτοπτρα διαμέτρου $30 - 100m$, αναμένεται να μπορέσει να παρατηρήσει τα κέντρα ακόμη και των πιο πυκνών σμηνών.

Η πυκνότητα των αστέρων μειώνεται από το κέντρο προς την επιφάνεια ενός σμήνους με διαφορετικό τρόπο για καθένα από αυτά. Το πιο απλό θεωρητικό μοντέλο που μπορεί να αναπαράγει τη συνάρτηση της πυκνότητας με την ακτίνα από το κέντρο ενός σμήνους είναι το μοντέλο Plummer [10]. Στο μοντέλο αυτό η πυκνότητα σε ένα σημείο του σμήνους που



Σχήμα 2.4: Κατανομές αστέρων με βάση το μοντέλο πυκνότητας King με διαφορετικές τιμές της παραμέτρου W_0 . Η επάνω αριστερά εικόνα αντιστοιχεί σε τιμή της παραμέτρου $W_0 = 1$, η επάνω δεξιά σε $W_0 = 5$, η κάτω αριστερά σε $W_0 = 7$ και η κάτω δεξιά σε $W_0 = 9$. Είναι φανερό πως καθώς αυξάνει η τιμή της παραμέτρου W_0 , η ο πυρήνας του σμήνους συρρικνώνεται. Ο λόγος της ακτίνας του πυρήνα προς την ολική ακτίνα του σμήνους, στην περίπτωση που η παράμετρος παίρνει την τιμή $W_0 = 1$, είναι 1.97534, ενώ στην περίπτωση που η παράμετρος παίρνει την τιμή $W_0 = 9$, γίνεται 131.912.

απέχει απόσταση r από το κέντρο, δίνεται από τη σχέση

$$\rho(r) = \left(\frac{3M}{4\pi\alpha^3} \right) \left(1 + \frac{r^2}{\alpha^2} \right)^{-5/2}. \quad (2.2)$$

Όπου M είναι η συνολική μάζα του σμήνους και α είναι η ακτίνα Plummer. Το συνεπαγόμενο δυναμικό δίνεται από τη σχέση

$$\Phi(r) = -\frac{GM}{\sqrt{(r^2 + \alpha^2)}}. \quad (2.3)$$

Στο Σχήμα 2.3 φαίνεται η εξάρτηση της πυκνότητας με την απόσταση από το κέντρο σε ένα σμήνος που έχει προφίλ πυκνότητας Plummer.

Το μοντέλο Plummer είναι ένα ιδεατό μοντέλο που δεν μπορεί να περιγράψει την κατανομή πυκνότητας ενός πραγματικού σμήνους. Πιο ρεαλιστικές κατανομές πυκνότητας έχουν δημιουργηθεί από τον King [11]. Στις κατανομές αυτές, μια αδιάστατη παράμετρος, η παράμετρος W_0 καθορίζει τον τρόπο με τον οποίο ελαττώνεται η πυκνότητα σαν συνάρτηση της απόστασης. Η παράμετρος αυτή παίρνει τιμές από 1 ως και 12. Σμήνη που περιγράφονται από ένα μοντέλο πυκνότητας King με μικρό W_0 , έχουν εκτεταμένο πυρήνα μέσα στον οποίο η πυκνότητα παραμένει σχεδόν σταθερή. Αντίθετα, σμήνη που περιγράφονται με μοντέλο King μεγάλου W_0 παρουσιάζουν συνεχή αύξηση της πυκνότητας προς



Σχήμα 2.5: Το σμήνος M15. Από μελέτη της κατανομής πυκνότητας, προκύπτει πως αυτή προσεγγίζεται με ένα μοντέλο King με τιμή της παραμέτρου $W_0 = 9$.

το κέντρο, ενώ οι πυρήνες τους είναι συρρικνωμένοι. Στο Σχήμα 2.4 φαίνονται ορισμένα παραδείγματα κατανομών αστερών με βάση το μοντέλο King για διάφορες τιμές της παραμέτρου W_0 . Τέλος, στο σχήμα 2.5 φαίνεται μία εικόνα του σμήνους M15. Συγκρίνοντας με την εικόνα του ω -Centauri (βλ. Σχήμα 2.1), είναι φανερή η διαφορά στις διαστάσεις του πυρήνα. Η κατανομή πυκνότητας του σμήνους M15 μπορεί να προσεγγιστεί με ένα μοντέλο King με παράμετρο $W_0 = 9$.

Κατανομή μάζας

Από τη στιγμή που έγινε δυνατή η παρατήρηση μεμονομένων αστερών σε σφαιρωτά σμήνη, ξεκίνησε η προσπάθεια του προσδιορισμού της μάζας καθενός από αυτά με σκοπό την κατανόηση της συνάρτησης αρχικής μάζας ενός σμήνους. Η συνάρτηση αρχικής μάζας (Initial mass function; IMF) μιας ομάδας αστερών είναι μία συνάρτηση που δίνει τον αριθμό των αστερών της ομάδας που, όταν γεννήθηκαν, είχαν μάζες μεταξύ M και $M + dM$. Η συνάρτηση αυτή εκφράζεται συνήθως ως μια δύναμη της μάζας.

$$N(M)dM = M^{-\alpha} \quad (2.4)$$

Όπου α ένας αδιάστατος εκθέτης. Σύμφωνα με την παραπάνω σχέση, οι αστέρες μεγαλύτερης μάζας είναι πιο σπάνιοι.

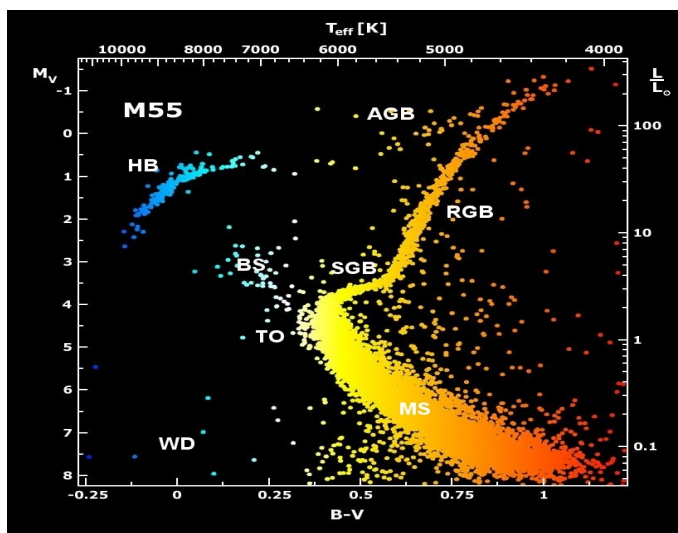
Πρώτος ο Salpeter το 1955 [12] μελετώντας αστέρες της γειτονιάς του Ήλιου δημιούργησε μια συνάρτηση αρχικής μάζας υπολογίζοντας τον εκθέτη $\alpha = 2.35$. Η συνάρτησή του είναι η γνωστή συνάρτηση αρχικής μάζας Salpeter (Salpeter IMF) και χρησιμοποιείται ακόμη και σήμερα για τον προσδιορισμό των μαζών των αστερών σε αστροφυσικές προσομοιώσεις. Από τότε έχουν γίνει κι άλλες εργασίες για τον προσδιορισμό του εκθέτη με

κυριότερες αυτές του Scalo [13] και του Kroupa [14, 15]. Ειδικά η συνάρτηση αρχικής μάζας Kroupa (Kroupa IMF), είναι αυτή που χρησιμοποιείται ευρέως την τελευταία δεκαετία. Σύμφωνα με αυτή, ο εκθέτης α έχει την τιμή 2.3 για μάζες άνω των $0.5M_{\odot}$, γίνεται 1.3 για τιμές της μάζας στο διάστημα $[0.008M_{\odot}, 0.5M_{\odot}]$, ενώ για μάζες κάτω από το όριο των $0.008M_{\odot}$, ο εκθέτης γίνεται ίσος προς 0.3. Η μεγαλύτερη αβεβαιότητα στην τιμή του α υπάρχει στην περιοχή των μικρών μαζών. Η συνάρτηση αρχικής μάζας Kroupa είναι εκείνη που έχει επικρατήσει σήμερα ως η σωστότερη και χρησιμοποιείται για να περιγράψει τις μάζες των αστερών σε σφαιρωτά σμήνη. Σε μια συνάρτηση αρχικής μάζας, εκτός από τον εκθέτη α , χρειάζεται να οριστεί και η μέγιστη μάζα ενός αστέρα, η οποία προκύπτει κυρίως από παρατηρησιακά δεδομένα, αλλά και από τις θεωρίες δημιουργίας αστερών. Σήμερα, η τιμή που λαμβάνεται ως άνω όριο για τη μάζα ενός αστέρα που γεννήθηκε απευθείας από μοριακό αέριο, είναι $M \sim 150M_{\odot}$, αν και έχουν παρατηρηθεί αστέρες μεγαλύτερης μάζας. Η τιμή αυτή θεωρείται πως είναι το άνω όριο στη μάζα ενός αστέρα που μπορεί να δημιουργηθεί από αέριο με περιεκτικότητα σε μέταλλα ίδια με αυτήν της ηλιακής γειτονιάς. Στα σμήνη, βέβαια η περιεκτικότητα σε μέταλλα είναι μικρότερη και θα μπορούσε να οδηγήσει σε δημιουργία μεγαλύτερων αστερών.

Βέβαια, οι σημερινές μάζες των αστερών που αποτελούν ένα σφαιρωτό σμήνος δεν ταυτίζονται με τις μάζες που δίνει μια συνάρτηση αρχικής μάζας κι αυτό γιατί, όπως θα δούμε παρακάτω, τα σφαιρωτά σμήνη είναι ομάδες αστερών μεγάλης ηλικίας, κι έτσι πολλοί από αυτούς έχουν ήδη εξελιχθεί σε μελανές οπές, αστέρες νετρονίων ή λευκούς νάνους, χάνοντας μεγάλο ή μικρό μέρος της μάζας τους. Έτσι, για τον προσδιορισμό των σημερινών μαζών των αστερών ενός σμήνους θα πρέπει να εφαρμοστεί κάποια θεωρία αστρικής εξέλιξης στην συνάρτηση αρχικής τους μάζας. Ο προσδιορισμός της θεωρίας αστρικής εξέλιξης είναι ιδιαίτερα δύσκολος, καθώς παράγοντες όπως η περιεκτικότητα σε μέταλλα των αστερών και το ποσοστό αυτών που δημιουργούνται σχηματίζοντας διπλά συστήματα, παίζουν σημαντικό ρόλο στη χρονική εξέλιξη και στην απώλεια μάζας από αυτήν.

Περιστροφή

Τα περισσότερα σμήνη του Γαλαξία, δεν είναι απόλυτα σφαιρικά. Λεπτομερής μελέτη σε 99 από αυτά [16] έδειξε πως όλα παρουσιάζουν κάποιου βαθμού ελλειπτικότητα. Το σμήνος M19 είναι το πιο επιμήκες με λόγο μικρού προς μεγάλο ημιάξονα $b/a \sim 0.73$. Η μέση τιμή της ελλειπτικότητας των 99 σμηνών βρέθηκε πως είναι $b/a \sim 0.93$, ενώ το 5% από αυτά παρουσιάζουν ελλειπτικότητα άνω του 0.8. Το πιθανότερο σενάριο για την εξήγηση της απόκλισης αυτής από το σφαιρικό σχήμα, είναι η ύπαρξη αρκετά σημαντικού βαθμού περιστροφής στα σφαιρωτά σμήνη. Φαίνεται λοιπόν πως οι αστέρες ενός σμήνους, εκτός από την κίνηση που εκτελούν λόγω σκεδάσεων με άλλους αστέρες, μια κίνηση που μπορεί να παρομοιαστεί με την κίνηση Brown των ατόμων, εκτελούν και κάποια συντεταγμένη κίνηση που προσδίδει περιστροφή στο σμήνος. Τα αίτια της περιστροφής αυτής θα πρέπει να αναζητηθούν στον τρόπο δημιουργίας των σμηνών, κάτι για το οποίο δεν υπάρχει κάποια συγκεκριμένη θεωρία προς το παρόν.



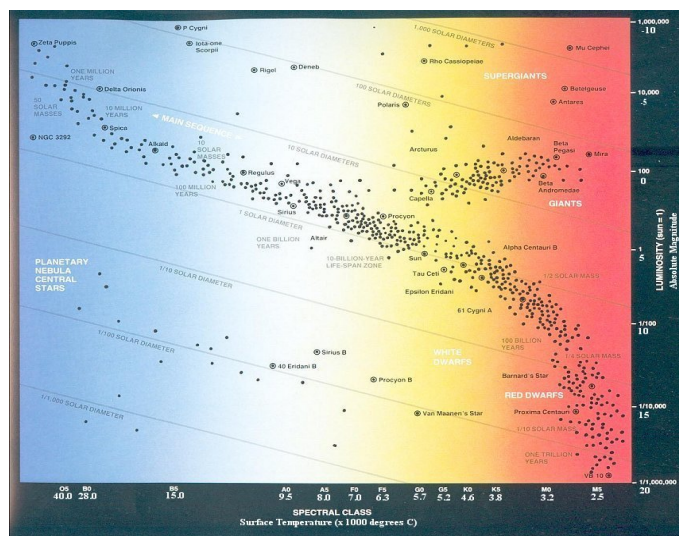
Σχήμα 2.6: Διάγραμμα H-R του σφαιρωτού σμήνους M55. Στο διάγραμμα έχουν σημειωθεί η κύρια ακολουθία (Main Sequence; MS), το σημείο καμπής (Turn off point; TO), ο κλάδος των υπογιγάντων (Sub-giant branch; SGB), ο κλάδος των ερυθρών γιγάντων (Red Giant Branch; RGB), ο οριζόντιος κλάδος (Horizontal Branch; HB) ο ασυμπτωτικός κλάδος των γιγάντων (Asymptotic Giant Branch; AGB) και ο κλάδος μπλε λιποτακτών (Blue Stragglers BS) και ο κλάδος των λευκών νάνων (White Dwarfs; WD).

Αέριο

Τα σφαιρωτά σμήνη, είναι από τις πιο φτωχές σε αέριο περιοχές αστέρων. Το περισσότερο από το αέριο που αρχικά διέθετε ένα σμήνος χρησιμοποιήθηκε για την σχεδόν ταυτόχρονη δημιουργία αστέρων σε ένα ραγδαίο επεισόδιο αστρικής δημιουργίας στο παρελθόν. Το υπόλοιπο αέριο, αλλά και το αέριο που δημιουργήθηκε από εκρήξεις υπερκαινοφανών, είναι πιθανό να ``φιλτραρίστηκε" κατά τα περάσματα του σμήνους από τον πλούσιο σε αέριο δίσκο του Γαλαξία. Όποιος κι αν είναι ο λόγος της μη ύπαρξης αερίου, τα σφαιρωτά σμήνη είναι περιοχές στις οποίες σήμερα η γέννηση αστέρων είναι περιορισμένη, ενώ όλοι οι αστέρες τους έχουν σχεδόν την ίδια ηλικία, όπως θα δούμε παρακάτω.

2.1.2 Διάγραμμα H-R

Τα τελευταία χρόνια, με τη χρήση ισχυρών τηλεσκοπίων με τα οποία έγινε δυνατή η παρατήρηση και η καταγραφή του φάσματος μεμονομένων αστέρων σε σμήνη, μπόρεσαν να κατασκευαστούν λεπτομερή διαγράμματα Hertzsprung-Russell (H-R) για πολλά από τα γαλαξιακά σμήνη, αλλά και για σμήνη άλλων γαλαξιών. Στο Σχήμα 2.6 φαίνεται το διάγραμμα H-R των αστέρων του σμήνους M55. Το διάγραμμα αυτό, όπως και κάθε άλλο διάγραμμα H-R ενός σφαιρωτού σμήνους, παρουσιάζει σοβαρές διαφορές από ένα τυπικό διάγραμμα H-R ενός γαλαξία, όπως αυτό του Σχήματος 2.7 για το οποίο έχουν χρησιμοποιηθεί παρατηρήσεις αστέρων της γειτονιάς του Ήλιου. Οι κύριες διαφορές στα χαρακτηριστικά του διαγράμματος H-R ενός σφαιρωτού σμήνους σε σχέση με τα αντίστοιχα χαρακτηριστικά του



Σχήμα 2.7: Διάγραμμα H-R αστερών της γειτονιάς του Ήλιου.

διαγράμματος αστερών του γαλαξία είναι:

- **Κύρια ακολουθία.** Η κύρια ακολουθία στο διάγραμμα H-R ενός σμήνους σταματά σε κάποιο σημείο το οποίο ονομάζεται σημείο καμπής. Το σημείο αυτό είναι χαρακτηριστικό για κάθε σμήνος και από αυτό μπορεί να καθοριστεί η ηλικία του. Αυτό γιατί στο σημείο αυτό υπάρχουν αστέρες που είναι έτοιμοι να εγκαταλείψουν την κύρια ακολουθία και να μετατραπούν σε γίγαντες. Έτσι, αν προσδιοριστεί η μάζα των αστερών αυτών και γνωρίζοντας το χρόνο παραμονής ενός αστέρα συγκεκριμένης μάζας στην κύρια ακολουθία, μπορεί να προσδιοριστεί η ηλικία του αστέρα και κατά επέκταση η ηλικία του σμήνους. Επειδή η κύρια ακολουθία δεν συνεχίζει πέρα από το σημείο καμπής, σε αντίθεση με το ότι συμβαίνει στο διάγραμμα H-R της γειτονιάς του Ήλιου, συμπεραίνουμε πως όλοι οι αστέρες ενός σμήνους δημιουργήθηκαν σε ένα πολύ σύντομο επεισόδιο αστρικής δημιουργίας και πως πέρα από αυτό, δεν υπήρξε δημιουργία επιπλέον αστερών. Στην περίπτωση του γαλαξιακού διαγράμματος, επειδή υπάρχει συνεχής δημιουργία αστερών, η κύρια ακολουθία συνεχίζει μέχρι και τον κλάδο των μπλε γιγάντων.
- **Ο κλάδος των υπογιγάντων.** Ο κλάδος των υπογιγάντων στο διάγραμμα H-R ενός σμήνους είναι πολύ στενός σε σχέση με τον αντίστοιχο του γαλαξιακού διαγράμματος. Αυτό, είναι ένδειξη της πολύ σύντομης διάρκειας του επεισοδίου αστρικής δημιουργίας.
- **Ο κλάδος των λευκών νάνων.** Λίγοι είναι οι λευκοί νάνοι που έχουν εντοπιστεί σε σμήνη, γι 'αυτό και στο διάγραμμα H-R ο κλάδος τους δεν είναι σαφώς σχηματισμένος. Το γεγονός αυτό δεν οφείλεται στην ανυπαρξία λευκών νάνων σε σφαιρωτά σμήνη, αλλά στη δυσκολία ανίχνευσής τους. Μεγάλο ποσοστό των λευκών νάνων των σμηνών αναμένεται να βρίσκεται κοντά στα κέντρα τους, όπου ακόμη δεν είναι

δυνατή η διάκριση μεμονομένων αστερών.

- **Οι μπλε λιποτάκτες.** Δεν υπάρχει αντίστοιχο στο γαλαξιακό διάγραμμα H-R, οπότε αυτός ο κλάδος που δεν αριθμεί πολλά μέλη, θα πρέπει να έχει σχέση με τις ιδιαίτερες συνθήκες που επικρατούν σε ένα σφαιρωτό σμήνος. Με βάση τη θεωρία της αστρικής εξέλιξης και την ηλικία του σμήνους που υπολογίζεται από το σημείο καμψής, αλλά και το γεγονός της ανυπαρξίας δημιουργίας αστερών στο σμήνος πέρα από το αρχικό επεισόδιο αστρικής δημιουργίας, οι αστέρες αυτοί δεν θα έπρεπε να υπάρχουν σε ένα σμήνος. Αυτό γιατί σύμφωνα με τη μάζα τους θα έπρεπε να έχουν ήδη εξελιχθεί σε γίγαντες. Η πιο πιθανή εξήγηση για την ύπαρξή τους είναι η θεωρία πως προέρχονται από συγκρούσεις μεταξύ αστερών μικρότερης μάζας. Η θεωρία προέρχεται από προσομοιώσεις -σωμάτων στις οποίες αποδείχθηκε πως οι συγκρούσεις αστερών σε ένα σμήνος είναι ένα φαινόμενο σχετικά συχνό και σαφώς συχνότερο και πιθανότερο από τις συγκρούσεις αστερών στο Γαλαξία (βλ. [17] και τις εκεί αναφορές).

2.1.3 Χρονική εξέλιξη

Τα σφαιρωτά σμήνη που παρατηρούμε σήμερα στο Γαλαξία σχηματίστηκαν πριν από αρκετά Gyr και η σημερινή δομή που παρατηρούμε είναι το αποτέλεσμα των δυναμικών αλληλεπιδράσεων των αστερών τους και διαφέρει αρκετά από τη δομή που είχαν κατά το σχηματισμό τους. Ο χαρακτηριστικός χρόνος για τις δυναμικές διεργασίες που γίνονται σε ένα σμήνος είναι ο χρόνος χαλάρωσης (relaxation time) t_{rlx} . Έτσι ορίζουμε το χρόνο μέσα στον οποίο ένας αστέρας του σμήνους, λόγω των αλληλεπιδράσεων με άλλους αστέρες, χάνει κάθε πληροφορία για την προηγούμενη ταχύτητά του. Ο χρόνος αυτός δίνεται από τη σχέση (βλ. [1] και [3])

$$t_{\text{rlx}} \simeq 0.138 \left(\frac{N r_h^3}{G \bar{m}} \right)^{1/2} \frac{1}{\ln \Lambda} \quad (2.5)$$

όπου G είναι η παγκόσμια σταθερά της βαρύτητας, N είναι ο συνολικός αριθμός των αστερών στο σμήνος, r_h η ακτίνα που περιλαμβάνει τη μισή μάζα του σμήνους, $\bar{m}$ η μέση μάζα του ίση με M_t/N και $\ln \Lambda$ ο λογάριθμος Coulomb του οποίου μια τυπική τιμή είναι $\ln \Lambda = 10$. Αν ξαναγράψουμε τη σχέση (2.5) σε πιο ευδιάκριτες μονάδες, παίρνουμε:

$$t_{\text{rlx}} \simeq 1.9 \text{ Myr} \left(\frac{r_h}{1 \text{ pc}} \right) \left(\frac{M_t}{M_\odot} \right)^{1/2} \left(\frac{1 M_\odot}{\bar{m}} \right) (\ln \Lambda)^{-1}. \quad (2.6)$$

Τα μεγαλύτερα σμήνη, έχουν χρόνο χαλάρωσης της τάξης των Gyr. Μια ακόμη σημαντική χρονική κλίμακα είναι ο χρόνος που ένας μέσος αστέρας χρειάζεται για να διασχίσει το σμήνος και δίνεται από τη σχέση

$$t_{\text{cr}} \simeq 2\sqrt{2} \left(\frac{r_v^3}{G N \bar{m}} \right)^{1/2}. \quad (2.7)$$

Όπου r_v είναι η ακτίνα virial του σμήνους, που ορίζεται παρακάτω και είναι μια χαρακτηριστική απόσταση από το κέντρο του. Η σχέση (8.21) προκύπτει από την

$$t_{\text{cr}} = 2r_v/\sigma, \quad (2.8)$$

όπου σ είναι η rms τιμή της ταχύτητας διασποράς που δίνεται από τη σχέση

$$\sigma \simeq \sqrt{\frac{GN\bar{m}}{2r_v}}. \quad (2.9)$$

Αμέσως μετά τη δημιουργία των αστερών ενός σμήνους, οι δυναμικές τους αλληλεπιδράσεις έχουν ως αποτέλεσμα τη σταδιακή διαστολή του, και ταυτόχρονα τη συστολή του πυρήνα του. Η συστολή αυτή έχει ως συνέπεια την αύξηση της κεντρικής πυκνότητας του η οποία συνεχίζεται μέχρι την κατάρρευση του πυρήνα στην οποία η πυκνότητα του κέντρου γίνεται θεωρητικά απείρη. Η διαδικασία αυτή έχει προβλεφθεί θεωρητικά [1], αλλά έχει επαληθευτεί από παρατηρήσεις και από προσομοιώσεις αστρικών σμηνών. Για παράδειγμα το σμήνος M15 (βλ. Σχήμα 2.5) έχει την κατανομή πυκνότητας ενός σμήνους του οποίου ο πυρήνας βρίσκεται υπό κατάρρευση. Αντίθετα άλλα σμήνη δεν παρουσιάζουν κατάρρευση του πυρήνα, κάτι που σημαίνει πως πιθανότατα το φαινόμενο αυτό πραγματοποιήθηκε αρκετά Gyr πριν.

Προσομοιώσεις -σωμάτων, αλλά και άλλων τύπων, επιβεβαίωσαν πως κάθε σμήνος βιώνει κατάρρευση του πυρήνα του. Θεωρητικά η κατάρρευσή του πυρήνα ενός ιδεατού σμήνους το οποίο αποτελείται από ίσης μάζας αστέρες κατανεμημένους σύμφωνα με το μοντέλο πυκνότητας Plummer, είναι [1]

$$t_{cc} \simeq 15t_{rlx}. \quad (2.10)$$

Οι περισσότερες προσομοιώσεις όπως για παράδειγμα αυτές που δημοσιεύτηκαν στις εργασίες [18], (βλ. Πίνακα 1) και [19], τείνουν να συμφωνήσουν πως στην ιδεατή περίπτωση αυτή ο χρόνος κατάρρευσης του πυρήνα είναι

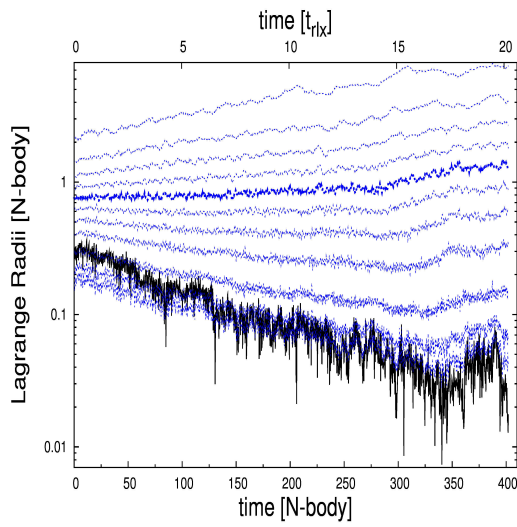
$$t_{cc} \simeq 17t_{rlx}. \quad (2.11)$$

Οι Portegies-Zwart et. al (2003) [19] χρησιμοποιώντας προσομοιώσεις -σωμάτων σμηνών που περιέχουν αστέρες διαφορετικής μάζας μεταξύ τους, βρήκαν πως ο χρόνος κατάρρευσης του πυρήνα μειώνεται δραματικά. Στην περίπτωση μιας κατανομής μάζων τύπου Kroupa, κι αν η αρχική κατανομή πυκνότητας είναι τύπου King με κάποια μέση τιμή της παραμέτρου W_0 , ο χρόνος κατάρρευσης του πυρήνα βρέθηκε

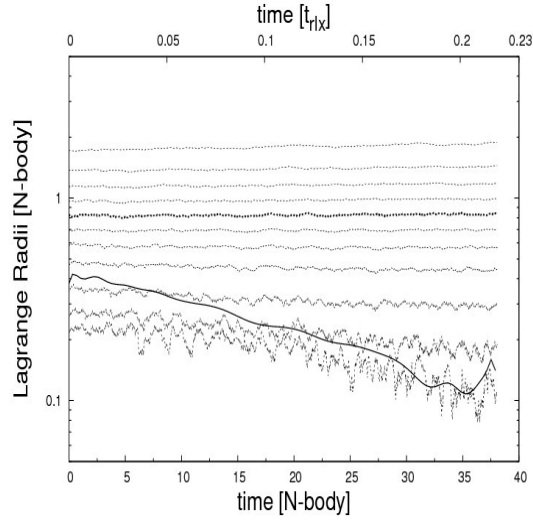
$$t_{cc} \simeq 0.20t_{rlx}. \quad (2.12)$$

Τα αποτελέσματά τους επιβεβαιώθηκαν από διάφορες άλλες προσπάθειες προσομοίωσης. Στο Κεφάλαιο 6, όπου παρουσιάζουμε τον δικό μας κώδικα προσομοίωσης N-σωμάτων, χρησιμοποιήσαμε το χρόνο κατάρρευσης ως έναν από τους ελέγχους στους οποίους υποβάλαμε τον κώδικα. Η αιτία για την οποία σμήνη με αστέρες διαφορετικής μάζας έχουν τόσο μικρό χρόνο κατάρρευσης, είναι πως οι μεγαλύτερης μάζας αστέρες του σμήνους, τείνουν να συσσωρεύονται πιο γρήγορα προς το κέντρο. Ο χρόνος που κάνει ένας αστέρας μάζας m να προσεγγίσει το κέντρο ενός σμήνους που αποτελείται από αστέρες μέσης μάζας $\bar{m}$, είναι

$$t_f \sim 3.3 \frac{m}{\bar{m}} t_{rlx}. \quad (2.13)$$



Σχήμα 2.8: Η ακτίνα του πυρήνα (μαύρη γραμμή) και οι ακτίνες Lagrange που περιέχουν το 90%, 80%, 70%, 60%, 50%, 40%, 30%, 20%, 10%, 5%, and 3% (μπλε διακεκομμένες γραμμές από επάνω προς τα κάτω) της συνολικής μάζας ενός σμήνους αποτελούμενου από 1024 ίσης μάζας αστέρες. Η κατάρρευση του πυρήνα συμβαίνει σε χρόνο $t_{cc} \simeq 17t_{rlx}$. Το διάγραμμα πραγματοποιήθηκε από δεδομένα προσομοίωσης που κάναμε με τον κώδικα Myriad.



Σχήμα 2.9: Η ακτίνα του πυρήνα (μαύρη γραμμή) και οι ακτίνες Lagrange που περιέχουν το 90%, 80%, 70%, 60%, 50%, 40%, 30%, 20%, 10%, 5%, and 3% (μαύρες διακεκομμένες γραμμές από επάνω προς τα κάτω) της συνολικής μάζας ενός σμήνους αποτελούμενου από 12288 αστέρες καταναμημένους σύμφωνα με μια κατανομή πυκνότητας King με παράμετρο $W_0 = 6$. Οι μάζες των αστερων προέρχονται από μια κατανομή αρχικής μάζας Kroupa με μικρότερη τιμή $m_{lower} = 0.1M_{\odot}$ και μεγαλύτερη $m_{upper} = 100M_{\odot}$. Η κατάρρευση του πυρήνα συμβαίνει σε χρόνο $t_{cc} \simeq 0.21t_{rlx}$. Το διάγραμμα πραγματοποιήθηκε από δεδομένα προσομοίωσης που κάναμε με τον κώδικα Myriad.

Η σχέση αυτή προκύπτει με ολοκλήρωση της σχέσης (βλ. Εξίσωση (7.25) από [7])

$$r \frac{dr}{dt} = -0.43 \frac{GM}{\sigma} \ln \Lambda. \quad (2.14)$$

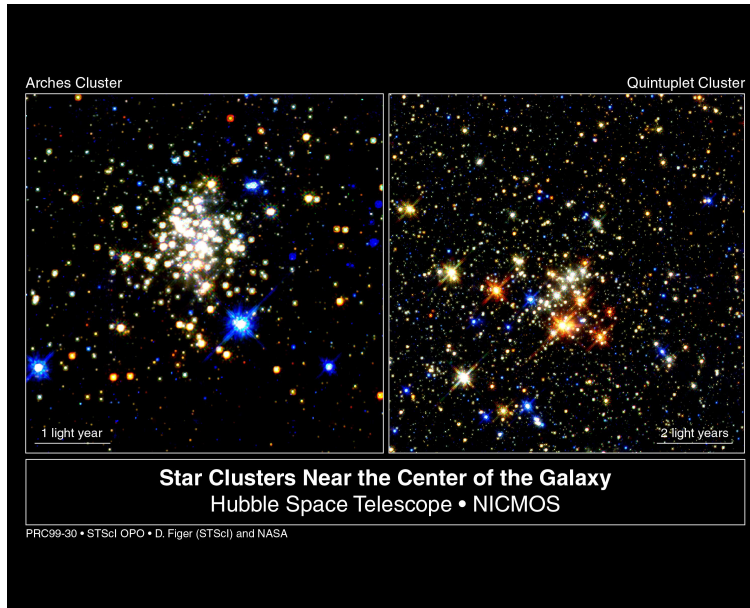
Προσεγγίζοντας ταχύτατα το κέντρο, οι αστέρες μεγάλης μάζας, αυξάνουν την πυκνότητά του κι έτσι η κατάρρευση του πυρήνα συμβαίνει πιο νωρίς από ότι στα σμήνη με ίσης μάζας αστέρες.

Το γεγονός της κατάρρευσης του πυρήνα ενός σμήνους μπορεί να παρατηρηθεί από την χρονική εξέλιξη της ακτίνας του πυρήνα, αλλά και των εσωτερικών ακτίνων Lagrange του σμήνους. Οι ακτίνες Lagrange ορίζονται ως οι ακτίνες εκείνες που αντιστοιχούν σε σφαίρες που περιλαμβάνουν κάποιο ποσοστό της συνολικής μάζας του σμήνους. Στο Σχήματα 2.8 και 2.9 φαίνονται τα αποτελέσματα προσομοιώσεων N-σωμάτων που έγιναν με τον κώδικα Myriad [20], που δημιουργήσαμε και παρουσιάζουμε στο Κεφάλαιο 6. Στο Σχήμα 2.8 παρουσιάζεται η εξέλιξη με το χρόνο της ακτίνας του πυρήνα, αλλά και των ακτίνων Lagrange για ένα σμήνος που αποτελείται από 1024 αστέρες ίσης μάζας, αρχικά κατανεμημένους

σύμφωνα με την κατανομή πυκνότητας Plummer. Οι μονάδες του διαγράμματος είναι στο λεγόμενο σύστημα μονάδων -σωμάτων (N-body units, βλ. Παράρτημα Α και [21]), στο οποίο ισχύει $G = M_t = R_v = 1$. Όπου M_t είναι η ολική μάζα του σμήνους και R_v η virial ακτίνα του. Όπως είναι φανερό, η κατάρρευση του πυρήνα συμβαίνει σε χρόνο $t_{cc} \simeq 17t_{rlx}$. Στο Σχήμα 2.9 παρουσιάζεται το ίδιο διάγραμμα, αλλά για την περίπτωση ενός σμήνους με 12288 αστέρες, κατανεμημένους σύμφωνα με το μοντέλο πυκνότητας King με παράμετρο $W_0 = 6$. Οι μάζες των αστερών αυτή τη φορά δεν είναι ίσες μεταξύ τους, αλλά δίνονται από μια συνάρτηση αρχικής κατανομής μάζας Kroupa με μικρότερη μάζα $m_{lower} = 0.1M_{\odot}$ και μεγαλύτερη $m_{upper} = 100M_{\odot}$. Η ύπαρξη αστερών μεγάλης μάζας, συρρικνώνει το χρόνο κατάρρευσης του πυρήνα σε $t_{cc} \simeq 0.21t_{rlx}$. Όπως είναι φανερό, και στις δυο περιπτώσεις, η ακτίνα του πυρήνα αυξάνει αμέσως μετά από την κατάρρευσή του.

Η τόσο σύντομη κατάρρευση του πυρήνα ενός σμήνους, μπορεί να πυροδοτήσει τη διαδικασία των αλυσιδωτών συγκρούσεων (runaway mergers) των μεγάλων αστερών που έχουν φτάσει στο κέντρο του. Η διαδικασία αυτή μπορεί να ξεκινήσει, αν ο χρόνος της βαρυτικής κατάρρευσής του σμήνους είναι μικρότερος από 3 Myr, που είναι ο χρόνος παραμονής στην κύρια ακολουθία ενός αστέρα-γίγαντα. Στην περίπτωση αυτή, όπως θα δούμε στο Κεφάλαιο 4, είναι δυνατό να δημιουργηθεί ένας πολύ μεγάλος αστέρας στον πυρήνα του σμήνους, κάτι το οποίο μπορεί να οδηγήσει στη δημιουργία μιας μελανής οπής μεσαίας μάζας. Οι μελανές οπές μεσαίας μάζας (Intermediate-mass Black Holes; IMBH) μαζί με τους τρόπους δημιουργίας τους και την επίδραση που μπορεί να έχουν στην εξέλιξη ενός σμήνους, παρουσιάζονται στο Κεφάλαιο 4.

Μετά την κατάρρευση του πυρήνα, τόσο οι εξωτερικοί φλοιοί, όσο και ο πυρήνας του σμήνους αρχίζουν μια φάση διαστολής. Η δημιουργία διπλών συστημάτων, λόγω έντονων δυναμικών αλληλεπιδράσεων, στο κέντρο, παρέχει την απαραίτητη ενέργεια στο σμήνος για τη διαστολή του. Εξετάζοντας το σμήνος μακροσκοπικά μπορούμε να συμπεράνουμε πως η υψηλή πυκνότητα του πυρήνα, τον κάνει να περικλείει μεγάλη δυναμική ενέργεια, κι επειδή αυτή είναι αρνητική, ισοσταθμίζεται από τη μεγάλη κινητική ενέργεια των αστερών που βρίσκονται στον πυρήνα, αλλά κι έξω από αυτόν. Η υψηλή κινητική ενέργεια των αστερών, λειτουργεί όπως η υψηλή κινητική ενέργεια των μορίων ενός θερμού αερίου, οδηγώντας, όπως και στην περίπτωση του αερίου, στη διαστολή του. Η αύξηση της κινητικής ενέργειας των αστερών και η μεταφορά της ενέργειας αυτής προς τα εξωτερικά στρώματα του σμήνους, γίνεται μέσω των αλληλεπιδράσεων τριών σωμάτων που συμβαίνουν κυρίως στον πυρήνα του. Πιο συγκεκριμένα, κατά την κατάρρευση του πυρήνα, και λόγω της υψηλής πυκνότητας του, δημιουργούνται στο κέντρο του στενά διπλά συστήματα. Τα συστήματα αυτά αλληλεπιδρούν με μεμονομένους αστέρες, και το συνολικό αποτέλεσμα της αλληλεπιδράσεως αυτής είναι η επιπλέον αφαίρεση ενέργειας από το διπλό σύστημα που γίνεται ακόμη πιο στενό, και η ταυτόχρονη σκέδαση του αστέρα-εισβολέα με μεγάλη ταχύτητα. Σε ορισμένες περιπτώσεις, ο αστέρας-εισβολέας, μπορεί να αντικαταστήσει ένα μέλος του συστήματος, το οποίο επίσης σκεδάζεται με μεγάλες ταχύτητες. Έτσι, οι διαρκείς αλληλεπιδράσεις στο κέντρο ενός σμήνους, το τροφοδοτούν με αστέρες υψηλής ταχύτητας, που ταξιδεύουν μέχρι τα ανώτερα στρώματά του, οδηγώντας στη σταθερή και μονότονη διαστολή του. Η διαστολή αυτή είναι δεδομένο πως θα οδηγήσει στη διάλυσή του (evaporation), καθώς οι αστέρες που συνεχώς φτάνουν στα ανώτερα στρώματά του, περνούν την παλιρροϊκή ακτίνα του σμήνους και παγιδεύονται από το γαλαξιακό βαρυτικό πεδίο. Έτσι, όλα τα σμήνη



Σχήμα 2.10: Τα ανοικτά σμήνη που εντοπίστηκαν κοντά στο κέντρο του Γαλαξία, *Arches* και *Quintuplet*. Οι εικόνες είναι από το HST.

θεωρείται πως κάποια στιγμή θα διαλυθούν, όμως ο χρόνος της διάλυσης των σφαιρωτών σμηνών είναι μεγαλύτερος συνήθως από τη σημερινή ηλικία του Σύμπαντος.

2.2 Ανοικτά σμήνη

Σε αντίθεση με τα σφαιρωτά σμήνη, που απαντώνται σε όλα τα γαλαξιακά μήκη και πλάτη, τα ανοικτά σμήνη εντοπίζονται κυρίως στο γαλαξιακό επίπεδο. Περίπου 1200 είναι τα σμήνη που έχουν καταγραφεί στον κατάλογο του Lynga (1987) [22], που όμως καλύπτει μόνο ένα μικρό μέρος του Γαλαξία, ενώ ο συνολικός αριθμός τους ανέρχεται στις 20000 [4]. Εξαιτίας της τοποθεσίας τους επάνω στο γαλαξιακό επίπεδο δεν είναι εύκολος ο εντοπισμός τους με γυμνό μάτι, εκτός από τις περιπτώσεις των πολύ κοντινών ανοικτών σμηνών. Ακόμη και με τηλεσκόπια δεν είναι εύκολο να διακριθούν, καθώς μεσοαστρική σκόνη και αέριο, αλλά και άλλοι αστέρες πεδίου εμποδίζουν και μπερδεύουν τις παρατηρήσεις. Πρόσφατα έγινε δυνατή η παρατήρηση ανοικτών σμηνών κοντά στο κέντρο του Γαλαξία. Τα σμήνη αυτά παρουσιάζουν ιδιαίτερο ενδιαφέρον, καθώς περιέχουν νεαρούς αστέρες, ενώ ήταν γενικά αποδεκτό πως στο κέντρο του Γαλαξία οι αστέρες είναι μεγάλης ηλικίας. Στα σμήνη αυτά έχουν παρατηρηθεί οι μεγαλύτεροι σε μάζα αστέρες που έχουν βρεθεί στο Γαλαξία. Το σμήνος *Arches* βρίσκεται σε απόσταση 30 pc από το κέντρο του Γαλαξία και ανάμεσα στους αστέρες του έχουν βρεθεί 150 νεαροί υπερμεγέθεις αστέρες με ηλικία 2-4 Myr. Το σμήνος *Quintuplet*, με συνολική μάζα περί τις $10000 M_{\odot}$, βρίσκεται επίσης κοντά στο κέντρο του Γαλαξία και περιλαμβάνει επίσης αρκετούς υπερμεγέθεις αστέρες, όπως ο αστέρας *Pistol* που με μάζα $80 - 150 M_{\odot}$ αποτελεί τον πιο μεγάλο αστέρα που έχει ανακαλυφθεί μέχρι σήμερα στο Γαλαξία. Στο Σχήμα 2.10 φαίνονται οι καλύτερες φωτογραφίες των δύο αυ-



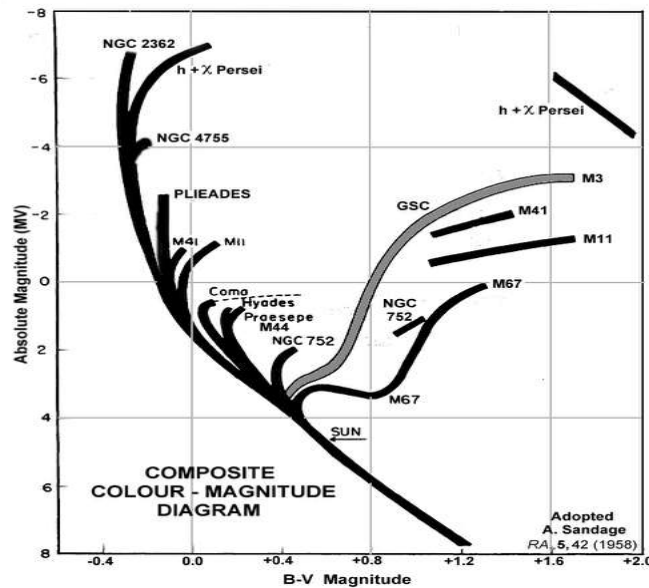
Σχήμα 2.11: Το ανοικτό σμήνος Κοσμηματοθήκη (Jewel Box), όπως παρατηρήθηκε από διάφορα τηλεσκόπια ανάμεσα στα οποία είναι το Τηλεσκόπιο του Ευρωπαϊκού Παρατηρητηρίου (ESO), το Πολύ Μεγάλο Τηλεσκόπιο (VLT) και το HST. Είναι φανερή η ικανότητα του HST στη μεγένθυση και στη διάκριση των αστερών μεταξύ τους.

τών νεαρών σμηνών, ενώ στο Σχήμα 2.11 μια σειρά από φωτογραφίες του μικρού σμήνους Κοσμηματοθήκη (Jewel Box), αποκαλύπτει πόσο χρήσιμο είναι το Διαστημικό Τηλεσκόπιο Hubble (Hubble Space Telescope; HST) για την παρατήρηση των ανοικτών σμηνών.

Άλλη μια διαφορά από τα σφαιρωτά σμήνη είναι το γεγονός πως στα ανοικτά συμβαίνει ευρείας κλίμακας αστρική δημιουργία. Αυτό υποδηλώνεται από το πλούσιο σε αέριο εσωτερικό τους, καθώς και από το ότι διαθέτουν μεταβλητούς αστέρες τύπου T-Tauri, που θεωρούνται αστέρες που μόλις έχουν δημιουργηθεί. Επίσης, το σχήμα τους δεν μοιάζει με το σφαιρικό σχήμα των σφαιρωτών σμηνών, καθώς είναι πιο ανώμαλο χωρίς να παρουσιάζει ιδιαίτερη συμμετρία. Η τυπική ακτίνα του πυρήνα ενός τέτοιου σμήνους είναι $r_c \sim 1 - 2 \text{ pc}$, ενώ η παλιρροιακή του ακτίνα είναι $r_t \sim 10 - 20 \text{ pc}$. Ο αριθμός των αστερών ενός ανοικτού σμήνους μπορεί να είναι από μερικές εκατοντάδες ως και μερικές χιλιάδες.

2.2.1 Διάγραμμα H-R

Το διάγραμμα H-R ορισμένων από τα ανοικτά σμήνη του Γαλαξία φαίνεται στο Σχήμα 2.12. Όπως είναι φανερό από το σχήμα, η κύρια ακολουθία στο διάγραμμα H-R κάθε σμήνους, αν και συνεχίζει μέχρι τον κλάδο των μπλε γιγάντων, έχει ένα σημείο καμπής που, όπως και στην περίπτωση των σφαιρωτών σμηνών, υποδηλώνει την ηλικία του. Το οξύ και λεπτό σχήμα της κύριας ακολουθίας οδηγεί στο συμπέρασμα πως όλοι οι αστέρες του σμήνους είναι παρόμοιας και σχετικά μικρής ηλικίας. Αν και δεν είναι εμφανές στο Σχήμα 2.12, το κάτω μέρος της κύριας ακολουθίας του διαγράμματος H-R ενός ανοικτού σμήνους είναι



Σχήμα 2.12: Το διάγραμμα H-R ορισμένων ανοικτών σμηνών.

εκτεταμένο κι όχι λεπτό. Αυτό συμβαίνει γιατί κατά τη δημιουργία ενός αστέρα και πριν αυτός σταθεροποιηθεί στην κύρια ακολουθία, η θέση του στο διάγραμμα παρουσιάζει μια μετακίνηση από το άκρο Hayashi [23] στα δεξιά του διαγράμματος, προς την κύρια ακολουθία. Η μετακίνηση αυτή διαρκεί περισσότερο στους μικρότερης μάζας αστέρες, κι έτσι το κάτω άκρο της κύριας ακολουθίας είναι ευρύ, γιατί οι μικρής μάζας αστέρες που το απαρτίζουν, δεν έχουν ακόμη σταθεροποιηθεί στην κύρια ακολουθία. Το εύρος του κάτω μέρους της κύριας ακολουθίας είναι ακόμη μία ένδειξη της νεανικότητας του συστήματος. Επίσης, η διασπορά στο σημείο αυτό δείχνει πως οι αστέρες δε δημιουργήθηκαν ταυτόχρονα, καθώς αστέρες της ίδιας μάζας βρίσκονται σε διαφορετικά στάδια της πορείας τους προς την κύρια ακολουθία.

2.2.2 Χρονική εξέλιξη

Ο χρόνος χαλάρωσης ενός τέτοιου σμήνους, είναι συνήθως μικρός (εξαιτίας του μικρού αριθμού αστέρων N στη σχέση (2.5)). Έτσι, η ισοκατανομή της ενέργειας μεταξύ των μελών του συστήματος γίνεται σε μικρό χρονικό διάστημα και το σύστημα φτάνει σε ισορροπία. Συνέπεια του παραπάνω είναι το γεγονός πως σύντομα οι αστέρες μεγαλύτερης μάζας φτάνουν στο κέντρο ενός τέτοιου σμήνους, όπως συμβαίνει, σε μεγαλύτερες όμως χρονικές κλίμακες και στα σφαιρωτά σμήνη.

Τα ανοικτά σμήνη του Γαλαξία έχουν ηλικίες από 1Myr έως και 10Gyr. Το γεγονός αυτό δείχνει πως τέτοια σμήνη σχηματίζονται συνέχεια στο Γαλαξία, από τη στιγμή της δημιουργίας του μέχρι και τώρα. Τα περισσότερα ανοικτά σμήνη είναι νεαρά σε ηλικία, γεγονός που δείχνει πως ο μέσο χρόνος ζωής τους είναι σχετικά μικρός. Μεγάλα μεσοαστρικά νέφη και το βαρυτικό πεδίο του Γαλαξία, ασκώντας παλινδρομικές δυνάμεις επάνω τους, τείνουν

να τα διαλύσουν, καθώς δεν περιέχουν πολλά μέλη κι έτσι οι συνεκτικές δυνάμεις μεταξύ τους δεν είναι ιδιαίτερα μεγάλες.

Κεφάλαιο 3

Βαρυτική ακτινοβολία

Τα τελευταία 60 χρόνια έχει πραγματοποιηθεί μια πραγματική επανάσταση στην αστρονομία η οποία είναι αποτέλεσμα κυρίως των βελτιώσεων που έχουν γίνει στον τομέα των παρατηρήσεων του Σύμπαντος, οι οποίες έγιναν λόγω της ανάπτυξης που σημειώνεται στην υψηλή τεχνολογία. Αυτή η ανάπτυξη έδωσε τη δυνατότητα κατασκευής τεράστιων επίγειων και διαστημικών οπτικών τηλεσκοπίων, ραδιοτηλεσκοπίων, διαστημικών τηλεσκοπίων ακτίνων-Χ και ακτίνων-γ. Κάθενα από τα σύγχρονα αυτά μέσα άνοιξε κι ένα νέο "παράθυρο" στην παρατήρηση του Σύμπαντος, που οδήγησε σε μελέτες περιοχών και ιδιοτήτων του Σύμπαντος που δεν ήταν δυνατό να εξερευνηθούν στο παρελθόν. Όλα όμως αυτά τα "παράθυρα" αφορούν σε παρατηρήσεις στις διάφορες περιοχές-συχνότητες του ηλεκτρομαγνητικού φάσματος που παραμένει το μόνο μέσο συλλογής πληροφορίας στην αστρονομία.

Στα επόμενα λίγα χρόνια, αναμένεται να ανοίξει ένα νέο "παράθυρο" στην παρατήρηση του Σύμπαντος που δεν θα σχετίζεται με το ηλεκτρομαγνητικό φάσμα αλλά με τη βαρυτική ακτινοβολία που σύμφωνα με τη Γενική Θεωρία της Σχετικότητας (ΓΘΣ) εκπέμπονται από αστροφυσικές πηγές και ταξιδεύουν στο Σύμπαν, χωρίς να αλληλεπιδρούν ισχυρά με την ύλη. Η απευθείας παρατήρηση των βαρυτικών κυμάτων, εκτός από μια ακόμη απόδειξη της ΓΘΣ, αναμένεται να δώσει νέα ώθηση στην αστρονομία, καθώς θα μπορέσει να παρέχει πληροφορίες για περιοχές του Σύμπαντος που είτε δεν εκπέμπουν ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία, είτε αυτή που εκπέμπουν, για διάφορους λόγους, δε γίνεται αντιληπτή από τους ανιχνευτές. Έτσι, θα μπορέσουν να μελετηθούν και να αποκαλύψουν τα μυστικά τους περιοχές και σώματα του Σύμπαντος για τα οποία υπάρχει ελάχιστη ως και καθόλου πληροφορία μέχρι σήμερα.

Το φάσμα της βαρυτικής ακτινοβολίας διαφέρει τελείως από το φάσμα της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας, καθώς η παραγωγή των δύο φασμάτων γίνεται από τελείως διαφορετικές πηγές. Τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα παράγονται από τις επιταχύνσεις φορτισμένων σωματιδίων, κυρίως ηλεκτρονίων, κι εξαιτίας του ότι γενικά υπάρχουν τόσα θετικά, όσα και αρνητικά φορτία σε μία πηγή, καθιστώντας την ηλεκτρικά ουδέτερη, τα κύματα αυτά παράγονται από μικρές περιοχές, έχουν μικρά πλάτη και μεταφέρουν πληροφορίες για μικρές περιοχές των αστροφυσικών πηγών στις οποίες παράγονται. Από την άλλη τα βαρυτικά κύματα παράγονται από επιταχύνσεις σωμάτων ή τμημάτων τους. Έτσι, τα βαρυτικά κύματα έχουν μεγάλα πλάτη και μεταφέρουν πληροφορίες για ολόκληρη την πηγή από την οποία

παράγονται. Τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα αλληλεπιδρούν ισχυρά με τα φορτία, γι' αυτό το λόγο ακόμη και χαμηλής ισχύος κύματα, όπως αυτά των μικροκυμάτων, μπορούν σχετικώς εύκολα να ανιχνευτούν. Από την άλλη όμως, εξαιτίας της ισχυρής τους αλληλεπίδρασης με την ύλη, απορροφώνται και σκεδάζονται εύκολα με αποτέλεσμα ακόμη και ισχυρές αστροφυσικές πηγές ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας να μη μπορούν να ανιχνευτούν και να μελετηθούν, αν ανάμεσα σε αυτές και τον ανιχνευτή υπάρχει πυκνό μεσοαστρικό αέριο. Τα βαρυτικά κύματα αλληλεπιδρούν ασθενώς με την ύλη με αποτέλεσμα να είναι πολύ δύσκολη η ανίχνευσή τους, όμως ταυτόχρονα να μπορούν να ταξιδεύουν στο Σύμπαν χωρίς να επηρεάζονται σχεδόν καθόλου από την ύπαρξη ύλης. Για το λόγο αυτό οι πληροφορίες που μεταφέρουν αφορούν μόνο στην πηγή τους κι όχι με την ύλη που έχουν συναντήσει κατά τη διάδοσή τους. Επιπλέον αναμένεται να υπάρχουν ακόμη στο Σύμπαν χωρίς να έχουν αλλοιωθεί βαρυτικά κύματα που παρήχθησαν στις πρώτες στιγμές της δημιουργίας του, δηλαδή αμέσως μετά τη Μεγάλη Έκρηξη. Σε αντιδιαστολή, τα πιο πρώιμα ηλεκτρομαγνητικά κύματα που υπάρχουν στο Σύμπαν είναι αυτά της μικροκυματικής ακτινοβολίας υποβάθρου που παρήχθη περί τα 380.000 έτη μετά τη Μεγάλη Έκρηξη.

Το πόσο μεγάλη μπορεί να είναι η ώθηση της αστρονομίας μετά την ανακάλυψη των βαρυτικών κυμάτων και την ανάπτυξη ενός νέου κλάδου της Αστροφυσικής Βαρυτικών Κυμάτων, μπορεί να εκτιμηθεί από το γεγονός πως το 96% της μάζας και ενέργειας του Σύμπαντος είναι ηλεκτρικά ουδέτερο κι έτσι δεν εκπέμπει ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία, όμως είναι δυνατό να αλληλεπιδρά βαρυτικά. Έτσι, όταν η βαρυτική ακτινοβολία αρχίσει να χρησιμοποιείται ως φορέας πληροφορίας για τις πηγές της, θεωρείται βέβαιο πως θα ανακαλυφθούν ιδιότητες του Σύμπαντος που δεν είναι γνωστές μέχρι στιγμής, ενώ μπορεί να απαντηθούν ερωτήματα που η κλασική αστροφυσική αδυνατεί να απαντήσει μέχρι σήμερα.

Στο κεφάλαιο αυτό θα αναφερθούμε στη βαρυτική ακτινοβολία, δίνοντας έμφαση στις πιθανές αστροφυσικές πηγές της και τις ιδιότητές τους, στους ανιχνευτές που έχουν ήδη κατασκευαστεί, σε κάποιες από τις συνέπειες που έχει στην ύλη η εκπομπή βαρυτικών κυμάτων, αλλά και στις πληροφορίες που μπορεί αυτά να μεταφέρουν και που είναι το αντικείμενο της Αστροφυσικής Βαρυτικών Κυμάτων.

3.1 Χαρακτηριστικά βαρυτικής ακτινοβολίας

Δεν είναι αναγκαίο να καταφύγει κανείς στην επίλυση των περίπλοκων, μη-γραμμικών εξισώσεων του Einstein για να δει πως μία από τις προβλέψεις της ΓΘΣ είναι τα κύματα βαρύτητας, αλλά αρκεί η γραμμική προσέγγιση των εξισώσεων αυτών: Η γραμμική προσέγγιση των εξισώσεων του Einstein βρίσκει εφαρμογή σε ασθενή βαρυτικά πεδία, όπου μία καλή προσέγγιση είναι πως ο χωροχρόνος γύρω από αυτά είναι ``σχεδόν'' επίπεδος. Στην περίπτωση αυτή, η μετρική του χωροχρόνου μπορεί να γραφεί ως:

$$g_{\mu\nu} \simeq \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu} + O(h_{\mu\nu})^2. \quad (3.1)$$

Όπου $\eta_{\mu\nu}$ είναι η μετρική του επίπεδου χωρόχρονου Minkowski, ενώ ο ταυυστής $h_{\mu\nu}$ περιγράφει τις γραμμικές αποκλίσεις του χωρόχρονου από τον αντίστοιχο επίπεδο. Οι ανώτερης τάξης αποκλίσεις θεωρούνται αμελητέες στην περίπτωση αυτή. Επιπλέον, επειδή ο χωρόχρονος είναι ``σχεδόν'' επίπεδος, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τον ταυυστή $\eta_{\mu\nu}$ για το

``ανέβασμα" και ``κατέβασμα" δεικτών.

$$h^{\alpha\beta} = \eta^{\alpha\mu}\eta^{\beta\nu}h_{\mu\nu} \quad (3.2)$$

$$g^{\mu\nu} = \eta^{\mu\nu} - h^{\mu\nu}. \quad (3.3)$$

Ο τανυστής Einstein $G_{\mu\nu}$ μπορεί να γραφεί ως εξής

$$G_{\mu\nu} = \frac{1}{2}(h_{\nu}{}^{\alpha}{}_{,\mu\alpha} + h_{\mu}{}^{\alpha}{}_{,\nu\alpha} - h_{\mu\nu}{}^{,\alpha}{}_{,\alpha} - h_{\alpha}{}^{\alpha}{}_{,\mu\nu}) - \eta^{\alpha\mu}(h_{\alpha\beta}{}^{,\alpha\beta} - h_{\alpha}{}^{\alpha}{}_{,\beta}{}^{\beta}). \quad (3.4)$$

Αν αντικαταστήσουμε

$$h_{\mu\nu} = \phi_{\mu\nu} - \frac{1}{2}\eta_{\mu\nu}\phi, \quad (3.5)$$

όπου $\phi_{\mu\nu}$ ένας τανυστής μηδενικού ίχνους, παίρνουμε

$$-\phi_{\mu\nu}{}^{,\alpha}{}_{,\alpha} - \eta_{\mu\nu}\phi_{\alpha\beta}{}^{,\alpha\beta} + \phi_{\mu\alpha}{}^{,\alpha}{}_{,\nu} + \phi_{\nu\alpha}{}^{,\alpha}{}_{,\mu} = 0. \quad (3.6)$$

Χρησιμοποιώντας τη συνθήκη βαθμίδας του Hilbert

$$\phi^{\mu\alpha}{}_{,\alpha} = \phi_{\mu\alpha}{}^{,\alpha} = 0 \quad (3.7)$$

καταλήγουμε στην εξίσωση

$$\phi_{\mu\nu}{}^{,\alpha}{}_{,\alpha} = \square\phi_{\mu\nu} = \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2\right)\phi_{\mu\nu} = 0. \quad (3.8)$$

Η παραπάνω εξίσωση είναι εξίσωση κύματος σε κενό χωρόχρονο. Αυτό σημαίνει πως αν ο χωρόχρονος αποκλίνει από το χωρόχρονο Minkowski, οι αποκλίσεις του αυτές διαδίδονται ως κύματα που δεν είναι τίποτα άλλο από τη βαρυτική ακτινοβολία. Λύσεις της εξίσωσης (3.8) είναι της μορφής

$$\phi_{\mu\nu} = A_{\mu\nu} \cos k_{\alpha}x^{\alpha}. \quad (3.9)$$

Ο $A_{\mu\nu}$ είναι ένας συμμετρικός τανυστής που ονομάζεται τανυστής πόλωσης. Ο τανυστής πόλωσης περιέχει πληροφορίες τόσο για το πλάτος του κύματος, όσο και για την πόλωσή του. Το κυματοδιάνυσμα k_{α} καθορίζει τη διεύθυνση διάδοσης και τη συχνότητα του κύματος.

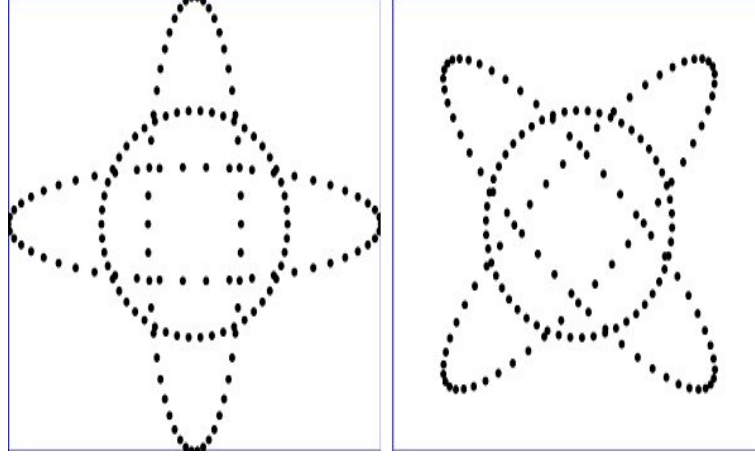
3.1.1 Ταχύτητα και πόλωση των βαρυτικών κυμάτων

Η λύση της (3.9) θα πρέπει να ικανοποιεί τη συνθήκη βαθμίδας Hilbert (3.7), οπότε

$$\phi_{\mu\nu}{}^{,\nu} = -A_{\mu\nu}k^{\nu} \sin k_{\alpha}x^{\alpha} = 0 \Rightarrow \quad (3.10)$$

$$A_{\mu\nu}k^{\nu} = 0. \quad (3.11)$$

Η τελευταία σχέση σημαίνει πως όπως και στα ηλεκτρομαγνητικά κύματα, η ταλάντωση των βαρυτικών κυμάτων γίνεται κάθετα στη διεύθυνση διάδοσής τους.



Σχήμα 3.1: Η επίδραση των δύο τύπων πόλωσης ενός βαρυτικού κύματος σε έναν κυκλικό δακτύλιο το επίπεδο του οποίου είναι προσανατολισμένο κάθετα στη διεύθυνση του κύματος. Αριστερά φαίνεται η επίδραση της πόλωσης $+$, ενώ δεξιά της πόλωσης $\times$ επάνω στο δακτύλιο. Από τη μορφή της παραμόρφωσης φαίνεται πως η γωνία μεταξύ των δύο πολώσεων είναι 45° . Καθεμία από τις δύο πολώσεις προκαλεί ταλάντωση του δακτυλίου ανάμεσα στις δύο κάθετες μεταξύ τους μορφές, ενώ η επαναφορά του δακτυλίου στην κυκλική του μορφή γίνεται ανά μισή περίοδο του κύματος. Πηγή: [24].

Επίσης, από την εξίσωση κύματος (3.8) παίρνουμε

$$\Phi_{\mu\nu,\alpha}^\alpha = -A_{\mu\nu} k^\alpha k_\alpha \cos k_\alpha x^\alpha \quad (3.12)$$

άρα

$$k^\alpha k_\alpha = 0. \quad (3.13)$$

Η παραπάνω σχέση σημαίνει πως το κυματοδιάνυσμα k^α είναι φωτοειδές, οπότε τα βαρυτικά κύματα ταξιδεύουν με την ταχύτητα του φωτός.

Ένα βαρυτικό κύμα που διαδίδεται κατά τον άξονα z κι έχει συχνότητα ω , έχει κυματοδιάνυσμα

$$k_\mu = (\omega, 0, 0, -\omega). \quad (3.14)$$

Από τις σχέσεις (3.11) και (3.13) και λόγω της συμμετρικότητας του τανυστή $A_{\mu\nu}$, ισχύει

$$A^{\mu\nu} = h_+ \epsilon_+^{\mu\nu} + h_\times \epsilon_\times^{\mu\nu}, \quad (3.15)$$

όπου $\epsilon_+^{\mu\nu}$ και $\epsilon_\times^{\mu\nu}$ είναι οι μοναδιαίοι τελεστές πόλωσης. Από τη σχέση (3.15) προκύπτει πως τα βαρυτικά κύματα έχουν δύο ανεξάρτητες πολώσεις: την πόλωση $+$ και την πόλωση $\times$, τα ονόματα των οποίων προέρχονται από το σχήμα του ισοδύναμου πεδίου δυνάμεων που παράγουν. Σε αντιδιαστολή με τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα, που επίσης παρουσιάζουν δύο πολώσεις, αλλά με γωνία $\pi/2$, η γωνία μεταξύ των δύο πολώσεων των βαρυτικών κυμάτων είναι $\pi/4$. Στη σχέση (3.15) όπου h_+ και $h_\times$ είναι τα πλάτη του κύματος στις δύο διαφορετικές πολώσεις. Στο Σχήμα 3.1 φαίνεται η επίδραση των δύο τύπων πόλωσης ενός βαρυτικού κύματος που διαδίδεται κατά τον άξονα z , σε ένα δακτύλιο από σωματίδια που βρίσκεται επάνω στο επίπεδο xy και μπορούν να κινούνται ελεύθερα. Ο κυκλικός

δακτύλιος παραμορφώνεται, κατά τη διέλευση του κύματος, γίνεται ελλειπτικός, διατηρώντας ταυτόχρονα το εμβαδόν του, ενώ η πόλωση του κύματος καθορίζει την κατεύθυνση της παραμόρφωσης αυτής. Τέλος, είναι σημαντικό να αναφερθεί πως λόγω της αρχής της ισοδυναμίας, ένα βαρυτικό κύμα δε γίνεται αντιληπτό από απομονωμένα ελεύθερα κινούμενα σωματίδια. Αντίθετα, όπως και στην περίπτωση του κυκλικού δακτυλίου ένα κύμα επιδρά στην απόσταση μεταξύ δύο σωματιδίων. Αν τα δύο σώματα βρίσκονται στον άξονα x , εκατέρωθεν του σημείου O και σε αποστάσεις x_0 από αυτό, ενώ ένα βαρυτικό κύμα, συχνότητας ω που διαδίδεται κατά τη διεύθυνση του άξονα z περνάει από το σύστημα, τότε η απόσταση dl των δύο σωμάτων κατά τη διέλευσή του κύματος θα δίνεται από τη σχέση

$$dl^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu = -g_{11} (2x_0)^2 = \left(1 - h_+ \cos(\omega t)\right) (2x_0)^2 \quad (3.16)$$

οπότε προσεγγιστικά

$$dl^2 = \left(1 - \frac{1}{2} h_+ \cos(\omega t)\right) (2x_0)^2. \quad (3.17)$$

Όπως είναι προφανές από την εξίσωση (3.17), η απόσταση των δύο σωμάτων, κατά τη διάρκεια διέλευσής του κύματος από αυτά, μεταβάλλεται περιοδικά με συχνότητα ίση με τη συχνότητα του κύματος. Το φαινόμενο αυτό είναι η βασική αρχή στην οποία βασίζονται οι ανιχνευτές βαρυτικής ακτινοβολίας.

3.1.2 Πλάτος και φωτεινότητα των βαρυτικών κυμάτων

Οι εξισώσεις του Einstein είναι δύσκολο να λυθούν αναλυτικά στην περίπτωση μιας ισχυρής πηγής ακτινοβολίας, ώστε να υπολογιστεί η φωτεινότητα και το πλάτος των βαρυτικών κυμάτων που παράγει. Παρόλα αυτά υπάρχουν προσεγγίσεις της θεωρίας με τις οποίες μπορεί κανείς να υπολογίσει τα χαρακτηριστικά των βαρυτικών κυμάτων που παράγει μια τέτοια πηγή. Η πιο ισχυρή θεωρία προσέγγισης της ΓΘΣ που χρησιμοποιείται ευρέως, είναι ο μετα-Νευτώνειος φορμαλισμός (*post-Newtonian formalism*) σύμφωνα με τον οποίο, οι λύσεις των εξισώσεων αναπτύσσονται ως όροι της μικρής παραμέτρου $(v/c)^2$, όπου v είναι μια τυπική ταχύτητα του συστήματος που είναι αρκετά μικρότερη από αυτήν του φωτός c . Η χαμηλότερης τάξης μετα-Νευτώνεια προσέγγιση για την παραγωγή βαρυτικής ακτινοβολίας είναι ο τανυστής τετραπολικής ροπής (Quadrupole tensor, Q_{ij}) που εξαρτάται μόνο από την πυκνότητα ρ και τις ταχύτητες ενός Νευτώνειου συστήματος. Ο τανυστής Q_{ij} είναι ένα μέτρο της απόκλισης μιας πηγής από την σφαιρική συμμετρία και καθώς τα βαρυτικά κύματα παράγονται μόνο όταν υπάρχουν τέτοιες αποκλίσεις, το πλάτος τους θα πρέπει να σχετίζεται με τον τανυστή αυτό. Αν ορίσουμε τον τανυστή Q_{ij} μιας πηγής ως

$$Q_{ij} = \int \rho x_i x_j dx^3, \quad (3.18)$$

τότε το πλάτος των βαρυτικών κυμάτων που θα παράγει η πηγή, όπως αυτά ανιχνεύονται σε μια μακρινή απόσταση r από αυτήν, όπου ο χωροχρόνος είναι σχεδόν επίπεδος, θα δίνεται, στην χαμηλότερης τάξης προσέγγιση, από τη σχέση

$$h_{ij} = \frac{2}{r} \frac{d^2 Q_{ij}}{dt^2}. \quad (3.19)$$

Η παραπάνω σχέση αποδεικνύεται ως εξής: Ας ξαναγράψουμε την εξίσωση (3.20):

$$g_{\mu\nu} \simeq \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu} + O(h_{\mu\nu})^2. \quad (3.20)$$

Όπως αναφέρθηκε παραπάνω, ο τανυστής $h_{\mu\nu}$ περιγράφει τις γραμμικές αποκλίσεις του χωρόχρονου από τον αντίστοιχο επίπεδο. Από την εξίσωση του Einstein παίρνουμε

$$\frac{\partial^2 h_{\mu\nu}}{\partial x^\alpha \partial x_\alpha} = \frac{16\pi G T_{\mu\nu}}{c^4} \quad (3.21)$$

Όπου $T_{\mu\nu}$ ο τανυστής ενέργειας-ορμής. Σε απόσταση r πολύ μεγαλύτερη από τις διαστάσεις της πηγής της ακτινοβολίας, η λύση της (3.21) είναι παρόμοια με εκείνη ενός ηλεκτρομαγνητικού πεδίου μιας μακρινής πηγής:

$$h_{\mu\nu}(t) = \frac{4G}{c^4} \int T_{\mu\nu} \left(t - \frac{r}{c} \right) \frac{1}{r} dV \quad (3.22)$$

Στην παραπάνω σχέση dV είναι ο στοιχειώδης όγκος της πηγής, ενώ r είναι η απόσταση από την πηγή στην οποία μετράται το $h_{\mu\nu}$. Ο χρόνος r/c είναι ο χρόνος που χρειάζεται το κύμα για να ταξιδέψει σε απόσταση r από την πηγή. Μία μη σχετικιστική πηγή έχει τανυστή ενέργειας-ορμής:

$$T_{00} \approx \rho c^2 + \rho \frac{v^2}{2} \quad (3.23)$$

$$T_{ij} \approx \rho v_i v_j \quad (3.24)$$

όπου ρ είναι η πυκνότητα της πηγής και v η ταχύτητά της με $v \ll c$. Από τις δύο παραπάνω σχέσεις είναι εύκολο να αποδειχτεί πως για μη σχετικιστικές πηγές στις οποίες οι ταχύτητες και οι επιταχύνσεις είναι μικρές, ισχύει:

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\int T_{00} x_i x_j d^3x \right) \approx 2c^2 \int T_{ij} d^3x \quad (3.25)$$

οπότε η σχέση (3.22), παραλείποντας την εξάρτηση από το χρόνο, μπορεί να γραφεί ως:

$$h_{\mu\nu} = \left(\frac{2}{r} \right) \frac{G}{c^4} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\int \rho x_\mu x_\nu d^3x \right). \quad (3.26)$$

Αν λάβουμε υπόψη τον ορισμό του τανυστή τετραπολικής ροπής (3.18), τότε από τη σχέση (3.22) καταλήγουμε στην:

$$h_{ij} = \frac{2}{r} \frac{d^2 Q_{ij}}{dt^2}. \quad (3.27)$$

που είναι η σχέση (3.19).

Στην παραπάνω σχέση έχει χρησιμοποιηθεί η συνθήκη βαθμίδας Hilbert. Μια ειδική περίπτωση της συνθήκης βαθμίδας Hilbert, είναι η συνθήκη βαθμίδας TT που το όνομά της προκύπτει από το ότι σε αυτήν τα βαρυτικά κύματα είναι εγκάρσια (Transverse) και μηδενικού ίχνους (Traceless). Η σχέση (3.15) προκύπτει με τη χρήση αυτής της συνθήκης

βαθμίδας. Αν τώρα περιστρέψουμε το εγκάρσιο στη διάδοση του κύματος επίπεδο κατά γωνία ψ , τότε τα νέα πλάτη h'_+ και $h'_\times$ θα συνδέονται με τα παλιά με τις σχέσεις

$$h'_+ = \cos 2\psi h_+ + \sin 2\psi h_\times, \quad (3.28)$$

$$h'_\times = -\sin 2\psi h_+ + \cos 2\psi h_\times. \quad (3.29)$$

Οι παραπάνω εξισώσεις δείχνουν τόσο την τετραπολική φύση των πολώσεων της βαρυτικής ακτινοβολίας, όσο και το γεγονός πως η γωνία μεταξύ τους είναι $\pi/4$. Με απλές σκέψεις και χρησιμοποιώντας τις παραπάνω εξισώσεις, μπορούμε να προσεγγίσουμε τόσο το πλάτος των βαρυτικών κυμάτων που φτάνουν στη Γη από μια μακρινή πηγή, όσο και την ροή ενέργειας, ή αλλιώς τη φωτεινότητα της πηγής σε βαρυτική ακτινοβολία.

Με βάση τα παραπάνω, το πλάτος ενός βαρυτικού κύματος θα είναι ανάλογο του βαθμού απόκλισης ϵ της πηγής του από τη σφαιρική συμμετρία, αλλά και αντίστροφα ανάλογο της απόστασης r από την πηγή. Επίσης, θα πρέπει να εξαρτάται από το πόσο σχετικιστική είναι η πηγή, κάτι που περιγράφεται από τον σχετικιστικό παράγοντα GM/Rc^2 , όπου M η μάζα της πηγής, R οι διαστάσεις της, G η σταθερά της βαρύτητας και c η ταχύτητα του φωτός. Με βάση αυτές τις σκέψεις μπορούμε να προσεγγίσουμε το αδιάστατο πλάτος h ενός βαρυτικού κύματος που φτάνει στη Γη από μια πηγή που βρίσκεται σε απόσταση r , ως εξής

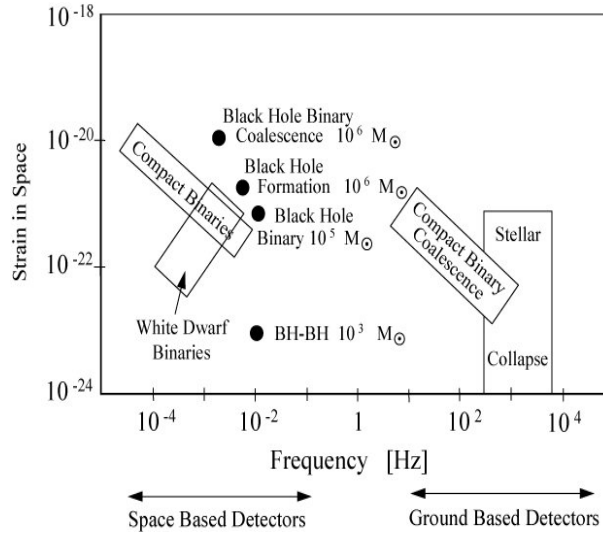
$$h \sim \epsilon \left(\frac{GM}{rc^2} \right) \left(\frac{GM}{Rc^2} \right) \quad (3.30)$$

Ο βαθμός απόκλισης ϵ μπορεί να υπολογιστεί από τον τανυστή τετραπολικής ροπής Q_{ij} , αλλά γενικά μπορούμε να πούμε πως παίρνει τιμές από 0 ως 1. Πηγές που δεν αποκλίνουν καθόλου από τη σφαιρική συμμετρία έχουν $\epsilon = 0$, ενώ πηγές με τη μέγιστη απόκλιση από αυτήν έχουν $\epsilon \simeq 1$. Αν ένας αστέρας νετρονίων ($R = 10\text{km}$, $M = 1.4M_\odot$) που βρίσκεται στη απόσταση του σμήνους της Παρθένου (Virgo cluster, $r \sim 18\text{Mpc}$) αποκλίνει από τη σφαιρική συμμετρία κατά μόλις 1 χιλιοστό της ακτίνας του, τότε θα παράγει βαρυτική ακτινοβολία που φτάνοντας στη γη θα έχει αδιάστατο πλάτος $h \sim 10^{-24}$.

Τέλος, η φωτεινότητα μιας πηγής σε βαρυτικά κύματα L_{gw} , ή αλλιώς η ισχύς των βαρυτικών κυμάτων, δίνεται με τη βοήθεια του τετραπολικού τανυστή και στη συνθήκη βαθμίδας TT είναι

$$L_{\text{gw}} = \frac{1}{5} \left(\sum_{i,j} \frac{d^3 Q_{ij}}{dt^3} \frac{d^3 Q_{ij}}{dt^3} \right) \quad (3.31)$$

Η παραπάνω σχέση δίνει τη φωτεινότητα της πηγής σε μονάδες στις οποίες ισχύει $G = c = 1$ και για τη μετατροπή της σε μονάδες Watt, πρέπει να πολλαπλασιαστεί με τον όρο $c^5/G = 3.6 \times 10^{52} \text{W}$. Ο όρος αυτός είναι πολύ μεγάλος και από τη σχέση (3.31) προκύπτει πως μια πηγή εκπέμπει βαρυτικά κύματα με ισχύ που είναι κάποιο, όχι μικρό, ποσοστό αυτού του μεγέθους. Συγκρίνοντας με τυπικές φωτεινότητες αστροφυσικών πηγών στο ηλεκτρομαγνητικό φάσμα, όπου ο Ήλιος εκπέμπει με ισχύ $L_\odot = 3.8 \times 10^{26} \text{W}$, ενώ ένας γαλαξίας με ισχύ $L_g \sim 10^{37} \text{W}$, προκύπτει πως η ισχύς των πηγών βαρυτικής ακτινοβολίας είναι πάρα πολύ μεγαλύτερη από την ισχύ των πηγών ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας. Είναι εκπληκτικό πως μια σύγκρουση μεταξύ δύο μελανών οπών είναι δυνατό να εκπέμπει ισχύ μεγαλύτερη από την ισχύ όλου του Σύμπαντος σε ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία.



Σχήμα 3.2: Πηγές βαρυτικών κυμάτων που αναμένεται να εκπέμπουν σε διάφορες συχνότητες. Στον άξονα y προβάλεται το αναμενόμενο πλάτος της ακτινοβολίας που μπορεί να ανιχνευτεί από τη Γη. Κύματα με συχνότητα κάτω από 10Hz μπορούν να ανιχνευτούν μόνο από διαστημικούς ανιχνευτές κι αυτό γιατί τα σεισμικά κύματα της Γης, αποτρέπει τους επίγειους ανιχνευτές να έχουν καλή ευαισθησία σε αυτές τις συχνότητες. Πηγή: [25].

3.1.3 Συχνότητα των βαρυτικών κυμάτων

Στις περισσότερες των περιπτώσεων η συχνότητα των βαρυτικών κυμάτων που παράγονται από μια πηγή σχετίζονται με τη *φυσική συχνότητα* ενός σώματος που ορίζεται ως

$$\omega_0 = \sqrt{\pi G \bar{\rho}} \quad (3.32)$$

ή

$$f_0 = \omega_0 / 2\pi = \sqrt{G \bar{\rho} / 4\pi}, \quad (3.33)$$

όπου $\bar{\rho}$ είναι η μέση πυκνότητα μάζας-ενέργειας της πηγής. Αυτή η συχνότητα είναι της ίδιας τάξης μεγέθους με την συχνότητα περιφοράς των μελών ενός διπλού συστήματος, αλλά και με την θεμελιώδη συχνότητα ταλάντωσης ενός σώματος. Αν και η σχέση (3.33) προέρχεται από τη Νευτώνεια θεωρία, παρόλα αυτά προσεγγίζει σε πολύ καλό βαθμό τη φυσική συχνότητα ακόμη και σχετικιστικών πηγών όπως είναι οι μελανές οπές.

Βέβαια, η συχνότητα των βαρυτικών κυμάτων δεν θα είναι ίση με τη φυσική συχνότητα της πηγής τους, ακόμη κι αν η συχνότητα του μηχανισμού παραγωγής τους στην πηγή είναι ίση με αυτή. Σε μερικές περιπτώσεις, όπως στα στενά διπλά συστήματα, η συχνότητα των βαρυτικών κυμάτων είναι ακριβώς ίση με το διπλάσιο της συχνότητας περιστροφής του συστήματος. Πάντως σε όλες τις περιπτώσεις η φυσική συχνότητα της πηγής μπορεί να μας δώσει μια εκτίμηση της τάξης μεγέθους της συχνότητας των παραγόμενων βαρυτικών κυμάτων. Η μέση πυκνότητα μιας πηγής βρίσκεται εύκολα αν είναι γνωστή η μάζα του και οι διαστάσεις του R .

$$\bar{\rho} = \frac{3M}{4\pi R^3}. \quad (3.34)$$

Για έναν αστέρα νετρονίων ($M \sim 1.4M_{\odot}$, $R \sim 10\text{km}$), η φυσική συχνότητα είναι $f_0 = 1.9\text{kHz}$. Για μία μελανή οπή ($M \sim 10M_{\odot}$, $R \sim 30\text{km}$), η φυσική συχνότητα ταλάντωσης είναι $f_0 = 1\text{kHz}$. Για μια υπερμεγέθη μελανή οπή ($M \sim 2.5 \times 10^6 M_{\odot}$) σαν αυτή που βρίσκεται στο κέντρο του Γαλαξία, η φυσική συχνότητα είναι $f_0 = 1\text{mHz}$. Ο γενικός τύπος που δίνει τη φυσική συχνότητα ταλάντωσης ενός σώματος μάζας και ακτίνας R είναι

$$f_0 = \frac{1}{4\pi} \left(\frac{3M}{R^3} \right) \approx 1\text{kHz} \left(\frac{10M_{\odot}}{M} \right). \quad (3.35)$$

Στο σχήμα (3.2) φαίνονται οι συχνότητες, αλλά και τα πλάτη των βαρυτικών κυμάτων που φτάνουν στη Γη από διάφορες πηγές. Όπως είναι φανερό οι επίγειοι ανιχνευτές, δε μπορούν να ανιχνεύσουν βαρυτικά κύματα από σώματα με μεγάλες μάζες. Τυπικά, το όριο μάζας κάτω από το οποίο πρέπει να είναι η μάζα της πηγής βαρυτικής ακτινοβολίας, ώστε αυτή να είναι ανιχνεύσιμη από τους επίγειους ανιχνευτές, είναι περί τις $10^4 \odot$.

3.2 Πηγές βαρυτικής ακτινοβολίας

Υπάρχουν πολλά αστροφυσικά σώματα και συστήματα αστροφυσικών σωμάτων που μπορούν να είναι ισχυρές πηγές βαρυτικών κυμάτων. Στη συνέχεια θα αναφερθούμε επιγραμματικά σε ορισμένα από αυτά, αναφέροντας ταυτόχρονα τους διάφορους μηχανισμούς παραγωγής βαρυτικής ακτινοβολίας, το αναμενόμενο πλάτος της, όπως αυτό θα μπορούσε να ανιχνευτεί από τη Γη, καθώς και την αναμενόμενη συχνότητα της βαρυτικής ακτινοβολίας που παράγουν. Ιδιαίτερη έμφαση δίνεται στα στενά διπλά συστήματα σχετικιστικών αστροφυσικών σωμάτων που μας ενδιαφέρουν, γιατί αναμένεται να παράγουν ισχυρή βαρυτική ακτινοβολία, κυρίως κατά τα τελευταία στάδια πριν τη σύγκρουση των μελών τους, αλλά και κατά τη διάρκειά της. Τέτοια συστήματα συναντώνται πιο συχνά σε μεγάλες αστρικές συγκεντρώσεις, όπως είναι τα αστρικά σμήνη. Έτσι, μέσω των διπλών συστημάτων μελανών οπών ή αστέρων νετρονίων που διαθέτει ένα σμήνος από αστέρες (σφαιρωτό, ανοιχτό ή νεαρο-υπερμεγέθες), είναι δυνατό να εκπέμπει βαρυτική ακτινοβολία, κι επειδή ένας γαλαξίας διαθέτει από μερικές εκατοντάδες ως και μερικές δεκάδες χιλιάδες σμήνη, είναι δυνατό ένα μεγάλο μέρος της βαρυτικής ακτινοβολίας που θα ανιχνεύσουν οι μελλοντικοί ανιχνευτές, να προέρχονται από αυτά.

3.2.1 Διπλά συστήματα μελανών οπών ή αστέρων νετρονίων

Ένα ζεύγος αστέρων που περιφέρονται γύρω από το κοινό τους κέντρο μάζας, δημιουργεί ένα μεταβαλλόμενο βαρυτικό πεδίο, το οποίο, όπως κάθε μεταβαλλόμενο βαρυτικό πεδίο, παράγει βαρυτική ακτινοβολία. Η ενέργεια που εκπέμπεται μέσω των κυμάτων είναι τόσο μεγαλύτερη, όσο πιο μικρή είναι η απόσταση των δύο σωμάτων. Έτσι, διπλοί αστέρες της κύριας ακολουθίας δεν εκπέμπουν μεγάλες ποσότητες ενέργειας σε βαρυτικά κύματα, καθώς οι διαστάσεις τους είναι μεγάλες και για το λόγο αυτό πριν οι αποστάσεις μεταξύ των κέντρων τους γίνουν αρκετά μικρές για την παραγωγή βαρυτικής ακτινοβολίας, οι επιφάνειες τους συγκρούονται και οι αστέρες θα συγχωνεύονται δίνοντας ένα νέο αστέρα. Αντίθετα, υπέρπυκνα και σχετικά μικρά σε διαστάσεις αστρικά σώματα, όπως λευκοί νάνοι, αστέρες νετρονίων ή μελανές οπές, μπορούν να πλησιάζουν χωρίς να συγκρούονται, κι έτσι διπλά

ζεύγη των σωμάτων αυτών μπορούν να παράγουν ισχυρή βαρυτική ακτινοβολία. Παρακάτω θα προσπαθήσουμε να εκτιμήσουμε τη συχνότητα, όσο και το πλάτος βαρυτικών κυμάτων που προέρχονται από διπλά συστήματα, ενώ στη συνέχεια θα αναφέρουμε τις αναλυτικές εξισώσεις που διέπουν τη συγκεκριμένη φυσική διεργασία. Τα διπλά συστήματα αστερών είναι από τις πιο υποσχόμενες για ανίχνευσή πηγές βαρυτικής ακτινοβολίας και παρουσιάζουν εξαιρετικό ενδιαφέρον, καθώς σε έναν τυπικό γαλαξία ή αστρικό σμήνος το ποσοστό των αστερών που σχηματίζονται σε ζεύγη μπορεί και να υπερβαίνει το 50%. Έτσι, σε όλο το Σύμπαν, αλλά και στο Γαλαξία, αναμένονται πολλές τέτοιες πηγές βαρυτικών κυμάτων.

Το πλάτος ενός βαρυτικού κύματος που προέρχεται από αποκλίσεις της πηγής του από τη σφαιρική συμμετρία, μπορεί να προσεγγιστεί ως

$$h \lesssim \frac{2(Mv_{\text{nonsph}}^2)}{r}. \quad (3.36)$$

Όπου (Mv_{nonsph}^2) είναι το διπλάσιο του τμήματος εκείνου της κινητικής ενέργειας της πηγής που οφείλεται στη μη-σφαιρικότητά της. Η σχέση (3.36) προκύπτει από τη σχέση (3.19) λαμβάνοντας υπόψιν το γεγονός πως το μέγεθος (Mv_{nonsph}^2) μπορεί να προσεγγίσει ικανοποιητικά τη δεύτερη παράγωγο ως προς το χρόνο του τανυστή τετραπολικής ροπής Q_{ij} .

Αν η πηγή είναι δύο αστέρες ίσης μάζας m που περιστρέφονται ο ένας γύρω από τον άλλο σε κυκλική τροχιά ακτίνας R , τότε, λαμβάνοντας υπόψιν πως η συνολική μάζα τους $M = 2m$ μετέχει σε μη σφαιρικά συμμετρικές κινήσεις, η ο όρος (Mv_{nonsph}^2) στη σχέση (3.36) γίνεται

$$(Mv_{\text{nonsph}}^2) = M(\Omega R)^2 = \frac{M^2}{R}, \quad (3.37)$$

όπου είναι η γωνιακή ταχύτητα του διπλού συστήματος. Αντικαθιστώντας στη σχέση (3.36) παίρνουμε μια προσέγγιση του αδιάστατου πλάτους των βαρυτικών κυμάτων από τέτοιες πηγές

$$h \sim 2\left(\frac{M}{r}\right)\left(\frac{M}{R}\right) \quad (3.38)$$

Επειδή η απόσταση R των μελών του διπλού συστήματος δεν είναι εύκολα μετρήσιμο μέγεθος, μπορούμε να την αντικαταστήσουμε με τη γωνιακή συχνότητα ω , παίρνοντας

$$h \sim \frac{2}{r} M^{5/3} \omega^{2/3}. \quad (3.39)$$

Η φωτεινότητα της πηγής σε βαρυτική ακτινοβολία μπορεί σε μονάδες $L_0 = c^5/G$ να προσεγγιστεί ως εξής

$$\frac{L}{L_\odot} \sim \frac{4}{5} \left(\frac{M}{R}\right)^5. \quad (3.40)$$

Ο όρος M/R είναι πάντοτε μικρότερος από τη μονάδα, ενώ προσεγγίζει τη μονάδα, όσο πιο σχετικιστικό είναι το διπλό σύστημα. Όπως, λοιπόν, γίνεται αντιληπτό από την παραπάνω σχέση, όσο πιο σχετικιστικό είναι ένα διπλό σύστημα, τόσο πιο ισχυρή πηγή βαρυτικών κυμάτων αποτελεί.

Η εκπομπή βαρυτικής ακτινοβολίας από ένα διπλό σύστημα, προκαλεί την απώλεια κινητικής ενέργειας, η οποία εκδηλώνεται με μείωση της απόστασης μεταξύ των δύο αστερών.

Η μείωση όμως της απόστασης κάνει το διπλό σύστημα να γίνεται ακόμη πιο σχετικιστικό, με αποτέλεσμα να αυξάνεται ο ρυθμός εκπομπής βαρυτικής ακτινοβολίας. Έτσι, όσο πιο κοντά βρίσκονται οι δύο αστέρες, τόσο πιο γρήγορα μειώνεται η απόστασή τους κάτι που αναπόφευκτα οδηγεί στη σύγκρουσή τους.

Η συχνότητα των βαρυτικών κυμάτων που παράγονται με τον τρόπο αυτό, είναι ίση με το διπλάσιο της συχνότητας περιστροφής του διπλού συστήματος και αυξάνει με το χρόνο, καθώς η περιστροφή του διπλού συστήματος γίνεται όλο και πιο γρήγορα. Ο χαρακτηριστικός χρόνος μέσα στον οποίο γίνεται αυτή η αύξηση της συχνότητας των βαρυτικών κυμάτων είναι

$$t_{\text{chirp}} = \frac{Mv^2}{2}/L \sim \frac{5M}{8} \left(\frac{M}{R} \right)^{-4}. \quad (3.41)$$

Το "chirp" βγαίνει από το κελάιδισμα των πουλιών που ανεβάζουν τη συχνότητα και την έντασή του σταδιακά. Καθώς το διπλό σύστημα εξελίσσεται εκπέμποντας ταυτόχρονα βαρυτική ακτινοβολία, το πλάτος και η συχνότητα των κυμάτων αυξάνονται, αναγκάζοντας το σύστημα να εξελιχθεί ακόμη πιο γρήγορα και οδηγώντας το προς την οριστική σύγκρουση. Για την περίπτωση ενός ζεύγους μελανών οπών, η μεγαλύτερη συχνότητα των βαρυτικών κυμάτων που παράγονται κατά τη σπειροειδή τροχιά του συστήματος, είναι εκείνη της ακτινοβολίας που παράγεται όταν το σύστημα φτάσει στη λεγόμενη τελευταία ευσταθή κυκλική τροχιά του (Innermost Stable Circular Orbit, ISCO). Η συχνότητα των κυμάτων που παράγονται τότε δίνεται από τη σχέση:

$$f_{\text{ISCO}} \sim 220 \left(\frac{20M_{\odot}}{M} \right) \text{Hz}. \quad (3.42)$$

Τα μέλη ενός διπλού συστήματος που περνάει από την τελευταία ευσταθή τροχιά του, συγκρούονται εκπέμποντας βαρυτική ακτινοβολία της τάξης μεγέθους του $L_0 = c^5/G = 3.6 \times 10^{52} \text{W}$ και αυτές είναι από τις πιο ισχυρές πηγές βαρυτικής ακτινοβολίας, όμως η εκπομπή τους διαρκεί μικρό χρονικό διάστημα.

Η παραπάνω περιγραφή και οι εξισώσεις δίνουν μια εικόνα του πως εκπέμπεται η βαρυτική ακτινοβολία από διπλά συστήματα σχετικιστικών σωμάτων και των συνεπειών που έχουν αυτά στο ίδιο το σύστημα που τα εκπέμπει. Για να έχει κανείς μια ακριβή εικόνα και μια ακριβή τιμή για τη φωτεινότητα αυτών των πηγών σε βαρυτική ακτινοβολία, θα πρέπει να καταφύγει στις εξισώσεις της ΓΘΣ και να προσπαθήσει να τις λύσει για την περίπτωση διπλών συστημάτων. Κάτι τέτοιο απαιτεί αριθμητικές μεθόδους, αλλά και υπερυπολογιστές και μόλις πριν από λίγα χρόνια έγινε δυνατή η αριθμητική εξέλιξη συστημάτων αποτελούμενων από δύο μελανές οπές.

Υπάρχει, όμως κι ένας ακόμη τρόπος με τον οποίο μπορεί κανείς να υπολογίσει την εκπεμπόμενη βαρυτική ακτινοβολία από διπλά συστήματα που κάνουν σπειροειδή περιστροφή λόγω της απώλειας ενέργειας. Η μετά-Νευτώνεια θεωρία έχει εφαρμοστεί και δίνει αποτελέσματα που όταν η απόσταση των δύο μελών ενός διπλού συστήματος, δεν είναι πολύ μικρή, συμφωνούν με τις προβλέψεις της ΓΘΣ. Έτσι ο μετα-Νευτώνειος φορμαλισμός μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να μας δώσει αναλυτικές εκφράσεις τόσο για την ενέργεια που εκπέμπεται από ένα σύστημα με τη μορφή βαρυτικών κυμάτων, όσο και για το πως μεταβάλλονται με το χρόνο τα χαρακτηριστικά ενός διπλού συστήματος που εκπέμπει βαρυτική ακτινοβολία.

Σύμφωνα με τους Peters & Mathews [26, 27], αν ένα διπλό σύστημα μελανών οπών με μάζες m_1, m_2 εκτελεί ελλειπτική τροχιά με μεγάλο ημιάξονα α και εκκεντρότητα e , τότε η μέση ενέργεια ανά μονάδα χρόνου που χάνεται σε μια περίοδο της τροχιάς από το σύστημα και εκλύεται με τη μορφή βαρυτικών κυμάτων είναι:

$$\frac{dE}{dt} = -\frac{32}{5} \frac{G^4 m_1^2 m_2^2 (m_1 + m_2)}{c^5 \alpha^5 (1 - e^2)^{7/2}} \left(1 + \frac{73}{24} e^2 + \frac{37}{96} e^4\right). \quad (3.43)$$

Το σύστημα επίσης χάνει και στροφορμή μέσω των βαρυτικών κυμάτων και η μέση απώλεια της ανά περίοδο δίνεται από τη σχέση:

$$\frac{dL}{dt} = -\frac{32}{5} \frac{G^{7/2} m_1^2 m_2^2 (m_1 + m_2)^{1/2}}{c^5 \alpha^{7/2} (1 - e^2)^2} \left(1 + \frac{7}{8} e^2\right). \quad (3.44)$$

Από τις παραπάνω σχέσεις μπορεί κανείς να υπολογίσει το ρυθμό μεταβολής του μεγάλου ημιάξονα του διπλού συστήματος που είναι

$$\frac{d\alpha}{dt} = -\frac{64}{5} \frac{G^3 m_1^2 m_2^2 (m_1 + m_2)^{1/2}}{c^5 \alpha^3 (1 - e^2)^{7/2}} \left(1 + \frac{73}{24} e^2 + \frac{37}{96} e^4\right), \quad (3.45)$$

καθώς και το ρυθμό μεταβολής της εκκεντρότητας

$$\frac{de}{dt} = -\frac{304}{15} e \frac{G^3 m_1^2 m_2^2 (m_1 + m_2)}{c^5 \alpha^4 (1 - e^2)^{5/2}} \left(1 + \frac{121}{304} e^2\right). \quad (3.46)$$

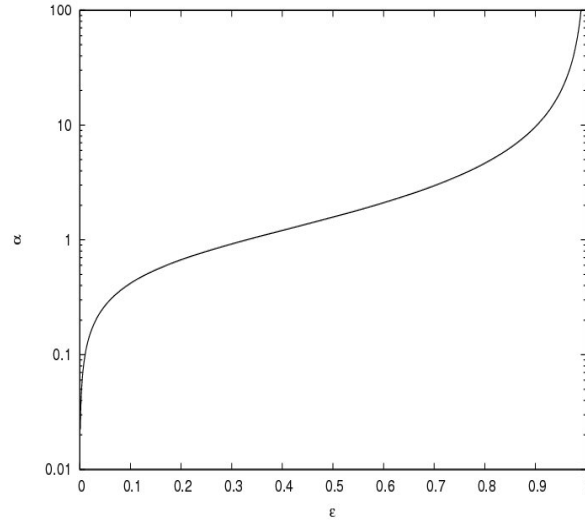
Συνδυάζοντας τις δύο παραπάνω σχέσεις παίρνουμε

$$\frac{d\alpha}{de} = \frac{12}{19} \frac{\alpha}{e} \frac{1 + \frac{73}{24} e^2 + \frac{37}{96} e^4}{(1 - e^2)(1 + \frac{121}{304} e^2)} \quad (3.47)$$

που δείχνει τη μεταβολή του μεγάλου ημιάξονα σε σχέση με την εκκεντρότητα.

Από τη σχέση (3.46) μπορούμε να συμπεράνουμε πως η εκπομπή της βαρυτικής ακτινοβολίας, εκτός από τη συρρίκνωση του μεγάλου ημιάξονα της τροχιάς, έχει ως αποτέλεσμα τη μείωση της εκκεντρότητάς της, καθιστώντας την κυκλική. Έτσι, διπλά συστήματα, ακόμη κι αν έχουν αρχικά τροχιές μεγάλης εκκεντρότητας, καταλήγουν να περιστρέφονται σε κυκλική τροχιά πριν συγκρουστούν. Το γεγονός αυτό φαίνεται στο Σχήμα 3.3, όπου παρουσιάζεται μια γραφική αναπαράσταση της λύσης της σχέσης (3.47). Στη λύση αυτή, υποθέσαμε πως το διπλό σύστημα αποτελείται από δύο μελανές οπές με μάζες $m_1 = m_2 = 1$ που αρχικά κινούνται σε τροχιές με εκκεντρότητα $e = 0.99$ και μεγάλο ημιάξονα $\alpha = 100$ η μια γύρω από την άλλη. Το σύστημα μονάδων που χρησιμοποιήθηκε είναι τέτοιο, ώστε $c = G = 1$. Όπως είναι φανερό από τη γραφική παράσταση, καθώς ο μεγάλος ημιάξονας συρρικνώνεται, η εκκεντρότητα μειώνεται επίσης για να φτάσει να προσεγγίζει την τιμή 0 πριν την οριστική σύγκρουση. Επίσης, είναι προφανές πως στις πιο μικρές τιμές του μεγάλου ημιάξονα, η εκκεντρότητα μεταβάλλεται πιο γρήγορα, όπως θα περίμενε κανείς από τη σχέση (3.47).

Στο Σχήμα 3.4 παρουσιάζεται μια γραφική απεικόνιση της σπειροειδούς τροχιάς ενός διπλού συστήματος μελανών οπών. Για τον υπολογισμό της τροχιάς έχουν χρησιμοποιηθεί



Σχήμα 3.3: Πηγή: Γραφική απεικόνιση της αριθμητικής λύσης της εξίσωσης (3.47).

οι εξισώσεις της μετα-Νευτώνειας θεωρίας. Όπως είναι φανερό, η σμίκρυνση του μεγάλου ημιάξονα γίνεται με συνεχώς αυξανόμενο ρυθμό καθώς τα δύο σώματα οδεύουν προς τη συγκρούση. Από τις παραπάνω σχέσεις μπορεί κανείς να υπολογίσει το χρόνο που θα κάνει ένα δεδομένο σύστημα μέχρι την τελική σύγκρουση και συγχώνευση των μελανών οπών. Στην περίπτωση κυκλικής τροχιάς, αν α_0 είναι η αρχική τιμή της απόστασης των δύο σωμάτων, τότε η χρονική της εξέλιξη θα δίνεται από τη λύση της (3.45) που είναι:

$$\alpha(t) = (\alpha_0^4 - 4\beta t)^{1/4}, \quad (3.48)$$

όπου

$$\beta = \frac{64}{5} \frac{G^3 m_1 m_2 (m_1 + m_2)}{c^5}. \quad (3.49)$$

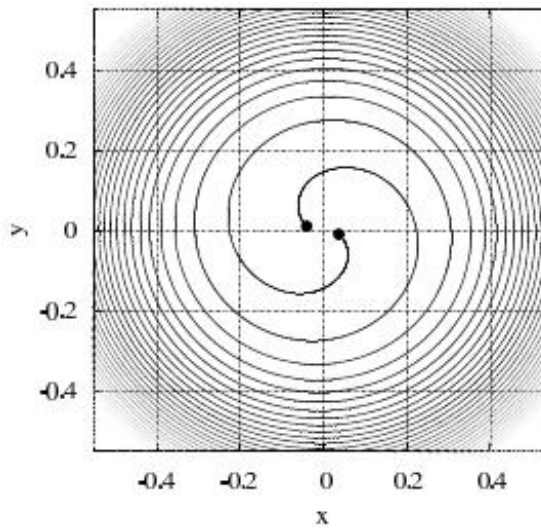
Οπότε ο χρόνος μέσα στον οποίο τα δύο σώματα θα συγκρουστούν προκύπτει από μηδενισμό της σχέσης (3.48)

$$t_{\text{merg}} = \frac{\alpha_0^4}{4\beta} = \frac{5}{256} \frac{c^5}{G^3} \frac{\alpha_0^4}{m_1 m_2 (m_1 + m_2)} \quad (3.50)$$

Οι παραπάνω εξισώσεις ισχύουν τόσο για διπλά συστήματα με μέλη δύο μελανές οπές, όσο για συστήματα με μέλη δύο αστέρες νετρονίων ή συνδυασμό μελανής οπής και αστέρα νετρονίων. Επειδή οι μελανές οπές έχουν γενικά μεγαλύτερη μάζα από τους αστέρες νετρονίων, τα διπλά συστήματα μελανών οπών εκπέμπουν μεγαλύτερης ενέργειας βαρυτική ακτινοβολία, με αποτέλεσμα να φτάνουν στο σημείο της σύγκρουσης ταχύτερα.

Το πλάτος των εκπεμπόμενων βαρυτικών κυμάτων για την περίπτωση ενός ζεύγους αστέρων νετρονίων που εκτελούν κυκλική τροχιά ο ένας γύρω από τον άλλο, είναι:

$$h \sim 5 \times 10^{-22} \left(\frac{M}{2.8 M_\odot} \right)^{2/3} \left(\frac{\mu}{0.7 M_\odot} \right) \left(\frac{f}{100 \text{ Hz}} \right)^{2/3} \left(\frac{15 \text{ Mpc}}{r} \right), \quad (3.51)$$



Σχήμα 3.4: Η σπειροειδής τροχιά πριν τη σύγκρουση ενός διπλού συστήματος μελανών οπών. Πηγή: [28].

όπου $\mu = m_1 m_2 / M$ είναι η ανηγμένη μάζα του συστήματος, $M = m_1 + m_2$ η συνολική του μάζα, f η συχνότητα των παρατηρούμενων κυμάτων και r η απόστασή του από τη Γη. Σύμφωνα με την παραπάνω σχέση, το πλάτος της ακτινοβολίας ενός διπλού συστήματος αστερών νετρονίων με μάζες $m_1 = m_2 = 1.4M_\odot$ που περιστρέφονται με συχνότητα 50Hz, ώστε το βαρυτικό κύμα να έχει τη διπλάσια συχνότητα, και που βρίσκονται σε απόσταση 15Mpc από τη Γη, θα είναι οριακά ανιχνεύσιμο από τους ανιχνευτές πρώτης γενιάς. Σύμφωνα επίσης με τη σχέση αυτή, αν η απόσταση των δύο αστερών νετρονίων είναι 1000km, τότε η ισχύς που εκπέμπεται σε βαρυτική ακτινοβολία θα είναι $L = 4 \times 10^{40} \text{W}$, ενώ ο χρόνος σύγκλισης των δύο αστερών θα είναι 2200s. Όταν συγχωνευτούν οι δύο αστέρες νετρονίων, θα προκύψει, μετά από εκπομπή χαρακτηριστικού σήματος βαρυτικής ακτινοβολίας, μία μελανή οπή που θα περιλαμβάνει σχεδόν το σύνολο της μάζας των δύο αστερών-προγόνων της. Αλλάζοντας κατάλληλα το πεδίο των μαζών στη σχέση (3.51) μπορούμε να πάρουμε το πλάτος της ακτινοβολίας που εκπέμπεται από διπλά συστήματα διαφόρων τύπων μελανών οπών.

Από τα παραπάνω είναι σαφές πως η παρατήρηση ενός στενού διπλού συστήματος, μπορεί να μας δώσει μια έμμεση παρατήρηση των βαρυτικών κυμάτων που παράγονται από αυτό. Η πρώτη παρατήρηση ενός τέτοιου συστήματος έγινε το 1974 από τους Hulse και Taylor και αφορούσε ένα διπλό pulsar του οποίου η τροχιά μεταβαλλόταν εξαιτίας της εκπομπής βαρυτικής ακτινοβολίας. Ο pulsar αυτός με το κωδικό όνομα PSR B1913+16 είναι από τους πιο διάσημους pulsars που έχουν ανιχνευθεί μέχρι τώρα και οι Hulse και Taylor τιμήθηκαν με το βραβείο Nobel για την ανακάλυψή τους αυτή. Ένας διπλός pulsar είναι ιδανικός για να μπορέσει κανείς να μετρήσει την απώλεια ενέργειας και να προσπαθήσει να την ταυτίσει με την πρόβλεψη της ΓΘΣ. Αυτό ισχύει γιατί τα σήματα που στέλνουν οι pulsar μας δίνουν στοιχεία για την ιδιοπεριστροφή τους, αλλά και για τη μάζα τους, κι αν έχουν συνοδό, τότε από την ακτινοβολία τους και μόνο μπορούν να μετρηθούν τόσο τα χαρακτη-

ριστικά του διπλού συστήματος, όσο και η μάζα του συνοδού τους. Αυτό ακριβώς ισχύει και στην περίπτωση του PSR B1913+16 που στην πραγματικότητα πρόκειται για δύο αστέρες νετρονίων που είναι παγιδευμένοι σε μια κλειστή στενή τροχιά ο ένας γύρω από τον άλλο. Η εκκεντρότητα της τροχιάς προσδιορίστηκε και είναι $e = 0.62$, ενώ ο μεγάλος ημιάξονας της τροχιάς είναι $1.95 \times 10^6 \text{ km}$ και η περίοδός του $P = 7.75 \text{ hrs}$. Οι μάζες των δύο αστέρων νετρονίων είναι $1.4 M_{\odot}$. Σε μια προσπάθεια να μετρηθεί ο ρυθμός μεταβολής της περιόδου του συστήματος εξαιτίας της εκπομπής βαρυτικών κυμάτων, θα πρέπει να αφαιρεθούν κατάλληλα όλοι εκείνοι οι παράγοντες που επιδρούν στην περίοδο του και δεν έχουν σχέση με τη βαρυτική ακτινοβολία. Έτσι, λαμβάνοντας υπόψη τη μετρούμενη μετατόπιση του περιηλίου (ανάλογη με τη μετατόπιση του περιηλίου του Ερμή, αλλά πιο ισχυρή), καθώς και τη βαρυτική μετατόπιση των σημάτων προς το ερυθρό, μπόρεσε να προσδιοριστεί το μέρος εκείνο του ρυθμού μεταβολής της περιόδου του διπλού συστήματος που οφείλεται στη βαρυτική ακτινοβολία. Η μέτρηση αυτή είναι $\dot{P}_o = -(2.4184 \pm 0.0009) \times 10^{-12}$. Από την άλλη η θεωρητική πρόβλεψη της ΓΘΣ του ρυθμού ελάτωσης της περιόδου, εξαιτίας της εκπομπής βαρυτικής ακτινοβολίας και της συνεπαγόμενης συρρίκνωσης της τροχιάς, ήταν $\dot{P}_{th} = -(2.40242 \pm 0.00002) \times 10^{-12}$. Τα δύο νούμερα συμφωνούν καλύτερα αν συνυπολογισθεί ότι το σύστημα επιταχύνεται προς το κέντρο του Γαλαξία, κάτι που συμβάλλει στην παρατηρούμενη αλλαγή της περιόδου κι έτσι αφαιρώντας την επίδραση και της επιτάχυνσης αυτής, η τιμή του παρατηρούμενου ρυθμού μεταβολής της περιόδου που θα πρέπει να συγκριθεί με την θεωρητική πρόβλεψη της ΓΘΣ είναι $\dot{P}_o = -(2.4056 \pm 0.0051) \times 10^{-12}$. Είναι φανερό πως η τιμή αυτή είναι πολύ κοντά στην πρόβλεψη της ΓΘΣ. Ο διπλός αυτός pulsar αποδείχθηκε ως μια ακόμη επιβεβαίωση της ΓΘΣ και ως η πρώτη έμμεση παρατήρηση βαρυτικής ακτινοβολίας. Από την παρατήρησή του έως σήμερα, έχουν ανακαλυφθεί κι άλλοι διπλοί pulsars που επιβεβαίωσαν επίσης τις προβλέψεις της ΓΘΣ. Σε όλες σχεδόν τις περιπτώσεις, όπως και στην περίπτωση του PSR B1913+16, μόνο ο ένας από τους δύο αστέρες νετρονίων εκπέμπει ακτινοβολία ως pulsar προς τη Γη. Μια σημαντική ανακάλυψη είναι αυτή του διπλού pulsar PSR J0737-3039A και PSR J0737-3039B [29] του οποίου και τα δύο μέλη είναι ορατά από τη Γη ως pulsars, κι έτσι οι μετρήσεις, καθώς και η σύγκριση τους με τις προβλέψεις της θεωρίας, μπορούν στην περίπτωση αυτή, να είναι ακόμη πιο ακριβείς.

3.2.2 Περιστροφόμενοι, ασύμμετροι αστέρες νετρονίων

Όπως προαναφέρθηκε, ασυμμετρίες που μπορεί να υπάρχουν σε σώματα, είναι υπεύθυνες για εκπομπή βαρυτικής ακτινοβολίας. Οι αστέρες νετρονίων είναι, μαζί με τις μελανές οπές, τα σώματα εκείνα που δημιουργούν τα πιο ισχυρά βαρυτικά πεδία στο Σύμπαν, και ασυμμετρίες που μπορούν να υπάρχουν στη δομή τους, μπορεί να παράγουν ισχυρά βαρυτικά κύματα. Ο κύριος λόγος για τον οποίο ένας αστέρας νετρονίων μπορεί να αποκλίνει από τη σφαιρική δομή του είναι η στροφορμή του. Όσο πιο μεγάλη είναι η στροφορμή ενός αστέρα νετρονίων, τόσο μεγαλύτερη είναι και η πλάτυνσή του στον ισημερινό και αν η περιστροφή του γίνεται με πολύ μεγάλο ρυθμό, τότε αυτές οι ασυμμετρίες μπορεί να είναι τόσο μεγάλες, που να προκαλέσουν την αστάθεια του αστέρα. Ο ταχύτερα περιστροφόμενος αστέρας νετρονίων που έχει εντοπιστεί στο Γαλαξία, περιστρέφεται μία φορά κάθε 1.56 msec . Αστέρες νετρονίων είναι δυνατόν να περιστρέφονται ακόμη πιο γρήγορα αμέσως

μετά τη δημιουργία τους, κάτι προκύπτει από τη διατήρηση της στροφορμής, καθώς η ακτίνα του αρχικού αστέρα συρρικνώνεται, οπότε η ταχύτητα περιστροφής θα πρέπει να αυξηθεί. Κατά τη σύντομη διάρκεια της της φάσης αυτής, ο αστέρας νετρονίων περιστρέφεται με τόσο μεγάλη ταχύτητα, που δημιουργούνται αστάθειες οι οποίες απειλούν να αποδομήσουν τον αστέρα. Όμως, τα βαρυτικά κύματα που παράγονται από τις ασυμμετρίες που δημιουργούνται από τις αστάθειες αυτές, αφαιρούν, με πολύ γρήγορο ρυθμό, σημαντικό μέρος από την περιστροφική του ενέργεια, επιβραδύνοντας την περιστροφή του και μειώνοντας με τον τρόπο αυτό το μέγεθος των αστάθειων. Το τελικό αποτέλεσμα είναι ένας ταχέως περιστρεφόμενος αστέρας, που ωστόσο περιστρέφεται βραδύτερα από ότι στο αρχικό στάδιο της δημιουργίας του.

Τα βαρυτικά κύματα που παράγονται κατά το σχηματισμό αστέρων νετρονίων, είναι χαρακτηριστικά και πιθανή ανίχνευσή τους θα δώσει πληροφορίες για τις ιδιότητες των αστέρων νετρονίων που τα παράγουν. Με τον τρόπο αυτό είναι δυνατό να προσδιοριστεί η μάζα του νεογέννητου αστέρα νετρονίων, η ακτίνα του, η στροφορμή του, αλλά και λεπτομέρειες σχετικά με την καταστατική εξίσωση της ύλης του, αλλά και τη δομή του. Με τη σημερινή ακρίβεια των ανιχνευτών δεν έχει ανιχνευτεί κάποιο βαρυτικό κύμα που να προέρχεται από ταχέως περιστρεφόμενους αστέρες νετρονίων κι έτσι τα μόνα συμπεράσματα που μπορεί να εξαχθούν αφορούν σε προσεγγίσεις των ασυμμετριών που ορισμένοι γνωστοί αστέρες νετρονίων μπορούν να έχουν. Έτσι, ο αστέρας νετρονίων που είναι γνωστός ως Crab pulsar, ίσως ο πιο γνωστός pulsar, δε μπορεί να έχει ελλειπτικότητα, δηλαδή απόκλιση από τη σφαιρική συμμετρία λόγω της περιστροφής του, μεγαλύτερη από 9×10^{-4} .

3.2.3 Μελανές οπές

Μια μελανή οπή που έχει υποστεί μια διαταραχή, εκπέμπει χαρακτηριστικά βαρυτικά κύματα τα οποία περιέχουν πληροφορίες τόσο για τη μάζα της μελανής οπής, όσο και για τη στροφορμή της. Σύμφωνα με τη σχέση (3.33), η συχνότητα των βαρυτικών κυμάτων που παράγονται από μια μελανή οπή μάζας είναι αντίστροφα ανάλογη της μάζας της, ενώ με απλές προσεγγίσεις μπορεί να υπολογιστεί η τάξη μεγέθους του αδιάστατου πλάτους τους, όταν αυτά φτάνουν στη Γη. Αν r είναι η απόσταση της μελανής οπής από τη Γη και v είναι ο συντελεστής που προσδιορίζει την αποτελεσματικότητα με την οποία η μελανή οπή μετατρέπει την ενέργεια σε βαρυτικά κύματα, τότε, για μελανές οπές ηλιακής μάζας που βρίσκονται σε αποστάσεις συγκρίσιμες με 200Mpc, το αδιάστατο πλάτος των βαρυτικών κυμάτων που φτάνουν στη Γη είναι

$$h \approx 10^{-21} \left(\frac{v}{0.25} \right) \left(\frac{M}{20M_{\odot}} \right) \left(\frac{r}{200\text{Mpc}} \right)^{-1} \quad (3.52)$$

Αν η μελανή οπή είναι μια υπερμεγέθους μελανή οπή στο κέντρο ενός γαλαξία που βρίσκεται σε κοσμολογικές αποστάσεις, τότε

$$h \approx 3 \times 10^{-17} \left(\frac{v}{0.25} \right) \left(\frac{M}{2 \times 10^6 M_{\odot}} \right) \left(\frac{r}{6.5\text{Gpc}} \right)^{-1} \quad (3.53)$$

Μια μελανή οπή μπορεί να διαταραχθεί αν συγκρουστεί με ένα άλλο σώμα που μπορεί να είναι μια άλλη μελανή οπή, ένας αστέρας νετρονίων ή λευκός νάνος ή ακόμη κι ένας

αστέρας της κύριας ακολουθίας. Σύμφωνα με τη σχέση (3.33) η συχνότητα των βαρυτικών κυμάτων που παράγονται από το αποτέλεσμα της σύγκρουσης δύο μελανών οπών με μάζες $10M_{\odot}$ είναι 500Hz και από τη σχέση (3.52) προκύπτει πως το αδιάστατο πλάτος των βαρυτικών αυτών κυμάτων θα είναι $h \sim 10^{-21}$, οπότε θα μπορούσε να γίνει αντιληπτό από την πρώτη γενιά επίγειων ανιχνευτών με κατάλληλη επεξεργασία του σήματος. Από την άλλη, η πτώση μιας μελανής οπής μάζας $10M_{\odot}$ σε μια υπερμεγέθη μελανή οπή μάζας $10^6M_{\odot}$ θα παράγει κύματα συχνότητας 30mHz. Αν η σύγκρουση αυτή γίνει σε απόσταση 6.5Gpc που αντιστοιχεί σε $z = 1$, τότε τα βαρυτικά κύματα αυτά θα φτάσουν στη Γη μετατοπίζοντας τη συχνότητά τους στα 15mHz και θα είναι ανιχνεύσιμα από τον πρώτο διαστημικό ανιχνευτή βαρυτικής ακτινοβολίας, LISA, που αναμένεται να λειτουργήσει μέχρι το 2020. Στην περίπτωση της σύγκρουσης μεταξύ δύο υπερμεγέθων μελανών οπών μάζας $10^6M_{\odot}$ σε κοσμολογικές αποστάσεις, το αδιάστατο πλάτος των κυμάτων θα είναι πολύ μεγάλο, της τάξης του $h \sim 10^{-17}$, δείγμα της τεράστιας ενέργειας που εκλύεται με τη μορφή βαρυτικών κυμάτων στην περίπτωση αυτή. Η μετατόπιση προς το ερυθρό θα κάνει τα κύματα αυτά, όταν φτάσουν στο ηλιακό σύστημα, να έχουν συχνότητα 7.5mHz και είναι σίγουρο πως θα μπορέσουν να ανιχνευτούν από την LISA, που θα είναι ευαίσθητη σε χαμηλές συχνότητες βαρυτικών κυμάτων. Τα συμπεράσματα από την ανίχνευσή τέτοιων βαρυτικών κυμάτων θα έχουν να κάνουν τόσο με τις ιδιότητες των πηγών τους (μάζες και ιδιοπεριστροφές των μελανών οπών πριν και μετά τη συγχώνευσή τους), όσο και για την ισχύ ορισμένων θεωριών σχετικών με μελανές οπές, όπως του θεωρήματος no-hair. Σύμφωνα με αυτό το θεώρημα, μια μελανή οπή περιγράφεται από μόνο τη μάζα, το φορτίο και την ιδιοπεριστροφή της και δεν περιλαμβάνει καμία πληροφορία σχετικά με τις ιδιότητες του σώματος που την παρήγαγε. Όλες οι υπόλοιπες πληροφορίες βρίσκονται κρυμμένες πίσω από τον ορίζοντα γεγονότων της μελανής οπής ή χάνονται κατά τη διάρκεια της δημιουργίας του, κι έτσι ένας εξωτερικός παρατηρητής δε μπορεί να έχει πρόσβαση σε αυτές.

3.2.4 Βαρυτική κατάρρευση αστέρων

Οι αστέρες νετρονίων και οι μελανές οπές με μάζες συγκρίσιμες της ηλιακής, δημιουργούνται από τη βαρυτική κατάρρευση αστέρων ή από την κατάρρευση του πυρήνα ενός λευκού νάνου που προσαυξάνει τη μάζα του μέσω ενός δίσκου προσαύξεσης αερίου. Σε κάθε περίπτωση, αν η κατάρρευση δεν είναι σφαιρικά συμμετρική, κάτι που μπορεί να οφείλεται σε έντονη περιστροφή, παράγονται βαρυτικά κύματα μέσω των οποίων εκπέμπεται ένα μέρος της ενέργειας και της στροφορμής του αρχικού αστέρα. Πιστεύεται πως υπερκαινοφανείς τύπου II συμβαίνουν με ρυθμό 0.1 – 0.01 ανά χρόνο σε ένα γαλαξία σαν το δικό μας. Έτσι, λαμβάνοντας υπόψιν τον αριθμό των γαλαξιών που υπάρχουν στο πλησιέστερο προς εμάς γαλαξιακό σμήνος, αυτό της Παρθένου (Virgo Cluster), μπορούμε να υποθέσουμε πως στο σμήνος αυτό εκρήγνυνται περίπου 30 υπερκαινοφανείς τέτοιου τύπου κάθε χρόνο.

Αν και ο τομέας της Υπολογιστικής Αστροφυσικής έχει σημειώσει ραγδαία ανάπτυξη τα τελευταία χρόνια, μέχρι στιγμής δεν είναι δυνατό να υπολογιστούν με ακρίβεια όλες οι λεπτομέρειες μιας έκρηξης υπερκαινοφανούς, λαμβάνοντας υπόψιν όλες τις πολύπλοκες φυσικές διεργασίες, όπως υδροδυναμική σε 3 διαστάσεις, μεταφορά νετρίνων, πυρηνικές διεργασίες, μαγνητικό πεδίο και περιστροφή. Έτσι δεν υπάρχει κάποιος λεπτομερής προσδιορισμός της βαρυτικής ακτινοβολίας που παράγεται από την βαρυτική κατάρρευση των

αστέρων. Παρόλα αυτά, απλουστευμένες προσομοιώσεις προτείνουν πως τα βαρυτικά κύματα που παράγονται κατά την έκρηξη μπορεί να αφαιρούν το $10^{-7} - 10^{-5}$ της ολικής μάζας-ενέργειας του αστέρα. Η συχνότητα των βαρυτικών κυμάτων αυτών υπολογίζεται πως θα είναι μεταξύ 200Hz και 1000Hz. Μία προσέγγιση του πλάτους h ενός βαρυτικού κύματος συχνότητας f που θα έφτανε στη Γη προερχόμενο από μια έκρηξη υπερκαινοφανούς που έγινε σε απόσταση r από τον Ήλιο, η οποία διήρκεσε χρόνο T κι εξέπεμψε σε βαρυτικά κύματα ενέργεια E , είναι

$$h \sim 6 \times 10^{-21} \left(\frac{E}{10^{-7} M_{\odot}} \right)^{1/2} \left(\frac{1 \text{ms}}{T} \right)^{1/2} \left(\frac{1 \text{kHz}}{f} \right) \left(\frac{10 \text{kpc}}{r} \right). \quad (3.54)$$

Αν η έκρηξη υπερκαινοφανούς συνέβη μέσα στο Γαλαξία όπου $r \sim 10 \text{kpc}$, είχε διάρκεια $T \sim 1 \text{ms}$, και αφαίρεσε ενέργεια ίση προς $E \sim 10^{-7} M_{\odot}$, τότε το αδιάστατο πλάτος των βαρυτικών κυμάτων συχνότητας 1kHz που θα έφταναν στη Γη, θα ήταν $h \sim 6 \times 10^{-21}$. Όπως θα δούμε παρακάτω, οι σημερινοί ανιχνευτές είναι σε θέση να διακρίνουν κύματα με παραπλήσιο πλάτος, όμως για να γίνει αυτό θα πρέπει η έκρηξη υπερκαινοφανούς να γίνει μέσα στο Γαλαξία, όπου περιμένουμε να συμβαίνει μία τέτοια έκρηξη ανά περίπου 50 χρόνια [30]. Έτσι, με τη σημερινή ακρίβεια των ανιχνευτών, είναι μάλλον απίθανο να εντοπιστεί μία έκρηξη υπερκαινοφανούς, καθώς σήματα από τέτοιες εκρήξεις που συμβαίνουν σε άλλους γαλαξίες, είναι πολύ ασθενή για να μπορούν να παρατηρηθούν.

3.2.5 Μεγάλη Έκρηξη

Εκτός από τη βαρυτική ακτινοβολία που προέρχεται από διακριτές πηγές, το Σύμπαν θα πρέπει να έχει κι ένα υπόβαθρο βαρυτικών κυμάτων που θα προέρχεται από υπέρθεση των βαρυτικών κυμάτων πολλών πηγών. Μία από τις πηγές που μπορεί να συμβάλλουν σε αυτήν τη βαρυτική ακτινοβολία υποβάθρου (σε αναλογία με την μικροκυματική ακτινοβολία υποβάθρου) είναι η ίδια η Μεγάλη Έκρηξη, τα βαρυτικά κύματα της οποίας ταξιδεύουν στο Σύμπαν σχεδόν από τη στιγμή της δημιουργίας του. Τα κύματα αυτά, δεν θα έχουν αλλοιωθεί σημαντικά, καθώς, όπως προαναφέρθηκε, η αλληλεπίδραση ενός βαρυτικού κύματος με την ύλη είναι απειροελάχιστη. Βέβαια, επειδή η απόσταση από τη στιγμή που παρήχθησαν μέχρι σήμερα είναι μεγάλη, το πλάτος τους αναμένεται να είναι εξαιρετικά χαμηλό, κι έτσι, ίσως να αποτελεί και το τελευταίο όριο ευαισθησίας ενός ανιχνευτή. Τα κύματα της Μεγάλης Έκρηξης, σύμφωνα με τη θεωρία, παρήχθησαν περίπου $10^{-32} - 10^{-30} \text{s}$ από τη στιγμή της δημιουργίας του Σύμπαντος, και μεταφέρουν πληροφορίες για το εξαιρετικά νεαρό Σύμπαν. Ενδεικτικά, τα πρώτα φωτόνια του Σύμπαντος, που σήμερα αποτελούν την ακτινοβολία υποβάθρου, προέρχονται από μια εποχή που το Σύμπαν ήταν ήδη 380.000 ετών, ενώ τα νετρίνα της Μεγάλης Έκρηξης, που δεν έχουν εντοπιστεί μέχρι σήμερα, δημιουργήθηκαν περίπου 1s μετά τη Μεγάλη Έκρηξη. Οι πληροφορίες που μεταφέρουν τα βαρυτικά κύματα της Μεγάλης Έκρηξης, αν αποκωδικοποιηθούν, θα φωτίσουν πολλά σκοτεινά σημεία της Κοσμολογίας τα οποία δεν είναι δυνατόν να αποσαφηνιστούν χωρίς πληροφορίες που να προέρχονται από τα πολύ πρώιμα στάδια της δημιουργίας του Σύμπαντος.

3.3 Ανίχνευση βαρυτικής ακτινοβολίας

Η άμεση ανίχνευσή της βαρυτικής ακτινοβολίας, όπως προαναφέρθηκε, είναι δύσκολη διαδικασία, λόγω της ασθενούς αλληλεπίδρασης της με την ύλη. Τα τελευταία χρόνια, η τεχνολογική ανάπτυξη έκανε δυνατή τη δημιουργία ανιχνευτών, που όμως μέχρι στιγμής και με την υπάρχουσα ευαισθησία που διαθέτουν, δεν έχουν επιβεβαιωμένα παρατηρήσει κάποια ένδειξη βαρυτικών κυμάτων. Η ανίχνευσή αναμένεται να γίνει στο εγγύς μέλλον, με την αναβάθμιση των υπάρχοντων ανιχνευτών και τη δημιουργία νέων που θα έχουν βελτιωμένη ευαισθησία. Πάντως οι ανιχνευτές με την παρούσα ευαισθησία, είναι δυνατό να παρατηρήσουν βαρυτικά κύματα που να προέρχονται από κάποιο καταστροφικό γεγονός που θα συμβεί στο Γαλαξία (π.χ. μια έκρηξη υπερκαινοφανούς).

Οι ανιχνευτές βαρυτικών κυμάτων μπορούν να χωριστούν σε δύο κατηγορίες: στους ανιχνευτές συντονισμού μάζας και στα συμβολόμετρα laser. Οι πρώτοι είναι και αυτοί που κατασκευάστηκαν πρώτοι χρονικά και αποτελούνται από μεγάλους, συμπαγείς μεταλλικούς κυλίνδρους ή σφαίρες που στις μέρες μας ψύχονται σε θερμοκρασίες πολύ κοντά στους 0K. Οι ανιχνευτές αυτοί είναι ευαίσθητοι σε πολύ στενές περιοχές συχνοτήτων που εξαρτώνται από τα φυσικά χαρακτηριστικά τους. Από την άλλη, τα συμβολόμετρα laser, όντας επίτευγμα της υψηλής τεχνολογίας των τελευταίων ετών, έχουν σαφώς μικρότερη ιστορία, όμως είναι ευαίσθητα σε μεγάλες περιοχές συχνοτήτων. Η αναβάθμιση των κυριότερων συμβολομέτρων που έχουν ήδη κατασκευαστεί αναμένεται να περατωθεί μέχρι το 2014, ενώ η αποστολή ενός συμβολόμετρου στο διάστημα, υπολογίζεται να γίνει μετά το 2020. Τα όργανα αυτά αναμένεται να πραγματοποιήσουν την πρώτη άμεση παρατήρηση βαρυτικών κυμάτων. Από τη στιγμή της πρώτης παρατήρησης, τα βελτιωμένα όργανα θα δίνουν συνεχή δεδομένα στους αστρονόμους η επεξεργασία των οποίων θα δώσει μια νέα ώθηση στην Αστροφυσική και την ταυτόχρονη ανάπτυξη ενός νέου κλάδου της, της Αστροφυσικής Βαρυτικών Κυμάτων.

Παρακάτω δίνουμε τις βασικές αρχές, και την ευαισθησία των διαφόρων τύπων ανιχνευτών που έχουν κατασκευαστεί, κατασκευάζονται ή σχεδιάζονται για το μέλλον.

3.3.1 Ανιχνευτές συντονισμού μάζας

Πρώτος ο Joseph Weber [31], κατασκεύασε έναν ανιχνευτή βαρυτικής ακτινοβολίας που αποτελούνταν από δυο συμπαγείς κυλίνδρους αλουμινίου. Η βασική στη σχεδίαση του ανιχνευτή, ήταν πως ένα βαρυτικό κύμα που θα διαπερνούσε τους κυλίνδρους, θα τους έκανε να ταλαντωθούν και παρατηρώντας τις ταλαντώσεις αυτές, θα μπορούσε κανείς να ανιχνεύσει την διέλευση του κύματος, αλλά και τα χαρακτηριστικά του. Βέβαια, αυτό δεν είναι μια εύκολη διαδικασία.

Σήμερα ένας τυπικός ανιχνευτής αυτού του τύπου, αποτελείται από έναν συμπαγή μεταλλικό κύλινδρο ή σφαίρα με διαστάσεις $l \sim 3\text{m}$ και μάζα $M \sim 1000\text{kg}$. Ένας τέτοιος ανιχνευτής μπορεί να ανιχνεύσει κύματα με συχνότητες μέσα σε ένα πολύ στενό εύρος συχνοτήτων (της τάξης των $20 - 50\text{Hz}$) στην περιοχή συχνοτήτων $800\text{Hz} \lesssim f \lesssim 900\text{Hz}$. Ένα βαρυτικό κύμα με πλάτος $h \sim 10^{-21}$ που θα είχε συχνότητα κοντά στη συχνότητα συντονισμού του ανιχνευτή, θα του προκαλούσε ταλαντώσεις με πλάτος

$$\delta l \sim h l \sim 10^{-21} \text{m}. \quad (3.55)$$

Είναι πολύ δύσκολο να μετρηθούν ταλαντώσεις ενός σώματος με τέτοιο πλάτος, καθώς εκτός από την ευαισθησία των οργάνων μέτρησης των ταλαντώσεων υπάρχουν κι άλλες μεταβολές του σχήματος του ανιχνευτή, που δεν οφείλονται στα βαρυτικά κύματα. Οι κινήσεις αυτές μπορούν να περιοριστούν, αλλά όχι να εξαλειφθούν, δημιουργώντας έτσι ένα υπόβαθρο θορύβου στις μετρήσεις, το οποίο είναι μεγαλύτερο από την απαιτούμενη ευαισθησία. Οι κυριότερες πηγές θορύβου για τους ανιχνευτές συντονισμού μάζας είναι:

1. **Θερμικός θόρυβος.** Ο πρώτος ανιχνευτής συντονισμού μάζας λειτουργούσε σε θερμοκρασία δωματίου, όμως οι σημερινοί ανιχνευτές αυτού του τύπου ψύχονται με ειδικές διατάξεις σε θερμοκρασίες 100mK. Ακόμη και στις τόσο χαμηλές θερμοκρασίες αυτές, η θερμική κίνηση των μορίων του μετάλλου είναι σε θέση να οδηγήσει σε μεταβολές των διαστάσεων του ανιχνευτή της τάξης

$$dl = \left(\frac{kT}{4\pi^2 M f^2} \right)^{1/2} \sim 6 \times 10^{-18} \text{m}. \quad (3.56)$$

Η τιμή αυτή, βέβαια, είναι πολύ μεγαλύτερη από την απαιτούμενη ευαισθησία του οργάνου, όμως βελτιώσεις της μπορούν να γίνουν με τη βελτίωση του συντελεστή ποιότητας $Q = 2\pi^2 f_0 \tau$ του ανιχνευτή. Όπου f_0 είναι η κύρια συχνότητα ταλάντωσης του ανιχνευτή και τ είναι ο χαρακτηριστικός χρόνος μέσα στον οποίο οι θερμικές ταλαντώσεις διαδίδονται στο υλικό του. Αν ο συντελεστής Q για την κύρια συχνότητα πάρει τιμές της τάξης του 10^6 , τότε ο χρόνος διάδοσης των θερμικών κινήσεων θα είναι της τάξης των 1000s. Ένα βαρυτικό κύμα που θα διαπεράσει όμως τον ανιχνευτή, προερχόμενο από κάποιο καταστροφικό και ταυτόχρονα σύντομο γεγονός, θα προκαλούσε αλλαγές στις διαστάσεις του μέσα σε χρόνο της τάξης του 1ms, οπότε σε τόσο μικρό χρόνο, οι θερμικές κινήσεις των μορίων, δε μπορούν να αλλάξουν ουσιαστικά τις διαστάσεις του ανιχνευτή. Με βάση τα παραπάνω, ο θερμικός θόρυβος κατά τη διέλευση του κύματος περιορίζεται στο να προκαλεί αλλαγές στις διαστάσεις του οργάνου κατά

$$dl_{\text{th:1ms}} = \left(\frac{kT}{4\pi^2 M f^2 Q} \right)^{1/2} \sim 6 \times 10^{-21}. \quad (3.57)$$

Έτσι, ο θερμικός θόρυβος των σύγχρονων ανιχνευτών αυτού του τύπου μπορεί να γίνει αρκετά χαμηλός, ώστε να μην παρεμποδίζει την ανίχνευσή βαρυτικών κυμάτων που διέρχονται από αυτόν κι έχουν συχνότητα κοντά στη συχνότητα συντονισμού του. Μια εκτίμηση του αδιάστατου πλάτους της ακτινοβολίας που μπορεί να ανιχνεύσει ένας τέτοιος ανιχνευτής που βρίσκεται σε θερμοκρασία T , έχει μάζα M , μήκος L και συντελεστή ποιότητας Q είναι

$$h \sim \frac{1}{2\pi f_0 L Q} \sqrt{\frac{15kT}{M}}. \quad (3.58)$$

2. **Θόρυβος των αισθητήρων.** Ένα σύστημα από αισθητήρες, προσκολλημένους επάνω στο μεταλλικό ανιχνευτή, μετατρέπουν τις μηχανικές ταλαντώσεις του σε ηλεκτρική ενέργεια κι ένας ενισχυτής, αφού αυξήσει το ηλεκτρικό σήμα, έπειτα το καταγράφει.

Αν η ανίχνευση της ταλάντωσης γινόταν με ιδεατό τρόπο, τότε ένας τέτοιος ανιχνευτής θα μπορούσε να ανιχνεύσει σήματα όλων των συχνοτήτων. Στην πραγματικότητα, όμως, οι ενισχυτές των σημάτων εισάγουν θόρυβο, που κάνει δύσκολη την ανίχνευσή ασθενών ταλαντώσεων που μπορεί να οφείλονται στη διέλευση βαρυτικών κυμάτων. Έτσι, βαρυτικά κύματα διαφορετικής συχνότητας από τη συχνότητα συντονισμού f_0 του ανιχνευτή θα προκαλούν ταλαντώσεις που, αν και θα καταγράφονται, θα είναι τόσο ασθενικές, που θα χάνονται μέσα στο θόρυβο που εισάγει ο ενισχυτής. Μόνο βαρυτικά κύματα συχνότητας κοντά στη συχνότητα f_0 , που κάνουν τον ανιχνευτή να ταλαντώνεται με μέγιστο πλάτος, θα μπορούν να ανιχνεύονται, γιατί η ταλάντωση αυτή θα μπορεί να διακριθεί μέσα στο θόρυβο που εισάγουν οι ηλεκτρικές διατάξεις. Από τα παραπάνω καταλαβαίνουμε πως όσο μικρότερος είναι ο θόρυβος από τους αισθητήρες και τον ενισχυτή του ανιχνευτή, τόσο μεγαλύτερο μπορεί να είναι και το εύρος των συχνοτήτων στις οποίες αυτός μπορεί να εντοπίσει ένα βαρυτικό κύμα.

3. **Κβαντικός θόρυβος.** Ακόμη κι αν ο θερμικός θόρυβος περιοριστεί σε πολύ χαμηλά επίπεδα, υπάρχει ένας θόρυβος που δύσκολα μπορεί ένας ανιχνευτής να περιορίσει. Αυτός είναι ο κβαντικός θόρυβος, που έχει την προέλευσή του στην αρχή της απροσδιοριστίας. Ο θόρυβος αυτός προκαλεί δονήσεις του ανιχνευτή της τάξης

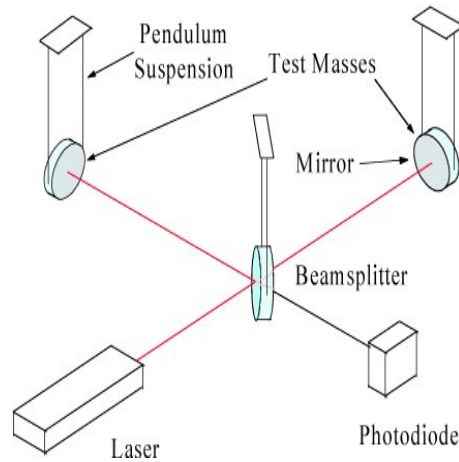
$$dl = \left(\frac{\hbar}{2\pi M f} \right)^{1/2} \sim 4 \times 10^{-21} \quad (3.59)$$

που είναι συγκρίσιμες σε πλάτος με αυτές του θερμικού θορύβου για 1ms. Κάποιος θα πίστευε πως ο κβαντικός θόρυβος είναι μία πηγή θορύβου που δε μπορεί να ξεπεραστεί, όμως αυτό δεν είναι απόλυτα αληθές, γιατί οι αβεβαιότητες που εισάγει η αρχή της απροσδιοριστίας, εισάγονται στις μετρήσεις της ενέργειας διέγερσης του ανιχνευτή που δεν είναι το μόνο μέγεθος που, μετρούμενο, μπορεί να δείξει πως ένα βαρυτικό κύμα τον διαπέρασε. Είναι πιθανόν να υπάρχουν κι άλλα μεγέθη που διεγείρονται κατά την έλευση του κύματος και που μπορούν να μετρηθούν με μεγαλύτερη ακρίβεια, συμπίεζοντας κατά κάποιον τρόπο την απροσδιοριστία σε αυτά.

Οι κυριότεροι ανιχνευτές συντονισμού μάζας που λειτουργούν αυτή τη στιγμή είναι ο ALLEGRO που βρίσκεται στο πανεπιστήμιο της Louisiana και συνεργάζεται με τον LIGO, ένα συμβολομετρικό ανιχνευτή βαρυτικής ακτινοβολίας, ο Nautilus που βρίσκεται στο Frascati κοντά στη Ρώμη, ο Auriga στο Lergano, ο Explorer στο CERN και ο NIOBE στην Αυστραλία. Επειδή δεν αρκεί μία και μόνη παρατήρηση από ένα και μόνο ανιχνευτή για να επιβεβαιωθεί ένα σημαντικό γεγονός, όπως αυτό της ανίχνευσής βαρυτικών κυμάτων, οι παραπάνω ανιχνευτές συνεργάζονται, ώστε να υπάρχει επιβεβαίωση μιας πιθανής παρατήρησης από δύο ή περισσότερους από αυτούς.

3.3.2 Συμβολόμετρα laser

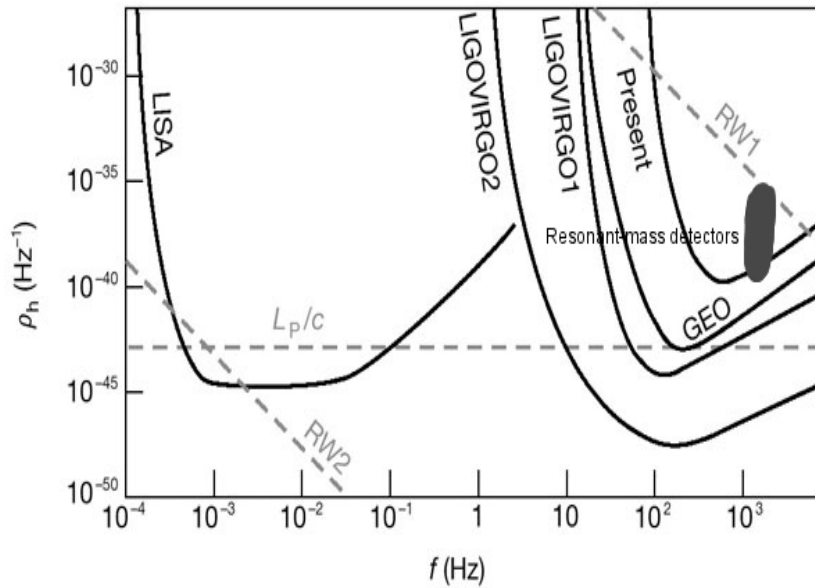
Η τεχνολογική ανάπτυξη των τελευταίων δεκαετιών οδήγησε στην κατασκευή ενός νέου τύπου ανιχνευτών, των συμβολομέτρων laser. Η αρχή λειτουργίας τους είναι παρόμοια με αυτή ενός απλού συμβολομέτρου φωτός, ενώ η ανίχνευσή των βαρυτικών κυμάτων θα γίνει



Σχήμα 3.5: Αρχή λειτουργίας ενός συμβολόμετρου laser. Πηγή: [25].

με αυτά από τη σύγκριση των αποστάσεων μεταξύ δύο διαφορετικών σημείων σε διαφορετικές κατευθύνσεις. Στο σχήμα 3.5 παρουσιάζεται μια παράσταση της διάταξης ενός τέτοιου συμβολόμετρου. Μια δέσμη laser εκπέμπεται από την πηγή και αφού προσκρούσει στον διαμοιραστή ακτίνας (beamsplitter), χωρίζεται σε δύο επιμέρους δέσμες που ταξιδεύουν προς διευθύνσεις που σχηματίζουν μεταξύ τους γωνία 90° . Οι δύο δέσμες, αφού διανύσουν κάποιο μήκος που σε ορισμένες περιπτώσεις φτάνει και τα 4km, ανακλώνται σε ένα κάτοπτρο, που είναι ειδικά προσαρμοσμένο επάνω σε ένα εκκρεμές. Τελικά, οι δύο δέσμες κατευθύνονται προς τα πίσω και συλλέγονται σε μια φωτοδίοδο. Με τον τρόπο αυτό, μετράται με μεγάλη ακρίβεια το μήκος των δύο βραχιόνων μέσα στους οποίους ταξιδεύουν οι δέσμες laser, κι έτσι, αν ένα βαρυτικό κύμα διαπεράσει το σύστημα, μεταβάλλοντας το μήκος του ενός ή και των δύο βραχιόνων, είναι δυνατό οι μεταβολές αυτές να παρατηρηθούν κι έτσι να ανιχνευτεί το βαρυτικό κύμα. Για να γίνει μια τέτοια ανίχνευση, θα πρέπει το μετρούμενο μήκος, να είναι μεγαλύτερο από το μήκος κύματος της βαρυτικής ακτινοβολίας κι επειδή γενικά τα βαρυτικά κύματα έχουν μεγάλο μήκος κύματος, οι δύο βραχίονες θα πρέπει να είναι όσο το δυνατόν μεγαλύτεροι. Επειδή, το κόστος αλλά και άλλοι παράγοντες περιορίζουν το μέγεθος των βραχιόνων των σημερινών συμβολομέτρων στα 4km, μέτρηση μεγαλύτερου μήκους επιτυγχάνεται με το να φροντίσει κανείς έτσι ώστε οι ακτίνες laser να ανακλαστούν αρκετές φορές στα κάτοπτρα πριν συλλεχθούν στη φωτοδίοδο. Με τον τρόπο αυτό το ενεργό μέγεθος των βραχιόνων μπορεί να είναι μέχρι και 300km. Λαμβάνοντας υπ' όψιν αυτό, η ανίχνευση ενός βαρυτικού κύματος αδιάστατου πλάτους $h \sim 10^{-22}$ μπορεί να γίνει αν, με την υπάρχουσα τεχνολογία, είναι δυνατό να μετρηθούν πολύ μικρές αποστάσεις της τάξης των $\Delta L = hL \approx 3 \times 10^{-15} \text{ cm}$. Οι αποστάσεις αυτές είναι της τάξης μεγέθους του πυρήνα ενός ατόμου και από την επισήμανση αυτή, είναι προφανές πως η ανίχνευση βαρυτικής ακτινοβολίας με τα συμβολόμετρα laser δεν είναι μια εύκολη διαδικασία.

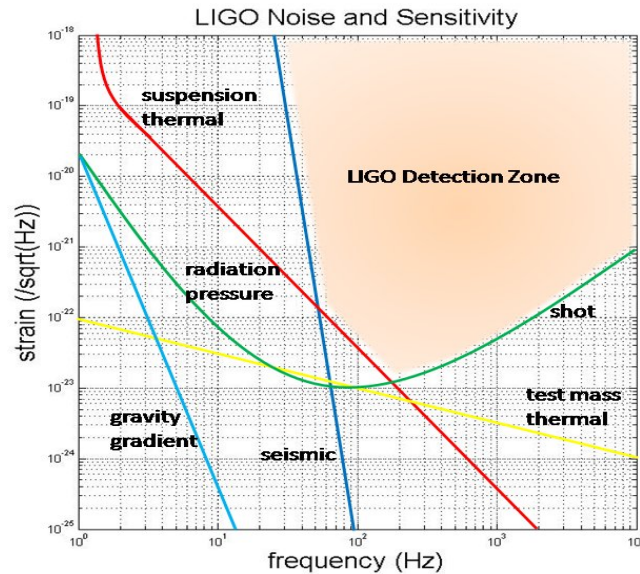
Το μεγάλο πλεονέκτημα των συμβολομέτρων έναντι των ανιχνευτών συντονισμού μάζας, είναι πως το εύρος συχνοτήτων των βαρυτικών κυμάτων που μπορεί να ανιχνεύσουν είναι πολύ μεγαλύτερο. Αυτό είναι προφανές στο Σχήμα 3.6 όπου παρουσιάζεται η ευαισθησία αρκετών από τους ήδη κατασκευασμένους, αλλά και μελλοντικών ανιχνευτών. Όπως



Σχήμα 3.6: "Παράθυρα" ευαισθησίας σημερινών και μελλοντικών συμβολομέτρων laser, αλλά και των ανιχνευτών συντονισμού μάζας.

φαίνεται στο σχήμα αυτό, κάθε ανιχνευτής μπορεί να εντοπίσει κύματα συχνότητας που περιλαμβάνεται στα ευρεία όρια της καμπύλης που αντιστοιχεί σε αυτόν, ενώ για κάθε τιμή της συχνότητας, υπάρχει κι ένα κάτω όριο στο πλάτος των βαρυτικών κυμάτων που μπορούν να ανιχνευτούν. Όπως είναι εμφανές, υπάρχουν αρκετοί ανιχνευτές που είναι ευαίσθητοι στο δεξί άκρο του φάσματος συχνοτήτων, ενώ μόλις ένας, ο LISA, στο αριστερό. Αυτό συμβαίνει γιατί όλοι οι υπόλοιποι ανιχνευτές βρίσκονται, ή πρόκειται να κατασκευαστούν στην επιφάνεια της Γης, όπου ο θόρυβος από τα σεισμικά κύματα είναι έντονος σε χαμηλές συχνότητες, κάνοντας αδύνατη τη λειτουργία των ανιχνευτών σε αυτές. Αντίθετα, ο LISA, του οποίου το ακρονύμιο προκύπτει από το Laser Interferometer Space Antenna, πρόκειται να τοποθετηθεί στο διάστημα, όπου δεν υπάρχει επηρροή από σεισμικά κύματα. Ένας ακόμη ανιχνευτής που σχεδιάζεται να τοποθετηθεί στο διάστημα και του οποίου η καμπύλη ευαισθησίας δεν παρουσιάζεται στο Σχήμα 3.6 είναι ο ALIA (Advanced Laser Interferometer Antenna). Ο ALIA αναμένεται να παρουσιάζει καλύτερη ευαισθησία από το LISA ανιχνεύοντας βαρυτικά κύματα στις ίδιες περίπου συχνότητες με αυτόν. Στο ίδιο σχήμα παρουσιάζεται και η περιοχή ευαισθησίας των σημερινών ανιχνευτών συντονισμού μάζας, η οποία είναι σαφώς περιορισμένη σε σχέση με την αντίστοιχη των συμβολομέτρων laser.

Όπως είναι εμφανές από το σχήμα του "παραθύρου" ανίχνευσης κάθε συμβολόμετρου, υπάρχουν κάποιοι περιορισμοί τόσο στο εύρος των συχνοτήτων, όσο και στο πλάτος των κυμάτων που αυτό μπορεί να ανιχνεύσει. Οι περιορισμοί αυτοί προέρχονται, όπως και στην περίπτωση των ανιχνευτών συντονισμού μάζας, από ορισμένες πηγές θορύβου. Οι νεότερες γενιές των κυριότερων ανιχνευτών οι οποίες είναι αυτή τη στιγμή υπό κατασκευή, έχουν ως στόχο τη μείωση των διαφόρων τύπων θορύβου ή την καλύτερη αντιμετώπισή τους, κάτι που θα έχει ως αποτέλεσμα την βελτίωση της ευαισθησίας του οργάνου. Οι κυριότερες



Σχήμα 3.7: Η ευαισθησία του LIGO μαζί με τις κύριες πηγές θορύβου του οργάνου.

πηγές θορύβου και η επίδρασή τους στο "παράθυρο" ανίχνευσης ενός συμβολομετρικού ανιχνευτή laser φαίνονται στο Σχήμα 3.7. Αυτές είναι:

1. **Σεισμικός θόρυβος.** Μικρές δονήσεις του εδάφους είναι μια πηγή σημαντικού θορύβου ο οποίος θα πρέπει να αντιμετωπιστεί. Σε όλους τους συμβολομετρικούς ανιχνευτές, τα κάτοπτρα, επάνω στα οποία ανακλώνται τα φωτόνια του laser πριν επιστρέψουν στη φωτοδίοδο, βρίσκονται στερεωμένα επάνω σε ένα ειδικό εκκρεμές. Με τη βοήθεια του εκκρεμούς, επιτυγχάνεται απομόνωση του συστήματος από τις δονήσεις της Γης, όχι όμως με ιδεατό τρόπο. Έτσι, σεισμικές δονήσεις με συχνότητα κάτω από 1 – 2 Hz, δε μπορούν να αντιμετωπιστούν με επιτυχία, οπότε όλα τα συμβολόμετρα που βρίσκονται στο έδαφος, δε μπορούν να ανιχνεύσουν κύματα με συχνότητες κάτω από περίπου 5 Hz. Αυτό είναι εμφανές στο Σχήμα 3.7, όπου φαίνεται πως το "παράθυρο" παρατήρησης του ανιχνευτή LIGO, περιορίζεται στην περιοχή των μικρών συχνοτήτων από τον σεισμικό θόρυβο. Η νέα γενιά των ανιχνευτών αναμένεται να διαθέτει πιο περίπλοκα και αποτελεσματικά συστήματα απομόνωσης από σεισμικές δονήσεις, οπότε θα είναι δυνατή μια, έστω και μικρή, επέκταση του "παραθύρου" προς τα αριστερά.
2. **Αβεβαιότητα στη μέτρηση των φωτονίων στη φωτοδίοδο (shot noise).** Αυτός ο αρνητικός παράγοντας εισάγει θόρυβο του οποίου το μέγεθος εξαρτάται από την τετραγωνική ρίζα του αριθμού των φωτονίων, αλλά και από τη συχνότητα του κύματος που θέλει κανείς να ανιχνεύσει. Όσο μεγαλύτερη είναι η συχνότητα, τόσο μεγαλύτερος είναι ο θόρυβος, καθιστώντας τον ανιχνευτή ανίκανο να ανιχνεύσει κύματα με συχνότητες μεγαλύτερες κάποιων kHz. Ο θόρυβος αυτός, μαζί με τον σεισμικό θόρυβο είναι που βάζουν τα όρια συχνοτήτων των βαρυτικών κυμάτων που μπορούν να

εντοπιστούν από ένα συμβολόμετρο laser.

3. **Πίεση της ακτινοβολίας.** Η πίεση που ασκείται από το laser επάνω στα κάτοπτρα, έχει ως αποτέλεσμα την ελαφρά μετακίνηση τους, κάτι που μπορεί να οδηγήσει σε σφάλματα στην μέτρηση της ακριβούς θέσης τους που είναι το ζητούμενο για την ανίχνευση ενός διερχόμενου βαρυτικού κύματος.
4. **Θερμικός θόρυβος.** Όπως και στους ανιχνευτές συντονισμού μάζας, έτσι και στα συμβολόμετρα, ο θερμικός θόρυβος είναι μια σημαντική πηγή θορύβου, ενώ λόγω του ότι ο ανιχνευτής αποτελείται από διάφορα όργανα (κάτοπτρα, εκκρεμή, διαχωριστής ακτίνας, φωτοδίοδος) τα οποία θερμαίνονται κατά τη λειτουργία τους, αυτή η πηγή θορύβου θα πρέπει να εκτιμηθεί και να αντιμετωπιστεί για κάθε όργανο ξεχωριστά. Τα κάτοπτρα θερμαίνονται κατά την ανάκλαση του laser επάνω σε αυτά, κι αυτό έχει ως συνέπεια την ανεπαίσθητη, αλλά σημαντική, αλλαγή του δείκτη ανακλαστικότητάς τους με αποτέλεσμα την εισαγωγή θορύβου. Από την άλλη, τα μόρια στα κάτοπτρα, όπως και στα εκκρεμή επάνω στα οποία αυτά στηρίζονται, εκτελούν θερμικές κινήσεις, γεγονός που εισάγει επιπλέον θόρυβο κυρίως στις συχνότητες συντονισμού αυτών των οργάνων. Οι συχνότητες συντονισμού των εκκρεμών είναι στην περιοχή των 40Hz, ενώ οι συχνότητες στις οποίες οι θερμικές κινήσεις των μορίων των κατόπτρων επηρεάζουν τις παρατηρήσεις, είναι της τάξης των μερικών KHz. Μαζί με την αβεβαιότητα στη μέτρηση των φωτονίων, αυτός ο παράγοντας θορύβου εισάγει το άνω όριο στις συχνότητες βαρυτικών κυμάτων που μπορούν να ανιχνευτούν.
5. **Αλλαγές της βαρύτητας της γης.** Το βαρυτικό πεδίο της γής σε έναν τόπο δεν είναι σταθερό, αλλά εξαιτίας ορισμένων παραγόντων (π.χ. σεισμών) παρουσιάζει μεταβολές. Μεταβολές στο βαρυτικό πεδίο, ικανές να επηρεάσουν αρνητικά την ευαισθησία του οργάνου, μπορεί να προκαλέσουν ακόμη και ανθρώπινες δραστηριότητες, γι' αυτό και όλοι αυτοί οι ανιχνευτές βρίσκονται τοποθετημένοι σε περιοχές με περιορισμένη ανθρώπινη δραστηριότητα. Η αλλαγή στην ατμοσφαιρική πίεση και κατά συνέπεια στην πυκνότητα του αέρα είναι επίσης ένας παράγοντας που μπορεί να μειώσει την ευαισθησία του ανιχνευτή. Όλοι αυτοί οι παράγοντες όπως φαίνεται και από τη σχετική ευθεία στο Σχήμα 3.7, εισάγουν θόρυβο κυρίως σε χαμηλές συχνότητες, και πιθανότατα θα απασχολήσουν κυρίως τις κατασκευές της δεύτερης γενιάς των οργάνων που θα προσπαθήσουν να επεκτείνουν το "παράθυρο" παρατήρησής τους σε αυτές τις συχνότητες.
6. **Κβαντικός θόρυβος.** Ο κβαντικός θόρυβος είναι κάτι που ούτε τα συμβολόμετρα laser δε μπορούν να αποφύγουν οριστικά. Για την αντιμετώπιση του θορύβου που εισάγει η αβεβαιότητα στη μέτρηση των φωτονίων στη φωτοδίοδο, συνήθως αυξάνεται η ενέργεια του χρησιμοποιούμενου laser, ώστε να υπάρχουν περισσότερα φωτόνια που θα πρέπει να ανιχνευτούν. Με τον τρόπο αυτό γίνεται μια πιο ακριβής μέτρηση της θέσης των κατόπτρων. Αυτό βέβαια, εξαιτίας της αρχής της απροσδιοριστίας, εισάγει αβεβαιότητα στη μέτρηση της ορμής τους κάτι που μπορεί να επηρεάσει τις παρατηρήσεις. Στα διάφορα συμβολόμετρα ανά τον κόσμο, γίνονται προσπάθειες για την αντιμετώπιση αυτής της μορφής θορύβου, κάτι που είναι δυνατό να γίνει, καθώς χρησιμοποιείται ένα κβαντικό πεδίο, δηλαδή το laser, για την ανίχνευση ενός

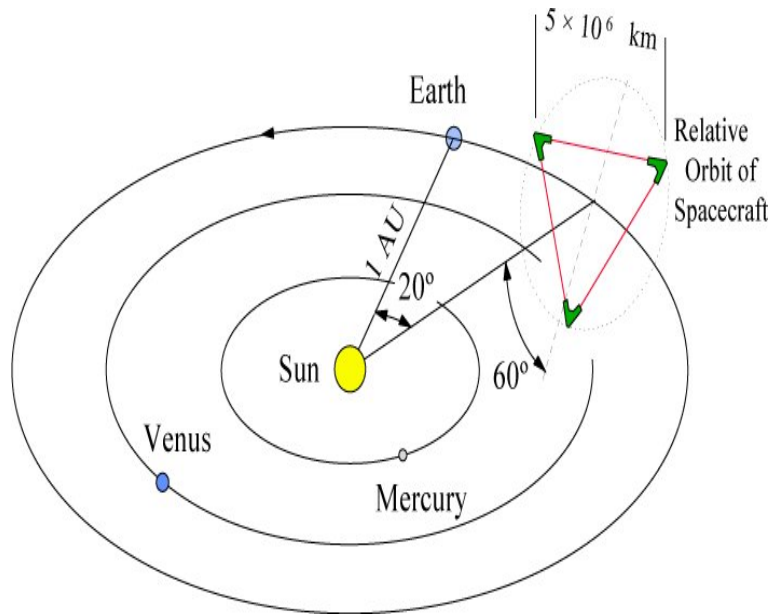
μη κβαντικού φαινομένου, δηλαδή ενός βαρυτικού κύματος. Αυτό σημαίνει πως δεν είναι απαραίτητο να γνωρίζουμε κάθε πληροφορία για το κβαντικό σύστημα, απλά χρειάζεται να μετρήσουμε με ακρίβεια τις ποσότητες που είναι αναγκαίες για την ανίχνευσή του βαρυτικού κύματος. Αυτό σημαίνει, πως μπορούμε να αυξήσουμε την αβεβαιότητα σε ποσότητες που δε χρειαζόμαστε. Κάτι τέτοιο, βέβαια, δεν είναι εύκολο να πραγματοποιηθεί και θα απασχολήσει τις επόμενες γενιές των ανιχνευτών, που θα συναντήσουν το όριο του κβαντικού θορύβου.

Σήμερα υπάρχουν τρία μεγάλα συμβολόμετρα laser στον κόσμο που χρησιμοποιούνται για την ανίχνευση βαρυτικής ακτινοβολίας. Το VIRGO βρίσκεται κοντά στην Πίζα της Ιταλίας, ενώ τα άλλα δυο του LIGO αποτελούνται από ανιχνευτές που βρίσκονται ο ένας στην πολιτεία της Louisiana και ο άλλος σε αυτή της Washington στις ΗΠΑ. Το VIRGO αποτελείται από δύο βραχίονες με μήκος 3km ο καθένας και ξεκίνησε να συλλέγει δεδομένα από τον Μάιο του 2007. Σήμερα γίνεται η αναβάθμισή του στην νέα βελτιωμένη του μορφή. Οι δύο πανομοιότυποι ανιχνευτές του LIGO έχουν βραχίονες με μήκη 4km ο καθένας και ξεκίνησαν να συλλέγουν δεδομένα το Νοέμβριο του 2005. Τώρα, βρίσκονται επίσης στη διαδικασία αναβάθμισής τους στο λεγόμενο LIGO 2. Οι αναβαθμισμένοι ανιχνευτές LIGO και VIRGO αναμένεται να κάνουν πραγματικότητα την άμεση ανίχνευσή του πρώτου βαρυτικού κύματος.

Εκτός από τους VIRGO και LIGO, υπάρχει ο GEO600 κοντά στο Hanover της Γερμανίας, με μήκος βραχιόνων 600m, καθώς και το TAMA στην Ιαπωνία με μήκος βραχιόνων 300m. Ο GEO600 συνεργάζεται τόσο με τον LIGO όσο και με τον VIRGO και είναι ο ανιχνευτής που διαθέτει τα πιο εξελιγμένα κάτοπτρα, εκκρεμή και άλλα οπτικά όργανα, αλλά και οπτικές μεθόδους. Με αυτά, έχει καταφέρει να έχει πολύ καλή ευαισθησία, παρά το γεγονός του ότι διαθέτει σχετικά μικρούς βραχίονες. Τα βελτιωμένα όργανα του GEO600 θα εγκατασταθούν στις αναβαθμισμένες εκδόσεις των VIRGO και LIGO που κατασκευάζονται και αναμένεται να τεθούν σε λειτουργία το 2014. Στο μεσοδιάστημα της αναβάθμισης των κύριων συμβολομετρικών ανιχνευτών, ο GEO600 θα είναι σε λειτουργία, ώστε να μπορέσει να ανιχνεύσει κάποιο πιθανό καταστροφικό συμβάν στο κοντινό Σύμπαν. Όταν οι βελτιωμένοι VIRGO και LIGO τεθούν σε λειτουργία, τότε θα ξεκινήσει η αναβάθμιση και του GEO600 στον GEO-HF. Ο GEO-HF θα μπορεί να ανιχνεύει βαρυτικά κύματα με συχνότητες άνω του 1KHz περιοχή στην οποία το μικρό μήκος των βραχιόνων του, δεν θα τον εμποδίζει να είναι ανταγωνιστικός με τα μεγαλύτερα συμβολόμετρα.

3.3.3 Ανιχνευτές στο διάστημα

Όπως αναφέρθηκε παραπάνω, οι επίγειοι ανιχνευτές, δε μπορούν να ανιχνεύσουν κύματα συχνότητες κάτω των 5Hz εξαιτίας του σεισμικού θορύβου. Ο μοναδικός τρόπος για την ανίχνευση τέτοιων κυμάτων είναι η τοποθέτηση ενός συμβολομέτρου στο διάστημα. Το πρώτο διαστημικό συμβολόμετρο που έχει σχεδιαστεί και αναμένεται να κατασκευαστεί στα επόμενα χρόνια, είναι το LISA. Το LISA θα αποτελείται από τρία διαστημικά οχήματα που θα τοποθετηθούν στο διάστημα στις κορυφές ενός νοητού ισόπλευρου τριγώνου, ενώ οι αποστάσεις μεταξύ τους θα είναι σταθερές και ίσες προς 5×10^6 km. Με τον τρόπο αυτό θα κατασκευαστεί ένα γιγαντιαίο συμβολόμετρο, αφού δέσμες laser θα ταξιδεύουν από το



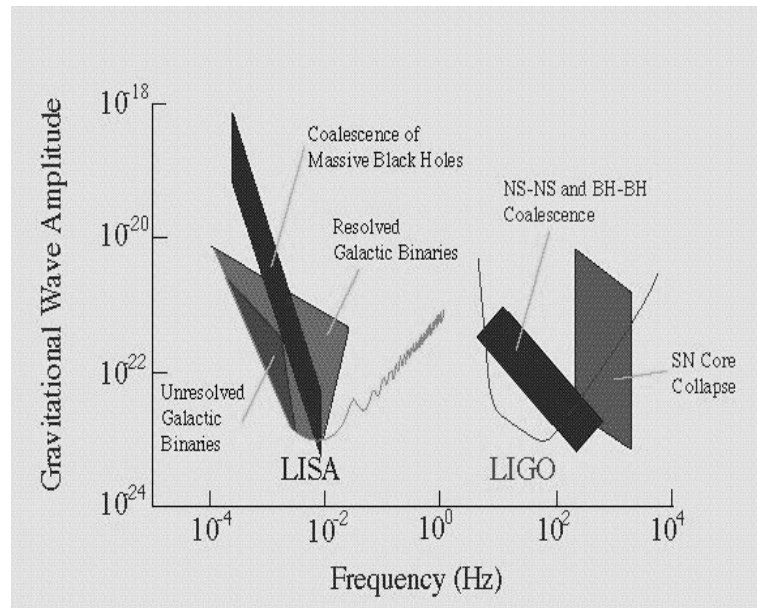
Σχήμα 3.8: Προτεινόμενη τοποθεσία στο διάστημα του μελλοντικού συμβολομετρικού ανιχνευτή LISA. Πηγή: [25].

ένα όχημα στο άλλο. Η όλη διάταξη θα τεθεί σε τροχιά γύρω από τον Ήλιο, σε απόσταση 1 AU και θα ακολουθεί την κίνηση της Γης, παραμένοντας ωστόσο πίσω της κατά 60° . Στο Σχήμα 3.8 φαίνεται η προτεινόμενη χωροθέτηση του LISA στο διάστημα. Το όργανο, παρά τα προβλήματα που έχουν προκύψει, αναμένεται να τεθεί σε τροχιά μετά το 2020.

Λόγω της απουσίας σεισμικών κυμάτων, το LISA θα είναι ικανό να συλλάβει κύματα με πολύ χαμηλές συχνότητες, κι έτσι φαινόμενα που εκπέμπουν βαρυτική ακτινοβολία η οποία δε μπορεί να είναι ανιχνεύσιμη από τη Γη, θα μπορούν να παρατηρηθούν από το LISA. Στο Σχήμα 3.9 απεικονίζονται τα δύο διαφορετικά "παράθυρα" παρατήρησης του LIGO και του LISA, καθώς και οι πηγές βαρυτικής ακτινοβολίας που εκπέμπουν κύματα μέσα ή κοντά σε αυτά. Γενικά, το LISA θα μπορεί να ανιχνεύει κύματα από σώματα μεγάλης μάζας (υπερμεγέθεις μελανές οπές, μελανές οπές μεσαίας μάζας), ενώ οι επίγειοι ανιχνευτές από σώματα σχετικά μικρής μάζας (μελανές οπές ηλιακής μάζας, αστέρες νετρονίων, εκρήξεις υπερκαινοφανών).

3.3.4 Διεύθυνση της πηγής

Μια απλή βαρυτική κεραία δε μπορεί από μόνη της να προσδιορίσει με ακρίβεια την διεύθυνση της πηγής του βαρυτικού κύματος που μπορεί να ανιχνεύσει. Για να γίνει αυτό, απαιτείται η χρήση δύο, τριών ή και παράνο ανιχνευτών που θα ανιχνεύσουν το ίδιο κύμα με κάποια χρονική καθυστέρηση που θα οφείλεται στις αποστάσεις μεταξύ τους. Με τον τρόπο αυτό θα είναι δυνατός ο προσδιορισμός της θέσης της πηγής του κύματος. Για παράδειγμα, οι αποστάσεις των δύο ανιχνευτών του LIGO είναι της τάξης των $L \sim 3 \times 10^6 \text{ m}$, οπότε η ανίχνευσή της πηγής ενός κύματος με μήκος κύματος $\lambda = 3 \times 10^5 \text{ m}$, το οποίο αντιστοιχεί



Σχήμα 3.9: Ευαισθησία των ανιχνευτών LIGO και LISA μαζί με τις κύριες πηγές βαρυτικών κυμάτων που τα δύο όργανα είναι πιθανό να ανιχνεύσουν. Πηγή: NASA.

σε συχνότητα $f = 1\text{kHz}$, μπορεί να γίνει με ακρίβεια $\delta\theta = \lambda/L = 0.1\text{rad}$. Αν σήμα που λαμβάνουν οι ανιχνευτές είναι ισχυρό, αυτή η ακρίβεια μπορεί να βελτιωθεί επιπλέον. Για πηγές βαρυτικής ακτινοβολίας μεγάλης χρονικής διάρκειας, μία και μόνο κεραία βαρυτικής ακτινοβολίας μπορεί να εντοπίσει την ακριβή κατεύθυνσή της χρησιμοποιώντας διαφορετικές παρατηρήσεις της μέσα στο χρόνο. Αν η χρονική διαφορά των παρατηρήσεων είναι 6 μήνες, τότε η Γη και επομένως ο ανιχνευτής θα απέχουν από την θέση της προηγούμενης μέτρησης απόσταση 2 AU. Αν η συχνότητα του κύματος είναι 1kHz, τότε η διακριτική ικανότητα της παρατήρησης θα είναι μικρότερη από ένα arcsecond.

Για τη LISA, η απόσταση θα είναι πάλι 2 AU, τα κύματα όμως που θα ανιχνεύει, όπως αναφέραμε, θα είναι χαμηλής συχνότητας, κάτι που κάνει τη διακριτική της ικανότητα να είναι κοντά στο 1radian. Τα κύματα, όμως, αυτά θα είναι εξαιρετικά ισχυρά, και εξαιτίας αυτού, η ικανότητά της LISA να εντοπίζει με ακρίβεια την πηγή, θα είναι αρκετά καλύτερη, με τη διακριτική ικανότητά της να φτάνει και τα επίπεδα των arcminutes.

3.4 Ανάδραση μελανής οπής εξαιτίας μή-συμμετρικής εκπομπής βαρυτικής ακτινοβολίας

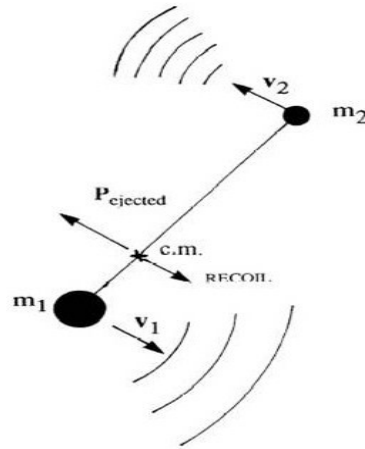
Στην παράγραφο αυτή, θα αναφερθούμε σε μία από τις συνέπειες που μπορεί να έχει η εκπομπή βαρυτικής ακτινοβολίας στο σύστημα που την παράγει. Για να υπολογιστεί αυτή με ακρίβεια, θα πρέπει να επιλυθούν οι εξισώσεις του Einstein στην πλήρη, μη-γραμμική, μορφή τους. Όπως αναφέρθηκε σε διάφορα σημεία του κεφαλαίου αυτού, η επίλυση των εξισώσεων αυτών είναι δύσκολη, ακόμη κι αν χρησιμοποιήσει κανείς αριθμητικές μεθόδους.

3.4 Ανάδραση μελανής οπής εξαιτίας μή-συμμετρικής εκπομπής βαρυτικής ακτινοβολίας⁵³

Για το λόγο αυτό χρησιμοποιούνται προσεγγίσεις της θεωρίας, όπως ο μετα-Νευτώνειος φορμαλισμός, αλλά και γίνονται απλοποιήσεις στις εξισώσεις, με σκοπό να μπορούν να βρεθούν ευκολότερα έστω και προσεγγιστικές λύσεις. Τις τελευταίες δεκαετίες η Υπολογιστική Σχετικότητα πρόσφερε τρόπους με τους οποίους έγινε δυνατή η επίλυση των εξισώσεων σε ορισμένες περιπτώσεις. Ένα από τα προβλήματα που παρέμεναν για καιρό άλυτα, ήταν αυτό της εξέλιξης ενός ζεύγους από περιστρεφόμενες μελανές οπές που εκλύοντας βαρυτική ακτινοβολία, οδηγούνται στη σύγκρουση και την παραγωγή ενός νέου σώματος. Το πρόβλημα είχε μελετηθεί στη μετα-Νευτώνεια θεωρία [26, 27], για μή περιστρεφόμενες μελανές οπές, όμως η πολυπλοκότητά του το έκανε δύσκολο να λυθεί χρησιμοποιώντας τις εξισώσεις της ΓΘΣ.

Το 2005 σημειώθηκε η απαιτούμενη πρόοδος ?] που οδήγησε στην αριθμητική επίλυση του προβλήματος και στην εξαγωγή συμπερασμάτων από τη ΓΘΣ για τη σύγκρουση δύο μελανών οπών, καθώς αυτές εκτελούν σπειροειδή κίνηση προς το κέντρο μάζας τους. Τα συμπεράσματα αυτά αφορούν τόσο στο χρόνο που θα διαρκέσει η σπειροειδής τροχιά, όσο και στα χαρακτηριστικά (μάζα, ταχύτητα, ιδιοπεριστροφή) του σώματος που θα παραχθεί από τη σύγκρουση, αλλά και σε αυτά της βαρυτικής ακτινοβολίας που παράγεται πριν, κατά τη διάρκεια και μετά τη σύγκρουση των δύο μελανών οπών. Τα αποτελέσματα της Υπολογιστικής Σχετικότητας για περιστρεφόμενες και μή μελανές οπές, έδειξαν πως κατά τη διάρκεια της σπειροειδούς τροχιάς, ο μετα-Νευτώνειος φορμαλισμός, λειτουργεί δίνοντας σωστά αποτελέσματα, τουλάχιστον ώσπου η απόσταση των δύο μελανών οπών φτάσει τα $\sim 10M$ (σύστημα μονάδων στο οποίο $G = c = 1$). Όπου M η ολική μάζα του συστήματος. Επιπλέον, στην περίπτωση των μη-περιστρεφόμενων μελανών οπών, κατά τη διάρκεια της σύγκρουσής τους, εκλύεται βαρυτική ακτινοβολία προς συγκεκριμένη κατεύθυνση κι όχι ισοτροπικά και αυτό έχει ως αποτέλεσμα, για τη διατήρηση της ολικής ορμής του συστήματος, η παραγόμενη μελανή οπή να αποκτά μια ταχύτητα ανάδρασης προς την αντίθετη κατεύθυνση. Η ταχύτητα αυτή βρέθηκε πως μπορεί να είναι μέχρι και μερικές εκατοντάδες kms^{-1} ?].

Στην περίπτωση δύο περιστρεφόμενων μελανών οπών, βρέθηκε πως κατά τη σύγκρουση περίπου το 2 – 8% της μάζας και μέχρι και το 40% της ολικής ορμής του συστήματος εκλύονται με τη μορφή βαρυτικών κυμάτων. Το ποσοστό της ορμής που εκλύεται ως βαρυτική ακτινοβολία, εξαρτάται από το μέγεθος και την κατεύθυνση της ιδιοπεριστροφής των δύο μελανών οπών. Η συνεισφορά της ολικής ορμής στα παραγόμενα βαρυτικά κύματα, είναι κατευθυντική, προκαλώντας ανάδραση στην παραγόμενη μελανή οπή. Αυτό μπορεί να εξηγηθεί ως εξής: και οι δύο μελανές οπές, λίγο πριν τη σύγκρουσή τους εκπέμπουν βαρυτική ακτινοβολία εξαιτίας της ορμής τους, προς την κατεύθυνση της κίνησης της καθεμιάς, όπως φαίνεται στο Σχήμα 3.10. Αν οι μελανές οπές ήταν πανομοιότυπες, τότε, θα εξέπεμπαν ίδια ποσά ακτινοβολίας προς αντίθετες διευθύνσεις, οπότε η συνολική ορμή που θα εκπέμπονταν από τη σύστημα θα ήταν μηδέν. Επειδή, όμως υπάρχουν διαφορές, τόσο στις μάζες όσο και στις ιδιοπεριστροφές των δύο μελανών οπών, καθεμία από αυτές εκπέμπει διαφορετικές ποσότητες ακτινοβολίας, οπότε υπάρχει ένα ποσό ορμής που εκπέμπεται από το σύστημα ως ακτινοβολία και μάλιστα προς ορισμένη κατεύθυνση, δηλαδή προς την κατεύθυνσή στην οποία κινείται η μελανή οπή που εκπέμπει περισσότερο. Το φαινόμενο αυτό γίνεται εντονότερο λίγο πριν την οριστική σύγκρουση των δύο μελανών οπών, οπότε το σώμα που παράγεται αμέσως μετά από αυτήν, εκπέμπει αρκετή από την ορμή του διπλού



Σχήμα 3.10: Σχηματική παράσταση της ασύμμετρης εκπομπής βαρυτικής ακτινοβολίας από ένα διπλό σύστημα μελανών οπών. Το αποτέλεσμα της εκπομπής αυτής, είναι η ανάδραση (recoil) της μελανής οπής που προκύπτει από τη σύγκρουση στην οποία οδηγείται το σύστημα.

συστήματος προς ορισμένη κατεύθυνση, κάτι που έχει ως αποτέλεσμα την ανάδρασή του προς την ακριβώς αντίθετη κατεύθυνση. Η ανάδραση αυτή γίνεται πιο έντονη, όσο πιο μεγάλες είναι οι ιδιοπεριστροφές των δύο μελανών οπών και όταν αυτές, πριν συγκρουστούν, έχουν τις ιδιοπεριστροφές τους αντιπαράλληλες και επάνω στο επίπεδο της τροχιάς τους [?]. Στις περιπτώσεις αυτές η μέγιστη ταχύτητα ανάδρασης μπορεί να φτάσει και μερικές χιλιάδες Kms^{-1} !

Το φαινόμενο αυτό είναι ένα καθαρά σχετικιστικό, καθώς είναι το αποτέλεσμα της εκπομπής βαρυτικής ακτινοβολίας και μάλιστα προς συγκεκριμένη κατεύθυνσή. Για την εκτίμηση της ταχύτητας ανάδρασης μιας παραγόμενης μελανής οπής από ένα ζεύγος μελανών οπών, τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων που χρησιμοποιούν τις εξισώσεις της ΓΘΣ συσχετίστηκαν με τις εξισώσεις του μετα-Νευτώνειου φορμαλισμού, κι έτσι αυτή τη στιγμή υπάρχουν αναλυτικές εκφράσεις που δίνουν την ταχύτητα αυτή σε σχέση με τα χαρακτηριστικά του συστήματος των δύο μελανών οπών, πριν γίνει η σύγκρουση. Επειδή υπάρχουν διάφοροι τρόποι για το συσχετισμό, αλλά και διαφορετικά δεδομένα από τις προσομοιώσεις, αυτή τη στιγμή υπάρχουν παραπάνω από μία εξισώσεις που να δίνουν την ταχύτητα ανάδρασης. Σε όλες όμως τις εξισώσεις αυτές, το μέγεθος της ταχύτητας εξαρτάται από το λόγο μαζών των δύο μελανών οπών $q = m_2/m_1$ με $m_2 < m_1$, τα μέτρα των διανυσμάτων των ιδιοπεριστροφών τους $\vec{S}_1, \vec{S}_2$, αλλά και την γωνία που σχηματίζουν αυτές, τόσο μεταξύ τους, όσο και με το επίπεδο της σπειροειδούς τροχιάς τους.

Οι Lusto et al [?], χρησιμοποιώντας τον δικό τους κώδικα για την προσομοίωση της σύγκρουσης μελανών οπών κατέληξαν στην εξίσωση

$$\vec{v} = (v_{\parallel} + v_{\perp} \cos \xi) \hat{e}_1 + v_{\perp} \sin \xi \hat{e}_2 + v_{\parallel} \hat{e}_3. \quad (3.60)$$

Οι δείκτες $\perp$ και $\parallel$ αναφέρονται σε κάθετη και παράλληλη προς το διάνυσμα της στροφορμής $\vec{L}$ του συστήματος. Το μοναδιαίο διάνυσμα $\hat{e}_1$, βρίσκεται επάνω στο επίπεδο της τροχιάς, συνδέοντας τις δύο μελανές οπές και με κατεύθυνση από αυτήν με τη μεγαλύτερη

3.4 Ανάδραση μελανής οπής εξαιτίας μή-συμμετρικής εκπομπής βαρυτικής ακτινοβολίας 5

μάζα 1 προς αυτήν με τη μικρότερη 2. Το $\hat{e}_2$ είναι κι αυτό επάνω στο επίπεδο της τροχιάς, αλλά κάθετο προς το $\hat{e}_1$, με κατεύθυνσή τέτοια, ώστε τα $(\hat{e}_1, \hat{e}_2, \hat{e}_3)$ να αποτελούν ένα ορθοκανονικό σύστημα. Τέλος, το $\hat{e}_3$ είναι το μοναδιαίο διάνυσμα παράλληλο προς το διάνυσμα της στροφορμής $\vec{L}$. Η γωνία ξ είναι η γωνία μεταξύ των ανόμοιων συνεισφορών της μάζας και της ιδιοπεριστροφής στην ταχύτητα ανάδρασης. Σύμφωνα με τους Gonzalez et al [32] είναι $\xi \sim 145^\circ$ για περίπου κυκλικές κινήσεις, ενώ $\xi \sim 90^\circ$ στην περίπτωση που οι δύο μελανές οπές συγκρούονται μετωπικά.

Οι επιμέρους όροι της εξίσωσης (3.60) δίνονται από τις σχέσεις

$$v_m = (1 + e)A\eta^2 \frac{1 - q}{1 + q} (1 + B\eta), \quad (3.61)$$

όπου $v_\perp$ είναι η κάθετη στο διάνυσμα $\vec{L}$ συνιστώσα της ταχύτητας ανάδρασης, δηλαδή η ταχύτητα ανάδρασης επάνω στο επίπεδο της τροχιάς και δίνεται από τη σχέση:

$$v_\perp = (1 + e)H\eta^2 \frac{1}{1 + q} (a_1^\parallel - qa_2^\parallel) \quad (3.62)$$

και $v_\parallel$ είναι η παράλληλη προς το διάνυσμα $\vec{L}$ συνιστώσα της ταχύτητας ανάδρασης, δηλαδή η ταχύτητα ανάδρασης που είναι κάθετη στο επίπεδο της τροχιάς και δίνεται από τη σχέση:

$$v_\parallel = (1 + e)K \frac{\eta^2}{1 + q} |a_1^\perp - qa_2^\perp| \cos(\Theta - \Theta_0). \quad (3.63)$$

Είναι φανερό, πως η εξίσωση (3.61) δίνει την ταχύτητα ανάδρασης στην περίπτωση που οι δύο μελανές οπές δεν είχαν ιδιοπεριστροφή. Αυτή είναι κατά τη διεύθυνση της ευθείας που συνδέει τις δύο μελανές οπές πριν τη σύγκρουση και με κατεύθυνση προς το σώμα με τη μικρότερη μάζα. Η βαρυτική ακτινοβολία εξαιτίας της ορμής, στην περίπτωση αυτή εκπέμπεται προς την ακριβώς αντίθετη κατεύθυνση, σύμφωνα με όσα αναφέρθηκαν παραπάνω.

Στις παραπάνω εξισώσεις, $\eta = \frac{q}{(1+q)^2}$ είναι ο συμμετρικός λόγος μαζών και e η εκκεντρότητα της τροχιάς. Οι Gonzalez et al [32] υπολόγισαν τις τιμές των παραμέτρων που υπεισέρχονται στις παραπάνω εξισώσεις: $A = 1.2 \times 10^4 \text{ kms}^{-1}$, $B = -0.93$, $H = 6.9 \times 10^3 \text{ kms}^{-1}$, $K = 6.072 \times 10^4 \text{ kms}^{-1}$. Σε άλλες εργασίες μπορεί να βρει κανείς διαφορετικές προσεγγίσεις στις τιμές των παραπάνω παραμέτρων.

Τέλος, αν ορίσουμε ως

$$\vec{a}_i = \frac{\vec{S}_i}{m_i^2} \quad (3.64)$$

το διάνυσμα της αδιάστατης ιδιοπεριστροφής της καθεμιάς από τις δύο μελανές οπές, τότε η γωνία Θ που υπεισέρχεται στη σχέση 3.63, είναι η γωνία μεταξύ του διανύσματος $\vec{\Delta}$ και του $\hat{e}_1$, με το $\vec{\Delta}$ να ορίζεται ως

$$\vec{\Delta} = (m_1 + m_2) \left(\frac{\vec{S}_2}{m_2} - \frac{\vec{S}_1}{m_1} \right) \quad (3.65)$$

Από την άλλη, οι Baker et al [?] χρησιμοποιώντας τα δικά τους δεδομένα, κατάφεραν να τα συσχετίσουν με τα αποτελέσματα της μετα-Νευτώνειας θεωρίας, δημιουργώντας, μια

διαφορετική εξίσωση για την ταχύτητα ανάδρασής στην οποία η εξάρτηση από το η είναι κυβική κι όχι τετραγωνική. Αυτό σημαίνει πως η επίδραση του λόγου μαζών στην τελική ταχύτητα ανάδρασης είναι διαφορετική. Έτσι, οι δυο παραπάνω προσπάθειες συμφωνούν μεταξύ τους στις περιπτώσεις που ο λόγος μαζών είναι μικρός, ενώ παρουσιάζουν διαφορές, όταν ο λόγος μαζών είναι αρκετά μεγάλος. Προσπάθειες γίνονται να βρεθεί μία εξίσωση που να εξηγεί όλα τα δεδομένα και να αναφέρεται σε όλες τις περιπτώσεις, ενώ ακόμη δεν έχουν αποσαφηνιστεί πλήρως οι τιμές όλων των σταθερών.

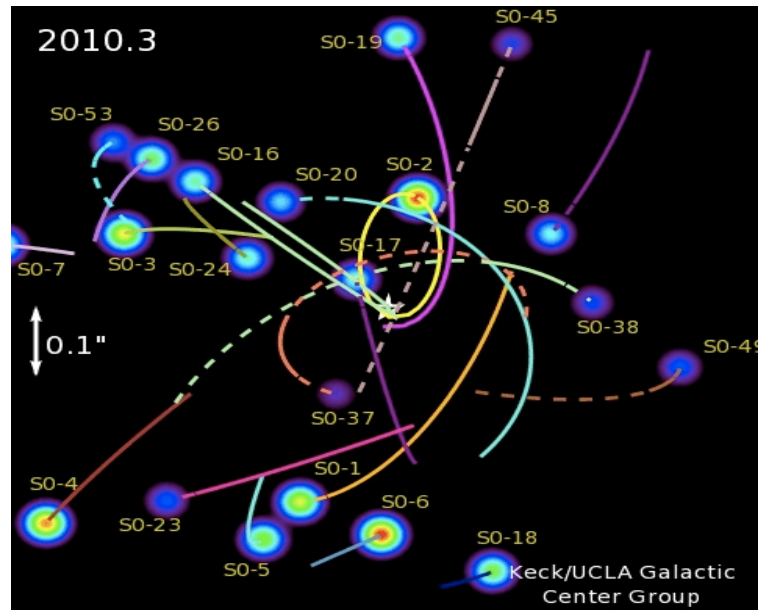
Από τις παραπάνω εξισώσεις, μπορεί κανείς να υπολογίσει τη συνέπεια ενός σχετικού αίτιου, όπως είναι η ασύμμετρη εκπομπή βαρυτικής ακτινοβολίας, σε ένα μη σχετικιστικό αποτέλεσμα, όπως η ανάδραση της μελανής οπής. Το αποτέλεσμα είναι αρκετά σημαντικό, γιατί οι μελανές οπές παίζουν κυρίαρχο ρόλο στις ιδιότητες του περιβάλλοντος στο οποίο υπάρχουν, όπως για παράδειγμα στα κέντρα των γαλαξιών. Αν μέσω συγκρούσεων κάποιες μελανές οπές αποκτήσουν τόσο μεγάλη ταχύτητα ανάδρασης που να τις απομακρύνει από το σύστημα, τότε αυτό θα είχε δραματικές συνέπειες στο σύστημα αυτό. Για παράδειγμα, όταν δυο γαλαξίες συγκρούονται, μετά από μικρό σχετικά χρονικό διάστημα, οι υπερμεγέθεις μελανές οπές που υπάρχουν στα κέντρα τους, θα συγκρουστούν, παράγοντας μια μεγαλύτερη μελανή οπή. Αν η ταχύτητα ανάδρασης αυτής είναι μεγαλύτερη από την ταχύτητα διαφυγής του τελικού γαλαξία, τότε θα διαφύγει, αφήνοντας πίσω ένα γαλαξία χωρίς υπερμεγέθη μελανή οπή στο κέντρο. Αυτό ίσως να εξηγεί το ότι δεν φαίνεται να έχουν όλοι οι σπειροειδείς γαλαξίες υπερμεγέθεις μελανές οπές στα κέντρα τους. Ο ίδιος λόγος ίσως να εξηγεί την μη ύπαρξη μεγάλων μελανών οπών στα κέντρα όλων των σφαιρωτών σμηγνών.

Κεφάλαιο 4

Μελανές οπές μεσαίας μάζας

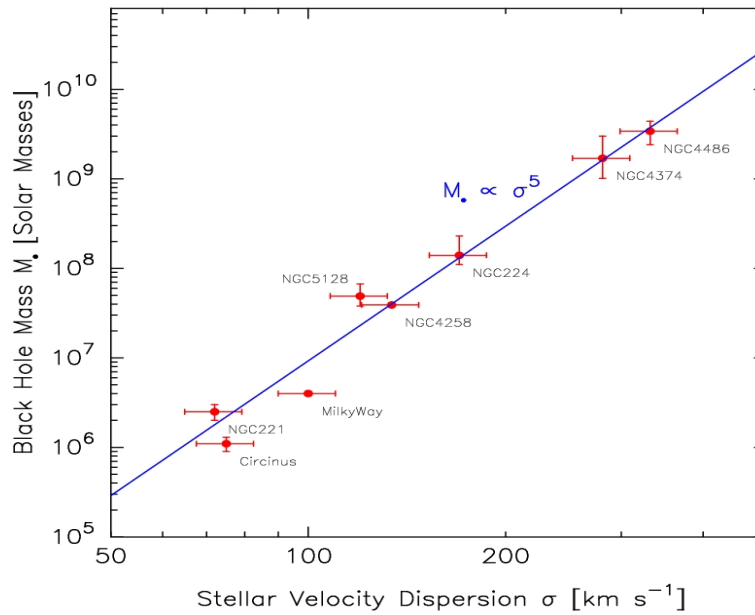
“...if the semi-diameter of a sphere of the same density as the Sun were to exceed that of the Sun in the proportion of 500 to 1, a body falling from an infinite height towards it would have acquired at its surface greater velocity than that of light, and consequently supposing light to be attracted by the same force in proportion to its vis inertiae, with other bodies, all light emitted from such a body would be made to return towards it by its own proper gravity.”
John Michell, 1783

Αν και ξεκάθαρες αλλά και σχετικά πρώιμες προβλέψεις της Γενικής Θεωρίας της Σχετικότητας, οι μελανές οπές άργησαν να γίνουν αποδεκτές από την αστρονομική κοινότητα, κυρίως λόγω της δυσκολίας στην ανίχνευσή τους. Η πρώτη πρόβλεψή για την ύπαρξή τους τους ήρθε από τον Chandrasekhar το 1931, που λανθασμένα υπολόγισε πως ένας μη-περιστρεφόμενος λευκός νάνος με μάζα μεγαλύτερη από $1.44M_{\odot}$ θα κατέρρεε από την ίδια του τη βαρύτητα του, καθώς δεν θα υπήρχε μηχανισμός για να ισορροπήσει τη δύναμη της βαρύτητας. Η αλήθεια είναι πως ένας τέτοιος μηχανισμός υπάρχει και είναι η πίεση των εκφυλισμένων νετρονίων που εμποδίζει τους αστέρες νετρονίων να καταρρεύσουν, όπως όμως έδειξαν οι Tolman, Oppenheimer και Volkoff, 8 χρόνια αργότερα, η πίεση αυτή δε μπορεί να εμποδίσει έναν αστέρα νετρονίων με μάζα μεγαλύτερη από περίπου τρεις ηλιακές μάζες να καταρρεύσει κάτω από την ίδια του τη βαρύτητα δημιουργώντας μία μελανή οπή. Από τότε, πέρασαν άλλα 16 χρόνια μέχρι την ανακάλυψη της ισχυρής πηγής ακτίνων X, Cygnus X-1, όπου για πρώτη φορά η υπόθεση της ύπαρξης μιας μελανής οπής χρησιμοποιήθηκε για την εξήγηση μιας αστρονομικής παρατήρησης [33]. Από τότε έχουν παρέλθει πολλά χρόνια παρατηρήσεων και θεωρητικών μελετών κι έχουν γίνει εκατοντάδες έμμεσες παρατηρήσεις μελανών οπών, τόσο στο κοντινό Σύμπαν, όσο και στα κέντρα απόμακρων γαλαξιών.



Σχήμα 4.1: Τροχιές των αστέρων-γιγάντων που βρίσκονται πολύ κοντά στο κέντρο του Γαλαξία. Όλοι οι αστέρες κινούνται σε κλειστές τροχιές γύρω από το σημείο Sgt. A* όπου βρίσκεται η υπερμεγέθης μελανή οπή του Γαλαξία. Οι τροχιές έχουν αποκαλυφθεί έπειτα από σχεδόν 15 χρόνια παρατήρησης στα οποία ένας από τους αστέρες, ο S0-2, έχει σχεδόν ολοκληρώσει μία περιστροφή.

Σήμερα υπάρχει απόδειξη μέσω παρατηρήσεων για την ύπαρξη δύο τύπων μελανών οπών: (1) μελανών οπών ηλιακής μάζας (solar-mass Black Holes, BH) με μάζες που δεν ξεπερνούν τις $20 - 35 M_{\odot}$, αν και θεωρητικά θα μπορούσαν να φτάσουν και τις $80 M_{\odot}$ [34] και (2) υπερμεγέθων μελανών οπών (Super-Massive Black Holes, SMBH) με μάζες $10^6 - 10^9 M_{\odot}$. Οι πρώτες είναι τα κατάλοιπα αστέρων που κατά την παραμονή τους στην κύρια ακολουθία είχαν μάζες αρκετές φορές μεγαλύτερες από την ηλιακή μάζα. Η πιο μεγάλη μελανή οπή αυτού του τύπου έχει παρατηρηθεί στο γαλαξία IC10, ένα γαλαξία-νάνο μέσης περιεκτικότητας σε μέταλλα. Η μάζα της μελανής οπής με κωδικό όνομα IC10 X-1 που έχει εντοπιστεί εκεί, έχει προσδιοριστεί στις $23 - 34 M_{\odot}$ [35]), ενώ νεότερες και πιο λεπτομερείς παρατηρήσεις της πηγής Cygnus X-1 έχουν προσδιορίσει τη μάζα της μελανής οπής που βρίσκεται εκεί στις $10 - 25 M_{\odot}$ [36, 37]. Οι δεύτερες έχουν παρατηρηθεί στα κέντρα πολλών γαλαξιών. Είναι γενικά αποδεκτό, πως τα κέντρα όλων των γαλαξιών φιλοξενούν μια τουλάχιστον SMBH της οποίας η μάζα, $M_{\bullet}$, προσδιορίζεται από τη σχέση $M_{\bullet} - \sigma$ [38, 39, 40] όπου σ η μέση ταχύτητα διασποράς του πυρήνα του γαλαξία. Εξάλλου, απευθείας και μακροχρόνιες παρατηρήσεις, με τη χρήση των μεγαλύτερων διαθέσιμων τηλεσκοπίων, των τροχιών των αστέρων που βρίσκονται πολύ κοντά στο κέντρο του Γαλαξία, έκαναν δυνατό τον προσδιορισμό της μάζας της μελανής οπής που βρίσκεται στο σημείο που είναι γνωστό ως Sgt. A* στις $4 \times 10^6 M_{\odot}$ [41]. Στο Σχήμα 4.1 παρουσιάζονται οι τροχιές των 21 αστέρων-γιγάντων που είναι γνωστοί και ως αστέρες S (S-stars) γύρω από την κεντρική μελανή οπή που βρίσκεται στο σημείο Sgt. A*.



Σχήμα 4.2: Γραφική απεικόνιση της σχέσης $M_{\bullet} - \sigma$ που βρίσκει εφαρμογή στους γαλαξίες. Οι μάζες των μελανών οπών των γαλαξιών που απεικονίζονται στο διάγραμμα έχουν υπολογιστεί με διάφορες παρατηρησιακές μεθόδους. Επέκταση του γραφήματος προς τα αριστερά, δηλαδή προς χαμηλότερες τιμές της ταχύτητας διασποράς σ , που παρατηρούνται σε ένα σφαιρωτό σμήνος, μπορεί να προσδιορίσει τη μάζα της IMBH που βρίσκεται στο κέντρο του.

4.1 Ενδείξεις για την ύπαρξη μελανών οπών μεσαίας μάζας

Τα τελευταία χρόνια υπάρχουν ενδείξεις, αλλά όχι σαφείς παρατηρησιακές αποδείξεις, για την ύπαρξη ενός άλλου τύπου μελανών οπών: των μελανών οπών ενδιάμεσης μάζας (Intermediate-mass Black Holes, IMBH) σε διάφορες περιοχές του κοντινού σύμπαντος. Οι μελανές οπές αυτές αρχικά είχαν προβλεφθεί θεωρητικά για να καλύψουν το κενό μεταξύ των μελανών οπών ηλιακής μάζας και των υπερμεγέθων μελανών οπών, ενώ επίσης θεωρητική ένδειξη της ύπαρξής τους προκύπτει από την επέκταση της σχέσης $M_{\bullet} - \sigma$ (βλ. Σχήμα 4.2) στα σφαιρωτά σμήνη που μπορούν να θεωρηθούν όμοια με τους πυρήνες των γαλαξιών, αλλά με μικρότερη ταχύτητα διασποράς και συνολική μάζα. Οι μάζες που θεωρητικά μπορούν να έχουν οι μελανές οπές της κατηγορίας αυτής είναι από $10^2 M_{\odot}$ έως και $10^5 M_{\odot}$ και τα μέρη στα οποία μπορούν να βρίσκονται είναι κυρίως τα κέντρα των σφαιρωτών σμηνών αλλά και μικρών γαλαξιών. Μέχρι σήμερα η παρατήρηση μιας μελανής οπής μεσαίας μάζας και η ακριβής μέτρηση της μάζας της δεν έχει επιτευχθεί, ενώ ακόμη και οι πιο λεπτομερείς παρατηρήσεις των κέντρων σφαιρωτών σμηνών έχουν προσδιορίσει μόνο άνω όρια στη μάζα της υποθετικής μελανής οπής που υπάρχει εκεί.

Ο καλύτερος τρόπος για την παρατήρηση μιας IMBH είναι η παρατήρηση και ο προσδιορισμός των τροχιών των αστερών που κινούνται υπό την επίδραση της βαρυτικής της έλξης. Αυτό θα μπορούσε να οδηγήσει στη μέτρηση της μάζας της IMBH, όπως ακριβώς έχει γίνει και στην περίπτωση της 15ετούς παρατήρησης των τροχιών των αστερών που κι-

νούνται υπό την επίδραση της SMBH στο κέντρο του Γαλαξία. Δυστυχώς, κάτι τέτοιο δεν είναι δυνατό να γίνει με τα σημερινά τηλεσκόπια κι αυτό γιατί τα κέντρα των σφαιρωτών σμηνών είναι πολύ πιο πυκνά από το κέντρο του Γαλαξία, οπότε η παρακολούθηση μίας-προς-μίας των τροχιών των αστέρων είναι ενέφικτη με τα σημερινά όργανα παρατήρησης. Επίσης, λόγω της σχετικά μικρής μάζας της υποθετικής IMBH, η ακτίνα επιρροής της είναι εξαιρετικά μικρότερη από την αντίστοιχη μιας SMBH, οπότε ο αριθμός των αστέρων που κινούνται υπό την επίδρασή της είναι πολύ μικρός. Σε ένα τυπικό σφαιρωτό σμήνος, η ακτίνα επιρροής της κεντρικής IMBH θα ήταν της τάξης των 10^{-2} pc. Αν το σμήνος αυτό ήταν ένα από τα κοντινά σφαιρωτά σμήνη, θα βρισκόταν σε απόσταση της τάξης του 1 Kpc, οπότε η γωνιακή απόσταση της ακτίνας επιρροής από τη γη θα ήταν της τάξης των 2 arcsec. Το Hubble Space Telescope (HST) έχει διακριτική ικανότητα μικρότερη από 2 arcsec, οπότε θα μπορούσε θεωρητικά να μελετήσει τους αστέρες μέσα στην ακτίνα επιρροής της IMBH. Το πρόβλημα όμως που θα είχε να αντιμετωπίσει είναι πως μέσα στην ακτίνα αυτή, θα υπήρχαν μόνο 10 – 100 αστέρες, οι περισσότεροι από τους οποίους, λόγω του λεγόμενου διαχωρισμού μάζας (mass-segregation), θα ήταν αστέρες νετρονίων ή μελανές οπές, που δεν εκπέμπουν ακτινοβολία. Επίσης, εξαιτίας της υψηλής πυκνότητας του πυρήνα του σμήνους, θα υπήρχαν πολλοί αστέρες επάνω στη διεύθυνση παρατήρησης, τόσο μπροστά όσο και πίσω από την σφαίρα επιρροής που θα έπρεπε προσεκτικά να εξαιρεθούν από τις μετρήσεις. Για τον εντοπισμό των τροχιών των λιγοστών αστέρων που εκπέμπουν ακτινοβολία και που κινούνται υπό την επίδραση της IMBH θα χρειαζόταν να δεσμευτεί το HST σε συνεχείς παρατηρήσεις του πυρήνα του σμήνους για πολλά χρόνια, κάτι που δεν είναι εφικτό.

Κάτι τέτοιο θα μπορούσε να γίνει, όμως, εφικτό με τη χρήση της νέας γενιάς υπερ-τηλεσκοπών, με διάμετρο 50 – 100m, που έχουν σχεδιαστεί και των οποίων η κατασκευή θα ολοκληρωθεί την επόμενη δεκαετία. Τα τηλεσκόπια αυτά, σε συνδυασμό με νέας γενιάς προσαρμόσιμα οπτικά συστήματα (adaptive optics), αναμένεται να έχουν τόσο καλή διακριτική ικανότητα, που θα μπορούσαν να παρατηρήσουν με ακρίβεια τις τροχιές των αστέρων που βρίσκονται βαθιά στα κέντρα των πιο πυκνών σφαιρωτών σμηνών του Γαλαξία, χωρίς να είναι αναγκαίο να δεσμευτούν σε αυτές τις παρατηρήσεις για παράλογο χρονικό διάστημα. Εως τότε, οι παρατηρήσεις των κέντρων των σφαιρωτών σμηνών με τη βοήθεια των διαθέσιμων τηλεσκοπίων είναι καταδικασμένες να περιορίζονται σε ενδείξεις της ύπαρξής μιας IMBH και στον προσδιορισμό μόνο ανώτερων ορίων για τη μάζα της.

Οι ενδείξεις (παρατηρησιακές αλλά και θεωρητικές) για την ύπαρξη IMBH βασίζονται σε διαφορετικές προσεγγίσεις στην ανίχνευσή τους, αλλά και σε υπολογιστικές προσομοιώσεις. Αυτές είναι:

1. Παρατηρήσεις οξέως άκρου στην κεντρική πυκνότητα και την ταχύτητα διασποράς σφαιρωτών σμηνών.
2. Εξαιρετικά φωτεινές πηγές ακτίνων X (Ultra-luminous X-ray sources, ULXs).
3. Αστροφυσικές προσομοιώσεις.

Παρακάτω εξετάζουμε μία-προς-μία τις ενδείξεις που οδήγησαν στο συμπέρασμα πως IMBH υπάρχουν ή τουλάχιστον δημιουργήθηκαν στα κέντρα σφαιρωτών σμηνών.

4.1.1 Παρατηρήσεις οξέως άκρου στην κεντρική πυκνότητα και την ταχύτητα διασποράς σφαιρωτών σμηνών

Σύμφωνα με θεωρητικές προβλέψεις [42, 43], η πυκνότητα αστερών σε σμήνη που διαθέτουν ένα κεντρικό αντικείμενο μεγάλης μάζας, παρουσιάζει ραγδαία αύξηση πολύ κοντά στο κέντρο. Επίσης, η ταχύτητα διασποράς κοντά στο κέντρο ενός τέτοιου σμήνους αναμένεται να παρουσιάζει αντίστοιχη ραγδαία αύξηση. Προσομοιώσεις σε υπολογιστή χρησιμοποιώντας διάφορες αριθμητικές μεθόδους (N-σωμάτων, Fokker-Planck, Monte-Carlo) έχουν επιβεβαιώσει τις θεωρητικές αυτές προβλέψεις [44, 45, 45, 46, 47] και είναι γενικά αποδεκτό πως η παρατήρηση οξέως άκρου στην πυκνότητα, αλλά και στην ταχύτητα διασποράς στο κέντρο ενός σφαιρωτού σμήνους, υποδηλώνει την ύπαρξη μιας IMBH, αν και υπάρχουν και άλλες φυσικές διεργασίες που θα μπορούσαν να εξηγήσουν μία τέτοια δομή. Ένα οξύ άκρο στην πυκνότητα θα μπορούσε να οφείλεται στο γεγονός πως ο πυρήνας του συγκεκριμένου σμήνους βρίσκεται υπό βαρυτική κατάρρευση, η οποία περιγράφεται στο Κεφάλαιο 2 (Παρ. 2.1.3). Επίσης, όπως έχει δείχθει με προσομοιώσεις N-σωμάτων [48, 49], μια μεγάλη συγκέντρωση μεγάλης μάζας αστρικών πτωμάτων (μελανών οπών και αστερών νετρονίων) στο κέντρο κι όχι απαραίτητα η ύπαρξη μιας IMBH, θα μπορούσε να εξηγήσει ένα παρατηρούμενο οξύ άκρο τόσο στην πυκνότητα, όσο και στην ταχύτητα διασποράς. Η συγκέντρωση των μεγάλης μάζας αστρικών πτωμάτων είναι πιθανή εξαιτίας του διαχωρισμού μάζας που αναμένεται να παρατηρείται ακόμη και σε νεαρά σμήνη που διαθέτουν διαφορετικής μάζας αστέρες. Τέλος, σε ορισμένες περιπτώσεις είναι δύσκολος ο εντοπισμός του ακριβούς κέντρου ενός σμήνους, οπότε οι μετρήσεις της πυκνότητας και τις ταχύτητας διασποράς κοντά σε αυτό είναι δυνατόν να μην είναι ακριβείς.

Παρόλους τους περιορισμούς και τις αντικρουόμενες θεωρίες, τα τελευταία χρόνια έχει γίνει δυνατή η παρατήρηση οξέος άκρου στα κέντρα διαφόρων σφαιρωτών σμηνών του Γαλαξία, κυρίως με τη χρήση του HST αλλά κι άλλων μεγάλων επίγειων τηλεσκοπίων. Με την επιπλέον μέτρηση και της ταχύτητας διασποράς σε διάφορα σημεία κοντά στο κέντρο, έγινε δυνατός ο προσδιορισμός της μάζας των IMBH σε διάφορα σφαιρωτά σμήνη. Παρατηρήσεις με το HST με τη βοήθεια των οποίων μετρήθηκε η ταχύτητα διασποράς σε μια σφαίρα 5arcsec γύρω από το κέντρο του σμήνους ω -Centauri, προσδιόρισαν τη μάζα της υποθετικής IMBH που βρίσκεται εκεί στις $4 \times 10^4 M_\odot$ [50, 51, 52]. Είναι απαραίτητο να σημειωθεί εδώ πως για τον προσδιορισμό της παραπάνω μάζας, χρησιμοποιήθηκαν δεδομένα από τις ακτινικές κι όχι τις ολικές ταχύτητες των αστερών που βρίσκονται κοντά στο κέντρο του σμήνους. Οι ολικές ταχύτητες δεν είναι παρατηρησιακά διαθέσιμες, κάτι που εισάγει επιπλέον περιορισμούς στον ακριβή υπολογισμό της ενδεχόμενης IMBH. Χρησιμοποιώντας διαφορετικές προσεγγίσεις των παρατηρήσεων οι van der Marel & Anderson (2010) [53], βρήκαν πως το άνω όριο της μάζας της IMBH που μπορεί να βρίσκεται στο κέντρο του ω -Centauri, είναι $1.2 \times 10^4 M_\odot$, ενώ εντόπισαν ένα σφάλμα της τάξης των 12arcsec στον προσδιορισμό του κέντρου του σμήνους στους υπολογισμούς των [50]. Σύμφωνα με ακόμη πιο πρόσφατες μελέτες [54], η μάζα της συγκεκριμένης υποθετικής IMBH είναι $4.7 \pm 1.0 \times 10^4 M_\odot$. Τέλος, παρατηρήσεις με τη βοήθεια των τηλεσκοπίων του Keck, αλλά και του HST, χρησιμοποιήθηκαν από τους Gebhardt et al (2005) [55] για τον προσδιορισμό της μάζας της υποθετικής IMBH που βρίσκεται στο κέντρο του G1, του μεγαλύτερου σφαιρωτού σφαιρωτού σμήνους της τοπικής ομάδας γαλαξιών που ανήκει στο γαλαξία της

Ανδρομέδας. Σύμφωνα με τους υπολογισμούς τους, η μάζα της κεντρικής IMBH που πιθανότατα υπάρχει εκεί έχει μάζα $2 \times 10^4 M_\odot$, όμως οι παρατηρήσεις της κεντρικής περιοχής του G1, μπορούν να εξηγηθούν και με διαφορετικές θεωρίες, που δεν περιλαμβάνουν την ύπαρξη IMBH.

4.1.2 Εξαιρετικά Φωτεινές Πηγές ακτίνων X (ULXs)

Εξαιρετικό ενδιαφέρον έχει το γεγονός πως σε ορισμένες από τις προαναφερθείσες περιπτώσεις, κοντά στο σημείο που θα πρέπει να βρίσκεται η υποθετική IMBH, έχουν βρεθεί εξαιρετικά φωτεινές πηγές ακτίνων X. Το γεγονός αυτό ενισχύει το σενάριο της ύπαρξης IMBH, χωρίς όμως να αποκλείει εντελώς διαφορετικές ερμηνείες, τόσο της ισχυρής πηγής ακτίνων X, όσο και της μετρούμενης πυκνότητας και ταχύτητας διασποράς κοντά στο κέντρο.

Τις τελευταίες δεκαετίες, έχουν σταλεί στο διάστημα μια σειρά από τηλεσκόπια ακτίνων X (ROSAT, ASCA, Chandra, XMM-Newton) τα οποία έχουν κάνει πολλές και πολύ σημαντικές ανακαλύψεις. Μία από αυτές, είναι οι εξαιρετικά φωτεινές πηγές ακτίνων X (Ultra-luminous X-ray sources, ULXs) των οποίων οι φωτεινότητες κυμαίνονται από $10^{39} \text{ erg s}^{-1}$ ως και $10^{40.5} \text{ erg s}^{-1}$ και οι οποίες έχουν εντοπιστεί σε πολλούς γαλαξίες. Σύμφωνα με στατιστικές, ένας στους πέντε γαλαξίες διαθέτει μια τουλάχιστον ULX [56], ενώ υπάρχουν πολλοί γαλαξίες που φιλοξενούν πάνω από πέντε ULXs [57]. Είναι γενικά αποδεκτό, πως ο μηχανισμός που βρίσκεται πίσω από τις ισχυρές πηγές ακτίνων X περιλαμβάνει μία μελανή οπή η οποία απορροφά υλικό που βρίσκεται γύρω της. Το υλικό αυτό, μπορεί να είναι απλώς μεσοαστρικό αέριο ή και αέριο που προέρχεται από αστέρες που πέφτουν μέσα στην μελανή οπή, όμως και στις δύο περιπτώσεις δημιουργεί ένα δίσκο προσάυξης γύρω αυτή και λίγο πριν από την πτώση του μέσα στη μελανή οπή, εκπέμπει ακτινοβολία.

Σύμφωνα με τη σχέση του Eddington, η φωτεινότητα μίας πηγής μάζας M που εκπέμπει ισοτροπικά δε μπορεί να είναι μεγαλύτερη από:

$$L_E = 1.3 \times 10^{38} \left(\frac{M}{M_\odot} \right) \text{ erg s}^{-1} \quad (4.1)$$

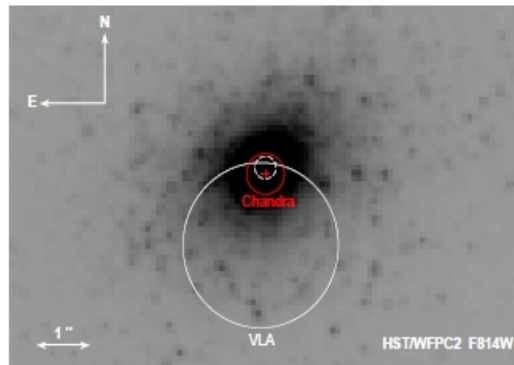
Το όριο αυτό ονομάζεται όριο Eddington και προκύπτει υποθέτοντας επιπλέον πως η ύλη γύρω από την πηγή είναι πλήρως ιονισμένη και πως η σκέδαση ηλεκτρονίων είναι ο βασικότερος παράγοντας αδιαφάνειας, κάτι που ισχύει για την ύλη που πέφτει μέσα σε μία μελανή οπή. Σύμφωνα με το όριο Eddington, μια μελανή οπή ηλιακής μάζας, που η μάζα της δε μπορεί να υπερβαίνει τις $35 M_\odot$, δε μπορεί σε καμία περίπτωση να εκπέμπει ισοτροπικά με φωτεινότητα άνω των $4.5 \times 10^{39} \text{ erg s}^{-1}$. Επειδή δεν υπάρχει γνωστός λόγος για τον οποίο μια τέτοια πηγή μπορεί να εκπέμπει προς ορισμένη κατεύθυνση κι όχι ισοτροπικά, υποθέτουμε πως όλες οι ULXs εκπέμπουν ισοτροπικά. Τότε, για την εξήγηση της τόσο μεγάλης φωτεινότητάς τους στις ακτίνες X, θα πρέπει πολλές από αυτές να έχουν μάζες αρκετές φορές τη μέγιστη αποδεκτή μάζα των μελανών οπών ηλιακής μάζας, οπότε δε μπορεί παρά μια IMBH να κρύβεται πίσω από το μηχανισμό παραγωγής τόσο ισχυρής ακτινοβολίας. Έχουν εντοπιστεί αρκετές ULXs με $L_x > 10^{40} \text{ erg s}^{-1}$ οι οποίες μπορούν να εξηγηθούν μόνο αν η μάζα της IMBH που είναι υπεύθυνη για την εκπομπή των ακτίνων X είναι $M > 70 M_\odot$. Επίσης, στο γαλαξία M82 έχει εντοπιστεί μια από τις πιο φωτεινές πηγές ακτίνων X με φω-

τεινότητα στις ακτίνες X περίπου $L_x = 9 \times 10^{40} \text{ erg s}^{-1}$ η οποία υποδεικνύει την ύπαρξη μιας μελανής οπής μάζας $M > 700 M_\odot$ [58, 59]. Αυτή μελανή οπή σε καμία περίπτωση δε θα μπορούσε να προέρχεται την εξέλιξη ενός και μόνου αστέρα, οπότε πρόκειται για μια IMBH που δημιουργήθηκε με διαφορετική διαδικασία. Ακόμη κι αν υποθεθεί πως οι ULXs είναι μη ισοτροπικές πηγές, οι πιο φωτεινές από αυτές, με φωτεινότητες που ξεπερνούν τα $5 \times 10^{39} \text{ erg s}^{-1}$, δε θα μπορούσαν να εξηγηθούν με την απλή υπόθεση μιας μελανής οπής ηλιακής μάζας. Φαίνεται λοιπόν αρκετά πιθανό οι ULXs να είναι IMBH, ενώ θα πρέπει να αναφερθεί πως δεν αποτελούν όλες οι IMBH ULXs, καθώς για να εκπέμπει μια IMBH ακτίνες X, θα πρέπει να υπάρχει αρκετό υλικό γύρω της που να παράγει την ακτινοβολία. Έτσι, οι ULXs, αν συνδέονται με IMBH, αποτελούν μόνο ένα ποσοστό του πληθυσμού τους.

Ενδιαφέρον αποτελεί επίσης το ότι οι περισσότερες από τις ULXs που έχουν παρατηρηθεί έχουν βρεθεί σε σφαιρωτά σμήνη που είναι πιθανόν να φιλοξενούν IMBH στα κέντρα τους, κάτι που κάνει το σενάριο της IMBH για την εξήγησή τους ακόμη πιο πιθανό. Παρατηρήσεις στις ακτίνες X, κυρίως ελλειπτικών γαλαξιών, με τα τηλεσκόπια Chandra και XMM-Newton, σε συνδυασμό με οπτικές παρατηρήσεις με το HST έδειξαν πως πολλές από τις ULXs εντοπίζονται σε σφαιρωτά σμήνη. Στη σύνδεση των ULXs με τα σφαιρωτά σμήνη συμβάλει και η παρατήρηση πως οι ελλειπτικοί γαλαξίες διαθέτουν κατά μέσο όρο περισσότερες ULXs σε σχέση με τους σπειροειδείς γαλαξίες. Στο Γαλαξία, αλλά και στον γαλαξία της Ανδρομέδας (M31), υπάρχουν πολύ λίγες πηγές ακτίνων X με φωτεινότητες άνω των $10^{38} \text{ erg s}^{-1}$, ενώ στον ελλειπτικό γαλαξία NGC1399 υπάρχουν δεκάδες τέτοιες πηγές. Αυτό μπορεί να συνδέεται με το ότι στους σπειροειδείς γαλαξίες ο αριθμός των σφαιρωτών σμηνών είναι μικρός (150 στο Γαλαξία, 300–400 στον M31), ενώ στους ελλειπτικούς, ο αριθμός των σμηνών είναι ~ 15 φορές μεγαλύτερος. Το ότι βρίσκονται πολλαπλάσιες ULXs στους ελλειπτικούς γαλαξίες, λοιπόν, μπορεί να οφείλεται απλά στο ότι διαθέτουν περισσότερα σφαιρωτά σμήνη που φιλοξενούν τέτοιες πηγές.

Βέβαια, δεν είναι ακόμη ξεκάθαρο το αν οι συγκεκριμένες πηγές ακτίνων X βρίσκονται στα κέντρα των σφαιρωτών σμηνών, όπου αναμένεται να υπάρχει η IMBH, ή σε κάποιο άλλο σημείο τους. Τα τελευταία χρόνια έχει γίνει σημαντική προσπάθεια για την εύρεση της ακριβούς θέσης των ULXs, χωρίς όμως να έχει γίνει πλήρης ταύτισή της με τα ακριβή κέντρα των σφαιρωτών σμηνών. Στο Σχήμα 4.3 παρουσιάζεται ο εντοπισμός της ULXs του σμήνους G1, με τη βοήθεια του τηλεσκοπίου ακτίνων X *Chandra*. Είναι φανερό πως η πηγή ακτίνων X βρίσκεται μέσα στον πυρήνα του σμήνους, αλλά δεν είναι σίγουρο αν ταυτίζεται με το κέντρο του σμήνους, όπως αυτό έχει βρεθεί με παρατηρήσεις από το HST, αλλά και από το Canada-France-Hawaii-Telescope (CFHT). Στο ίδιο σχήμα, σημειώνεται και η πηγή των ραδιοσημάτων από το σμήνος G1, όπως αυτή προσδιορίστηκε με το Very Large Array (VLT). Είναι φανερό πως ούτε στα ραδιοκύματα υπάρχει ένας σαφής προσδιορισμός και μια πλήρης ταύτιση της πηγής με το οπτικό κέντρο του σμήνους. Σύμφωνα με τους [60], εκτός από μια IMBH μάζας $2 \times 10^4 M_\odot$, η ULXs του σμήνους G1 θα μπορούσε να ερμηνευτεί ως ένα ή περισσότερα χαμηλής μάζας δίπλα συστήματα που εκπέμπουν σε ακτίνες X (Low-mass X-ray Binary, LMXB) και τα οποία βρίσκονται μέσα στον πυρήνα του σμήνους. Τέτοια συστήματα θα μπορούσαν να είναι μελανές οπές ηλιακής μάζας με συνοδό έναν αστέρα γίγαντα ή έναν αστέρα της κύριας ακολουθίας.

Τέλος, η μεταβλητότητα των ULXs, αν και δεν έχει μετρηθεί σχολαστικά σε πολλές περιπτώσεις, παρουσιάζει ενδείξεις για την σύνδεσή τους με IMBH. Μία πηγή μπορεί να



Σχήμα 4.3: Η πηγή ακτίνων X στο κέντρο του σμήνους G1. Ο κόκκινος κύκλος είναι ο κύκλος μέσα στον οποίο εντοπίστηκε με πιθανότητα 95% η πηγή ακτίνων X από το *Chandra*, ενώ ο κόκκινος σταυρός είναι το κέντρο του κύκλου αυτού. Ο λευκός κύκλος είναι ο κύκλος στον οποίο μέσα εντοπίστηκε με αντίστοιχη πιθανότητα η πηγή ραδιοκυμάτων από το VLA. Τέλος, ο λευκός διακεκομμένος κύκλος παριστάνει τον πυρήνα του σμήνους, όπως αυτός έχει προσδιοριστεί με παρατηρήσεις στο οπτικό. Είναι φανερό πως η πηγή ακτίνων X βρίσκεται μέσα στα όρια του πυρήνα. Πηγή: [60].

μεταβάλλεται με περίοδο που δε μπορεί να υπερβαίνει το χρόνο που κάνει το φως για να τη διαπεράσει. Έτσι, παρατηρώντας την περίοδο με την οποία μια πηγή μεταβάλλει τη φωτεινότητά της, μπορεί κανείς να υπολογίσει άνω όρια στις διαστάσεις της πηγής. Κάποιες από τις ULXs μεταβάλλουν τη φωτεινότητά τους με περίοδο εβδομάδων ή και ακόμη μικρότερη, κάτι που σημαίνει πως η πηγή τους έχει μικρές διαστάσεις και σε συνδυασμό με τη μεγάλη της μάζα, προκύπτει πως πρόκειται για IMBH. Βέβαια, η μεταβλητότητα των ULXs δεν έχει μελετηθεί για πολλές από αυτές και περαιτέρω παρατηρήσεις είναι αναγκαίο να γίνουν για να επιβεβαιωθεί η σύνδεσή τους με IMBH. Σε κάθε περίπτωση όμως, αν υποθέσουμε πως δεν υπάρχει IMBH πίσω από κάθε ULXs, θα πρέπει να υποθέσουμε είτε τη μη σφαιρικά συμμετρική εκπομπή ακτινοβολίας, είτε πως για κάποιο λόγο οι πηγές αυτές εκπέμπουν πάνω από το όριο Eddington, αλλά θα πρέπει να βρεθεί ο ακριβής μηχανισμός και λόγος για τον οποίο θα μπορούσε να συμβαίνει κάτι από τα δύο.

4.1.3 Αστροφυσικές προσομοιώσεις

Εκτός από τις παρατηρησιακές ενδείξεις, στοιχεία για την ύπαρξη IMBH σε σφαιρωτά σμήνη και μικρούς γαλαξίες, έχουν προκύψει και από υπολογιστικές προσομοιώσεις σμηνών αστερών που έχουν γίνει δυνατές τα τελευταία χρόνια εξαιτίας της ραγδαίας εξέλιξης τόσο του λογισμικού, όσο και των υπολογιστικών συστημάτων. Σε αρκετές περιπτώσεις έχουν γίνει προσομοιώσεις που προσπαθούν να ερμηνεύσουν τις παρατηρούμενες ιδιοτητές και δομές ορισμένων σφαιρωτών σμηνών. Η ύπαρξη μιας IMBH επηρεάζει τη δομή ενός σμήνους με πολλούς τρόπους, κι έτσι οι προσομοιώσεις με ή χωρίς την ύπαρξη IMBH καταλήγουν σε διαφορετικά αποτελέσματα για την τελική μορφή του σμήνους. Σύγκριση των αποτελεσμάτων των προσομοιώσεων με πραγματικές παρατηρήσεις, μπορεί να υποδείξει την ύπαρξη ή μη IMBH σε ένα σμήνος.

Στο παρελθόν ήταν γενικά αποδεκτό πως σμήνη που περιέχουν IMBH στο κέντρο τους,



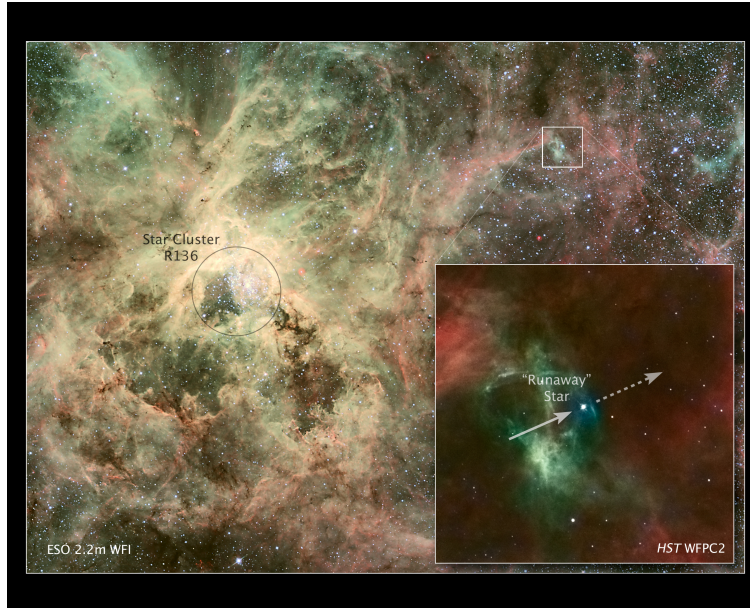
Σχήμα 4.4: Η κεντρική περιοχή του σμήνους M15. Σύμφωνα με προσομοιώσεις N-σωμάτων η ραγδαία αύξηση της πυκνότητας στον πυρήνα είναι ένδειξη της μη ύπαρξης IMBH στο κέντρο του. Η έλλειψη ισχυρής πηγής ακτίνων X ενισχύει την ένδειξη αυτή. Πηγή [61].

παρουσιάζουν μια ραγδαία αύξηση της πυκνότητας προς το κέντρο και πως η κατανομή πυκνότητας τέτοιων σμηνών μοιάζει περισσότερο με την κατανομή πυκνότητας ενός σμήνους υπό κατάρρευση. Την πεποίθηση αυτή κατέρριψαν οι Baumgardt et al (2005) [61] που με προσομοιώσεις σμηνών με IMBH στο κέντρο τους, τις οποίες ακολούθησαν για 12Gyr, έδειξαν πως σμήνη με IMBH θα πρέπει να συμπεριλαμβάνονται ανάμεσα στα πιο αραιά σμήνη που υπάρχουν, ακόμη κι αν στο ξεκίνημα η πυκνότητα αστερών στο κέντρο τους είναι από τις μεγαλύτερες που υπάρχουν στο Σύμπαν. Σύμφωνα με την παρατήρηση αυτή, η αναζήτηση IMBH θα πρέπει να γίνεται στα κέντρα αραιών, παρά πυκνών σμηνών. Η εξήγηση της παρατήρησης αυτής προκύπτει από το ότι η IMBH είναι πηγή θερμότητας του σμήνους δίνοντας μεγάλες ταχύτητες στους αστέρες του κέντρου με αποτέλεσμα το κέντρο του σμήνους να διογκώνεται. Επίσης, η δημιουργία στενών διπλών συστημάτων με την IMBH ως μέλος τους, συμβάλει επιπλέον στη θέρμανση και περαιτέρω διαστολή του κέντρου του σμήνους. Σύμφωνα με τους Baumgardt et al (2005), η διαστολή δεν εξαρτάται από το αρχικό μέγεθος του σμήνους, ούτε και από την αρχική κατανομή πυκνότητας, ενώ εξαρτάται από τη μάζα της IMBH και από τον συνολικό αριθμό των αστερών του σμήνους. Σύμφωνα με τις προσομοιώσεις αυτές, το σμήνος M15, στον οποίου τον πυρήνα έχει παρατηρηθεί μια απότομη αύξηση της πυκνότητας, είναι απίθανο να διαθέτει μια κεντρική IMBH. Αντίθετα, η παρατηρούμενη πυκνότητα του θα μπορούσε να ερμηνευτεί με την ύπαρξη υψηλής συγκέντρωσης αστρικών πτωμάτων (μελανών οπών ηλιακής μάζας, αστερών νετρονίων και λευκών νάνων) στον πυρήνα.

Επίσης, σύμφωνα με τις προσομοιώσεις των Baumgardt et al (2005), ο διαχωρισμός μάζας δεν είναι τόσο έντονος σε σμήνη στα οποία υπάρχει IMBH, ενώ ταυτόχρονα οι πε-

ρισσότερες από τις BHs του σμήνους σε μικρό χρονικό διάστημα φτάνουν στο κέντρο, όπου αλληλεπιδρούν έντονα μεταξύ τους με αποτέλεσμα οι περισσότερες από αυτές να αποκτούν μεγάλες γωνιακές ταχύτες και να διαφεύγουν από το σμήνος. Στις περισσότερες από τις προσομοιώσεις μόνο μία από αυτές τις BHs παραμένει στο κέντρο του σμήνους ως και τα 12 Gyr, παγιδευμένη σε κλειστή κοντινή τροχιά γύρω από την IMBH.

Η πιο ισχυρή ένδειξη, όμως, για την ύπαρξη IMBH σε σμήνη αστερών, έρχεται από την ανακάλυψη ενός νέου μηχανισμού δημιουργίας τους στα πολύ πυκνά κέντρα των νεαρών αστρικών σμηνών. Ο μηχανισμός αυτός δεν μπορεί να εφαρμοστεί σε όλα τα σμήνη, αλλά μόνο σε εκείνα στα οποία ο χρόνος μέσα στον οποίο οι γίγαντες του αρχικού αστρικού πληθυσμού του σμήνους, λόγω του διαχωρισμού μάζας, συγκεντρώνονται κόντα στο κέντρο, πριν τη μετατροπή τους σε μελανές οπές. Στα σμήνη αυτά, η υψηλή συγκέντρωση αστερών στο κέντρο, προκαλεί την ενεργοποίηση ενός μηχανισμού σύμφωνα με τον οποίο οι αστέρες αρχίζουν να συγκρούονται διαδοχικά μεταξύ τους με αποτέλεσμα τη γρήγορη δημιουργία ενός πολύ μεγάλου αστέρα. Το μέλλον του αστέρα αυτού δεν είναι γνωστό μέχρι σήμερα, όμως θεωρείται βέβαιο πως μέσα σε σύντομο χρονικό διάστημα, θα καταλήξει σε μια μελανή οπή με μάζα $250 - 500 M_{\odot}$. Προσομοιώσεις N-σωμάτων έχουν δείξει πως είναι δυνατόν να είχε ενεργοποιηθεί ο μηχανισμός αυτός στα αρχικά στάδια της ζωής ορισμένων σμηνών. Για παράδειγμα προσομοιώσεις του σμήνους MGG-11 του γαλαξία M82 έχουν δείξει πως μπορεί να έχει δημιουργηθεί εκεί μία μελανή οπή μάζας $800 - 1000 M_{\odot}$ με το μηχανισμό αυτό, ενώ αντίστοιχες προσομοιώσεις του MGG-9, που ανήκει στον ίδιο γαλαξία, έδειξαν πως ο μηχανισμός δε μπορεί να έχει ενεργοποιηθεί σε αυτό το σμήνος [62]. Τα παραπάνω αποτελέσματα συμφωνούν με την παρατήρηση της ύπαρξης πηγής ακτίνων X στο σμήνος MGG-11, κάτι που δεν έχει παρατηρηθεί, όμως στο σμήνος MGG-9. Τέλος, συγκρίνοντας παρατηρήσεις με προσομοιώσεις N-σωμάτων οι Portegies-Zwart et al (2000) [63] κατέληξαν σε ανάλογα συμπεράσματα τόσο για σμήνη του Γαλαξία, αλλά και άλλων κοντινών γαλαξιών. Έτσι, είναι δυνατό να ενεργοποιηθεί ο μηχανισμός συγκρούσεων αστερών στα νεαρά σμήνη Quintuplet, Arches και NGC-3603 που βρίσκονται κοντά στο κέντρο του Γαλαξία, όμως τα σμήνη αυτά δε διαθέτουν αρκετούς μεγάλους αστέρες, ώστε το τελικό αποτέλεσμα να είναι μια μελλοντική IMBH. Από την άλλη, το νεαρό υπερ-σμήνος του Γαλαξία Westerlund 1 έχει την πυκνότητα, τη μάζα αλλά και την ηλικία (5 Myr) για τη δημιουργία μιας IMBH με το μηχανισμό των συγκρούσεων αστερών, όμως μέχρι τώρα αυτή η ένδειξη δεν έχει ενισχυθεί με την παρατήρηση μιας ισχυρής πηγής ακτίνων X. Τέλος, πρόσφατα, στο νεαρό υπερ-σμήνος R136 του Μεγάλου Μαγγελανικού Νέφους, έχει ανακαλυφθεί ο μεγαλύτερος σε μάζα αστέρας, R136a1, [64] με μάζα $265 M_{\odot}$ και ο οποίος ίσως να είναι προϊόν συγκρούσεων πολλών αστερών-γιγάντων και πιθανότατα σύντομα θα καταρρεύσει σε μια μελανή οπή. Η μελανή οπή αυτή θα μπορούσε να είναι ο "σπόρος" για τη δημιουργία μιας IMBH. Η παρατήρηση αστερών που διαφεύγουν από το σμήνος αυτό με πολύ μεγάλες ταχύτητες (βλ. Σχήμα 4.5) είναι μια ακόμη ένδειξη των πολύ ισχυρών αλληλεπιδράσεων που πραγματοποιούνται στο κέντρο, στις οποίες είναι πιθανόν να παίζει κυρίαρχο ρόλο μία IMBH που υπάρχει ή που δημιουργείται εκεί. Στην επόμενη παράγραφο παρουσιάζονται οι πιθανοί τρόποι δημιουργίας IMBH, συμπεριλαμβανομένου και του σεναρίου των συγκρούσεων αστερών, σύμφωνα με θεωρητικές μελέτες των τελευταίων ετών.



Σχήμα 4.5: Διαφεύγοντας αστέρας από το νεαρό υπερσμήνος R136 που βρίσκεται στο Μεγάλο Μαγγελανικό Νέφος. Ο αστέρας διαφεύγει με μεγάλη ταχύτητα η οποία είναι αποτέλεσμα βίαιων αλληλεπιδράσεων στο κέντρο του σμήνους. Πηγή www.spacetelescope.org/news/heic1008/

4.2 Σενάρια δημιουργίας μελανών οπών μεσαίας μάζας

Οι IMBH λόγω της μεγάλης τους μάζας, δεν είναι δυνατό να σχηματιστούν από αστέρες της κύριας ακολουθίας που υπάρχουν στο σημερινό Σύμπαν. Για να γίνει κάτι τέτοιο, θα έπρεπε ο αστέρας που θα καταρρεύσει για να δώσει μια IMBH να έχει μάζα τουλάχιστον ίση με τη μάζα της IMBH, δηλαδή μεγαλύτερη από $250 M_{\odot}$, κάτι που είναι αδύνατο σύμφωνα με τις θεωρίες της αστρικής εξέλιξης, λόγω της υψηλής περιεκτικότητας του σημερινού μεσοαστρικού αερίου σε μέταλλα [65]. Έτσι, αν IMBH έχουν σχηματιστεί από καταρρεύσεις απλών αστέρων, τότε αυτό μπορεί να έχει γίνει μόνο στο παρελθόν, όπου η ύπαρξη γιγαντιαίων αστέρων ήταν δυνατή, λόγω της χαμηλής περιεκτικότητας σε μέταλλα του μεσοαστρικού νέφους [66]. Οι συγκεκριμένοι αστέρες ονομάζονται αστέρες του πληθυσμού III (Population III stars ή απλά Pop-III stars) έχουν προβλεφθεί θεωρητικά και αποτελούν πιθανούς προγόνους IMBH.

Από την άλλη, θα μπορούσε να ισχυριστεί κάποιος πως μια μελανή οπή ηλιακής μάζας θα μπορούσε να μεγαλώσει τη μάζα της στα επίπεδα των IMBH μέσω προσαύξεσης μάζας είτε από μεσοαστρικό αέριο, είτε από αστέρες και αστρικά κατάλοιπα (άλλες μελανές οπές, αστέρες νετρονίων ή λευκούς νάνους) που συγκρούονται μαζί της. Η προσαύξεση μάζας από μεσοαστρικό αέριο γίνεται με ρυθμό (βλ. [67, 68]):

$$\dot{M} = 10^{-13} \left(\frac{M}{10 M_{\odot}} \right) \left(\frac{\rho}{10^{-24} \text{ g cm}^{-3}} \right) \left(\frac{v}{10 \text{ cm s}^{-1}} \right)^{-1} M \quad (4.2)$$

όπου M η αρχική μάζα της μελανής οπής, ρ η πυκνότητα του αερίου και v η θερμική του ταχύτητα. Σύμφωνα με τον παραπάνω τύπο, μια ηλιακής μάζας μελανή οπή, αυξάνοντας τη

μάζα της λόγω προσαύξεσης μεσοαστρικού αερίου, ακόμη κι αν το αέριο ήταν πολύ πυκνό, θα χρειαζόταν χρόνο μεγαλύτερο από την ηλικία του Σύμπαντος για να αυξήσει τη μάζα της και να μετατραπεί σε IMBH. Έτσι, το σενάριο να προέρχονται οι IMBH από απλές αστρικές μελανές οπές που προσαυξάνουν τη μάζα τους από αέριο, θα πρέπει να απορριφθεί.

Η μόνη φυσική διεργασία που απομένει, είναι η προσαύξεση της μάζας μιας αστρικής μελανής οπής από συγκρούσεις με άλλους αστέρες ή αστρικά κατάλοιπα. Δύο είναι οι πιθανές περιπτώσεις: (1) ο αστέρας που θα μετατραπεί σε IMBH συγκρούεται διαδοχικά με άλλους αστέρες-γίγαντες, δίνοντας ένα συνεχώς μεγαλύτερο αστέρα που κάποια στιγμή θα μετατραπεί σε IMBH, ή (2) δημιουργείται μια μεγάλης μάζας ηλιακή μελανή οπή της οποίας η μάζα αυξάνει ραγδαία μέσω συγκρούσεων με άλλους αστέρες και μελανές οπές. Είναι προφανές πως για την ενεργοποίηση των διαδοχικών συγκρούσεων που θα αυξήσουν τη μάζα του τελικού προϊόντος στα επίπεδα μιας IMBH, είναι απαραίτητη η ύπαρξη υψηλής συγκέντρωσης αστέρων στο περιβάλλον γύρω από το αρχικό σώμα. Τέτοια περιβάλλοντα δεν υπάρχουν στο Σύμπαν, παρά μόνο στα κέντρα κάποιων αστρικών σμήνων. Ο πρώτος μηχανισμός, που δημιουργεί πολύ μεγάλο αστέρα που θα καταλήξει σε IMBH, μπορεί να ενεργοποιηθεί στα κέντρα των νεαρών υπέρπυκνων αστρικών σμηνών, ενώ ο δεύτερος στα κέντρα μεγαλύτερων σε ηλικία σφαιρωτών σμηνών των οποίων ο πυρήνας έχει καταρρεύσει.

Παρακάτω περιγράφουμε με περισσότερες λεπτομέρειες τους τρεις μηχανισμούς δημιουργίας IMBH. Οι μηχανισμοί αυτοί μπορούν να παράγουν μια IMBH με μάζα από μερικές εκατοντάδες ως και μερικές χιλιάδες $M_{\odot}$, γι' αυτό το λόγο μπορούν να ονομαστούν και μηχανισμοί δημιουργίας ενός προγόνου ή "σπόρου" μιας IMBH. Ο "σπόρος" αυτός, μέσω κάποιων άλλων διαδικασιών, που μπορεί να περιλαμβάνουν περαιτέρω συγκρούσεις με αστέρες ή αστρικά κατάλοιπα, αλλά και προσαύξεση από το μεσοαστρικό αέριο που συσσωρεύεται στο κέντρο του σμήνους, μπορεί να αυξήσει σταδιακά τη μάζα του αρκετές φορές φτάνοντας σε μερικές περιπτώσεις τις μερικές δεκάδες χιλιάδες $M_{\odot}$.

4.2.1 Δημιουργία IMBH από αστέρες του πληθυσμού III

Οι μάζες των αστέρων του τωρινού Σύμπαντος περιορίζονται από δύο φαινόμενα: Το πρώτο είναι η ψύξη ενός μοριακού νέφους λόγω των γραμμών εκπομπής των μετάλλων, που ακόμη κι αν η μάζα Jeans του νέφους είναι αρκετά μεγάλη, έχει ως αποτέλεσμα, μικρότερα μέρη του νέφους, με μάζες $M \lesssim 100M_{\odot}$, να συμπυκνώνονται, δίνοντας αστέρες. Το δεύτερο φαινόμενο που περιορίζει τη μάζα ενός αστέρα του τωρινού Σύμπαντος είναι οι ισχυρές ταλαντώσεις, αλλά και οι δυνάμεις λόγω ακτινοβολίας που οδηγούν αστέρες με μάζα $M \gtrsim 100M_{\odot}$ να χάνουν γρηγορότερα μάζα από ότι κερδίζουν μέσω προσαύξεσης από το μεσοαστρικό αέριο [65]. Τέλος, ακόμη κι αν σήμερα μπορέσει να δημιουργηθεί ένας αστέρας με μάζα $M \sim 100M_{\odot}$, πριν την τελική του κατάρρευση σε μελανή οπή, ισχυροί αστρικοί άνεμοι θα οδηγούσαν στην απώλεια του μεγαλύτερου μέρους της μάζας του και η τελική μελανή οπή που θα δημιουργούνταν θα είχε πολύ μικρότερη μάζα [69].

Όλα τα παραπάνω φαινόμενα που καθιστούν αδύνατη τη δημιουργία μελανών οπών με μάζες άνω των $100M_{\odot}$, από απλή κατάρρευση ενός αστέρα στο σημερινό Σύμπαν, εξαρτώνται σε πολύ μεγάλο βαθμό από την περιεκτικότητα του σημερινού αερίου του Σύμπαντος σε μέταλλα, ή αλλιώς από τη μεταλλικότητα του αερίου. Το γεγονός αυτό είναι σημαντικό

αν αναλογιστεί κανείς πως το αέριο που υπήρχε στο Σύμπαν, δεν είχε πάντα την ίδια μεταλλικότητα, αλλά στο παρελθόν είχε πολύ μικρότερη από αυτή που παρατηρείται σήμερα. Οι πρώτοι αστέρες και πιθανότατα οι πρώτες μελανές οπές, δημιουργήθηκαν σε ένα περιβάλλον πολύ πιο φτωχό σε μέταλλα από ότι είναι το σημερινό Σύμπαν, όπου πολλοί από τους λόγους που περιορίζουν τη μάζα τόσο των αστερών, όσο και των μελανών οπών, δεν υφίσταντο. Σύμφωνα με αρκετές θεωρητικές μελέτες οι πρώτοι αστέρες, που ονομάζονται αστέρες του πληθυσμού III (Population III stars) μπορούσαν να έχουν εκατοντάδες ή ακόμη και χιλιάδες ηλιακές μάζες τη στιγμή της δημιουργίας τους, επειδή η χαμηλή περιεκτικότητα σε μέταλλα, καθιστούσε το μηχανισμό ψύξης του αρχικού μοριακού αερίου ουσιαστικά ανενεργό, δίνοντας τη δυνατότητα σε μεγάλες ποσότητες αερίου να καταρρεύσουν βαρυτικά. Επίσης, κατά τη διάρκεια της ζωής ενός τέτοιου αστέρα, οι μηχανισμοί απώλειας μάζας ήταν μάλλον περιορισμένοι εξαιτίας της χαμηλής περιεκτικότητας σε μέταλλα, οπότε η μάζα του αστέρα δεν άλλαζε ουσιαστικά κατά τη σύντομη διάρκεια παραμονής του στην κύρια ακολουθία. Για τον ίδιο λόγο ακόμη και κατά τη διάρκεια της κατάρρευσής του αστέρα σε μελανή οπή, δεν υπήρχε μεγάλη απώλεια μάζας από αστρικούς ανέμους και ταλαντώσεις.

Η μάζα της μελανής οπής που θα προέκυπτε από έναν αστέρα του πληθυσμού III, λοιπόν δεν περιορίζεται ουσιαστικά από αστρικούς ανέμους ή ταλαντώσεις. Παρόλα αυτά, όλοι οι μεγάλης μάζας αστέρες του πληθυσμού III δεν αφησαν πίσω τους μελανές οπές με μάζες $M \gtrsim 100M_{\odot}$. Σύμφωνα με θεωρητικές μελέτες [70] για τις οποίες υπάρχει ακόμη αρκετή αβεβαιότητα, οι μάζες των μελανών οπών, που προέκυψαν από τους πρώτους αστέρες, εξαρτώνται από την αρχική μάζα του αστέρα, επειδή η μάζα αυτή είναι υπεύθυνη για τους διαφορετικούς μηχανισμούς που ενεργοποιούνται κατά τη διάρκεια της βαρυτικής κατάρρευσης. Έτσι, αστέρες του πληθυσμού III με μάζες $10M_{\odot} \lesssim M_{\text{init}} \lesssim 40M_{\odot}$ είναι πιο πιθανό έπειτα από μία έκρηξη υπερκαινοφανούς να καταλήξουν σε μια μελανή οπή μάζας $\sim 5 - 10M_{\odot}$. Αν η μάζα του αρχικού αστέρα είναι $40M_{\odot} \lesssim M_{\text{init}} \lesssim 100M_{\odot}$, τότε η ενέργεια που μεταφέρεται κατά τη διάρκεια της βαρυτικής κατάρρευσης, από τον πυρήνα προς τους εξωτερικούς φλοιούς του αστέρα, είναι μικρή για να τους αποκόψει από τον πυρήνα, κι έτσι, σχεδόν όλος ο αστέρας καταρρέει σε μελανή οπή, η οποία έχει σχεδόν όλη τη μάζα του αρχικού αστέρα. Στην περίπτωση που η μάζα του αστέρα είναι $100M_{\odot} \lesssim M_{\text{init}} \lesssim 250M_{\odot}$, η κατάσταση περιπλέκεται καθώς σύμφωνα με μελέτες [71, 72] πριν τη βαρυτική κατάρρευση του πυρήνα, το οξυγόνο που υπάρχει εκεί "καίγεται" σε θερμοκρασίες $kT \gtrsim m_e c^2/3$. Στις θερμοκρασίες όμως αυτές γίνεται παραγωγή ζεύγους σωματιδίων-αντισωματιδίων (pair production). Τα ζεύγη είναι μη-σχετικιστικά κι έτσι δε συνεισφέρουν στην πίεση του πυρήνα, ο οποίος οδηγείται σε περαιτέρω συρρίκνωση, αυξάνοντας επιπλέον τη θερμοκρασία κι ενισχύοντας με τον τρόπο αυτό την παραγωγή ζευγών. Η διαδικασία γίνεται με τον τρόπο αυτό ανεξέλεγκτη και οδηγεί στη σύντηξη οξυγόνου συνολικής μάζας $\sim 40M_{\odot}$ η οποία γίνεται με τόσο ραγδαίο τρόπο που στο τέλος, μέσω μιας ιδιαίτερης έκρηξης υπερκαινοφανούς που ονομάζεται "Pair-Instability SuperNova" (PISN), διαλύεται τελείως ο αστέρας χωρίς να αφήσει πίσω του κάποιο κατάλοιπο. Όταν η μάζα του αρχικού αστέρα του πληθυσμού III είναι $M \gtrsim 250M_{\odot}$, τότε και πάλι η κατάρρευση είναι τέτοια που να αφήνει πίσω της μια μελανή οπή που διατηρεί σχεδόν όλη τη μάζα του αστέρα. Έτσι, είναι προφανές πως ο αριθμός των IMBH που προέρχονται από κατάρρευση αστερών του πληθυσμού III εξαρτάται από πόσο εύκολα και συχνά τέτοιοι αστέρες με μάζες άνω των $250M_{\odot}$ μπορούσαν να δημιουργηθούν από το πρωταρχικό αέριο, κάτι που δεν είναι σαφές μέχρι σήμερα.

4.2.2 Δημιουργία IMBH από συγκρούσεις αστερών

Τα περισσότερα, αν όχι όλα τα αστρικά σμήνη που παρατηρούμε σήμερα, έχουν περάσει στο παρελθόν από μια φάση στην οποία η πυκνότητα αστερών στον πυρήνα τους είχε ανέλθει σε πολύ μεγάλες τιμές. Η συνήθως σύντομη περίοδος αυτή της εξέλιξης των σμηνών ονομάζεται κατάρρευση του πυρήνα κι έχει αναλυθεί στο Κεφάλαιο 2. Σύμφωνα με τη θεωρία, η κατάρρευση του πυρήνα ενός θεωρητικού σμήνους που αποτελείται από ίσης μάζας αστέρες, γίνεται σε χρόνο [73]:

$$t_{cc} \simeq 15t_{rlx}. \quad (4.3)$$

Όπου t_{rlx} είναι ο χρόνος χαλάρωσης μισής μάζας (half-mass relaxation time) που αποτελεί τη χαρακτηριστική κλίμακα χρόνου του σμήνους και δίνεται από τη σχέση (2.5). Η σχέση 4.3 έχει επιβεβαιωθεί τόσο από προσομοιώσεις N-σωμάτων, όσο και από προσομοιώσεις Monte Carlo σμηνών που αποτελούνται από ίσης μάζας αστέρες.

Σε πιο ρεαλιστικά σμήνη, όπου οι αστέρες έχουν διαφορετικές μάζες μεταξύ τους, ο χρόνος κατάρρευσης συρρικνώνεται, γιατί αστέρες με μεγάλη μάζα τείνουν να συγκεντρώνονται γρήγορα κοντά στο κέντρο του σμήνους. Η χαρακτηριστική κλίμακα χρόνου κατά την οποία ένας αστέρας μάζας m θα φτάσει στο κέντρο του σμήνους υπολογίζεται προσεγγιστικά από τη σχέση:

$$t_f = 3.3 \frac{\bar{m}}{m} t_{rlx}. \quad (4.4)$$

Όπου $\bar{m}$ είναι η μέση μάζα του σμήνους. Σύμφωνα με την παραπάνω σχέση όσο πιο μεγάλη είναι η μάζα του αστέρα τόσο πιο γρήγορα αυτός θα φτάσει στον πυρήνα. Έτσι σύντομα κατά τη δυναμική εξέλιξη του σμήνους οι πιο μεγάλοι αστέρες του συγκεντρώνονται στο κέντρο δημιουργώντας ένα πυκνό σε μεγάλους αστέρες πυρήνα. Αυτό έχει ως συνέπεια ο χρόνος της κατάρρευσης του πυρήνα να είναι μικρότερος από ότι στην περίπτωση του ιδεατού σμήνους με τους ίσης μάζας αστέρες. Ο χρόνος κατάρρευσης του πυρήνα στην ρεαλιστική αυτή περίπτωση έχει βρεθεί με προσομοιώσεις N-σωμάτων και είναι:

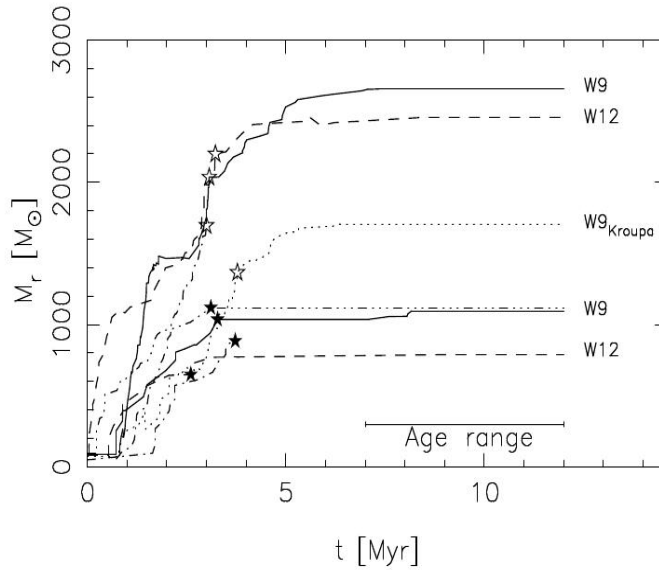
$$t_{cc} \simeq 0.2t_{rlx} \quad (4.5)$$

Η παραπάνω σχέση έχει επιβεβαιωθεί και με προσομοιώσεις N-σωμάτων που κάναμε στα πλαίσια παρουσίασης του κώδικα Myriad [20] όπως αναφέρεται στο Κεφάλαιο 6.

Όταν σε ένα σμήνος ο χρόνος χαλάρωσης είναι μικρότερος από 25 Myr, τότε ο χρόνος κατάρρευσης του πυρήνα είναι μικρότερος από 5 Myr και στην περίπτωση αυτή, ακόμη και οι μεγαλύτεροι αστέρες του σμήνους θα φτάσουν στον πυρήνα του πριν εξελιχθούν σε μελανές οπές. Ο χρόνος που ένας αστέρας μάζας παραμένει στην κύρια ακολουθία δίνεται από τη σχέση:

$$t_{ms} = 10^4 \left(\frac{M}{M_{\odot}} \right)^{-2.5} \text{Myr}. \quad (4.6)$$

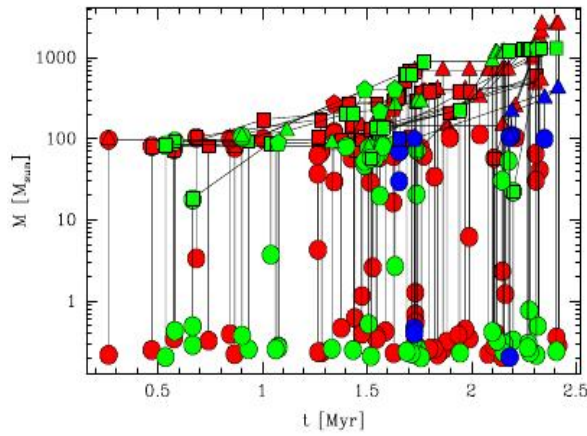
Σύμφωνα με τις παραπάνω σχέσεις, ένας αστέρας ενός σμήνους με μάζα μεγαλύτερη από $50M_{\odot}$ θα εξελιχθεί σε μελανή οπή σε ~ 5 Myr, όμως θα έχει ήδη φτάσει, μαζί με άλλους αστέρες-γίγαντες, στο κέντρο του σμήνους, αν αυτό έχει χρόνο χαλάρωσης μισής μάζας (βλ. Κεφάλαιο 2, Παρ. 2.1.3) μικρότερο από 25 Myr. Σε τέτοια σμήνη λοιπόν είναι δυνατό να σχηματιστεί ένας πυκνός σε αστέρες-γίγαντες πυρήνας κάτι το οποίο μπορεί



Σχήμα 4.6: Αύξηση της μάζας ενός αστέρα-γίγαντα μέσω του μηχανισμού των διαδοχικών συγκρούσεων στα κέντρα σμηνών με διαφορετικές αρχικές κατανομές, όπως αυτά έχουν προσομοιωθεί με προσομοιώσεις N-σωμάτων. Για την επιβεβαίωση των αποτεσμάτων έχουν χρησιμοποιηθεί οι δύο πιο διαδεδομένοι κώδικες N-σωμάτων, το Starlab (ανοιχτά αστέρια) και ο NBODY6 (γεμάτα αστέρια). Το αστεράκι σε κάθε γραφική παράσταση σημειώνει τη χρονική στιγμή της πρώτης έκρηξης υπερκαινοφανούς στο σμήνος, που τυπικά συμβαίνει περί τα 3Myr. Στο δεξί μέρος κάθε γραφικής παράστασης δηλώνεται η κατανομή πυκνότητας του αρχικού σμήνους. Σε όλες τις περιπτώσεις πρόκειται για μοντέλα King (βλέπε Κεφάλαιο 2) με διαφορετικές τιμές της παραμέτρου W_0 . Επίσης, σε όλες τις αρχικές συνθήκες η αρχική κατανομή μαζών είναι τύπου Salpeter (βλέπε Κεφάλαιο 2), εκτός από μία στην οποία είναι Kroupa. Είναι σαφές πως σε όλες τις περιπτώσεις, με πολύ γρήγορο ρυθμό και μόλις στα πρώτα $\sim 4 - 5$ Myr έχει δημιουργηθεί ένας αστέρας μάζας από μερικές εκατοντάδες ως και μερικές χιλιάδες $M_\odot$. Μετά την έκρηξη υπερκαινοφανούς, η μάζα του αντικειμένου αυτού δεν μεταβάλλεται ουσιαστικά. Πηγή: [63].

να πυροδοτήσει μια σειρά από φυσικές συγκρούσεις μεταξύ τους, όπως έχει παρατηρηθεί σε προσομοιώσεις N-σωμάτων. Οι συγκρούσεις αυτές ξεκινούν με το μεγαλύτερο σε μάζα αστέρα να συγκρούεται με κάποιον επίσης μεγάλης μάζας αστέρα και συνεχίζονται με το αποτέλεσμα της σύγκρουσης αυτής, που είναι ένας νέος ακόμη μεγαλύτερης μάζας αστέρας, να συγκρούεται διαδοχικά με άλλους αστέρες μεγάλης μάζας. Ο μηχανισμός αυτός ονομάζεται runaway mergers of stars (διαδοχικές και πολύ συχνές συγκρούσεις αστερών) και είναι δυνατόν να οδηγήσει στο σχηματισμό ενός πολύ μεγάλου αστέρα με μάζα $200 - 500 M_\odot$. Το μέλλον του αστέρα αυτού δεν είναι βέβαιο, όμως θεωρείται σίγουρο πως καταλήγει σε μια μελανή οπή με μικρή ή καθόλου απώλεια μάζας. Η μελανή οπή που δημιουργείται έτσι έχει μάζα εντός των ορίων της μάζας μιας IMBH και μπορεί να αυξήσει τη μάζα της περαιτέρω με κάποιον άλλο μηχανισμό.

Η δημιουργία IMBH με το μηχανισμό των διαδοχικών συγκρούσεων αστερών σε νε-αρά αστρικά σμήνη, έχει παρατηρηθεί σε προσομοιώσεις N-σωμάτων (βλ. Σχήμα 4.6 και



Σχήμα 4.7: Το ``δέντρο" των συγκρούσεων μεταξύ αστέρων σε Monte-Carlo προσομοίωση ενός σμήνους αστέρων με αρχική κατανομή μαζών Kroupa. Αρχικά το 10% των αστέρων βρίσκονται σε διπλά συστήματα. Τρία διαφορετικά ``κανάλια" συγκρούσεων δημιουργούνται που οδηγούν σε τρεις διαφορετικούς μεγάλους αστέρες. Τα χρώματα στο διάγραμμα υποδηλώνουν τα τρία διαφορετικά ``δέντρα" συγκρούσεων, ενώ κάθε σημείο στο διάγραμμα δείχνει μια σύγκρουση. Στο τέλος της προσομοίωσης (περί τα 2.5 Myr) έχουν σχηματιστεί τρεις μελανές οπές με μάζες $500 M_{\odot}$, $1.3 \times 10^3 M_{\odot}$ και $2.5 \times 10^3 M_{\odot}$. Η ύπαρξη σημαντικού ποσοστού διπλών συστημάτων έχει ως συνέπεια τη δημιουργία όχι μιας, αλλά τριών IMBH. Πηγή: [74].

σχετική επεξήγηση) στις οποίες, όμως, απουσιάζει ένα ρεαλιστικό ποσοστό πρωταρχικών στενών διπλών συστημάτων αστέρων. Οι στενοί διπλοί αστέρες, μπορούν να επηρεάσουν αισθητά το αποτέλεσμα των συγκρούσεων, είτε ενισχύοντας τη δημιουργία ενός πολύ μεγάλου αστέρα, είτε αποτρέποντας τις συγκρούσεις και τη δημιουργία της IMBH. Δυστυχώς, είναι δύσκολο να γίνει λεπτομερής ρεαλιστική προσομοίωση N-σωμάτων με την ύπαρξη ενός μεγάλου αριθμού διπλών συστημάτων, λόγω της υπολογιστικής ισχύος που θα χρειαζόταν για να γίνει κάτι τέτοιο, όμως έχουν γίνει Monte Carlo προσομοιώσεις που προσπαθούν να παρατηρήσουν την επίδραση διπλών συστημάτων στο μηχανισμό αυτό. Σε μερικές από τις προσομοιώσεις αυτές η ύπαρξη πρωταρχικών διπλών συστημάτων σε ένα σμήνος, όχι μόνο δεν απέτρεψε τη δημιουργία ενός πολύ μεγάλου αστέρα μέσω συγκρούσεων, αλλά οδήγησε στη δημιουργία δύο πολύ μεγάλων αστέρων μέσω δύο διαφορετικών μηχανισμών συγκρούσεων που έλαβαν χώρα σε διαφορετικά σημεία του πυρήνα του σμήνους (βλ. Σχήμα 4.7 και σχετική επεξήγηση). Το αποτέλεσμα αυτό είναι εντυπωσιακό από πολλές απόψεις, αλλά κυρίως από το γεγονός ότι, υπό προϋποθέσεις, προβλέπει τη δημιουργία δύο IMBH και κατά συνέπεια ενός στενού ζεύγους IMBH στο κέντρο ορισμένων σμηνών [74]. Το αποτέλεσμα αυτό βέβαια χρειάζεται να επιβεβαιωθεί από λεπτομερείς προσομοιώσεις N-σωμάτων καθώς οι παραδοχές πάνω στις οποίες βασίζονται οι Monte Carlo προσομοιώσεις είναι δυνατό να οδηγήσουν σε λανθασμένα αποτελέσματα.

Θεωρητικά η δημιουργία ενός πολύ μεγάλου αστέρα με το μηχανισμό των διαδοχικών συγκρούσεων έχει προβλεφθεί από τον Colgate [75, 52] που απέδειξε πως η μάζα ενός αστέρα-γίγαντα σε ένα σμήνος, είναι δυνατό να αυξηθεί μέσω συγκρούσεων σε πεπερασμένο χρονικό διάστημα. Η λογική της απόδειξης αυτής ξεκινάει με τον υπολογισμό της

ενεργού διατομής σ των συγκρούσεων μεταξύ δύο αστερών που είναι:

$$\sigma = \pi(R_1 + R_2) \left(1 + \frac{2G(M_1 + M_2)}{(R_1 + R_2)V_\infty^2} \right). \quad (4.7)$$

Όπου M_1, M_2 οι μάζες των δύο αστερών, R_1, R_2 οι ακτίνες τους και V_∞ η σχετική τους ταχύτητα στο άπειρο. Η παραπάνω τιμή της ενεργού διατομής διαφέρει από την γεωμετρική τιμή της, που είναι απλώς το άθροισμα των ακτίνων των δύο αστερών, εξαιτίας του φαινομένου της βαρυτικής εστίασης. Το φαινόμενο αυτό συμβαίνει επειδή οι δύο αστέρες έλκονται με τη βαρυτική δύναμη, γεγονός που κάνει την ενεργό διατομή της σύγκρουσής τους πιο μεγάλη από τη γεωμετρική ενεργό διατομή, που δε λαμβάνει υπ' οψιν τη βαρυτική έλξη. Ο λόγος της σχετικής ταχύτητας των δύο αστερών στο άπειρο και της ταχύτητας διαφυγής από την επιφάνεια ενός από τους δύο αστέρες είναι:

$$V_e = \sqrt{\frac{2G(M_1 + M_2)}{(R_1 + R_2)}}. \quad (4.8)$$

Ο λόγος αυτός καθορίζει το πόσο σημαντικό ρόλο παίζει η βαρυτική εστίαση στις συγκρούσεις των αστερών. Με βάση τη σχέση (4.8) η σχέση (4.7) γίνεται:

$$\sigma = \pi(R_1 + R_2)^2 \left(1 + \frac{V_e^2}{V_\infty^2} \right). \quad (4.9)$$

Όπως είναι φανερό, μπορεί κανείς να διακρίνει δύο οριακές περιπτώσεις: την περίπτωση $V_e \ll V_\infty$, στην οποία η βαρυτική εστίαση δεν παίζει κανένα σχεδόν ρόλο, και την περίπτωση $V_e \gg V_\infty$ στην οποία η βαρυτική εστίαση κυριαρχεί. Στην περίπτωση αλληλεπιδράσεων μεταξύ ενός μεγάλου σε μάζα αστέρα με μικρότερους αστέρες, ισχύει η δεύτερη περίπτωση, καθώς η ταχύτητα διαφυγής στην επιφάνεια του μεγάλου αστέρα είναι πολύ μεγάλη. Στην περίπτωση αυτή μπορούμε να κάνουμε κάποιες προσεγγίσεις στη σχέση (4.9). Πρώτα από όλα το άθροισμα των μάζων των δύο αστερών μπορεί να αντικατασταθεί με τη μάζα M του μεγάλου αστέρα. Επίσης, το ίδιο μπορεί να συμβεί και με το άθροισμα των ακτίνων των δύο αστερών, καθώς η ακτίνα ενός αστέρα αυξάνει με τη μάζα του σύμφωνα με μία σχέση της μορφής $R \propto M^\beta$. Τέλος, η ταχύτητα διαφυγής από την επιφάνεια ενός αστέρα μεγάλης μάζας είναι $V_e = M/R \propto M^{1-\beta}$ και επειδή $\beta < 1$, αυξάνει με τη μάζα. Λαμβάνοντας αυτές τις προσεγγίσεις υπ'οψιν η ενεργός διατομή της σύγκρουσης ενός μεγάλου σε μάζα αστέρα με ένα μικρότερο γίνεται:

$$\sigma \approx \pi R^2 \frac{2GM}{RV_\infty^2} \approx \frac{2\pi GM^{1+\beta}}{V_\infty^2}. \quad (4.10)$$

Αν θεωρήσουμε πως η σχετική ταχύτητα των δύο αστερών στο άπειρο προσεγγίζεται ικανοποιητικά από την ταχύτητα διασποράς $\langle v \rangle$ του σμήνους, τότε η παραπάνω σχέση παίρνει τη μορφή:

$$\sigma \approx \frac{2\pi GM^{1+\beta}}{\langle v \rangle^2}. \quad (4.11)$$

Ένας αστέρας σε ένα σμήνος θα συγκρουστεί με:

$$\frac{dN}{dt} = n\sigma\langle v \rangle \quad (4.12)$$

αστέρες ανά μονάδα χρόνου. Όπου n είναι η αριθμητική πυκνότητα των αστερών στο σμήνος. Αν $\bar{m}$ είναι η μέση μάζα του σμήνους, τότε η μάζα M του αστέρα θα αυξάνεται μέσω των συγκρούσεων κατά:

$$\frac{d}{dt} = n\bar{m}\sigma\langle v \rangle \quad (4.13)$$

ανά μονάδα χρόνου. Για την εξαγωγή της παραπάνω σχέσης θεωρήσαμε πως κατά τη σύγκρουση δύο αστερών δεν υπάρχει απώλεια μάζας και ο τελικός αστέρας που παράγεται περιλαμβάνει το άθροισμα των μαζών των δύο αστερών. Αν χρησιμοποιήσουμε τη σχέση (4.11), η παραπάνω σχέση γίνεται:

$$\frac{dM}{dt} = n\bar{m} \frac{2\pi GM^{1+\beta}}{\langle v \rangle}, \quad (4.14)$$

που δίνει το ρυθμό με τον οποίο αυξάνει η μάζα ενός αστέρα-γίγαντα μέσω συγκρούσεων με άλλους, μικρότερης μάζας αστέρες ενός σμήνους. Αν ο αστέρας-γίγαντας είχε αρχικά μάζα M_0 και ακτίνα R_0 , τότε ο ρυθμός αύξησης της μάζας του μπορεί να γραφτεί ως:

$$\frac{dM}{dt} = \frac{M_0}{\tau} \left(\frac{M}{M_0} \right), \quad (4.15)$$

όπου

$$\tau = \frac{\langle v \rangle}{2\pi G n \bar{m} R_0} \quad (4.16)$$

Ολοκλήρωση της σχέσης (4.15) δίνει:

$$M(t) = M_0 \left(1 - \frac{\beta t}{\tau} \right)^{-1/\beta}. \quad (4.17)$$

Η παραπάνω σχέση αποκλίνει για:

$$t_{\text{DIV}} = \frac{\tau}{\beta}. \quad (4.18)$$

Μια ρεαλιστική τιμή για το β είναι $1/2$, οπότε η σχέση (4.17) αποκλίνει σε πεπερασμένο χρόνο. Αν ο χρόνος t_{DIV} είναι μικρότερος από το χρόνο που χρειάζεται ένας αστέρας-γίγαντας για να εξελιχθεί σε μελανή οπή που είναι $\sim 3 - 5 \text{ Myr}$, τότε ο μηχανισμός μπορεί να ενεργοποιηθεί στο σμήνος. Πιο συγκεκριμένα, ένα σμήνος μπορεί να ενεργοποιήσει το μηχανισμό των διαδοχικών συγκρούσεων αν

$$t_{\text{DIV}} \equiv \frac{\tau}{\beta} < 3 \text{ Myr} \quad (4.19)$$

ή αλλιώς:

$$\frac{3}{4\pi^2 G R_0} \frac{\langle v \rangle R_h^3}{M_t} < 3 \text{ Myr} \quad (4.20)$$

όπου χρησιμοποιήσαμε τη σχέση (4.16) και αντικαταστήσαμε τη μέση μάζα των αστέρων του σμήνους $\bar{m} = M_t/N$, όπου M_t η συνολική μάζα και N ο αριθμός των αστέρων του σμήνους, ενώ η αριθμητική πυκνότητα αντικαταστάθηκε με $n = \frac{N}{\frac{4}{3}\pi R_h^3}$, όπου R_h η ακτίνα μισής μάζας του σμήνους. Με βάση τη σχέση (4.20) μπορεί να προσδιοριστεί από τα παρατηρησιακά χαρακτηριστικά ενός νεαρού σμήνους, αν σε αυτό είναι σε θέση να ενεργοποιηθεί ο μηχανισμός διαδοχικών συγκρούσεων αστέρων με αποτέλεσμα τη δημιουργία ενός πολύ μεγάλου σε μάζα αστέρα που πιθανότατα θα δώσει μια IMBH.

Τέλος, παρατηρησιακά, είναι δύσκολο να εντοπιστεί σμήνος όπου ο μηχανισμός των διαδοχικών συγκρούσεων λαμβάνει χώρα, τόσο γιατί τα περισσότερα σμήνη του Γαλαξία έχουν ηλικίες της τάξης των Gyr κι όχι των λίγων Myr μέσα στα οποία ο μηχανισμός ενεργοποιείται και σταματά, όσο και λόγω της πολύ σύντομης χρονικής διάρκειας του μηχανισμού. Παρόλα αυτά θεωρείται πιθανόν πως ορισμένοι μεγάλοι σε μάζα αστέρες που έχουν παρατηρηθεί τόσο σε νεαρά σμήνη του Γαλαξία, όσο και σε νεαρά σμήνη κοντινών γαλαξιών είναι αποτελέσματα διαδοχικών συγκρούσεων μεταξύ μικρότερων αστέρων. Χαρακτηριστικό παράδειγμα είναι ο δεύτερος μεγαλύτερος αστέρας που έχει παρατηρηθεί, ο αστέρας *Pistol*, που ανήκει στο νεαρό σμήνος μεγάλων αστέρων Quintuplet που βρίσκεται κοντά στο κέντρο του Γαλαξία. Η ηλικία του σμήνους είναι $\sim 4\text{Myr}$ και η μάζα του αστέρα *Pistol* είναι της τάξης των $150M_\odot$. Σύμφωνα με τα δεδομένα αυτά, καθώς από το γεγονός πως στο τωρινό Σύμπαν είναι απίθανη η δημιουργία ενός τόσο μεγάλου αστέρα από βαρυτική κατάρρευση ενός νέφους, είναι πιθανό ο αστέρας αυτός να είναι αποτέλεσμα μιας ή παραπάνω συγκρούσεων άλλων μικρότερων αστέρων. Το ίδιο πιθανόν να ισχύει και στην περίπτωση του R136a1, του πιο μεγάλου σε μάζα αστέρα που έχει παρατηρηθεί μέχρι σήμερα, ο οποίος βρίσκεται κοντά στο κέντρο του νεαρού υπερ-σμήνους R136, μέλους του Μεγάλου Νέφους του Μαγγελάνου. Η ηλικία του σμήνους είναι $1 - 2\text{Myr}$, ενώ η μάζα του R136a1 είναι $265M_\odot$, πολύ μεγαλύτερη από το θεωρητικό άνω όριο μάζας που μπορεί να έχει ένας νεαρός αστέρας.

4.2.3 Δημιουργία IMBH από συγκρούσεις μελανών οπών ηλιακής μάζας

Αν σε ένα σμήνος ο χρόνος κατά τον οποίο οι μεγάλης μάζας αστέρες φτάνουν στον πυρήνα είναι μεγαλύτερος από το χρόνο παραμονής τους στην κύρια ακολουθία, τότε δεν είναι δυνατόν να δημιουργηθεί ένας πολύ μεγάλος αστέρας από διαδοχικές συγκρούσεις αστέρων. Στην περίπτωση αυτή είναι δυνατό να δημιουργηθεί μια υψηλή συγκέντρωση αστρικών καταλοίπων (λευκών νάνων, αστέρων νετρονίων και μελανών οπών) στον πυρήνα, όμως η ενεργός διατομή ενός τέτοιου σώματος είναι πολύ μικρή κι έτσι συγκρούσεις μεταξύ αυτών είναι απίθανο να συμβούν, ακόμη κι αν η αριθμητική τους πυκνότητα φτάσει σε δραματικά υψηλά επίπεδα. Από την άλλη έχει προταθεί από πολλούς ερευνητές πως διπλά συστήματα μεταξύ αυτών των αστρικών πτωμάτων είναι δυνατόν να οδηγηθούν σε σύγκρουση μέσω της εκπομπής βαρυτικής ακτινοβολίας. Όπως είναι γνωστό και όπως περιγράφεται στο Κεφάλαιο 3 (παρ. 3.2.1), στενά διπλά συστήματα μελανών οπών, ή αστέρων νετρονίων ή στενά ζεύγη μελανής οπής-αστέρα νετρονίων εκπέμπουν βαρυτική ακτινοβολία. Η ακτινοβολία αυτή αφαιρεί ενέργεια από το σύστημα με αποτέλεσμα τη συρρίκνωση του μεγάλου ημιάξονα και την σταδιακή ελλάτωση της εκκεντρότητάς του. Αν το διπλό σύστημα είναι αρχικά αρκετά στενό, τότε η συρρίκνωση του μεγάλου ημιάξονα είναι δυνατό

να οδηγήσει σε σύγκρουση των δύο σωμάτων σε χρόνο μικρότερο από την ηλικία του Σύμπαντος. Διαδοχικές τέτοιες συγκρούσεις σε μια χρονική περίοδο αρκετών Gyr μπορεί να οδηγήσει στη δημιουργία μιας IMBH.

Οι ισχυρές αλληλεπιδράσεις ενός στενού ζεύγους μελανών οπών με άλλες ``μοναχικές" μελανές οπές μπορεί να οδηγήσουν σε υψηλές ταχύτητες ανάδρασης, τόσο του διπλού συστήματος, όσο και της μελανής οπής με την οποία αυτό αλληλεπιδρά. Οι ταχύτητες αυτές είναι πολύ πιθανό να είναι μεγαλύτερες από την ταχύτητα διαφυγής από το κέντρο του σμήνους, μια τυπική τιμή της οποίας είναι 50 km s^{-1} . Με τον τρόπο αυτό, τα περισσότερα από τα διπλά συστήματα μελανών οπών, αλλά και αστερών νετρονίων είναι πιθανό να διαφύγουν από το σμήνος, πριν οδηγηθούν σε σύγκρουση. Οι Miller & Hamilton (2002) [67] έδειξαν πως αν υπάρχει στο σμήνος μία αρχική μελανή οπή με μάζα $\geq 50 M_{\odot}$, τότε η αδράνεια της είναι ικανή να αποτρέψει την διαφυγή της από το σμήνος μέσω του μηχανισμού αυτού. Στην περίπτωση αυτή, η μελανή οπή μπορεί να αυξήσει σταδιακά τη μάζα της και να μετατραπεί σε IMBH, μέσω διαδοχικών συγκρούσεων με άλλες μελανές οπές.

Υπάρχει όμως ένας ακόμη παράγοντας που κάνει πιθανότατα το μηχανισμό αυτό να μη μπορεί να δημιουργήσει IMBH σε αστρικά σμήνη. Αυτός είναι η ταχύτητα ανάδρασης που δίνεται σε μια μελανή οπή που είναι το προϊόν σύγκρουσης μεταξύ δύο άλλων μελανών οπών. Η ταχύτητα ανάδρασης αυτή περιγράφεται επίσης στο Κεφάλαιο 3 (παρ. 3.4) και οφείλεται στην ασύμμετρη εκπομπή βαρυτικής ακτινοβολίας κατά τη διάρκεια της σύγκρουσης μεταξύ δύο περιστρεφόμενων μελανών οπών. Η ταχύτητα ανάδρασης αυτή, ανάλογα με το λόγω των μαζών και το βαθμό ιδιοπεριστροφής των δύο μελανών οπών, μπορεί να πάρει τιμές έως και 4000 km s^{-1} ? ?] ενώ ακόμη και οι μικρότερες τιμές της μπορούν να είναι μερικές φορές μεγαλύτερες από την ταχύτητα διαφυγής από το σμήνος. Έτσι, ακόμη κι αν οι συνθήκες είναι ιδανικές σε ένα σμήνος για να γίνονται συγκρούσεις μεταξύ μελανών οπών, τα αποτελέσματα των συγκρούσεων αυτών θα είναι μελανές οπές που γρήγορα διαφεύγουν από το σύστημα, μην επιτρέποντας στο σμήνος να δημιουργήσει με τον τρόπο αυτό μια μελανή οπή με μάζα αρκετών εκατοντάδων ή χιλιάδων ηλιακών μαζών.

4.3 Μελανές οπές μεσαίας μάζας και δομή σφαιρωτών σμήνων

Ακόμη κι αν η ύπαρξη των IMBH δεν έχει επιβεβαιωθεί πλήρως μέχρι σήμερα, η επίδραση μιας IMBH στη δομή του σμήνους που αυτή ανήκει έχει μελετηθεί αρκετά κυρίως μέσω προσομοιώσεων. Θεωρητικά μια IMBH με μάζα $\sim 0.1 - 1\%$ της μάζας του σμήνους, θα έχει επίδραση κοντά στο κέντρο του, όπου κάποιοι, αλλά όχι πολλοί αστέρες θα κινούνται υπό την επίδραση της βαρύτητάς της. Έτσι, η επίδρασή της στη δομή του όλου σμήνους αναμένεται να είναι μικρή. Το συμπέρασμα αυτό δεν είναι ακριβές γιατί διάφορες φυσικές διεργασίες τις οποίες μια IMBH μπορεί να υποκινεί και ενισχύει, μπορούν να επηρεάσουν τη δομή και τη σύσταση του σμήνους.

Η μεγάλη μάζα της IMBH σε όλους τους άλλους αστέρες και μελανές οπές που υπάρχουν στο σμήνος, την καθιστά έναν παράγοντα ``θέρμανσης" του σμήνους. Αστέρες που αλληλεπιδρούν μαζί της αποκτούν μεγάλες ταχύτητες που είναι δυνατό να τους εκτοπίσουν τόσο από τις κεντρικές περιοχές του σμήνους, όσο και από το ίδιο το σμήνος. Οι αστέρες του πυρήνα αποκτούν σε γενικές γραμμές μεγαλύτερες ταχύτητες από ότι θα είχαν αν δεν

υπήρχε η IMBH, με αποτέλεσμα ο πυρήνας του σμήνους να διογκώνεται. Το γεγονός αυτό έχει παρατηρηθεί και σε προσομοιώσεις N-σωμάτων [61]. Έτσι, όπως έχει αναφερθεί και προηγουμένως, σμήνη που διαθέτουν IMBH δεν θα πρέπει να εμφανίζονται ως σμήνη στα οποία ο πυρήνας βρίσκεται υπό κατάρρευση, έχοντας μεγάλες πυκνότητες κοντά στο κέντρο, αλλά ως σμήνη με πυκνότητες που ακολουθούν ένα μοντέλο King [11] με παράμετρο W_0 περί το 7 ως 9. Σε αυτά, ο πυρήνας έχει κάποιο σαφές μέγεθος και η πυκνότητα δεν μεγαλώνει ραγδαία κοντά στο κέντρο.

Στην "θέρμανση" του σμήνους αυτή μπορεί να συνεισφέρει και το γεγονός ότι η IMBH στις προσομοιώσεις συνήθως εμφανίζεται να συνοδεύεται από μια ακόμη μελανή οπή ηλιακής μάζας. Το δίπλο σύστημα IMBH-BH είναι δυνατό να "θερμαίνει" ακόμη περισσότερο τον πυρήνα, οδηγώντας στη ακόμη μεγαλύτερη διόγκωσή του. Αυτό γίνεται μέσω αλληλεπιδράσεων μοναχικών αστερών ή μελανών οπών με το δίπλο σύστημα που έχουν ως αποτέλεσμα την αφαίρεση ενέργειας από το δίπλο σύστημα, που γίνεται ακόμη πιο στενό, και την προσθήκη ενέργειας με τη μορφή κινητικής ενέργειας στο διερχόμενο σώμα. Έτσι, τα σώματα που αλληλεπιδρούν με το ζεύγος αποκτούν όλο και μεγαλύτερες ταχύτητες, οπότε η ταχύτητα διασποράς του σμήνους μεγαλώνει. Από την άλλη, το δίπλο σύστημα γίνεται όλο και πιο στενό κάτι που μπορεί να οδηγήσει σταδιακά στη σύγκρουση των δύο μελανών οπών. Όσο πιο στενό γίνεται το δίπλο σύστημα, τόσο πιο έντονες είναι οι αλληλεπιδράσεις με το περιβάλλον του και τόσο πιο μεγάλες είναι οι ταχύτητες ανάδρασης που αποκτούν αστέρες ή μελανές οπές που διέρχονται από τη γειτονία του. Το γεγονός αυτό έχει ως αποτέλεσμα ένα μεγάλο μέρος των μελανών οπών, αλλά και των αστερών νετρονίων του σμήνους να διαφεύγει με μεγάλες ταχύτητες. Οι μελανές οπές και οι αστέρες νετρονίων, ως μεγάλης μάζας σώματα, ωθούνται προς το κέντρο μέσω του μηχανισμού διαχωρισμού μάζας (mass segregation), κι από εκεί εκτοξεύονται προς τα εξωτερικά στρώματα του σμήνους λόγω των αλληλεπιδράσεων με το κεντρικό ζεύγος IMBH-BH. Έτσι, αναμένεται σε σμήνη όπου υπάρχει IMBH να υπάρχει περιορισμένος αριθμός μελανών οπών και αστερών νετρονίων.

Προσομοιώσεις N-σωμάτων αστρικών σμηνών που διαθέτουν τόσο μια IMBH στο κέντρο τους όσο και ένα πληθυσμό από πρωταρχικά στενά διπλά συστήματα αστερών έδειξαν, σε συμφωνία με άλλες μεθόδους, πως ο λόγος της ακτίνας του πυρήνα προς την ακτίνα μισής μάζας σε τέτοια σμήνη γίνεται, ανεξάρτητα από την αρχική του τιμή, $r_c/r_{\text{rmh}} \approx 0.3$ μετά από αρκετά Gyr εξέλιξης [76]. Επίσης, ο αριθμός των διπλών συστημάτων μειώνεται στο σμήνος, καθώς αυτά αλληλεπιδρούν με την IMBH και διαλύονται, εκτοξεύοντας τα μέλη τους με μεγάλες ταχύτητες εκτός του σμήνους.

4.4 Βαρυτική ακτινοβολία από μελανές οπές μεσαίας μάζας

Όπως αναφέραμε στο Κεφάλαιο 3 (παρ.3.2.1) διπλά συστήματα μελανών οπών εκπέμπουν βαρυτική ακτινοβολία με συνέπεια να χάνουν συνεχώς ενέργεια και στροφορμή. Η απώλεια της ενέργειας και της στροφορμής έχει ως αποτέλεσμα τη συνεχή συρρίκνωση του μεγάλου ημιάξονα της τροχιάς, αλλά και την ελλάτωση της εκκεντρότητας. Οι εξισώσεις της μετα-Νευτώνειας θεωρίας περιγράφουν το φαινόμενο αυτό με καλή ακρίβεια στην περίπτωση που η απόσταση των δύο μελανών οπών είναι σχετικά μεγάλη. Όταν η απόσταση αυτή γίνει μικρή (τυπικά $10 M$, όπου M η συνολική μάζα του συστήματος και $G = c = 1$),

τότε τα πεδία γίνονται ισχυρά και μόνο οι πλήρεις μη-γραμμικές εξισώσεις του Einstein μπορούν να περιγράψουν την εξελικτική πορεία του συστήματος.

Αν το διπλό σύστημα έχει τροχιακή συχνότητα f_{orb} , τότε η συχνότητα των εκπεμπόμενων βαρυτικών κυμάτων θα είναι $f_{\text{GW}} = 2f_{\text{orb}}$. Καθώς το διπλό σύστημα συρρικνώνεται, η συχνότητα αυτή αυξάνει προσεγγίζοντας την ανώτερή τιμή της που είναι η συχνότητα που εκπέμπει το σύστημα όταν βρεθεί στην τελευταία σταθερή κυκλική τροχιά (Innermost Stable Circular Orbit, ISCO) [77]

$$f_{\text{GW,max}}(\text{ISCO}) = 4.4\text{Hz} \left(\frac{10^3 M_{\odot}}{M} \right). \quad (4.21)$$

Η παραπάνω σχέση γράφτηκε για την περίπτωση που τουλάχιστον μία από τις δύο μελανές οπές είναι IMBH. Όπως φαίνεται από τη σχέση (4.21) σχεδόν για όλο το πεδίο τιμών της μάζας μιας IMBH ($\sim 10^2 - 10^4 M_{\odot}$) η βαρυτική ακτινοβολία που παράγεται από αυτές είναι χαμηλής συχνότητας κι έτσι μπορεί να ανιχνευτεί μόνο από το συμβολόμετρο LISA. Μόνο οι μικρής μάζας IMBHs, με μάζες ως και $\sim 900 M_{\odot}$, είναι δυνατόν να είναι πηγές βαρυτικών κυμάτων που θα μπορούσαν να ανιχνεύσουν οι μελλοντικοί επίγειοι ανιχνευτές, που θα είναι ευαίσθητοι σε κύματα συχνότητας άνω των 5 – 10Hz.

Το αδιάστατο πλάτος της βαρυτικής ακτινοβολίας που θα έφτανε στη Γή από διπλά συστήματα με μέλη IMBHs που βρίσκονται σε απόσταση r , δίνεται από τη σχέση

$$h \sim 6 \times 10^{-21} \left(\frac{f_{\text{GW}}}{1\text{Hz}} \right)^{2/3} \left(\frac{M_{\text{ch}}}{10^3 M_{\odot}} \right)^{5/3} \left(\frac{1\text{Gpc}}{r} \right). \quad (4.22)$$

Όπου $M_{\text{ch}} = \mu M^{2/3}$ είναι η μάζα "chirp" του συστήματος και μ η ανηγμένη του μάζα. Σύμφωνα με τη σχέση (4.22) και με την προβλεπόμενη ευαισθησία του συμβολομέτρου LISA, ο ανιχνευτής αυτός θα είναι σε θέση να ανιχνεύσει σήματα από τα τελευταία στάδια, πριν τη σύγκρουση, ενός διπλού συστήματος IMBH-BH, αν το ζεύγος αυτό βρίσκεται σε απόσταση μικρότερη από 1Gpc. Ενδεικτικά, το σμήνος Virgo που διαθέτει πολλούς ελλειπτικούς γαλαξίες που μπορεί να διαθέτουν IMBH στα κέντρα τους, βρίσκεται σε απόσταση 18Mpc.

Με βάση τα τελευταία στοιχεία για το λόγο σήματος-θορύβου του LISA, έχει υπολογιστεί πως ο ρυθμός με τον οποίο το όργανο θα ανιχνεύει τα τελευταία στάδια της σπειροειδούς τροχίας ενός ζεύγους IMBH-BH με τη μάζα της IMBH να είναι της τάξης των $100 M_{\odot}$ και τη μάζα της BH κοντά στις $10 M_{\odot}$, είναι [78]:

$$R \sim 1.0 \times 10^{-6} \left(\frac{h}{0.7} \right)^3 \left(\frac{f_{\text{tot}}}{0.1} \right) \left(\frac{\mu}{10 M_{\odot}} \right)^{19/8} \left(\frac{M_{\text{max}}}{100 M_{\odot}} \right)^{13/4} \ln \left(\frac{M_{\text{max}}}{M_{\text{min}}} \right)^{-1} \text{yr}^{-1}. \quad (4.23)$$

Όπου h είναι η σταθερή του Hubble του σε μονάδες $100\text{kms}^{-1}\text{Mpc}^{-1}$, όπου f_{tot} είναι το ποσοστό των αστρικών σημηνών που διαθέτουν IMBH, μ η ανηγμένη μάζα του διπλού συστήματος, M η ολική του μάζα, ενώ M_{min} και M_{max} είναι η μέγιστη και η ελάχιστη μάζα που μπορεί να έχει μια IMBH.

Σύμφωνα με τη σχέση (4.23), ο ανιχνευτής LISA μπορεί να ανιχνεύσει ένα διπλό σύστημα IMBH-BH ανά ένα εκατομύριο χρόνια! Επίσης, ενώ θα μπορεί να ανιχνεύσει ένα τέτοιο διπλό σύστημα μόλις 40 χρόνια πριν από την οριστική σύγκρουση των μελών του,

αν αυτό βρίσκεται στην απόσταση του σμήνους Virgo. Ασφαλώς, αυτά τα δεδομένα δεν είναι πολύ ενθαρρυντικά για την ανίχνευσή βαρυτικών κυμάτων από IMBH.

Υπάρχουν, όμως, κι άλλες περιπτώσεις διπλών συστημάτων στα οποία μια IMBH μπορεί να είναι μέλος. Μια από αυτές, για την οποία έχουν γίνει αρκετές εργασίες [79, 80, 81, 82, 77], είναι η περίπτωση ενός διπλού συστήματος IMBH-IMBH. Ένα τέτοιο σύστημα μπορεί να δημιουργηθεί με δύο τρόπους. Ο ένας είναι η σύγκρουση μεταξύ αστρικών σμηνών, καθεμία από τις οποίες διαθέτει μια IMBH. Μια τέτοια σύγκρουση, μπορεί να είναι απίθανο να γίνει τώρα στο Γαλαξία, όμως είναι πιθανό να έχει γίνει στο παρελθόν, οπότε και πιθανότατα υπήρχαν περισσότερες IMBH. Επίσης, οι σφαιρωτοί γαλαξίες διαθέτουν ακόμη και σήμερα χιλιάδες αστρικά σμήνη που σε ορισμένες περιπτώσεις είναι πολύ κοντά το ένα στο άλλο. Εκεί η πιθανότητα σύγκρουσης των σμηνών είναι αρκετά σημαντική. Ο άλλος τρόπος δημιουργίας ενός ζεύγους IMBH-IMBH είναι το να δημιουργηθούν οι δύο IMBH μέσα στο ίδιο αστρικό σμήνος. Όπως είδαμε παραπάνω, διάφορες Monte Carlo προσομοιώσεις νεαρών αστρικών σμηνών έδειξαν πως κάτι τέτοιο είναι δυνατό, αν πάνω από το 10% των αστερών του σμήνους βρίσκεται σε διπλά συστήματα. Τα αποτελέσματα, όμως, αυτά δεν έχουν επιβεβαιωθεί ακόμη με ρεαλιστικές προσομοιώσεις N-σωμάτων.

Σε κάθε περίπτωση, αν υπάρχουν δύο IMBH μέσα σε ένα σμήνος, αυτές σε αρκετά σύντομο χρονικό διάστημα δημιουργούν ένα στενό ζεύγος το οποίο γίνεται όλο και στενότερο εξαιτίας των αλληλεπιδράσεών του με τους γύρω αστέρες. Οι Fregeau et al (2006) [79] υπολόγισαν πως το LISA θα μπορέσει να ανιχνεύσει τα κύματα που εκπέμπει ένα ζεύγος IMBH-IMBH με μάζες των δύο IMBH κοντά στις $1000M_{\odot}$, αν αυτό βρίσκεται σε αποστάσεις μετατόπισης προς το ερυθρό $z \sim 1$ που αντιστοιχεί σε απόσταση 4 – 6 Gpc. Στις αποστάσεις αυτές η δημιουργία αστερών βρίσκεται σε έξαρση, οπότε πιθανότατα και η δημιουργία αστρικών σμηνών και IMBH. Έτσι, παρατηρήσεις τέτοιων συμβάντων με το LISA θα μπορούσαν να δώσουν σημαντικές πληροφορίες για τη δημιουργία αστερών και τη δυναμική των σμηνών.

Προσομοιώσεις N-σωμάτων σμηνών που διαθέτουν δύο IMBH [81, 82] επιβεβαίωσαν πως το LISA θα μπορεί να ανιχνεύσει βαρυτικά κύματα από το ζεύγος των IMBH, όμως οδήγησαν σε μια σειρά από σημαντικά συμπεράσματα. Ένα συμπέρασμα είναι πως οι δύο IMBH φτάνουν στην σύγκρουση σε σύντομο χρονικό διάστημα, της τάξης των μερικών δεκάδων Myr. Επίσης, η εκκεντρότητα με την οποία ξεκινάει το ζεύγος να εκπέμπει βαρυτικά κύματα ανιχνεύσιμα από το LISA, είναι αρκετά μεγάλη. Η βαρυτική ακτινοβολία, βέβαια, σταδιακά μειώνει την εκκεντρότητα, όμως αρχικά η εκκεντρότητα είναι συνήθως $e \sim 0.1 - 0.3$. Το γεγονός αυτό οφείλεται στο φαινόμενο που παρατήρησε πρώτος ο Quinlan, σύμφωνα με το οποίο όταν ένα διπλό σύστημα σωμάτων μεγάλης μάζας, αλληλεπιδρά με μικρότερης μάζας σώματα, τότε η εκκεντρότητα του διπλού συστήματος παρουσιάζει την τάση να αυξάνει [83]. Η τιμή της εκκεντρότητας είναι σημαντική στην ανίχνευσή σημάτων βαρυτικής ακτινοβολίας ανάμεσα στα δεδομένα που συλλέγει ένας ανιχνευτής. Επειδή η εκπομπή βαρυτικής ακτινοβολίας μειώνει την εκκεντρότητα, στις περισσότερες περιπτώσεις, τα δεδομένα ελέγχονται σε σύγκριση με την αναμενόμενη ακτινοβολία για πλήρως κυκλικές τροχιές, όμως στην περίπτωση των IMBH-IMBH διπλών συστημάτων, σύμφωνα με τους Amaro-Seoane et al (2009) [81], θα πρέπει να ελεγχθεί και η περίπτωση μη μηδενικής εκκεντρότητας.

Τελευταία περίπτωση για την ανίχνευσή βαρυτικής ακτινοβολίας από διπλά συστήματα

τα οποία διαθέτουν μια IMBH, είναι η περίπτωση που μια IMBH κάνει σπειροειδή τροχιά γύρω από μια κατά πολύ μεγαλύτερη SMBH που μπορεί να βρίσκεται στο κέντρο ενός γαλαξία. Η δημιουργία ενός τέτοιου ζεύγους είναι πιθανή, καθώς στα κέντρα των γαλαξιών βρίσκονται αρκετά νεαρά σμήνη αστέρων και πιθανότατα κάποια από αυτά διαθέτουν IMBH στα κέντρα τους. Αν μια IMBH ήταν απομονωμένη στον πυρήνα ενός γαλαξία, τότε ο χρόνος που θα έκανε να φτάσει στο κέντρο, όπου βρίσκεται η SMBH θα ήταν υπερβολικά μεγάλος και η δημιουργία διπλών συστημάτων SMBH-IMBH ένα εξαιρετικά σπάνιο φαινόμενο. Όμως, οι IMBH βρίσκονται στα κέντρα σμηνών τα οποία έχουν πολύ μεγαλύτερη μάζα από μια IMBH, κι έτσι φτάνουν στο κέντρο σχετικά γρήγορα, παρασέρνοντας μαζί τους και την IMBH που έχουν στο κέντρο. Λίγο πριν φτάσουν κοντά στην SMBH, τα σμήνη διαλύονται εξαιτίας των παλιρροιακών δυνάμεων κι έτσι απομένει η IMBH που γρήγορα δημιουργεί διπλό σύστημα με την SMBH. Οι Portegies-Zwart et al (2006) [84], υπολόγισαν πως μια IMBH μπορεί να φτάνει κάθε 10^7 yr κοντά στην SMBH, οπότε μέσω αλληλεπιδράσεων τριών σωμάτων, μπορεί να δημιουργηθεί ένα στενό ζεύγος SMBH-IMBH, που εκπέμποντας βαρυτική ακτινοβολία θα οδηγηθεί στην σύγκρουση. Το LISA θα είναι σε θέση να ανιχνεύσει τη σπειροειδή τροχιά ενός τέτοιου ζεύγους, όμως είναι δύσκολο να υπολογιστεί ο ρυθμός ανίχνευσης τέτοιων φαινομένων, καθώς είναι δύσκολη η εκτίμηση τόσο του αριθμού των IMBH που βρίσκονται μέσα στους πυρήνες των γαλαξιών, όσο και του ρυθμού με τον οποίο αυτές φτάνουν στο κέντρο. Σύμφωνα με τους Portegies-Zwart et al (2006), θα πρέπει να υπάρχουν περίπου 50 IMBHs με μάζες περί τις $1000 M_{\odot}$ η καθεμιά, σε ακτίνα 10 pc από το κέντρο του Γαλαξία. Τέλος η ύπραξη IMBH κοντά στο κέντρο του Γαλαξία, έχει χρησιμοποιηθεί με σχετική επιτυχία ως ο μηχανισμός που τροφοδοτεί το κέντρο του, αλλά και την SMBH με τους νεαρούς αστέρες S (S-stars) που έχουν παρατηρηθεί να εκτελούν κλειστες τροχιές γύρω από το σημείο SgA* (βλ. Σχήμα 4.1) [85]. Αν ο ισχυρισμός αυτός ισχύει, τότε είναι δυνατόν να υπάρχει αρκετά μεγάλος αριθμός IMBH κοντά στα κέντρα γαλαξιών.

Κεφάλαιο 5

Μέθοδοι προσομοίωσης αστρικών σμηνών

5.1 Προσομοιώσεις N-σωμάτων

Οι κώδικες N-σωμάτων προσφέρουν έναν λεπτομερή και ακριβή τρόπο με τον οποίο μπορούμε να προσομοιώσουμε τη δυναμική εξέλιξη ενός σμήνους αστερών. Οι κώδικες αυτοί απαιτούν τον υπολογισμό όλων των δυνάμεων μεταξύ των αστερών-μελών ενός σμήνους σε κάθε χρονικό βήμα εξέλιξης. Το γεγονός αυτό σημαίνει πως σε κάθε χρονικό βήμα, πρέπει να γίνουν $N(N-1) \approx N^2$ υπολογισμοί των δυνάμεων, με N τον αριθμό των αστερών του σμήνους. Από αυτό είναι εύκολο να συμπεράνουμε πως η χρονική πολυπλοκότητα ενός κώδικα N-σωμάτων είναι (²), με αποτέλεσμα να είναι απαραίτητη η χρήση πολύ γρήγορων υπολογιστών ή ακόμη και υπολογιστών ειδικού σκοπού, όπως τα υπολογιστικά συστήματα GRAPE, για να είναι δυνατή η προσομοίωση σμηνών με αριθμό αστερών που να προσεγγίζει τους αριθμούς ενός πραγματικού σφαιρωτού σμήνους. Για το λόγο αυτό και η εξέλιξη των κωδίκων N-σωμάτων που μπορούν να εξελίξουν ένα τέτοιο σύστημα σε λογικό χρόνο, συνδέεται στενά με την εξέλιξη των υπολογιστών.

Η πρώτη προσπάθεια για προσομοίωση τέτοιου είδους, χωρίς όμως τη χρήση υπολογιστών, αλλά με τη χρήση ενός συστήματος από 37 λαμπτήρες που αναπαριστούσαν την αλληλεπίδραση δύο μοντέλων γαλαξιών, έγινε από τον Holmberg το 1941 [86]. Στο πείραμα αυτό, οι λαμπτήρες μετακινούνταν στο επίπεδο του εργαστηρίου, ανάλογα με τη δύναμη που ασκούσαν επάνω τους. Η δύναμη αυτή υπολογιζόταν από την ένταση του φωτός στο σημείο που υπήρχε ο κάθε λαμπτήρας, προσομοιώνοντας έτσι τη Νευτώνεια δύναμη, καθώς αυτή και η ένταση του φωτός ακολουθούν τον ίδιο νόμο αντιστρόφου τετραγώνου. Οι πρώτες προσομοιώσεις που χρησιμοποιούσαν υπολογιστές έγιναν από τον von Hoerner το 1960 [87, 88]. Στις προσομοιώσεις αυτές αρχικά χρησιμοποιήθηκαν 16 σωματίδια και αργότερα 25. Αργότερα, καθώς οι υπολογιστικές μέθοδοι και οι υπολογιστές έγιναν πιο γρήγοροι, ο αριθμός των σωματιδίων σε μια προσομοίωση αυξήθηκε σε 100 [89] και 250 [90]. Ακόμη και στις πρώιμες αυτές προσπάθειες, ορισμένες από τις φυσικές διεργασίες που παρατηρούνται σε πραγματικά αστρικά σμήνη, όπως ο διαχωρισμός μάζας και η δημιουργία στενών διπλών συστημάτων, παρατηρήθηκαν, όμως η προσομοίωση συστημάτων με αριθ-

μούς αστέρων πλησιέστερα στους πραγματικούς, απαιτούσε επιπλέον βελτίωση τόσο στο λογισμικό, με την ανάπτυξη ειδικών αλγορίθμων, όσο και στους υπολογιστές.

Ένα σημαντικό βήμα στην εξέλιξη των αλγορίθμων που χρησιμοποιούνται για προσομοιώσεις N-σωμάτων ήταν η εισαγωγή ξεχωριστού χρονικού βήματος εξέλιξης για κάθε σωματίδιο της προσομοίωσης. Τα σωματίδια δεν μοιράζονται το ίδιο χρονικό βήμα εξέλιξης, αλλά το καθένα από αυτά έχει το δικό του, που εξαρτάται από τα χαρακτηριστικά της κίνησής του. Στους αλγόριθμους ομαδοποιημένου χρονικού βήματος [91], ομάδες σωματιδίων μιας προσομοίωσης μοιράζονται το ίδιο χρονικό βήμα εξέλιξης, κάτι που είναι πολύ χρήσιμο, καθώς οι ομάδες αυτές μπορούν να ανανεώνουν τις θέσεις και ταχύτητές τους ταυτόχρονα. Η ιδέα αυτή έκανε τους αλγόριθμους πιο γρήγορους, καθώς μόνο οι απαραίτητοι υπολογισμοί χρειαζόταν να γίνουν για την επίτευξη συγκεκριμένης ακρίβειας. Σήμερα, όλοι οι κώδικες N-σωμάτων, όπως το υπολογιστικό πακέτο *Starlab*¹ [92, 93], ο *φGRAPE* [94], και η σειρά λογισμικού *nbody*² του Sverre Aarseth (*nbody4*, *nbody6*, *nbody6++* [95, 96, 97]), χρησιμοποιούν ομαδοποιημένα χρονικά βήματα.

Ένα ακόμη σημαντικό βήμα στην εξέλιξη των προσομοιώσεων N-σωμάτων ήταν η εισαγωγή υπολογιστών ειδικού σκοπού που ήταν σχεδιασμένοι μόνο για τέτοιου είδους προσομοιώσεις. Οι υπολογιστές της σειράς *GRAPE* [98, 99] σχεδιάστηκαν για να μπορούν να παρέχουν στους αλγόριθμους N-σωμάτων τον υπολογισμό των δυνάμεων μεταξύ των N σωμάτων με πολύ γρήγορο τρόπο. Η ταχύτητα με την οποία ο υπολογιστής *GRAPE-6 Pro* μπορεί να κάνει αυτόν τον υπολογισμό φτάνει το 1 Tflops. Το επόμενο βήμα στους υπολογιστές αυτούς είναι ο υπολογιστής *GRAPE-DR*³ [100], που είναι ένας γρήγορος υπολογιστής που μπορεί να επαναπρογραμματιστεί, ώστε να χρησιμοποιηθεί και για άλλου είδους υπολογισμούς. Προσομοιώσεις ρεαλιστικά μεγάλων μοντέλων αστρικών συστημάτων μπορούν να πραγματοποιηθούν σήμερα με τη χρήση ενός υπολογιστή *GRAPE* που είναι συνδεδεμένος με ένα γρήγορο κεντρικό υπολογιστή. Τέλος, τα τελευταία χρόνια οι κάρτες γραφικών (Graphical Processing Units; GPUs) σταδιακά αντικαθιστούν τόσο της Κεντρικές Μονάδες Επεξεργασίας (CPUs) όσο και τους παλαιότερους υπολογιστές *GRAPE* σε προσομοιώσεις N-σωμάτων, αλλά και σε άλλες αστροφυσικές προσομοιώσεις [101, 102, 103], κι αυτό επειδή οι GPUs είναι πιο γρήγορες και σημαντικά φθηνότερες από τις CPUs ή τους υπολογιστές *GRAPE*.

Παρακάτω παρουσιάζουμε τις λεπτομέρειες των πιο συχνά χρησιμοποιούμενων αλγορίθμων σε προσομοιώσεις N-σωμάτων, καθώς και ορισμένες λεπτομέρειες για τον υπολογιστή ειδικού σκοπού *GRAPE-6 Pro*.

5.1.1 Ο αλγόριθμος 4ης τάξης Hermite

Ο πιο διαδεδομένος αλγόριθμος ολοκλήρωσης που χρησιμοποιείται από όλους τους κώδικες N-σωμάτων, είναι ο αλγόριθμος 4ης τάξης του Hermite (H4) [104] που δημιουργήθηκε από τους Makino και Aarseth το 1992. Εδώ θα δώσουμε μια συνοπτική περιγραφή του αλγορίθμου αυτού, ενώ στο Κεφάλαιο 6 θα δείξουμε πώς αυτός μπορεί να χρησιμοποιηθεί από έναν κώδικα N-σωμάτων.

¹<http://www.ids.ias.edu/~starlab/>

²<http://www.ast.cam.ac.uk/~sverre/web/pages/nbody.htm>

³<http://www.kfcr.jp/index-e.html>

Η πιο σημαντική ιδιότητα του αλγορίθμου αυτού, που τον κάνει να υπερτερεί από όλες τις άλλες αριθμητικές μεθόδους της ίδιας τάξης που μπορούν να χρησιμοποιηθούν στο υπολογιστικό πρόβλημα των N-σωμάτων, είναι το γεγονός ότι απαιτεί μόνο έναν υπολογισμό των δυνάμεων μεταξύ των σωμάτων σε κάθε χρονικό βήμα. Ενδεικτικά αναφέρουμε πως ο ευρύτερα διαδεδομένος αλγόριθμος Runge-Kutta 4ης τάξης, απαιτεί 3 υπολογισμούς των δυνάμεων μεταξύ των N σωμάτων σε κάθε χρονικό βήμα, κάτι που τον κάνει πολύ πιο αργό από τον αλγόριθμο H4, κι έτσι ακατάλληλο για προσομοιώσεις N-σωμάτων με μεγάλο αριθμό N. Υπάρχουν, βέβαια και ανώτερης τάξης αλγόριθμοι της οικογένειας Hermite [105], όμως απαιτούν περισσότερους υπολογισμούς που είναι πολύ χρονοβόροι και τους καθιστούν προς το παρόν αργούς για προσομοιώσεις N-σωμάτων.

Παρακάτω παρουσιάζονται τα βήματα για την χρονική εξέλιξη της θέσης και της ταχύτητας ενός σωματιδίου με τη βοήθεια του αλγορίθμου H4.

Θεωρούμε πως $t_{i,0}$ είναι ο χρόνος του σωματιδίου, $t_{i,1} = t_{i,0} + \Delta t_{i,0}$ είναι ο χρόνος του μετά από το επόμενο χρονικό βήμα, και $\Delta t_{i,0}$ είναι το χρονικό βήμα αυτό.

1. Κάνουμε πρόβλεψη για την θέση και ταχύτητα του σωματιδίου χρησιμοποιώντας τις ήδη γνωστές τιμές των χαρακτηριστικών του οι οποίες σημειώνονται με τον δείκτη ``0''

$$\mathbf{x}_{i,\text{pred}} = \mathbf{x}_{i,0} + \Delta t_{i,0} \mathbf{v}_{i,0} + \frac{1}{2} \Delta t_{i,0}^2 \mathbf{a}_{i,0} + \frac{1}{6} \Delta t_{i,0}^3 \dot{\mathbf{a}}_{i,0} \quad (5.1)$$

$$\mathbf{v}_{i,\text{pred}} = \mathbf{v}_{i,0} + \Delta t_{i,0} \mathbf{a}_{i,0} + \frac{1}{2} \Delta t_{i,0}^2 \dot{\mathbf{a}}_{i,0} \quad (5.2)$$

Η πράξη αυτή έχει χρονική πολυπλοκότητα $O(1)$.

2. Υπολογίζουμε την επιτάχυνση $\mathbf{a}_i$ και την πρώτη της παράγωγο $\dot{\mathbf{a}}_i$ του σωματιδίου. Για να το επιτύχουμε αυτό, θα πρέπει πρώτα να κάνουμε την ίδια πρόβλεψη, στον ίδιο χρόνο t_f με το σωματίδιο αυτό, και για τα άλλα σωματίδια. Η επιτάχυνση και η παράγωγός της υπολογίζονται είτε από έναν υπολογιστή ειδικού σκοπού (GRAPE-6), είτε από την Μονάδα Κεντρικής Επεξεργασίας (CPU) του κεντρικού υπολογιστή, χρησιμοποιώντας τις σχέσεις

$$\mathbf{a}_{i,1} = \sum_{j \neq i} G m_j \frac{\mathbf{r}_{ij}}{r_{ij}^3}, \quad (5.3)$$

$$\dot{\mathbf{a}}_{i,1} = \sum_{j \neq i} G m_j \left[\frac{\mathbf{v}_{ij}}{r_{ij}^3} - \frac{3(\mathbf{v}_{ij} \cdot \mathbf{r}_{ij}) \mathbf{r}_{ij}}{r_{ij}^5} \right], \quad (5.4)$$

όπου

$$\mathbf{r}_{ij} = \mathbf{x}_{j,\text{pred}} - \mathbf{x}_{i,\text{pred}}, \quad (5.5)$$

$$\mathbf{v}_{ij} = \mathbf{v}_{j,\text{pred}} - \mathbf{v}_{i,\text{pred}}. \quad (5.6)$$

Ο δείκτης ``1'' σημαίνει πως η τιμή της ποσότητας είναι μετά τη λήψη του χρονικού βήματος, δηλαδή στον χρόνο t_f . Αν υπάρχει ο παράγοντας ϵ ομαλοποίησης του βαρυτικού δυναμικού (για την περίπτωση των προσομοιώσεων άνευ-συγκρούσεων

(collisionless simulations)), τότε οι παρονομαστές των εξισώσεων (5.3) και (6.39) αντικαθίστανται από $(r_{ij}^2 + \epsilon^2)^{(3/2)}$ και $(r_{ij}^2 + \epsilon^2)^{(5/2)}$, αντίστοιχα.

Επίσης, υπολογίζουμε αριθμητικά ανώτερης τάξης παραγώγους της επιτάχυνσης στην αρχή του χρονικού βήματος, χρησιμοποιώντας

$$\ddot{\mathbf{a}}_{i,0} = \frac{-6(\mathbf{a}_{i,0} - \mathbf{a}_{i,1}) - \Delta t_i(4\dot{\mathbf{a}}_{i,0} + 2\dot{\mathbf{a}}_{i,1})}{\Delta t_i^2}, \quad (5.7)$$

$$\ddot{\mathbf{a}}_{i,0} = \frac{12(\mathbf{a}_{i,0} - \mathbf{a}_{i,1}) + 6\Delta t_i(\dot{\mathbf{a}}_{i,0} + \dot{\mathbf{a}}_{i,1})}{\Delta t_i^3}. \quad (5.8)$$

Ο υπολογισμός των $\mathbf{a}_{i,1}$ και $\dot{\mathbf{a}}_{i,1}$ έχει χρονική πολυπλοκότητα $O(N)$, όταν γίνεται με τη χρήση της CPU και $O(\log N)$, όταν γίνεται με το GRAPE-6. Οι υπόλοιποι υπολογισμοί έχουν πολυπλοκότητα $O(1)$.

3. Διορθώνουμε τη θέση και την ταχύτητα του σωματιδίου χρησιμοποιώντας τους όρους ανώτερης τάξης

$$\mathbf{x}_{i,\text{cor}} = \mathbf{x}_{i,\text{pred}} + \frac{\Delta t_i^4}{24}\ddot{\mathbf{a}}_{i,0} + \frac{\Delta t_i^5}{120}\ddot{\mathbf{a}}_{i,0}, \quad (5.9)$$

$$\mathbf{v}_{i,\text{cor}} = \mathbf{v}_{i,\text{pred}} + \frac{\Delta t_i^3}{6}\ddot{\mathbf{a}}_{i,0} + \frac{\Delta t_i^4}{24}\ddot{\mathbf{a}}_{i,0}. \quad (5.10)$$

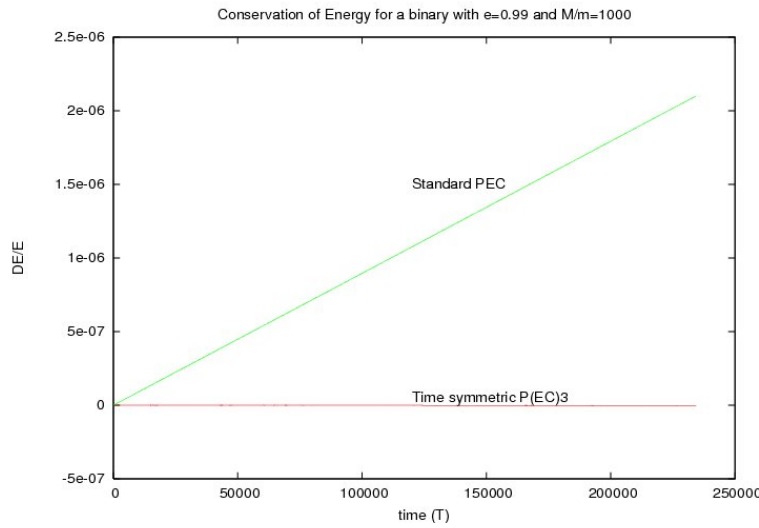
Η πολυπλοκότητα της πράξης αυτής είναι $O(1)$.

Από τα παραπάνω μπορεί να συμπεράνει κανείς πως η χρονική πολυπλοκότητα του αλγορίθμου είναι ίση με τη χρονική πολυπλοκότητα του υπολογισμού των επιταχύνσεων και των παραγών τους. Έτσι, αν χρησιμοποιείται για το σκοπό αυτό η CPU, η πολυπλοκότητα του αλγορίθμου είναι $O(N)$, ενώ αν χρησιμοποιηθεί ο υπολογιστής GRAPE-6, είναι $O(\log N)$. Η παραπάνω διαδικασία, βέβαια, γίνεται σε κάθε χρονικό βήμα για όλα τα N σωματίδια, εφόσον δεχτούμε πως όλα έχουν το ίδιο χρονικό βήμα, κι έτσι η χρονική πολυπλοκότητα του αλγορίθμου για το συνολικό σύστημα είναι $O(N^2)$ αν χρησιμοποιείται η CPU και $O(\log N)$, αν χρησιμοποιείται το GRAPE-6 για τον υπολογισμό των δυνάμεων.

Από τα αγγλικά αρχικά των ονομάτων των επιμέρους βημάτων του αλγορίθμου H4, δηλαδή πρόβλεψη-υπολογισμός δύναμης-διόρθωση (Prediction-Evaluation-Correction), προκύπτει η συντομογραφία PEC που πολλές φορές χρησιμοποιείται και αναφέρεται σε αυτόν.

5.1.2 Ο χρονικά συμμετρικός αλγόριθμος 4ης τάξης Hermite

Ο χρονικά συμμετρικός αλγόριθμος 4ης τάξης Hermite P(EC)ⁿ [106], είναι μια παραλλαγή του αλγορίθμου PEC που χρησιμοποιείται αρκετές φορές όταν είναι απαραίτητη μεγαλύτερη ακρίβεια. Το κύριο χαρακτηριστικό του χρονικά συμμετρικού αλγορίθμου, είναι το γεγονός πως το αριθμητικό σφάλμα που εισάγει στους υπολογισμούς, δεν αυξάνει με το χρόνο, αλλά παραμένει περιορισμένο ανάμεσα σε κάποια όρια. Έτσι, ο αλγόριθμος αυτός, απαιτεί τον υπολογισμό των επιταχύνσεων των σωματιδίων παραπάνω από μια φορές ανά χρονικό βήμα, κάτι που τον κάνει ιδιαίτερα αργό, γι' αυτό και χρησιμοποιείται συνήθως για τη χρονική εξέλιξη συστημάτων μικρού αριθμού N . Η συμμετρία του αλγορίθμου



Σχήμα 5.1: Σύγκριση της εξέλιξης του σφάλματος στην ενέργεια των δύο αλγορίθμων PEC και $P(EC)^n$. Το σύστημα που χρησιμοποιήθηκε είναι ένα διπλό σύστημα αστερών με λόγο μαζών 1000. Η σχετική τους κίνηση ήταν ελλειπτική με εκκεντρότητα $e = 0.99$ και το σύστημα εξελίχθηκε και χρονικό διάστημα ίσο προς 240000 περιόδους του (T). Η διαφορά στην εξέλιξη του σχετικού σφάλματος dE/E ανάμεσα στους δύο αλγορίθμους είναι προφανής.

ως προς το χρόνο επιτυγχάνεται με την εφαρμογή των δύο τελευταίων βημάτων του αλγορίθμου PEC, δηλαδή του βήματος του υπολογισμού των δυνάμεων (Evaluation) και αυτού της διόρθωσης (Correction), η φορές με το n να είναι συνήθως 3. Από τη διαδικασία αυτή προκύπτει και η συντομογραφία $P(EC)^n$ με την οποία αναφερόμαστε συνήθως στον αλγόριθμο αυτό. Επίσης, το χρονικό βήμα που χρησιμοποιεί κάθε χρονική στιγμή ο αλγόριθμος, θα πρέπει να είναι χρονικά συμμετρικό, δηλαδή θα πρέπει να είναι το ίδιο, είτε το σωματίδιο μετακινείται μπροστά στο χρόνο, είτε προς τα πίσω. Οι λεπτομέρειες για τον τρόπο που μπορεί να επιτευχθεί κάτι τέτοιο παρουσιάζονται στο Κεφάλαιο 6 (παρ. 6.1.4).

Όπως προκύπτει από τα παραπάνω, η χρονική πολυπλοκότητα του αλγορίθμου $P(EC)^n$ είναι $O(nN^2)$, ενώ θα πρέπει να προστεθεί και η πολυπλοκότητα για τη συμμετρικοποίηση του χρονικού βήματος. Ο αλγόριθμος είναι αργός, σε σχέση με τον απλό PEC αλγόριθμο, όμως η συμμετρικότητά του τον κάνει να έχει τη συμπεριφορά των συμπλεκτικών αλγορίθμων [107] που είναι κατασκευασμένοι έτσι ώστε τα σφάλματα στα χαρακτηριστικά των τροχιών των σωματιδίων να μην αυξάνουν μονότονα με το χρόνο, αλλά να ταλαντώνονται μεταξύ μιας ανώτερης και μιας κατώτερης τιμής. Ο αλγόριθμος $P(EC)^n$ χρησιμοποιείται ιδιαίτερα σε προσομοιώσεις στενών διπλών συστημάτων, όπου η ικανότητά του αυτή είναι πολύ σημαντική, αλλά και η απώλεια ταχύτητας δεν είναι τέτοια που να απαγορεύει τη χρήση του. Στο Σχήμα 5.2 παρουσιάζουμε μια σύγκριση μεταξύ των σφαλμάτων των δύο αλγορίθμων, $P(EC)^n$ και PEC στην περίπτωση της εξέλιξης στο χρόνο ενός διπλού συστήματος μεγάλης εκκεντρότητας. Οι δύο αλγόριθμοι χρησιμοποιούσαν αντίστοιχα χρονικά βήματα. Όπως προκύπτει από το σχήμα, το σφάλμα του PEC αυξάνει γρήγορα με το χρόνο, ενώ το σφάλμα του $P(EC)^n$ παραμένει συνεχώς πολλές τάξεις μεγέθους μικρότερο.



Σχήμα 5.2: Ο υπολογιστής ειδικού σκοπού GRAPE-6 Pro.

5.1.3 Ο υπολογιστής ειδικού σκοπού GRAPE-6 Pro

Ο υπολογιστής ειδικού σκοπού GRAPE-6 Pro είναι ένας υπολογιστής σχεδιασμένος για τον αλγόριθμο H4. Ο υπολογιστής αυτός μπορεί να υπολογίζει με μεγάλη ταχύτητα και με την απαιτούμενη ακρίβεια τις επιταχύνσεις των σωμάτων μιας προσομοίωσης, καθώς και τις παραγώγους αυτών. Η λειτουργία του GRAPE-6 Pro μαζί με μια λεπτομερή περιγραφή της ακρίβειας με την οποία γίνονται οι υπολογισμοί από αυτόν, παρουσιάζεται στην εργασία [108]. Ο GRAPE-6 Pro δε μπορεί να λειτουργήσει αυτόνομα, καθώς χρειάζεται να συνδεθεί μέσω ειδικής κάρτας, με έναν κεντρικό υπολογιστή (host computer). Ο κεντρικός υπολογιστής αναλαμβάνει την επικοινωνία με τον GRAPE-6 Pro, ενώ σε αυτόν γίνονται όλοι οι άλλοι απαραίτητοι υπολογισμοί ενός αλγορίθμου προσομοίωσης N-σωμάτων.

Η γενική λειτουργία του υπολογιστή GRAPE-6 Pro έχει ως εξής: Οι αρχικές θέσεις και ταχύτητες των σωματιδίων φορτώνονται στη μνήμη του μαζί με τον χρόνο στον οποίο αυτά βρίσκονται. Έπειτα, κάθε φορά που ο κεντρικός υπολογιστής χρειάζεται τις επιταχύνσεις και τις παραγώγους αυτών για ορισμένα σωματίδια, στέλνει τα σωματίδια αυτά στον GRAPE-6 Pro. Ο GRAPE-6 Pro υπολογίζει τις ποσότητες αυτές και τις επιστρέφει στον κεντρικό υπολογιστή, μαζί με τις ταυτότητες των σωματιδίων που βρίσκονται κοντά στα σωματίδια αυτά. Τέλος, ο κεντρικός υπολογιστής στέλνει τις νέες θέσεις και ταχύτητες όσων σωματιδίων τις έχουν ανανεώσει, μαζί με το χρόνο των σωματιδίων αυτών, πίσω στη μνήμη του GRAPE-6 Pro. Η διαδικασία αυτή επαναλαμβάνεται μέχρι να προχωρήσουν στο χρόνο όλα τα σωματίδια και μέχρι το χρόνο ολοκλήρωσης της προσομοίωσης. Στο Κεφάλαιο 6 θα παρουσιάσουμε με μεγαλύτερη λεπτομέρεια τη λειτουργία του GRAPE-6 Pro, καθώς θα παρουσιάσουμε τον τρόπο με τον οποίο χρησιμοποιείται από τον κώδικα *Myriad* που κατασκευάσαμε για την προσομοίωση αστρικών σμηνών.

Κεφάλαιο 6

Myriad: ένας νέος κώδικας προσομοίωσης αστρικών συστημάτων

Θέλοντας να μελετήσουμε λεπτομερώς την εξέλιξη αστρικών σμηνών, δημιουργήσαμε ένα νέο κώδικα N-σωμάτων. Ο κώδικας αυτός που ονομάζεται Myriad¹, ξεκίνησε να δημιουργείται επάνω στη λογική της σειράς βιβλίων ``The Art of Computational Science''[109], αλλά δεν περιορίστηκε από αυτή. Έχει αρκετά από τα στοιχεία άλλων κωδίκων που χρησιμοποιούνται γι'αυτό το σκοπό, όπως για παράδειγμα τον αλγόριθμο 4ης τάξης του Hermite για την ολοκλήρωση των εξισώσεων κίνησης και τη χρήση του υπολογιστή ειδικού σκοπού GRAPE-6 Pro, όμως εισάγει αρκετές καινοτομίες, τόσο στη δομή, όσο και στον τρόπο με τον οποίο διαπραγματεύεται ορισμένες καταστάσεις που μπορεί να εμφανιστούν σε μια προσομοίωση. Ειδικό βάρος έχει δοθεί τόσο στην άρτια και ευδιάκριτη δομή του κώδικα, όσο και στην αντιμετώπιση προβλημάτων που έχουν κυρίως να κάνουν με τα στενά διπλά συστήματα αστέρων που βρίσκονται ή δημιουργούνται δυναμικά σε μια προσομοίωση. Τέλος, εκτός από τις εξισώσεις της Νευτώνειας μηχανικής, ο κώδικας Myriad περιλαμβάνει και εξισώσεις της μετα-Νευτώνειας θεωρίας, ώστε να είναι σε θέση να προσομοιώσει την εξέλιξη στενών διπλών συστημάτων μελανών οπών ή/και αστέρων νετρονίων και να υπολογίσει την ενέργεια που εκλύεται από αυτά μέσω της βαρυτικής ακτινοβολίας. Εκτός από αυτά ο κώδικας Myriad μπορεί να υπολογίσει τα χαρακτηριστικά του προϊόντος της σύγκρουσης μεταξύ δύο μελανών οπών με ιδιοπεριστροφή, εφαρμόζοντας τις εξισώσεις που προέκυψαν από την πρόοδο των τελευταίων ετών που σημείωσε ο τομέας της Αριθμητικής Σχετικότητας. Στην τελική του μορφή ο κώδικας θα είναι ελεύθερα διαθέσιμος στο διαδύκτιο προς χρήση από οποιονδήποτε, ενώ ένα εγχειρίδιο χρήσης θα μπορεί να καθοδηγήσει τους πιθανούς χρήστες του.

Σε αυτό το κεφάλαιο, παρουσιάζουμε μια λεπτομερή περιγραφή των χαρακτηριστικών του κώδικα Myriad, καθώς και μια σειρά από αποτελέσματα δοκιμών που επιβεβαιώνουν τη σωστή λειτουργία του και το γεγονός πως μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την εξέλιξη ρεα-

¹ Από το ελληνικό ``Μυριάδα" που σημαίνει 10.000. Το όνομα αυτό δόθηκε στον κώδικα, γιατί είναι σε θέση να εξελίξει δυναμικά συστήματα από δεκάδες χιλιάδες αστέρες.

λιστικών μοντέλων αστρικών σμηνών. Όλα όσα αναφέρονται στο κεφάλαιο αυτό συμπεριλαμβάνονται στην εργασία [20] που δημοσιεύσαμε στο επιστημονικό περιοδικό *Astronomy & Astrophysics*.

6.1 Περιγραφή του κώδικα

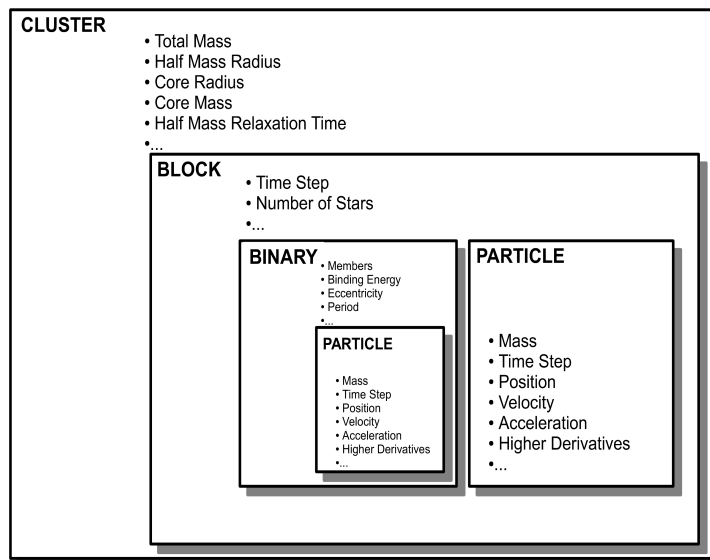
6.1.1 Τα υπολογιστικά χαρακτηριστικά του κώδικα

Όπως και κάθε κώδικας N-σωμάτων, έτσι και ο Myriad προσομοιώνει τις κινήσεις των αστέρων-μελών ενός συστήματος, αντιμετωπίζοντάς τους ως σημειακά σωματίδια (point-particles) που κουβαλούν πληροφορίες για τη μάζα τους, τη θέση τους και την ταχύτητά τους. Οι αστέρες παύουν να αντιμετωπίζονται ως σημειακά σωματίδια στις περιπτώσεις που οι διαστάσεις τους είναι σημαντικές για τις μεταξύ τους αλληλεπιδράσεις, δηλαδή όταν οι αποστάσεις τους από τουλάχιστον έναν από τους υπόλοιπους αστέρες γίνουν συγκρίσιμες με την ακτίνα τους.

Κάθε σημειακό σωματίδιο αποτελεί και μια κλάση particle μέσα στον κώδικα. Οι κλάσεις της γλώσσας C++ είναι ειδικές δομές μέσα στις οποίες μπορούν να ομαδοποιηθούν διάφορα χαρακτηριστικά, αλλά και συναρτήσεις που δρουν επάνω σε αυτά. Για παράδειγμα μια κλάση particle περιέχει όλα τα χαρακτηριστικά ενός σημειακού σωματιδίου (δηλαδή αστέρα), όπως τη μάζα του, το διάνυσμα θέσης και ταχύτητας του, την ακτίνα του, την επιτάχυνσή του και άλλα πολλά. Συναρτήσεις της κλάσης particle δρουν επάνω σε αυτά τα χαρακτηριστικά και υπολογίζουν ποσότητες όπως το χρονικό βήμα της εξέλιξης κάθε σημειακού σωματιδίου, την επόμενη τιμή του διανύσματος θέσης και ταχύτητας κ.α.

Ένα επιπλέον χαρακτηριστικό των κλάσεων της γλώσσας C++, είναι το γεγονός πως μπορούν να περιλαμβάνουν άλλες κλάσεις. Έτσι, ομαδοποιώντας πολλές κλάσεις particle που μοιράζονται το ίδιο χαρακτηριστικό, ο κώδικας Myriad, δημιουργεί νέες κλάσεις. Μια τέτοια κλάση είναι η κλάση block που περιλαμβάνει όλες εκείνες τις κλάσεις particle (δηλαδή όλους εκείνους τους αστέρες, μιλώντας στη γλώσσα της Αστρονομίας κι όχι του προγραμματισμού) που έχουν ως κοινό χαρακτηριστικό το ίδιο χρονικό βήμα εξέλιξης. Όπως θα δείξουμε παρακάτω, σε μια προσομοίωση δεν έχουν όλοι οι αστέρες το ίδιο χρονικό βήμα εξέλιξης, αλλά υπάρχουν ομάδες αστέρων που μοιράζονται το ίδιο χρονικό βήμα. Με τον τρόπο αυτό μπορούν ομάδες αστέρων να βρίσκουν την επόμενη θέση και ταχύτητά τους ταυτόχρονα. Όλοι αυτοί οι αστέρες, δηλαδή όλες αυτές οι κλάσεις particle που ανανεώνουν ταυτόχρονα τις θέσεις και ταχύτητές τους, αποτελούν μια κλάση block. Είναι φανερό, πως υπάρχουν τόσες κλάσεις αυτού του είδους, όσα είναι και τα διαφορετικά χρονικά βήματα που μπορούν να έχουν οι αστέρες μιας προσομοίωσης. Οι συναρτήσεις που υπάρχουν μέσα σε μια κλάση block, δίνουν πληροφορίες για τα μέλη του, προσθέτουν ή αφαιρούν μέλη, αν αυτό είναι αναγκαίο και κυρίως, βρίσκουν τις καινούργιες θέσεις και ταχύτητές τους στο επόμενο χρονικό βήμα.

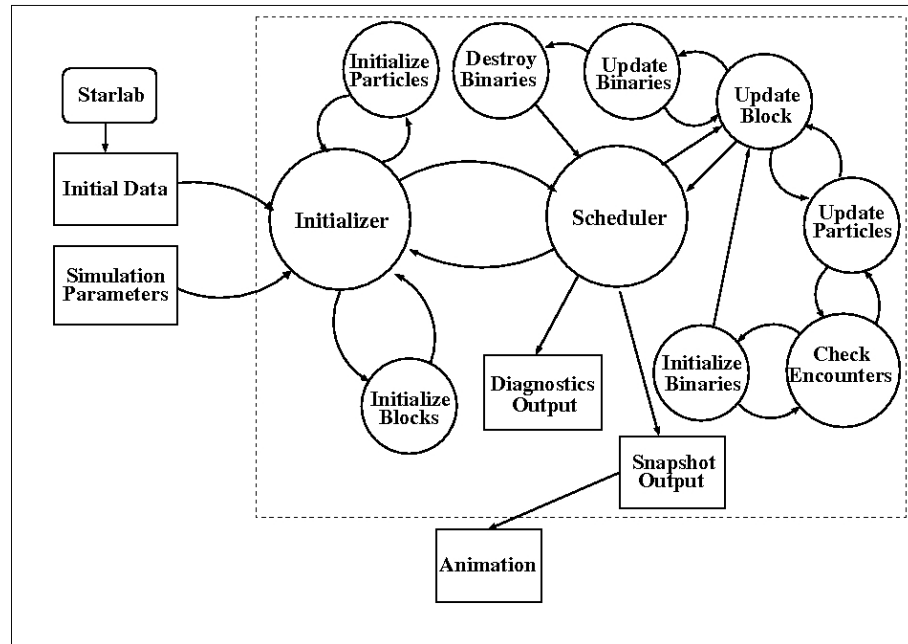
Τέλος, όλες οι κλάσεις block μαζί ορίζουν την κλάση cluster. Η κλάση αυτή περιλαμβάνει όλο το σύστημα, ενώ οι συναρτήσεις της είναι τέτοιες που βρίσκουν πληροφορίες για τα χαρακτηριστικά ολόκληρου του σμήνους. Οι συναρτήσεις αυτές βρίσκουν το κέντρο μάζας του συστήματος, την ολική του ενέργεια, την ακτίνα μισής μάζας, το χρόνο χαλάρωσης, την ολική μάζα και άλλα χαρακτηριστικά που έχουν να κάνουν με το σμήνος και που σε



Σχήμα 6.1: Η ιεραρχία των κλάσεων στον κώδικα Myriad. Μια κλάση cluster είναι μία ομάδα από αρκετές κλάσεις block. Καθεμία από τις κλάσεις block διαθέτει έναν αριθμό από κλάσεις particle που μπορεί όμως να αλλάξει. Μια κλάση binary είναι μια μικρή ομάδα από κλάσεις particle, καθεμιά από τις οποίες περιέχει πληροφορίες (μάζα, θέση, ταχύτητα κ.α.) για έναν αστέρα, αλλά και συναρτήσεις που δρουν σε αυτές. Η κλάση cluster περιέχει πληροφορίες για το σύστημα σαν σύνολο (συνολική μάζα, ενέργεια, ακτίνα μισής μάζας, ακτίνα του πυρήνα κ.α), καθώς και τις απαραίτητες συναρτήσεις για να τις υπολογίσει.

ένα πραγματικό σμήνος θα μπορούσαν να παρατηρηθούν. Στο Σχήμα 6.1 παρουσιάζεται με απλοποιημένο τρόπο η ``ιεραρχία'' των κλάσεων του κώδικα Myriad. Εκτός από τις κλάσεις που περιγράψαμε παραπάνω, υπάρχει και άλλη μία, η κλάση binary της οποίας μέλη είναι κλάσεις particle που περιγράφουν σημειακά σωματίδια που βρίσκονται τόσο κοντά μεταξύ τους, που έχουν δημιουργήσει στενά διπλά ή πολλαπλά συστήματα. Ο αριθμός των κλάσεων particle που σχηματίζουν μια κλάση binary μπορεί να είναι από δύο ως και μερικές δεκάδες. Η χρονική εξέλιξη των μελών μιας κλάσης binary γίνεται με διαφορετικό τρόπο, σε σχέση με τις υπόλοιπες κλάσεις, γιατί η κοντινή απόσταση μεταξύ των σημειακών σωματιδίων που περιγράφονται από αυτά, απαιτεί μεγαλύτερη προσοχή και ακρίβεια.

Πέρα από τις κλάσεις της C++ που αποτελούν τους δομικούς λίθους του κώδικα Myriad, υπάρχουν και οι βασικές δομές που θα μπορούσαν να χαρακτηριστούν ως τα θεμέλιά του. Η λειτουργία ενός κώδικα N-σωμάτων απαιτεί σωστό συγχρονισμό και τάξη, ώστε να μη γίνονται λειτουργίες προτούτερα ή αργότερα από όσο πρέπει. Η σωστή οργάνωση όλων των συναρτήσεων γίνεται μέσω ενός οργανωτή. Η όλη διαδικασία είναι ανάλογη με τη λειτουργία μιας ορχήστρας, στην οποία για την παραγωγή ενός αρμονικού αποτελέσματος, κάθε όργανο θα πρέπει να εκτελέσει κατά γράμμα τις εντολές του διευθυντή ορχήστρας. Το ρόλο του ``διευθυντή'' των λειτουργιών του κώδικα Myriad, τον παίζει μια πολύπλοκη υπολογιστική συνάρτηση (Scheduler) που έχει κεντρική θέση στο διάγραμμα του Σχήματος 6.2. Στο σχήμα αυτό παρουσιάζεται ο τρόπος λειτουργίας και ανταλλαγής πληροφοριών των διαφό-



Σχήμα 6.2: Απλοποιημένη γραφική αναπαράσταση του κώδικα Myriad. Τα βέλη δείχνουν τη ροή δεδομένων μεταξύ των διαφόρων δομών του κώδικα. Τα τετράγωνα αναπαριστούν αρχεία εισόδου/εξόδου ή άλλα προγράμματα, ενώ οι κύκλοι αναπαριστούν ομάδες από συναρτήσεις του κώδικα. Οι λειτουργίες του κώδικα Myriad περιλαμβάνονται από το μεγάλο παραλληλόγραμμο με τη διακεκομμένη γραμμή.

ρων τμημάτων του κώδικα. Όπως είναι φανερό, κύριο ρόλο παίζει ο οργανωτής (Scheduler) που εξασφαλίζει την επικοινωνία μεταξύ των τμημάτων του κώδικα, αλλά και τη σωστή και συγχρονισμένη λειτουργία τους. Ο "εναρκτής" (Initializer) είναι επίσης σημαντικός, καθώς λαμβάνει δεδομένα από την είσοδο του προγράμματος που είναι κάποιο αρχείο αρχικών συνθηκών, δημιουργεί τις δομές του προγράμματος και δίνει τη σκυτάλη στον οργανωτή. Τέλος, όπως φαίνεται στο Σχήμα 6.1, ο κώδικας Myriad, δε μπορεί να δημιουργήσει αρχικές συνθήκες, παρά μόνο να τις πάρει έτοιμες, με τη μορφή κάποιου αρχείου εισόδου. Για την παραγωγή τους, θα πρέπει να χρησιμοποιηθεί κάποιο άλλο πρόγραμμα. Επίσης, ο κώδικας δε μπορεί να παράγει κάποιας μορφής οπτικοποιημένου αποτελέσματος, όπως στατικές ή κινούμενες εικόνες, τις οποίες όμως μπορούν να δημιουργήσουν, από δεδομένα της εξόδου του κώδικα, άλλα ειδικά προγράμματα.

Αν και οι παραπάνω λεπτομέρειες της λειτουργίας του κώδικα είναι πολύ σημαντικές, κάποιος απλός χρήστης που δεν ενδιαφέρεται γι'αυτές μπορεί να θεωρήσει τον κώδικα Myriad ως το μαύρο κουτί² που αν το τροφοδοτήσει με τις αρχικές μάζες, θέσεις και ταχύτητες των αστερών ενός αστρικού σμήνους, τότε θα παράγει στην έξοδό του τις θέσεις και τις ταχύτητες των αστερών αυτών, ανά τακτά χρονικά διαστήματα και μέχρι το χρονικό όριο που θα ορίσει ο χρήστης. Εκτός από αυτά, ο κώδικας Myriad δίνει και πληροφορίες για

²Στον υπολογιστικό προγραμματισμό, ένα μαύρο κουτί είναι μια συνάρτηση ή ένα λογισμικό που χρησιμοποιεί κανείς χωρίς να γνωρίζει τίποτα για τον τρόπο λειτουργίας του.

τα χαρακτηριστικά του σμήνους, αλλά και για γεγονότα που συμβαίνουν σε αυτό, όπως για παράδειγμα τη δημιουργία ενός στενού διπλού συστήματος, ή τη σύγκρουση δύο αστέρων, ανά πάσα στιγμή.

6.1.2 Αλγόριθμος ολοκλήρωσης

Ο αλγόριθμος ολοκλήρωσης που χρησιμοποιεί ο Myriad για να εξελίξει τους αστέρες στο χρόνο (δηλαδή για να βρίσκει κάθε χρονική στιγμή τις θέσεις και τις ταχύτητές τους) είναι ο αλγόριθμος 4ης τάξης του Hermite H4 ή (PEC) [104] που δημιουργήθηκε από τους Makino και Aarseth το 1992 και περιγράφεται στο Κεφάλαιο 5 (παρ. 5.3.1). Ο αλγόριθμος αυτός χρησιμοποιεί τα βήματα πρόβλεψη - υπολογισμός δυνάμεων - διόρθωση (Prediction-Evaluation-Correction; PEC) για την επίτευξη της απαραίτητης ακρίβειας στον υπολογισμό των θέσεων και ταχυτήτων των σωματιδίων³ στο επόμενο χρονικό βήμα. Τα χρονικά βήματα που μπορούν να πάρουν τα σωματίδια είναι κβαντισμένα σε δυνάμεις του 2. Έτσι, ανά πάσα στιγμή, υπάρχουν ομάδες σωματιδίων που ανανεώνουν τις θέσεις και ταχύτητές τους ταυτόχρονα. Ο υπολογισμός των δυνάμεων, που στην ουσία είναι ο υπολογισμός των επιταχύνσεων και των παραγώγων τους για κάθε σωματίδιο, γίνεται με τη χρήση του υπολογιστή ειδικού σκοπού GRAPE-6 [98, 99] στον οποίο γίνεται αναφορά στο Κεφάλαιο 5 (παρ. 5.3.3). Τα στενά διπλά και πολλαπλά συστήματα που απαιτούν μικρά χρονικά βήματα εξέλιξης, εντοπίζονται με ειδικό τρόπο από το GRAPE-6 και εξελίσσονται στο χρόνο με τη χρήση του χρονικά συμμετρικού αλγορίθμου 4ης τάξης του Hermite (P(EC)ⁿ) [106] που επίσης περιγράφεται στο Κεφάλαιο 5 (παρ. 5.3.2). Σύμφωνα με τον αλγόριθμο αυτό, για την εύρεση της επόμενης θέσης και ταχύτητας ενός σωματιδίου, ακολουθούνται τα ίδια βήματα όπως και στον απλό PEC αλγόριθμο, μόνο που τα δύο τελευταία βήματα επαναλαμβάνονται 3 φορές. Έτσι ο αλγόριθμος αυτός θα ονομάζεται στο εξής P(EC)³.

Ας υποθέσουμε πως μία ομάδα i από σωματίδια που μοιράζονται το ίδιο χρονικό βήμα εξέλιξης dt_i , βρίσκεται στο χρονικό σημείο t_{ic} . Ο χρόνος της ομάδας μετά από την επόμενη εξέλιξη της θα είναι $t_{if} = t_{ic} + dt_i$. Η εξέλιξη αυτή γίνεται με βάση τον παρακάτω αλγόριθμο, που είναι μια εφαρμογή του αλγορίθμου PEC. Μέσα στις παρενθέσεις σημειώνεται η χρονική πολυπλοκότητα του κάθε βήματος.

1. Ορίζουμε τον παρόντα χρόνο για όλα τα σωματίδια t_c και το χρόνο αφού ολοκληρωθεί το επόμενο χρονικό βήμα t_f να είναι ίσοι με τα αντίστοιχα μεγέθη της ομάδας σωματιδίων $i = 0$ που διαθέτει το μικρότερο χρονικό βήμα.

$$t_c = t_{0c}, \quad (6.1)$$

$$t_f = t_{0f}. \quad (6.2)$$

2. Βρίσκουμε πόσες και ποιές από τις ομάδες σωματιδίων έχουν χρόνο t_{if} ίσο προς t_f . Αυτές είναι και οι ομάδες σωματιδίων που θα ανανεώσουν τις θέσεις και ταχύτητές τους στο επόμενο χρονικό βήμα.

³Ως σωματίδιο χαρακτηρίζεται ένας αστέρας που στις προσομοιώσεις N-σωμάτων θεωρείται ως σημειακό σωματίδιο.

3. Εξελίσσουμε κάθε ομάδα σωματιδίων που πρέπει να εξελιχθεί. Για την εξέλιξη μιας από αυτές που περιέχει m σωματίδια (N είναι ο συνολικός αριθμός σωματιδίων στο σύστημα):

(α□) Αν υπάρχουν στενά διπλά ή πολλαπλά συστήματα, τα εξελίσσουμε στο χρόνο t_f . Για την εξέλιξη ενός από αυτά που διαθέτει k σωματίδια:

- i. Βρίσκουμε το χρονικό βήμα dt_b για τον $P(EC)^3$ αλγόριθμο.
- ii. Κάνουμε πρόβλεψη των θέσεων και ταχυτήτων για κάθενα από τα k μέλη του συστήματος με βάση τις σχέσεις πρόβλεψης του H4 αλγορίθμου ($O(k)$).
- iii. Υπολογίζουμε τις δυνάμεις μεταξύ των k μελών του συστήματος ($O(k^2)$).
- iv. Υπολογίζουμε τις δυνάμεις επάνω στα μέλη του συστήματος, από τα p κοντινά σωματίδια που ασκούν δυνάμεις σε αυτό, χωρίς να είναι μέλη του. Τα p σωματίδια αυτά είναι υπεύθυνα για τις διαταραχές που ασκούνται στο σύστημα ($O(kp)$).
- v. Διορθώνουμε τις τιμές της θέσης και της ταχύτητας κάθε μέλους του συστήματος χρησιμοποιώντας τις εξισώσεις του αλγορίθμου H4 ($O(k)$). Οι διαδικασίες (iii) ως (v) επαναλαμβάνονται $n = 3$ φορές.
- vi. Αλλάζουμε τον παρόντα χρόνο για το σύστημα $t_c = t_c + dt_b$.
- vii. Συνεχίζουμε από το σημείο (i) έως ότου ο χρόνος του συστήματος t_c γίνει ίσος προς το χρόνο t_f .

Αφού τελειώσουμε με όλα τα πιθανά διπλά ή πολλαπλά συστήματα που υπάρχουν στο σύστημα, συνεχίζουμε:

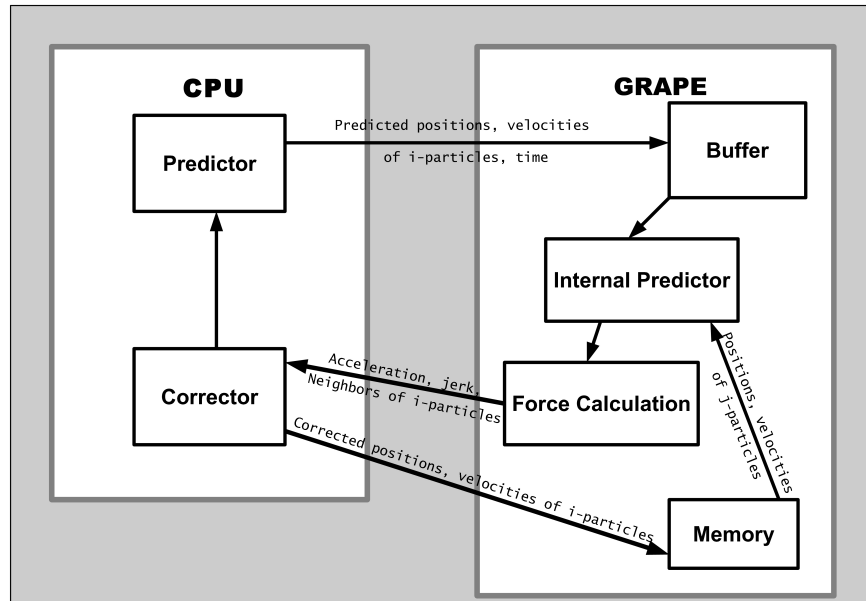
- (β□) Κάνουμε πρόβλεψη για τις θέσεις και τις ταχύτητες όλων των m μελών μιας ομάδας, σύμφωνα με τους τύπους πρόβλεψης του H4 αλγορίθμου. Μέλη μιας ομάδας μπορεί να είναι απλά σωματίδια (δηλαδή αστέρες), ή σωματίδια που αναπαριστούν τα κέντρα μάζας διπλών ή πολλαπλών συστημάτων ($O(m)$).
- (γ□) Υπολογίζουμε τις επιταχύνσεις και τις παραγώγους τους για όλα τα m σωματίδια χρησιμοποιώντας τον GRAPE-6 ($O(m \log N)$).
- (δ□) Βρίσκουμε το επόμενο χρονικό βήμα εξέλιξης για όλα τα m σωματίδια ($O(m)$).
- (ε□) Ελέγχουμε για κοντινές διελεύσεις ή δημιουργία στενών διπλών ή πολλαπλών συστημάτων.
- (□□) Κάνουμε διόρθωση των θέσεων και ταχυτήτων των m σωματιδίων χρησιμοποιώντας τους τύπους της διόρθωσης του H4 αλγορίθμου ($O(m)$).
- (ζ□) Αν έχουν εντοπιστεί κοντινές διελεύσεις στο βήμα (ε'), δημιουργούμε τις απαραίτητες δομές, αφαιρώντας από το σύστημα τα δύο ή παραπάνω σωματίδια που μετέχουν σε καθεμιά από αυτές και αντικαταστήνουμε τα με το κέντρο μάζας τους που αποτελεί ένα εικονικό σωματίδιο στο σύστημα.

- (η□) Ελέγχουμε όλα τα διπλά και πολλαπλά συστήματα. Αν κάποια από αυτά πρέπει να διαλυθούν, τότε αφαιρούμε τα κέντρα μάζας τους από σύστημα των N -σωμάτων αντικαταστώντας το με τα μέλη του αντίστοιχου διπλού ή πολλαπλού συστήματος.
 - (θ□) Στέλνουμε τις διορθωμένες τιμές θέσης και ταχύτητας των m σωματιδίων στη μνήμη του GRAPE-6.
4. Μετακινούμε τα σωματίδια που έχουν εξελιχθεί μεταξύ των διαφόρων ομάδων τους, ανάλογα με το νέο χρονικό τους βήμα.
 5. Ανανεώνουμε τους χρόνους t_c και t_f για κάθε ομάδα.
 6. Συνεχίζουμε από το βήμα 1.

Από τα παραπάνω είναι προφανές πως η ταχύτητα του κώδικα εξαρτάται από τους εξής παράγοντες:

1. Τον συνολικό αριθμό αστερών N .
2. Τον αριθμό ομαδοποιήσεων των αστερών με βάση το χρονικό τους βήμα και το μέσο αριθμό αστερών που μετέχουν σε αυτές.
3. Τον μέσο αριθμό από αστέρες που ασκούν σημαντικές διαταραχές σε ένα διπλό ή πολλαπλό σύστημα. Τα σωματίδια αυτά στο εξής θα ονομάζονται διαταρακτές.

Στο Σχήμα 6.3 φαίνεται ο τρόπος ροής δεδομένων μεταξύ της Μονάδας Κεντρικής Επεξεργασίας (CPU) του κεντρικού υπολογιστή, και του GRAPE-6, καθώς και ποιά από τα κομμάτια του αλγορίθμου που περιγράφηκε παραπάνω εκτελούνται σε καθεμιά από αυτές τις υπολογιστικές μονάδες. Αρχικά οι θέσεις και οι ταχύτητες, καθώς και εκτιμήσεις για τις επιταχύνσεις και τις παραγώγους τους για όλα τα σωματίδια αποθηκεύονται στη μνήμη του GRAPE-6. Έπειτα, γίνεται μια πρόβλεψη για τις θέσεις και ταχύτητες για μια ομάδα από i -σωματίδια χρησιμοποιώντας τη CPU. Οι τιμές που προκύπτουν από το παραπάνω βήμα μαζί με το κοινό χρονικό βήμα των σωματιδίων στέλνονται στο GRAPE-6 που τις προωθεί στο τμήμα του που κάνει την εσωτερική πρόβλεψη (Predictor). Εκεί, γίνεται πρόβλεψη των θέσεων και ταχυτήτων κάθε άλλου από τα σωματίδια που βρίσκονται στη μνήμη του GRAPE-6 και είναι διαφορετικό από τα i -σωματίδια. Έτσι, όλα τα σωματίδια που βρίσκονται στη μνήμη είναι συγχρονισμένα στο χρόνο των i -σωματιδίων. Έπειτα το GRAPE-6 υπολογίζει τις επιταχύνσεις των i -σωματιδίων καθώς και τις παραγώγους αυτών. Επίσης, υπολογίζει τους κοντινότερους γείτονες καθενός από τα σωματίδια αυτά. Όλα αυτά τα δεδομένα επιστρέφονται στον κεντρικό υπολογιστή με τον οποίο είναι συνδεδεμένο το GRAPE-6. Εκεί γίνεται το τελευταίο στάδιο της εξέλιξης των i -σωματιδίων με τη διόρθωση των θέσεων και ταχυτήτων τους, για την οποία χρησιμοποιούνται τα δεδομένα της πρόβλεψης και οι τιμές των επιταχύνσεων και παραγώγων που έχουν υπολογιστεί στο GRAPE-6. Οι νέες τιμές των θέσεων και ταχυτήτων των i -σωματιδίων, μαζί με τον νέο χρόνο στον οποίο αυτά έχουν εξελιχθεί, στέλνονται στη μνήμη του GRAPE-6. Μια νέα ομάδα από i -σωματίδια στέλνεται για πρόβλεψη και η διαδικασία συνεχίζεται έως ότου όλα τα σωματίδια εξελιχθούν στο χρόνο που πρέπει.

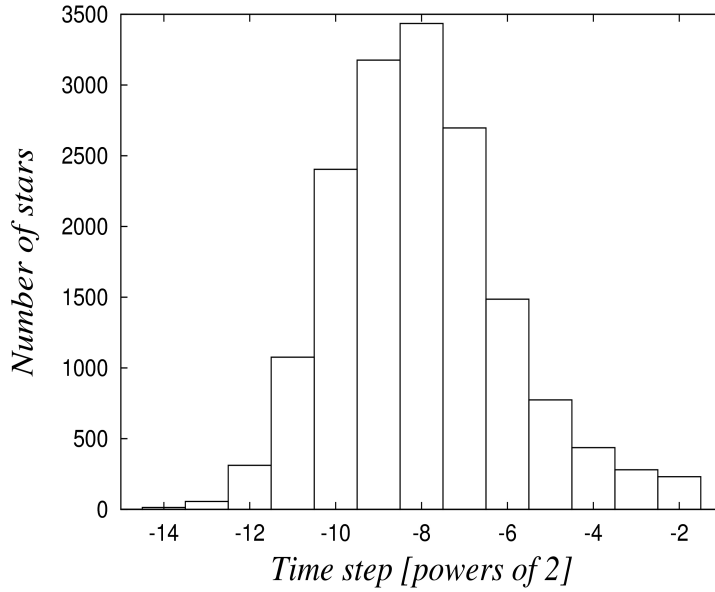


Σχήμα 6.3: Σχηματική αναπαράσταση της ροής δεδομένων μεταξύ της CPU του κεντρικού υπολογιστή και του GRAPE-6 για τον αλγόριθμο 4ης τάξης Hermite.

Ανταλλαγή δεδομένων μεταξύ του κεντρικού υπολογιστή και του GRAPE-6 γίνεται τρεις φορές σε κάθε χρονικό βήμα. Η διαδικασία που απαιτεί τον περισσότερο χρόνο, γιατί διαθέτει τους περισσότερους υπολογισμούς, είναι ο υπολογισμός των επιταχύνσεων και των παραγώγων τους που γίνεται στο GRAPE-6. Η διαδικασία αυτή ανάγεται στον υπολογισμό των δυνάμεων που ασκούν τα σωματίδια που βρίσκονται στη μνήμη του GRAPE-6 επάνω στα i -σωματίδια που σταλθηκαν σε αυτό και έχει χρονική πολυπλοκότητα ($O(N \log(N))$). Οι υπόλοιποι υπολογισμοί έχουν χρονική πολυπλοκότητα ($O(N)$). Αν ο υπολογισμός των δυνάμεων γινόταν στη CPU του κεντρικού υπολογιστή κι όχι στο GRAPE-6, που έχει κατασκευαστεί ειδικά γι'αυτόν το σκοπό, τότε θα είχε χρονική πολυπλοκότητα ($O(N^2)$) και θα ήταν σαφώς πιο αργός.

6.1.3 Ομαδοποιημένα χρονικά βήματα

Η χρήση ομαδοποιημένων χρονικών βημάτων (block time steps) έχει αποδειχθεί μια ιδανική λύση για προσομοιώσεις N -σωμάτων. Το πλεονέκτημα της μεθόδου σε σύγκριση με το να μοιράζονται όλα τα σωματίδια το ίδιο χρονικό βήμα (shared time step) είναι το ότι χρειάζεται ένας μικρός αριθμός υπολογισμών για την επίτευξη συγκεκριμένης ακρίβειας. Επίσης το πλεονέκτημα της μεθόδου έναντι της περίπτωσης στην οποία το κάθε σωματίδιο έχει το δικό του χρονικό βήμα (individual time step) είναι το γεγονός ότι τα σωματίδια ανανεώνουν τις θέσεις και ταχύτητές τους σε ομάδες, κάνοντας τη διαδικασία πιο γρήγορη. Με τον τρόπο αυτό, είναι δυνατόν να στέλνονται ομάδες από σωματίδια στο GRAPE-6 κι όχι τα σωματίδια ένα προς ένα. Έτσι μειώνεται ο χρόνος επικοινωνίας μεταξύ του κεντρικού



Σχήμα 6.4: Κατανομή ίσης μάζας 16000 σωματιδίων σε διαφορετικά χρονικά βήματα που είναι δυνάμεις του 2. Το κριτήριο του Aarseth έχει χρησιμοποιηθεί για τον υπολογισμό του χρονικού βήματος με τιμή της παραμέτρου $\eta = 0.01$. Ένας μικρός αριθμός σωματιδίων έχουν χρονικό βήμα 2^{-14} . Αυτό είναι και το μικρότερο χρονικό βήμα που επιτρέπει ο κώδικας *Myriad* για ελεύθερα σωματίδια.

υπολογιστή και του GRAPE-6.

Στη χρονική στιγμή $t = 0$, όλα τα σωματίδια, εκτός αν υπάρχουν κάποια που έχουν ήδη σχηματίσει διπλά ή πολλαπλά συστήματα, μοιράζονται το ίδιο χρονικό βήμα, που είναι και το μικρότερο που μπορεί να επιτραπεί σε ελεύθερα σωματίδια από τον κώδικα. Το χρονικό αυτό βήμα βρίσκεται από την εμπειρική σχέση του Aarseth [3]:

$$Dt_{\min} = 0.04 \left(\frac{\eta_I}{0.02} \right)^{1/2} \left(\frac{R_{cl}^3}{\bar{m}} \right)^{1/2}, \quad (6.3)$$

όπου $\bar{m}$ είναι η μέση μάζα του συστήματος, η_I η αρχική παράμετρος που καθορίζει την ακρίβεια, με τυπική τιμή 0.01, και R_{cl} η ακτίνα κοντινών διελεύσεων που δίνεται από τη σχέση

$$R_{cl} = \frac{2G\bar{m}}{\sigma^2}, \quad (6.4)$$

όπου G είναι η σταθερά της βαρύτητας, σ η rms ταχύτητα διασποράς που, σε κατάσταση ισορροπίας του συστήματος, δίνεται από τον τύπο

$$\sigma^2 = \frac{GN\bar{m}}{2R_V}. \quad (6.5)$$

Στην παραπάνω σχέση N είναι ο συνολικός αριθμός των αστερών και R_V είναι η ακτίνα virial του σμήνους. Η ακτίνα αυτή ορίζεται από τη σχέση

$$R_V = G \frac{N^2 \bar{m}}{|2U|}, \quad (6.6)$$

όπου U είναι η ολική δυναμική ενέργεια του συστήματος.

Το χρονικό βήμα $\Delta t_{\min}$ στρογγυλοποιείται στην πλησιέστερη σε αυτό δύναμη του 2 και το αποτέλεσμα $\Delta t_{\min}$ είναι το μικρότερο χρονικό βήμα που μπορεί να δώσει ο κώδικας σε ελεύθερα σωματίδια, αλλά και το χρονικό βήμα που έχουν όλα τα σωματίδια που ανήκουν στην πρώτη ομάδα σωματιδίων.

Σε κάθε χρονική στιγμή που ένα σωματίδιο ανανεώνει τη θέση και την ταχύτητά του, υπολογίζεται το επόμενο χρονικό του βήμα, σύμφωνα με το κριτήριο του Aarseth [3]:

$$dt_{i,1} = \sqrt{\eta \frac{|\mathbf{a}_{i,1}| |\ddot{\mathbf{a}}_{i,1}| + |\dot{\mathbf{a}}_{i,1}|^2}{|\ddot{\mathbf{a}}_{i,1}| |\ddot{\mathbf{a}}_{i,1}| + |\ddot{\mathbf{a}}_{i,1}|^2}}, \quad (6.7)$$

όπου η είναι η παράμετρος ακρίβειας με τυπική τιμή 0.01, ενώ $\mathbf{a}_{i,1}$, $\dot{\mathbf{a}}_{i,1}$, $\ddot{\mathbf{a}}_{i,1}$ και $\ddot{\mathbf{a}}_{i,1}$ είναι η επιτάχυνσή του σωματιδίου i και η χρονικές της παράγωγοι όπως υπολογίζονται στο Κεφάλαιο 5 (παρ. 5.3.1). Ο δείκτης ``1'' αναφέρεται σε τιμές των παραμέτρων στο τέλος του χρονικού βήματος (τελικές τιμές), ενώ ο δείκτης ``0'' σε τιμές στην αρχή του (αρχικές τιμές). Η δεύτερη και τρίτη χρονικές παράγωγοι στο τέλος του χρονικού βήματος, προσεγγίζονται από τις σχέσεις

$$\ddot{\mathbf{a}}_{i,1} = \ddot{\mathbf{a}}_{i,0} + \Delta t_{i,0} \ddot{\mathbf{a}}_{i,0} \quad (6.8)$$

και

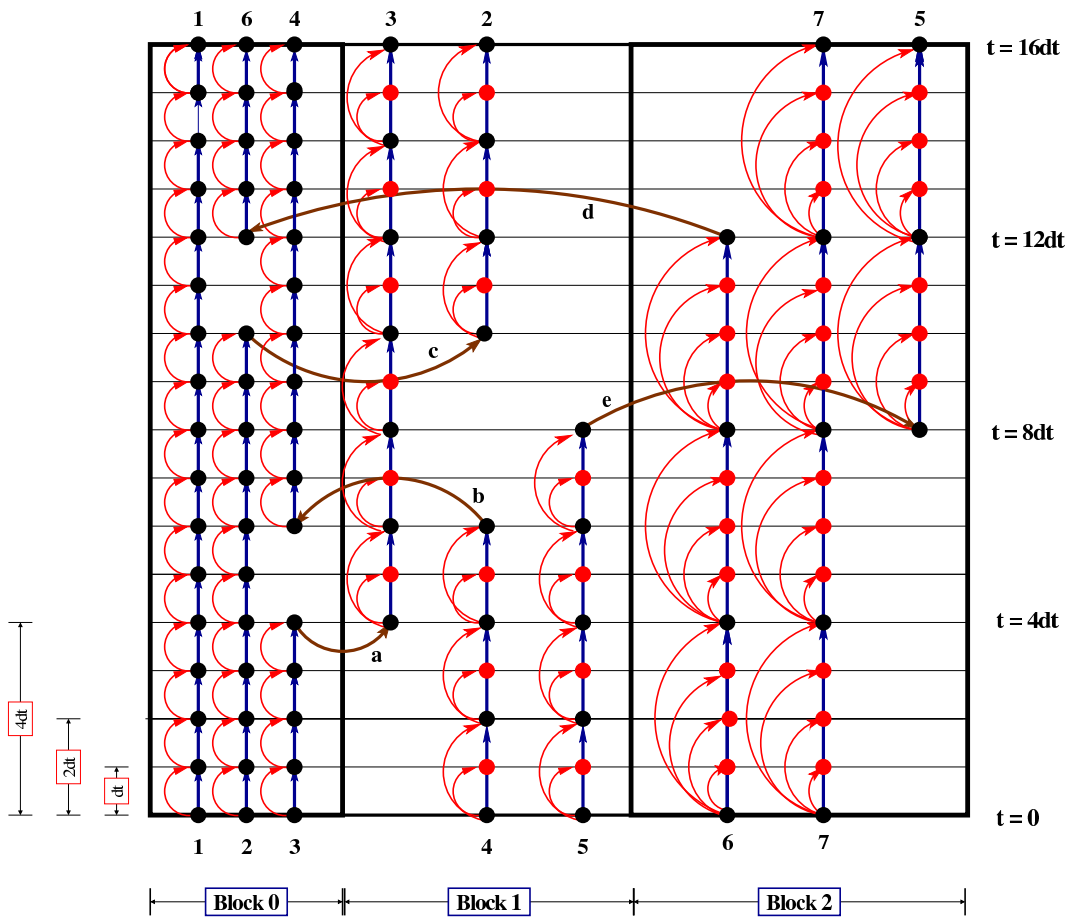
$$\ddot{\mathbf{a}}_{i,1} = \ddot{\mathbf{a}}_{i,0}, \quad (6.9)$$

όπου $\Delta t_{i,0}$ είναι το προηγούμενο χρονικό βήμα του σωματιδίου i . Τα χρονικά βήματα κβαντίζονται σύμφωνα με τον κανόνα $\Delta t_{i,1} = 2^n$, όπου ο n είναι ένας αρνητικός ακέραιος που ορίζεται κατά τέτοιο τρόπο ώστε

$$2^n \leq dt_{i,1} < 2^{n+1}. \quad (6.10)$$

Με τη μέθοδο αυτή όλα τα σωματίδια έχουν χρονικά βήματα που είναι δυνάμεις του 2. Όλα τα σωματίδια που έχουν το ίδιο χρονικό βήμα ομαδοποιούνται (έτσι ορίζεται ένα block) και ανανεώνονται ταυτόχρονα. Το χρονικό βήμα των εικονικών σωματιδίων που αντικαθιστούν διπλά ή πολλαπλά συστήματα (βλέπε παρακάτω) είναι πάντοτε ίσο με $\Delta t_{\min}$. Το ίδιο χρονικό βήμα είναι και εκείνο όσων σωματιδίων βρίσκονται κοντά μεταξύ τους. Για την βελτίωση της αποδοτικότητας του κώδικα, κάθε νέο χρονικό βήμα δε μπορεί να είναι παραπάνω από 2 φορές μεγαλύτερο από την προηγούμενη τιμή του. Στο Σχήμα 6.4 φαίνεται ένα παράδειγμα κατανομής σωματιδίων ενός συστήματος σε ομάδες ανάλογα με το χρονικό τους βήμα. Το σύστημα αποτελείται από 16384 ($=2^{14}$) σωματίδια.

Στο Σχήμα 6.5 φαίνεται ο τρόπος με τον οποίο 7 σωματίδια μοιράζονται σε 3 ομάδες διαφορετικού χρονικού βήματος και ανανεώνουν τις θέσεις και ταχύτητές τους με τη βοήθεια του αλγορίθμου H4. Σημειώνουμε πως σε ένα τυπικό σμήνος από αστέρες, ο αριθμός των ομάδων είναι 10-15. Όλα τα σωματίδια βρίσκονται στο κάτω μέρος του διαγράμματος τη χρονική στιγμή $t = 0$. Αρχικά η πρώτη ομάδα (Block 0) διαθέτει 3 σωματίδια, ενώ η δεύτερη (Block 1) και η τρίτη (Block 2) από 2. Μια μαύρη κουκίδα αναπαριστά ένα σωματίδιο μετά από το βήμα της διόρθωσης (Correction) του αλγορίθμου H4, με το μπλε ευθύ βέλος να αναπαριστά το βήμα αυτό. Μια κόκκινη κουκίδα αναπαριστά ένα σωματίδιο μετά από το



Σχήμα 6.5: Αναπαράσταση του πως λειτουργεί ο αλγόριθμος 4ης τάξης Hermite με ομαδοποιημένα χρονικά βήματα. Στο σχήμα, ένα σύνολο από 7 σωματίδια μοιράζονται σε 3 ομάδες από τις οποίες κάθε επόμενη έχει διπλάσιο χρονικό βήμα από την προηγούμενή της. Βλέπε κείμενο για περιγραφή.

βήμα της πρόβλεψης (Prediction), με το κόκκινο κυρτό βέλος να αναπαριστά το βήμα αυτό. Ο υπολογισμός των επιταχύνσεων και των παραγώγων τους γίνεται για κάθε σωματίδιο πριν από το βήμα της διόρθωσής του, δηλαδή μόνο όταν ένα σωματίδιο εμφανίζεται ως μαύρο στο διάγραμμα. Για τον υπολογισμό της επιτάχυνσης θα πρέπει όλα τα υπόλοιπα σωματίδια να κάνουν πρόβλεψη της θέσης τους, ώστε να συγχρονιστούν με το σωματίδιο αυτό. Είναι προφανές πως τα σωματίδια της πρώτης ομάδας (Block 0), θα πρέπει να κάνουν όλα τα βήματα του αλγορίθμου (prediction-evaluation-correction) σε κάθε χρονικό διάστημα dt . Από την αλλαγή τα σωματίδια που ανά πάσα στιγμή ανήκουν στη δεύτερη ομάδα (Block 1), θα πρέπει να κάνουν το βήμα της πρόβλεψης κάθε χρονικό διάστημα dt , όμως τα υπόλοιπα δύο βήματα μόνο κάθε $2dt$. Τέλος, τα σωματίδια της τρίτης ομάδας (Block 2), κάνουν το βήμα της πρόβλεψης ανά χρόνο dt , και τα υπόλοιπα δύο βήματα ανά χρόνο $4dt$. Τα κυρτά καφέ βέλη δείχνουν τον τρόπο με τον οποίο επιτρέπεται σε σωματίδια να μετακινούνται μεταξύ των διαφόρων ομάδων, ανάλογα με το χρονικό βήμα που αυτά αποκτούν από τη σχέση 6.7. Ένα άλμα σε ομάδα με μεγαλύτερο χρονικό βήμα επιτρέπεται μόνο αν διπλασιάζει το

χρονικό βήμα του σωματιδίου (το σωματίδιο 3 μεταπηδά από την πρώτη ομάδα στη δεύτερη). Αντίθετα, ένα άλμα σε ομάδες με μικρότερα χρονικά βήματα επιτρέπεται, αν είναι αναγκαίο (το σωματίδιο 6 μεταπηδά αμέσως από την τρίτη ομάδα στην πρώτη).

6.1.4 Στενά διπλά και πολλαπλά συστήματα

Κατά τη δυναμική εξέλιξη ενός συστήματος, μπορεί να συμβούν κοντινές διελεύσεις μεταξύ αστερών. Επίσης, στενά διπλά συστήματα μπορεί να δημιουργηθούν δυναμικά, ως αποτέλεσμα αλληλεπιδράσεων τριών σωμάτων. Αυτά τα υποσύστημα που μπορεί να δημιουργηθούν, θα πρέπει να εξελιχθούν με ακρίβεια στο χρόνο, κάτι που απαιτεί τη χρήση μικρού χρονικού βήματος, το οποίο μπορεί να είναι κατά πολύ μικρότερο από το ελάχιστο χρονικό βήμα $\Delta t_{\min}$ που επιτρέπει ο κώδικας. Αυτό σημαίνει πως ένα τέτοιο υποσύστημα θα πρέπει να αντιμετωπιστεί με κάποιον ιδιαίτερο τρόπο, ώστε να ολοκληρωθεί στο χρόνο με την απαιτούμενη ακρίβεια, αλλά και ταχύτητα. Ο ιδιαίτερος αυτός τρόπος είναι ο συμμετρικός αλγόριθμος 4ης τάξης Hermite ($P(EC)^3$) που περιγράφεται στο Κεφάλαιο 5 (παρ. 5.3.2).

Εφαρμόζουμε τον αλγόριθμο ($P(EC)^3$) χρησιμοποιώντας για χρονικό βήμα εξέλιξης των μελών i ενός διπλού ή πολλαπλού συστήματος, το μικρότερο από τα χρονικά βήματα dt_{bi} που προκύπτουν από τη σχέση

$$dt_{bi} = \eta_b \frac{|\mathbf{a}_i|}{|\dot{\mathbf{a}}_i|}, \quad (6.11)$$

όπου η_b είναι η παράμετρος που ελέγχει την ακρίβεια, ενώ $\mathbf{a}_i$ και $\dot{\mathbf{a}}_i$ είναι η επιτάχυνσή και η παράγωγός της για το σωματίδιο i , αντιστοίχα.

Σε κάθε χρονική στιγμή t , ξεκινάμε βρίσκοντας αν ο χρόνος t , είναι άρτιος ή περιττός, σε σχέση με το προηγούμενο χρονικό βήμα, Δt_{old} , που είχε χρησιμοποιηθεί. Αν ο χρόνος t είναι περιττός, τότε κρατάμε το ίδιο χρονικό βήμα και χρησιμοποιώντας το Δt_{old} , βρίσκουμε το χρονικό βήμα στην αρχή dt_0 και στο τέλος dt_1 αυτού, αλλά και το μέσο όρο τους

$$dt = \frac{dt_0 + dt_1}{2}. \quad (6.12)$$

Έπειτα, ελέγχουμε αν το Δt_{old} είναι μικρότερο από dt και μεγαλύτερο από $dt/2$ κι αν ισχύει αυτό, τότε το Δt_{old} είναι το χρονικό βήμα που θα χρησιμοποιηθεί στην ολοκλήρωση, ενώ αν δεν ισχύει, τότε το βήμα αυτό θα πρέπει να υποδιπλασιαστεί. Στην περίπτωση του άρτιου χρόνου t , ακολουθούμε την ίδια διαδικασία, ελεγχοντας αν ο διπλασιασμός του χρονικού βήματος Δt_{old} δίνει αποτέλεσμα που να είναι μεταξύ dt και $dt/2$, όπου το dt δίνεται πάλι από τη σχέση (6.12). Αν το κριτήριο ικανοποιείται, τότε το $2\Delta t_{old}$ είναι το χρονικό βήμα που πρέπει να χρησιμοποιηθεί. Αν το κριτήριο δεν ικανοποιείται, τότε εφαρμόζουμε ακριβώς την ίδια λογική, χρησιμοποιώντας το Δt_{old} σαν εναρκτήριο χρονικό βήμα και ακολουθώντας ακριβώς τα ίδια βήματα όπως και στην περίπτωση του περιττού t .

Για να λειτουργήσει σωστά ο αλγόριθμος αυτός θα πρέπει να γίνει κατάλληλη επιλογή της παραμέτρου ακρίβειας η_b . Η επιλογή αυτή θα πρέπει να είναι αρκετά μικρή, ώστε το dt να μην αλλάζει κατά έναν παράγοντα μεγαλύτερο από 2 σε σχέση με την προηγούμενη του τιμή. Επιπλέον, το η_b είναι υπεύθυνο, ώστε να γίνεται μια όσο το δυνατό ομαλή μετάβαση από τα χρονικά βήματα του κώδικα N -σωμάτων προς τα βήματα που χρησιμοποιούνται

από μέλη διπλών ή πολλαπλών υποσυστημάτων. Η μετάβαση αυτή θα πρέπει να γίνεται έτσι, ώστε όταν ένα σωματίδιο γίνεται μέλος ενός διπλού ή πολλαπλού συστήματος ή όταν φευγεί από αυτό, το χρονικό του βήμα να μην αλλάζει κατά παράγοντα μεγαλύτερο από 2. Αυτό είναι απαραίτητο καθώς μεγάλες και απότομες μεταβολές στο χρονικό βήμα, συνήθως εισάγουν σφάλματα στους υπολογισμούς.

Για την εξασφάλιση της ομαλής μετάβασης, η παράμετρος η_b δεν έχει μια σταθερή τιμή, αλλά η τιμή της υπολογίζεται για κάθε διπλό ή πολλαπλό σύστημα τη στιγμή της δημιουργίας του. Έτσι, τη στιγμή της δημιουργίας ενός τέτοιου συστήματος, βρίσκουμε το μέλος του i με τη μικρότερη τιμή $|\mathbf{a}_i|/|\dot{\mathbf{a}}_i|$ και χρησιμοποιώντας την εξίσωση (6.11), ορίζουμε το η_b απαιτώντας να ισχύει $dt = Dt_{\min}/2$. Το $Dt_{\min}$ δίνεται από τη σχέση (6.3) και είναι το μικρότερο επιτρεπτό χρονικό βήμα του συστήματος των N -σωμάτων, καθώς και το προηγούμενο χρονικό βήμα που χρησιμοποιήθηκε από τα μέλη του διπλού ή πολλαπλού συστήματος ή το επόμενο χρονικό βήμα σωμάτων που αποχωρούν από ένα τέτοιο σύστημα. Στην περίπτωση πολλαπλών συστημάτων, χρησιμοποιείται κοινό χρονικό βήμα για όλα τα μέλη τους.

Ο εντοπισμός των διπλών συστημάτων μέσα σε ένα σύστημα από N σώματα είναι μια αργή διαδικασία με χρονική πολυπλοκότητα $O(N^2)$, εκτός αν όλα τα σωματίδια του συστήματος συνδέονται με κάποιον ειδικό τρόπο, ώστε το καθένα από αυτά να γνωρίζει άμεσα τους κοντινότερους του γείτονες. Κάτι τέτοιο μπορεί να γίνει με τη χρήση ενός δυαδικού δέντρου (binary tree), κάτι που απαιτεί ιδιαίτερη προσπάθεια και χρήση εξειδικευμένων υπολογιστικών τεχνικών. Στον κώδικα Myriad ο υπολογισμός των γειτόνων γίνεται με τη βοήθεια του GRAPE-6, που με προσεκτική χρήση, μπορεί να εντοπίσει σωστά και με μεγάλη ταχύτητα τους γείτονες. Κάθε σωματίδιο i με μάζα m_i συνοδεύεται από μια απόσταση

$$R_{hi} = 5\sqrt{\frac{N}{2}}(m_i + m_g)R_{cl}, \quad (6.13)$$

όπου m_g είναι η μάζα του σώματος με τη μεγαλύτερη μάζα στο σύστημα, N είναι ο συνολικός αριθμός των σωματιδίων-αστέρων, ενώ το R_{cl} δίνεται από την εξίσωση (6.4). Κατά τον υπολογισμό της δύναμης επάνω στον αστέρα i , η απόσταση αυτή στέλνεται στο GRAPE-6, το οποίο επιστρέφει τις "ταυτότητες" των αστέρων που βρίσκονται σε απόσταση $r \leq R_{hi}$ από τον αστέρα i . Οι αστέρες αυτοί θεωρούνται "γείτονες" του αστέρα i . Έπειτα, γίνεται έλεγχος μεταξύ των γειτόνων για την εύρεση ενός ή περισσότερων από αυτούς που πρόκειται να έχουν μια κοντινή επαφή ή να δημιουργήσουν ένα στενό διπλό σύστημα με τον αστέρα i . Το κριτήριο για κοντινή επαφή μεταξύ ενός αστέρα i και του γειτονικού του αστέρα j είναι

$$R_{ij} \leq R_{critij} = \sqrt{\frac{N}{2}}(m_i + m_j)R_{cl}, \quad (6.14)$$

$$V_{ij} < 0, \quad (6.15)$$

όπου R_{ij} είναι η απόσταση μεταξύ των αστέρων i και j , m_i , και m_j οι μάζες τους, N είναι ο συνολικός αριθμός των αστέρων, και V_{ij} η σχετική ταχύτητα των δύο αστέρων. Η επιλογή της απόστασης R_{critij} προέρχεται από το γεγονός πως σε ένα σύστημα από αστέρες ίσης μάζας, αν η απόσταση μεταξύ δύο αστέρων είναι μεγαλύτερη από R_{cl} , τότε αυτά μπορούν να εξελιχθούν στο χρόνο με ακρίβεια χρησιμοποιώντας τον αλγόριθμο H4 με χρονικό βήμα μεγαλύτερο από ή ίσο με $Dt_{\min}$, που δίνεται από την εξίσωση (6.3), και το οποίο είναι το

μικρότερο χρονικό βήμα που επιτρέπει ο αλγόριθμος να έχουν ελεύθερα σωματίδια. Αν η απόσταση γίνει μικρότερη από R_{cl} , τότε απαιτείται μικρότερο χρονικό βήμα, οπότε τα δύο σωματίδια για να προχωρήσουν στο χρόνο με αποδεκτή ακρίβεια, χρειάζονται ειδική μεταχείριση. Ο παράγοντας $\sqrt{\frac{N}{2}(m_i + m_j)}$ στην εξίσωση (6.14) χρησιμοποιείται για τη γενίκευση αυτού του κριτηρίου για την περίπτωση ενός συστήματος με αστέρες διαφορετικών μαζών. Τέλος, η απόσταση R_{hi} που στέλνεται στο GRAPE-6 κατά τον υπολογισμό της δύναμης που ασκείται σε έναν αστέρα i , είναι απλώς 5 φορές η κρίσιμη απόσταση μεταξύ του αστέρα αυτού και του πιο μεγάλου σε μάζα αστέρα του συστήματος, κι έτσι εξασφαλίζεται η ανίχνευση κάθε κοντινής διέλευσης μεταξύ δύο αστέρων στο σύστημα.

Αν τα παραπάνω κριτήρια ικανοποιούνται, τότε, επιστρέφοντας στους υπολογιστικούς όρους, μια κλάση *binary* δημιουργείται με μέλη της τις δύο κλάσεις *particle*. Οι δυο κλάσεις *particle* αφαιρούνται από το σύστημα των N -σωμάτων και αντικαθίστανται από μια νέα κλάση *particle* που αντιστοιχεί σε ένα εικονικό σωματίδιο που αντιπροσωπεύει το κέντρο μάζας των αφαιρούμενων σωματιδίων. Αυτό το εικονικό σωματίδιο έχει μάζα

$$M = m_i + m_j, \quad (6.16)$$

τοποθετείται στη θέση

$$\mathbf{r}_{cm} = \frac{m_i \mathbf{r}_i + m_j \mathbf{r}_j}{m_i + m_j} \quad (6.17)$$

με ταχύτητα

$$\mathbf{v}_{cm} = \frac{m_i \mathbf{v}_i + m_j \mathbf{v}_j}{m_i + m_j}, \quad (6.18)$$

ενώ συμπεριφέρεται σαν να ήταν ένα απλό σωματίδιο στο σύστημα των N -σωματιδίων.

Ένας τρίτος αστέρας k σε απόσταση R_k από το κέντρο μάζας του διπλού συστήματος, γίνεται μέλος του, μετατρέποντάς το σε ένα τριπλό σύστημα, αν ένα από τα παρακάτω κριτήρια ικανοποιείται:

1. Σε όλες τις περιπτώσεις, αν η απόσταση του αστέρα k από τουλάχιστον ένα από τα μέλη του διπλού συστήματος γίνει μικρότερη από $2/3 R_{cl}$.
2. Αν η σχετική κίνηση των δύο αστέρων είναι υπερβολική ($e > 1$, όπου e είναι η εκκεντρότητα του συστήματος), όταν

$$R_k \leq \sqrt{\frac{N}{2}} (M + m_k) R_{cl}, \quad (6.19)$$

όπου M είναι η ολική μάζα του διπλού συστήματος και m_k η μάζα του τρίτου αστέρα-εισβολέα.

3. Αν η σχετική κίνηση των δύο αστέρων είναι ελλειπτική ($e < 1$), τότε όταν η αδιάστατη διαταραχή γ_k , ασκούμενη στο διπλό σύστημα από τον αστέρα k

$$\gamma_k = M_2 \left(\frac{R_b}{R_k} \right)^3, \quad (6.20)$$

γίνεται μεγαλύτερη από μια κρίσιμη τιμή, δηλαδή, όταν

$$\gamma_k \geq \gamma_{crit}. \quad (6.21)$$

Στην εξίσωση (6.20), είναι $M_2 = 2\bar{m}/M$, ενώ ο παράγοντας M δίνεται από τη σχέση (6.16), όπου $\bar{m}$ είναι η μέση μάζα του συστήματος, R_b είναι το μέγεθος του διπλού συστήματος ορισμένο να είναι είτε ο μεγάλος ημιάξονας του στην περίπτωση των στενών διπλών συστημάτων (δηλαδή συστημάτων με ενέργεια σύνδεσης μεγαλύτερη από τη μέση ενέργεια ενός σωματιδίου) ή η απόσταση R μεταξύ των μελών του στην περίπτωση των ``χαλαρών'' διπλών συστημάτων (δηλαδή συστημάτων με ενέργεια σύνδεσης μικρότερη από τη μέση ενέργεια ενός σωματιδίου).

Τα ίδια κριτήρια χρησιμοποιούνται όταν ένα τέταρτο σωματίδιο πλησιάζει το τριπλό σύστημα. Η κρίσιμη τιμή του γ για ``χαλαρά'' διπλά συστήματα είναι $\gamma_{\text{crit}} = 0.125$. Για στενά διπλά συστήματα, χρησιμοποιούμε την τιμή $\gamma_{\text{crit}} = 0.015625$. Σε ένα σύστημα αστερών ίσης μάζας αστερών, σύμφωνα με την εξίσωση (6.20), η πρώτη τιμή αντιστοιχεί σε απόσταση $R_k = 2R_b$ για τον τρίτο αστέρα, ενώ η δεύτερη τιμή σε απόσταση $R_k = 4R_b$. Αυτό σημαίνει πως σε ένα σύστημα με αστέρες ίσης μάζας, ένας τρίτος αστέρας γίνεται μέλος ενός ``χαλαρού'' διπλού συστήματος όταν βρίσκεται σε απόσταση διπλάσια του μεγέθους του διπλού συστήματος. Αν αυτό είναι ένα στενό διπλό σύστημα, η κρίσιμη απόσταση είναι 4 φορές το μέγεθός του.

Ένας άλλος τρόπος για τη δημιουργία πολλαπλών υποσυστημάτων με αριθμό μελών $n \geq 4$ είναι η περίπτωση στην οποία δύο διπλά ή πολλαπλά συστήματα πλησιάζουν το ένα το άλλο. Όταν η απόσταση μεταξύ των κέντρων μάζας τους γίνει μικρότερη από τρεις φορές το άθροισμα των μαζών τους, τότε τα δύο συστήματα συνδέονται μεταξύ τους δημιουργώντας ένα μεγαλύτερο υποσύστημα. Το μέγεθος ενός διπλού συστήματος ορίζεται ως ο μεγάλος του ημιάξονας στην περίπτωση στενών διπλών συστημάτων, ή αλλιώς η απόσταση μεταξύ των μελών του, σε κάθε άλλη περίπτωση.

Τερματισμός και διάλυση ενός τριπλού, τετραπλού ή ακόμη μεγαλύτερου υποσυστήματος, γίνεται όταν ικανοποιούνται όλα τα παρακάτω κριτήρια:

1. Η αδιάστατη παράμετρος διαταραχών γ_j που ασκείται από ένα μέλος j του συστήματος επάνω στο εσωτερικό διπλό σύστημα, γίνει μικρότερη από

$$\gamma_j < \gamma_{\text{crit}}. \quad (6.22)$$

2. Η σχετική ταχύτητα του σωματιδίου j , v_j , ως προς το εσωτερικό διπλό σύστημα είναι θετική, δηλαδή όταν το σωματίδιο j κινείται προς τα έξω.
3. Η απόσταση του σωματιδίου j από καθένα από τα μέλη του συστήματος είναι μεγαλύτερη από R_{cl} .

Το εσωτερικό διπλό σύστημα ενός συστήματος με $n \geq 3$ σωματίδια είναι το πιο στενό διπλό υποσύστημα του συστήματος αυτού.

Τερματισμός και διάλυση ενός απλού διπλού συστήματος γίνεται όταν η απόσταση μεταξύ των μελών του γίνεται μεγαλύτερη από R_{cl} . Στενά διπλά συστήματα δεν τερματίζονται, εκτός αν κάποιο τρίτο σωματίδιο γίνει μέλος τους αλληλεπιδρώντας έντονα με υπόλοιπα μέλη. Το αποτέλεσμα τέτοιων αλληλεπιδράσεων μπορεί να είναι ένα χαλαρότερο ή ακόμη πιο στενό διπλό σύστημα, ενώ υπάρχει πιθανότητα της οριστικής διάλυσής του.

Συγκρούσεις: Μια ακόμη σπάνια περίπτωση για τον τερματισμό ενός διπλού συστήματος είναι η σύγκρουση μεταξύ των μελών του. Σύγκρουση μεταξύ δύο αστερών μπορεί να γίνει όταν η σχετική τους απόσταση r_{ij} γίνει

$$r_{ij} \leq R_i + R_j, \quad (6.23)$$

όπου R_i, R_j είναι οι ακτίνες των δύο αστερών.

Η αστρική ακτίνα για έναν αστέρα της κύριας ακολουθίας δίνεται από τη σχέση

$$R_i = R_\odot \left(\frac{m_i}{M_\odot} \right)^a, \quad (6.24)$$

όπου m_i είναι η μάζα του αστέρα, $R_\odot$ η ακτίνα η ακτίνα του και $M_\odot$ η μάζα του Ήλιου. Η παράμετρος a εξαρτάται από τη μάζα m_i [2] και παίρνει τις τιμές:

$$a = \begin{cases} 1 & (m_i \leq 0.5M_\odot) \\ 0.73 & (m_i > 0.5M_\odot) \end{cases} \quad (6.25)$$

Αν ένας αστέρας είναι μελανή οπή, τότε η R_i αντιστοιχεί στην ακτίνα Schwarzschild

$$R_i = \frac{2m_i}{c^2}, \quad (6.26)$$

όπου c είναι η ταχύτητα του φωτός.

Διαταραχές: Η εσωτερική κίνηση ενός διπλού ή πολλαπλού συστήματος καθορίζεται από τις εσωτερικές δυνάμεις που ασκούνται μεταξύ των μελών του. Εξωτερικές διαταραχές από αστέρες που διέρχονται κοντά από το κέντρο μάζας του συστήματος θα πρέπει να συνυπολογιστούν. Ένας αστέρας k θεωρείται "διαταρακτής" ενός διπλού συστήματος αν η αδιάστατη παράμετρος διαταραχής γ_k , που ασκείται από τον αστέρα στο διπλό σύστημα, είναι μεγαλύτερη από μια κρίσιμη τιμή

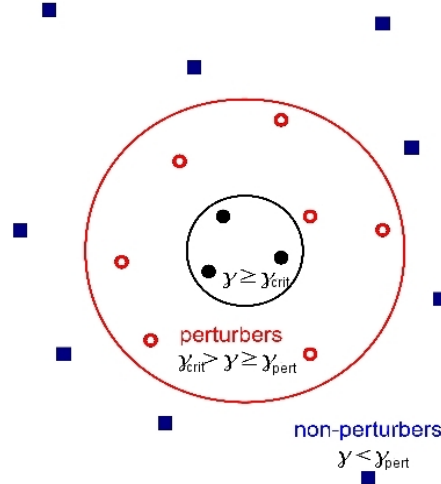
$$\gamma_k \geq \gamma_{\text{pert}}. \quad (6.27)$$

Μια τυπική τιμή της τάξης του 10^{-7} χρησιμοποιείται για το γ_{pert} , αλλά αυτή η τιμή συχνά αλλάζει για τον περιορισμό του αριθμού των "διαταρακτών" ανάλογα με τον συνολικό αριθμό των αστερών. Κατά τη διάρκεια του υπολογισμού των δυνάμεων, υπολογίζονται και οι εξωτερικές διαταραχές για κάθε αστέρα-μέλος ενός διπλού συστήματος και προστίθενται στις εσωτερικές δυνάμεις του συστήματος. Η διαταραχή στην επιτάχυνση $\mathbf{a}_i$ και την πρώτη παράγωγο αυτής $\dot{\mathbf{a}}_i$ που ασκείται σε έναν αστέρα i , μέλος ενός διπλού ή πολλαπλού συστήματος, προερχόμενη από έναν εξωτερικό αστέρα j , υπολογίζονται χρησιμοποιώντας τις σχέσεις

$$\mathbf{a}_{i,\text{pert}} = \mathbf{a}_{i,j} - \mathbf{a}_{\text{cm},j}, \quad (6.28)$$

$$\dot{\mathbf{a}}_{i,\text{pert}} = \dot{\mathbf{a}}_{i,j} - \dot{\mathbf{a}}_{\text{cm},j}, \quad (6.29)$$

όπου $\mathbf{a}_{\text{cm},j}$ είναι η συνεισφορά του σωματιδίου j στην επιτάχυνση του κέντρου μάζας, $\dot{\mathbf{a}}_{\text{cm},j}$ είναι η συνεισφορά του στην πρώτη παράγωγο της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας, ενώ $\mathbf{a}_{i,j}$



Σχήμα 6.6: Διαταράκτες. Αστέρες με $\gamma \geq \gamma_{\text{pert}}$ θεωρούνται διαταρακτές ενός διπλού συστήματος. Αυτοί είναι οι αστέρες που αναπαριστώνται με κενούς (κόκκινους) κύκλους. Οι γεμάτοι, μαύροι κύκλοι αναπαριστούν τα μέλη ενός διπλού ή πολλαπλού συστήματος. Αν η αδιάστατη παράμετρος διαταραχής γ , που δίνεται από τη σχέση (6.20), γίνει μεγαλύτερη από γ_{crit} , τότε ο αστέρας συμπεριλαμβάνεται στο διπλό ή πολλαπλό σύστημα. Μπορούν να ενταχθούν σε αυτό περισσότεροι αστέρες, δημιουργώντας ένα πολλαπλό σύστημα με ως και ~ 10 αστέρες. Αυτά τα συστήματα διαλύονται γρήγορα συνήθως. Αντίθετα, ένας αστέρας με το γ του να γίνεται μικρότερο από γ_{pert} δεν συνυπολογίζεται στους διαταρακτές του συστήματος. Αυτοί είναι οι αστέρες που αναπαριστώνται με γεμάτα (μπλε) τετράγωνα. Για ένα σύστημα με αστέρες ίσης μάζας, είναι τυπικά $\gamma_{\text{pert}} \sim 10^{-7}$ και $\gamma_{\text{crit}} = 0.125$ αν το διπλό σύστημα είναι "χαλαρό", ενώ $\gamma_{\text{crit}} = 0.015625$ αν αυτό είναι στενό.

και $\dot{\mathbf{a}}_{i,j}$ είναι οι απευθείας συνεισφορά του αστέρα j στην ολική επιτάχυνσή του αστέρα i και στην παράγωγό αυτής, αντίστοιχα.

Ο προσδιορισμός των "διαταρακτών" ενός διπλού ή πολλαπλού συστήματος γίνεται με τη χρήση της ειδικής συνάρτησης του GRAPE-6. Κατά τη διάρκεια του υπολογισμού της δύναμης επάνω σε ένα εικονικό σωματίδιο, μια απόσταση

$$R_{p_i} = \gamma_{\text{pert}}^{1/3} \left(\frac{2m_g}{m_i} \right)^{1/3} d \quad (6.30)$$

στέλνεται στη συνάρτηση των γειτόνων του GRAPE-6. Όπου m_g είναι η μάζα του αστέρα με τη μεγαλύτερη μάζα του συστήματος, m_i είναι η μάζα του εικονικού σωματιδίου, δηλαδή η ολική μάζα του διπλού ή πολλαπλού συστήματος, και d το μέγεθος του συστήματος αυτού. Για την αποφυγή υπερφόρτωσης των λιστών που περιλαμβάνουν τους γείτονες που επιστρέφει ο GRAPE-6, κάθε εικονικό σωματίδιο στέλνεται μόνο του στον GRAPE-6. Η απόσταση R_{p_i} περιορίζεται επιπλέον, ώστε το GRAPE-6 να μην επιστρέφει παραπάνω από ~ 100 γείτονες για κάθε σωματίδιο.

Με τους παραπάνω περιορισμούς, η μνήμη του GRAPE-6 δεν υπερφορτώνεται και το

σύστημα επιστρέφει τους γείτονες ενός εικονικού σωματιδίου i που είναι και οι "διαταρακτές" του διπλού συστήματος που αντιστοιχεί σε αυτό. Παρόλα αυτά, αν γίνει υπερχειλίση της μνήμης του GRAPE-6, οι διαταρακτές βρίσκονται ελέγχοντας τις αποστάσεις από όλους τους αστέρες του συστήματος, μια διαδικασία που απαιτεί αρκετό χρόνο.

Στο Σχήμα 6.6 φαίνεται η κατανομή των "διαταρακτών" και των υπόλοιπων σωματιδίων για ένα στενό διπλό σύστημα που βρίσκεται στο κέντρο ορισμένων ομόκεντρων κύκλων.

Σημειώνουμε εδώ μερικούς επιπλέον ορισμούς που χρησιμοποιούνται στο υπόλοιπο του κεφαλαίου. Σε όλες τις προσομοιώσεις, αναφέρονται ως διαφεύγοντες οι αστέρες εκείνοι που απέχουν από το κέντρο του συστήματος απόσταση δύο φορές μεγαλύτερη από την αρχική του ακτίνα και ταυτόχρονα κινούνται απομακρυνόμενοι από αυτό. Όταν ένας αστέρας διαφεύγει, η ενέργεια του συστήματος επαναπροσδιορίζεται για τα επόμενα έτη. Επιπλέον, ορίζουμε ως στενά διπλά συστήματα, τα συστήματα εκείνα των οποίων η ενέργεια ανά μονάδα μάζας είναι $h < -1$ ή εκείνα των οποίων ο μεγάλος ημιάξονας είναι $a < R_h(m_i + m_j)/2$, όπου m_i και m_j είναι οι μάζες των μελών του διπλού συστήματος και R_h η ακτίνα μισής μάζας του σμήνους. Σε ένα σμήνος από ίσης μάζας αστέρες, το παραπάνω όριο για το τον μεγάλο ημιάξονα γίνεται $a < R_h/N$, όπου N είναι ο συνολικός αριθμός των αστερών του σμήνους.

6.1.5 Εξισώσεις της μετα-Νευτώνειας θεωρίας

Σε όλα τα παραπάνω θεωρήσαμε πως οι δυνάμεις μεταξύ των αστερών ενός σμήνους του οποίου η χρονική εξέλιξη πρόκειται να προσομοιωθεί από τον κώδικα Myriad, είναι αυτές της νευτώνειας θεωρίας. Κάτι τέτοιο όμως δεν είναι ακριβές σε ένα πραγματικό σμήνος αστερών, στο οποίο υπάρχουν μελανές οπές ή αστέρες νετρονίων. Για την εξήγηση της κίνησης των στενών διπλών συστημάτων μελανών οπών ή/και αστερών νετρονίων απαιτείται η χρήση της Γενικής Θεωρίας της Σχετικότητας ή κάποιας άλλης προσεγγιστικής θεωρίας. Ο κώδικας Myriad χρησιμοποιεί τις εξισώσεις της μετα-Νευτώνειας θεωρίας για την προσομοίωση στενών διπλών συστημάτων μελανών οπών ή αστερών νετρονίων. Οι εξισώσεις αυτές έχουν γραφτεί με τέτοιο τρόπο, ώστε να παρουσιάζονται ως απλές διορθώσεις στην επιτάχυνση και την παράγωγο αυτής, για κάθε μέλος ενός τέτοιου διπλού συστήματος. Στην παρακάτω περιγραφή, ακολουθήσαμε τη μέθοδο που παρουσιάζεται στις εργασίες [110, 111, 112] για την έκφραση των διορθώσεων της μετα-Νευτώνειας θεωρίας στην επιτάχυνση, ενώ υπολογίσαμε τις αντίστοιχες διορθώσεις στην παράγωγο της επιτάχυνσης, για να τις χρησιμοποιήσουμε στον $P(EC)^3$ αλγόριθμο εξέλιξης διπλών συστημάτων.

Ας ονομάσουμε τα μέλη ενός απομονωμένου στενού διπλού συστήματος "1" και "2". Στη μετα-Νευτώνεια θεωρία, η ολική επιτάχυνση του σωματιδίου "1" θα δίνεται από τη σχέση

$$\mathbf{a}_1 = \vec{a}_0 + \frac{1}{c^2} \vec{a}_2 + \frac{1}{c^4} \vec{a}_4 + \frac{1}{c^5} \vec{a}_5 + O\left(\frac{1}{c^6}\right) \quad (6.31)$$

όπου:

$$\vec{a}_0 = -G \frac{m_2}{r^2} \vec{n} \quad (6.32)$$

είναι η επιτάχυνση όπως υπολογίζεται στην νευτώνεια θεωρία με G την παγκόσμια σταθερά της βαρύτητας. Όπου m_1 και m_2 είναι οι μάζες των δύο σωματιδίων, r η μεταξύ τους

απόσταση και $\vec{n}$ το μοναδιαίο διάνυσμα επάνω στην ευθεία που ενώνει τα σωματίδια με κατεύθυνση από το σωματίδιο ``2" στο σωματίδιο ``1". Στη σχέση 6.31, όπου $\vec{a}_2$ είναι η 1PN, όπου $\vec{a}_4$ η 2PN και όπου $\vec{a}_5$ η λεγόμενη 2.5PN διόρθωση, με τη συντομογραφία PN να προέρχεται από το όρο ``post-Newtonian" του οποίου μετάφραση είναι ο ελληνικός όρος ``μετα-Νευτώνειο". Οι πρώτες δύο διορθώσεις είναι υπεύθυνες για την μετακίνηση του περικέντρου της τροχιάς, ενώ η τελευταία είναι ο όρος που αφαιρεί ενέργεια από το σύστημα και περιγράφει την εκπομπή βαρυτικής ακτινοβολίας από αυτό. Σαν αποτέλεσμα της ύπαρξης, λοιπόν των παραπάνω όρων στην επιτάχυνση, η τροχιά των δύο σωματιδίων, αλλάζει συνεχώς περίκεντρο, ενώ ο μεγάλος ημιάξονάς της μειώνεται, εξαιτίας της εκπομπής βαρυτικής ακτινοβολίας, και κατά συνέπεια, της απώλειας ενέργειας από το διπλό σύστημα. Το τελευταίο γεγονός, σημαίνει πως αργά η γρήγορα το δίπλο σύστημα θα οδηγηθεί σε σύγκρουση.

Οι αναλυτικές εξισώσεις για τους μετα-Νευτώνειους όρους δίνονται παρακάτω. Σε όλες τις εξισώσεις χρησιμοποιήσαμε:

$$\begin{aligned}\vec{r}_{12} &= \vec{r}_1 - \vec{r}_2, r = |\vec{r}_{12}|, \vec{n}_{12} = \vec{r}_{12}/r, \\ \vec{v}_{12} &= \vec{v}_1 - \vec{v}_2, v_{12} = |\vec{v}_{12}|, \\ \vec{a}_{AB} &= \vec{a}_A - \vec{a}_B, a_{AB} = |\vec{a}_{AB}|.\end{aligned}\tag{6.33}$$

Το εσωτερικό γινόμενο δύο διανυσμάτων $\vec{x}_1$ και $\vec{x}_2$ σημειώνεται ως $x_1 x_2$ (δηλαδή $n_{12} v_1 = \vec{n}_{12} \cdot \vec{v}_1$). Σημειώνουμε εδώ τη διαφορά μεταξύ $\mathbf{a}_i$, που είναι η ολική επιτάχυνση ενός σωματιδίου i , και $\vec{a}_i$, που είναι η *i-ιοστή* μετα-Νευτώνεια διόρθωση στην επιτάχυνση του σωματιδίου ``1". Οι εξισώσεις για τις διορθώσεις του σωματιδίου ``2" προκύπτουν αν κάνουμε την αλλαγή $1 \leftrightarrow 2$ προσέχοντας ότι:

$$\begin{aligned}\vec{n}_{21} &= -\vec{n}_{12} \\ \vec{v}_{21} &= -\vec{v}_{12}.\end{aligned}\tag{6.34}$$

Με βάση τα παραπάνω, η διόρθωση 1PN είναι

$$\begin{aligned}\vec{a}_2 &= \frac{Gm_2}{r^2} \left\{ \vec{n}_{12} \left[-v_1^2 - 2v_2^2 + 4v_1 v_2 + \frac{3}{2}(n_{12} v_2)^2 + 5\frac{Gm_1}{r} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + 4\frac{Gm_2}{r} \right] + \vec{v}_{12}(4n_{12} v_1 - 3n_{12} v_2) \right\}.\end{aligned}\tag{6.35}$$

Η διόρθωση 2PN είναι

$$\begin{aligned}
\vec{a}_4 = & \frac{Gm_2}{r^2} \left\{ \vec{n}_{12} \left[-2v_2^2 + 4v_2^2(v_1v_2) - 2(v_1v_2)^2 + \frac{3}{2}v_1^2(n_{12}v_2)^2 \right. \right. \\
& + \frac{9}{2}v_2^2(n_{12}v_2)^2 - 6(v_1v_2)(n_{12}v_2)^2 - \frac{15}{8}(n_{12}v_2)^4 \\
& + \frac{Gm_1}{r} \left(-\frac{15}{4}v_1^2 + \frac{5}{4}v_2^2 - \frac{5}{2}v_1v_2 + \frac{39}{2}(n_{12}v_1)^2 \right. \\
& \left. \left. - 39(n_{12}v_1)(nv_2) + \frac{17}{2}(n_{12}v_2)^2 \right) \right. \\
& + \frac{Gm_2}{r} (4v_2^2 - 8v_1v_2 + 2(n_{12}v_1)^2 - 4(n_{12}v_1)(n_{12}v_2) \\
& \left. \left. - 6(n_{12}v_2)^2 \right) \right] \\
& + \vec{v}_{12} \left[v_1^2(n_{12}v_2) + 4v_2^2(n_{12}v_1) - 5v_2^2(n_{12}v_2) \right. \\
& - 4(v_1v_2)(n_{12}v_1) + 4(v_1v_2)(n_{12}v_2) - 6(n_{12}v_1)(n_{12}v_2)^2 \\
& + \frac{9}{2}(n_{12}v_2)^3 + \frac{Gm_1}{r} \left(-\frac{63}{4}n_{12}v_1 + \right. \\
& \left. \left. \frac{55}{4}n_{12}v_2 \right) + \frac{Gm_2}{r} (-2n_{12}v_1 - 2n_{12}v_2) \right] \left. \right\} \\
& \frac{G^3m_2}{r^4} \vec{n} \left[-\frac{57}{4}m_1^2 - 9m_2^2 - \frac{69}{2}m_1m_2 \right].
\end{aligned} \tag{6.36}$$

Τέλος, η διόρθωση 2.5PN είναι

$$\begin{aligned}
\vec{a}_5 = & \frac{4}{5} \frac{G^2m_1m_2}{r^3} \left\{ \vec{v}_{12} \left[-(\vec{v}_1 - \vec{v}_2)^2 + 2\frac{Gm_1}{r} - 8\frac{Gm_2}{r} \right] \right. \\
& \left. + \vec{n}_{12}(n_{12}v_1 - n_{12}v_2) \left[3(\vec{v}_1 - \vec{v}_2)^2 - 6\frac{Gm_1}{r} + \frac{52}{3}\frac{Gm_2}{r} \right] \right\}.
\end{aligned} \tag{6.37}$$

Με παρόμοιο τρόπο με την εξίσωση (6.31) μπορούμε να γράψουμε πως η παράγωγος της επιτάχυνσής του σωματιδίου ``1" μπορεί να γραφεί ως:

$$\dot{\vec{a}}_1 = \dot{\vec{a}}_0 + \frac{1}{c^2}\dot{\vec{a}}_2 + \frac{1}{c^4}\dot{\vec{a}}_4 + \frac{1}{c^5}\dot{\vec{a}}_5 + O\left(\frac{1}{c^6}\right), \tag{6.38}$$

όπου

$$\dot{\vec{a}}_0 = \frac{Gm_2}{r^3} [\vec{v}_{12} - 3(\vec{v}_{12} \cdot \vec{n}_{12})\vec{n}_{12}] \tag{6.39}$$

είναι η Νευτώνεια τιμή της παραγώγου της επιτάχυνσης. Υπολογίσαμε τους όρους ανώτερης τάξης της εξίσωσης (6.38) οι οποίοι παρουσιάζονται παρακάτω. Η 1PN διόρθωση γράφεται

ως

$$\begin{aligned}
\dot{\vec{a}}_2 = & -2 \frac{n_{12}v_1 - n_{12}v_2}{r} \vec{a}_2 \\
& + \frac{Gm_2}{r^2} \left\{ \frac{1}{r} \left[\vec{v}_{12} - \vec{n}_{12}(n_{12}v_1 - n_{12}v_2) \right] \right. \\
& \times \left[-v_1^2 - 2v_2^2 + 4v_1v_2 + \frac{3}{2}(n_{12}v_1)^2 + \frac{5Gm_1}{r} + \frac{4Gm_2}{r} \right] \\
& + \vec{n}_{12} \left[-2v_1a_A - 4v_2a_B + 4v_1a_B + 4v_2a_A \right. \\
& + 3(n_{12}v_2) \left(\frac{1}{r} \vec{v}_{12} \left[\vec{v}_{12} - \vec{n}_{12}(n_{12}v_1 - n_{12}v_2) \right] + n_{12}a_B \right) \\
& + \vec{a}_{AB} (4n_{12}v_1 - 3n_{12}v_2) \\
& + \vec{v}_{12} \left[\frac{1}{r} \left(\vec{v}_{12} - \vec{n}_{12}(n_{12}v_1 - n_{12}v_2) \right) (4v_1 - 3v_2) \right. \\
& \left. \left. + \vec{n}_{12}(4\vec{a}_A - 3\vec{a}_B) \right] \right\}. \tag{6.40}
\end{aligned}$$

Η 2PN είναι

$$\dot{\vec{a}}_4 = \frac{Gm_2}{r^2} \left\{ \vec{n}_{12}2I_1 + \vec{v}_{12}I_2 \right\} + \frac{G^3m_2}{r^4} \vec{n}_{12}I_3 \tag{6.41}$$

όπου

$$\begin{aligned}
I_1 = & -2v_2^4 + 4v_2^2(v_1v_2) - 2(v_1v_2)^2 + \frac{3}{2}v_1^2(n_{12}v_2)^2 + \frac{9}{2}v_2^2(n_{12}v_2)^2 \\
& - 6(v_1v_2)(n_{12}v_2)^2 - \frac{15}{8}(n_{12}v_2)^4 + \frac{Gm_1}{r} \left(-\frac{15}{4}v_1^2 + \frac{5}{4}v_2^2 \right. \\
& \left. - \frac{5}{2}(v_1v_2) + \frac{39}{2}(n_{12}v_1)^2 - 39(n_{12}v_1)(n_{12}v_2) + \frac{17}{2}(n_{12}v_2)^2 \right) \\
& \frac{Gm_2}{r} (4v_2^2 - 8v_1v_2 + 2(n_{12}v_1)^2 - 4(n_{12}v_1)(n_{12}v_2) - 6(n_{12}v_2)^2), \tag{6.42}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
I_2 = & v_1^2(n_{12}v_2) + 4v_2^2(n_{12}v_1) - 5v_2^2(n_{12}v_2) - 4(v_1v_2)(n_{12}v_1) \\
& + 4(v_1v_2)(n_{12}v_2) - 6(n_{12}v_1)(n_{12}v_2)^2 + \frac{9}{2}(n_{12}v_2)^3 \\
& + \frac{Gm_1}{r} \left(-\frac{63}{4}n_{12}v_1 + \frac{55}{4}n_{12}v_2 \right) \\
& + \frac{Gm_2}{r} (-2n_{12}v_1 - 2n_{12}v_2), \tag{6.43}
\end{aligned}$$

και

$$I_3 = -\frac{57}{4}m_1^2 - 9m_2^2 - \frac{69}{2}m_1m_2. \quad (6.44)$$

Τέλος η 2.5PN διόρθωση της παραγώγου της επιτάχυνσης είναι

$$\begin{aligned} \dot{\vec{a}}_5 = & 3 \frac{n_{12}v_1 - n_{12}v_2}{r} \vec{a}_5 \\ & + \frac{4}{5} \frac{G^2 m_1 m_2}{r^3} \left\{ \vec{a}_{AB} I_4 \right. \\ & \left. \vec{v}_{12} \left[2v_{12} a_{AB} + \frac{1}{r^2} (n_{12}v_1 - n_{12}v_2) (-2Gm_1 + 8Gm_2) \right] \right. \\ & \left. \left\{ \frac{1}{r} \left[\vec{v}_{12} - \vec{n}_{12} (n_{12}v_1 - n_{12}v_2) \right] (n_{12}v_1 - n_{12}v_2) \right. \right. \\ & \left. \left. \vec{n}_{12} \left[\frac{1}{r} \vec{v}_{12} \left(\vec{v}_{12} - \vec{n}_{12} (n_{12}v_1 - n_{12}v_2) + \vec{n}_{12} \vec{a}_{AB} \right) \right] \right\} \times I_5 \right. \\ & \left. + \vec{n}_{12} (n_{12}v_1 - n_{12}v_2) \left[6v_{12} a_{AB} + \frac{1}{r^2} (n_{12}v_1 - n_{12}v_2) \right. \right. \\ & \left. \left. (6Gm_1 - \frac{52}{3}Gm_2) \right] \right\}. \end{aligned} \quad (6.45)$$

Όπου

$$I_4 = -v_{12}^2 + 2 \frac{Gm_1}{r} - 8 \frac{Gm_2}{r}, \quad (6.46)$$

και

$$I_5 = 3v_{12}^2 - 6 \frac{Gm_1}{r} + \frac{52}{3} \frac{Gm_2}{r}. \quad (6.47)$$

Οι παραπάνω εξισώσεις συμπεριλήφθηκαν στον κώδικα Myriad, ενώ εκτεταμένοι έλεγχοι επιβεβαίωσαν τη σωστή τους λειτουργία.

Σύμφωνα με τα παραπάνω, ο κώδικας Myriad μπορεί να προσομοιώσει στενά διπλά συστήματα μελανών οπών, εφαρμόζοντας σωστά τους νόμους της Φυσικής. Τα συστήματα αυτά, εξαιτίας της εκπομπής βαρυτικής ακτινοβολίας, οδηγούνται σε σύγκρουση που θα δημιουργήσει μια νέα μελανή οπή. Όπως αναφέρθηκε στο Κεφάλαιο 3 (παρ. 3.4) ένα σύστημα μελανών οπών που έχουν ιδιοπεριστροφή, λίγο πριν αυτές συγκρουστούν, εκπέμπει βαρυτική ακτινοβολία προς συγκεκριμένη κατεύθυνση κι αυτό έχει ως αποτέλεσμα την ανάδραση της μελανής οπής που δημιουργείται από τη σύγκρουση. Οι ημι-εμπειρικές σχέσεις της ταχύτητας ανάδρασης που είναι προϊόντα των πρόσφατης προόδου στον τομέα της Αριθμητικής Σχετικότητας, περιγράφονται στο Κεφάλαιο 3 (εξισώσεις (3.60)-(3.63)) και περιλαμβάνονται στον Myriad, ώστε και αυτό το φαινόμενο να μπορεί να μελετηθεί σε αστρικά σμήνη που περιέχουν μελανές οπές.

6.2 Αποτελέσματα πρώτων προσομοιώσεων και σύγκριση με άλλους κώδικες

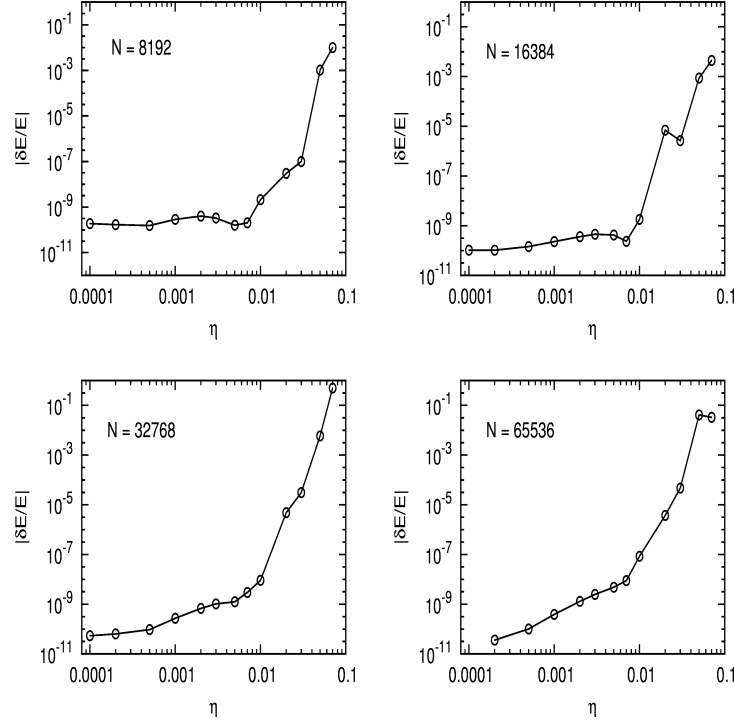
Ένας κώδικας όπως ο Myriad, πριν ακόμη ξεκινήσει να χρησιμοποιείται για την παραγωγή αποτελεσμάτων αστροφυσικού ενδιαφέροντος, θα πρέπει να ελεγχθεί με λεπτομέρεια, ώστε να εξασφαλιστεί η σωστή λειτουργία του. Τα αποτελέσματά του θα πρέπει να συγκριθούν με τα αποτελέσματα άλλων κωδίκων, αλλά και με θεωρητικές προβλέψεις. Στο υπόλοιπο μέρος του κεφαλαίου αυτού παρουσιάζουμε τα αποτελέσματα εκτεταμένων ελέγχων της ακρίβειας και της ταχύτητας του κώδικα χρησιμοποιώντας διαφορετικές τιμές της παραμέτρου η που χρησιμοποιείται στον καθορισμό του χρονικού βήματος (εξίσωση 6.7), αλλά και του αριθμού των αστερών N . Έπειτα, παρουσιάζουμε αποτελέσματα ελέγχων της λειτουργίας του μέρους εκείνου του κώδικα που εξελίσει διπλά και πολλαπλά συστήματα, καθώς η λειτουργία του είναι σημαντική για τη συνολική απόδοση του κώδικα. Για τον έλεγχο αυτό, εξελίξαμε στο χρόνο διπλά συστήματα διαφορετικής εκκεντρότητας και λόγου μαζών, ενώ δοκιμάσαμε την απόδοση του κώδικα και στην εξέλιξη ενός τριπλού συστήματος αστερών. Στη συνέχεια εξελίξαμε ένα σύστημα $1024 \equiv 1$ αστερών ίσης μάζας και συγκρίναμε την ακρίβεια του Myriad με αυτήν του κώδικα Starlab. Επίσης, συγκρίναμε τα αποτελέσματα των δύο προγραμμάτων για το χρόνο που χρειάζεται, ώστε το σμήνος να φτάσει στην κατάσταση της κατάρρευσης του πυρήνα, που είναι ένα μακροσκοπικό χαρακτηριστικό για το οποίο υπάρχει και θεωρητική πρόβλεψη. Τέλος, ελέγξαμε το αποτέλεσμα του κώδικα στον χρόνο κατάρρευσης του πυρήνα διαφόρων μοντέλων σμηνών που διαθέτουν διαφορετικής μάζας αστέρες. Τα αποτελέσματα συγκρίθηκαν με δημοσιευμένα αποτελέσματα άλλων προσομοιώσεων.

Σε όλες τις προσομοιώσεις που παρουσιάζουμε παρακάτω, οι αστέρες λογίζονται ως σημειακά σωματίδια. Οι πραγματικές διαστάσεις ενός αστερά, λαμβάνονται υπ' όψιν μόνο όταν συγκρούεται με έναν άλλο αστέρα. Φυσικές διεργασίες που συμβαίνουν σε ένα πραγματικό σμήνος αστερών, όπως αστρική εξέλιξη, απώλεια μάζας λόγω αστρικών ανέμων και αστρική εξέλιξη διπλών συστημάτων, δεν συμπεριλαμβάνονται στις προσομοιώσεις. Διπλά συστήματα μελανών οπών εξελίσσονται χρησιμοποιώντας τις εξισώσεις της μετα-Νευτώνειας θεωρίας για την επιτάχυνση και την παράγωγό της. Τέλος, όλα τα μοντέλα σμηνών που προσομοιώνονται, θεωρούνται απομονωμένα, δηλαδή δε λαμβάνεται υπ' όψιν το γαλαξιακό βαρυτικό πεδίο. Οι αρχικές συνθήκες μοντέλων σμηνών, παρέχονται στον Myriad από ειδικές εφαρμογές του προγράμματος Starlab. Ο κεντρικός υπολογιστής που χρησιμοποιήθηκε για τις προσομοιώσεις είναι ένας AMD Athlon(tm) Processor 3500+ που λειτουργεί στα 2.2MHz και διαθέτει μνήμη RAM 2GB. Ο υπολογιστής αυτός είναι συνδεδεμένος με έναν υπολογιστή ειδικού σκοπού GRAPE-6 Pro.

6.2.1 Ακρίβεια-Ταχύτητα

Ακρίβεια

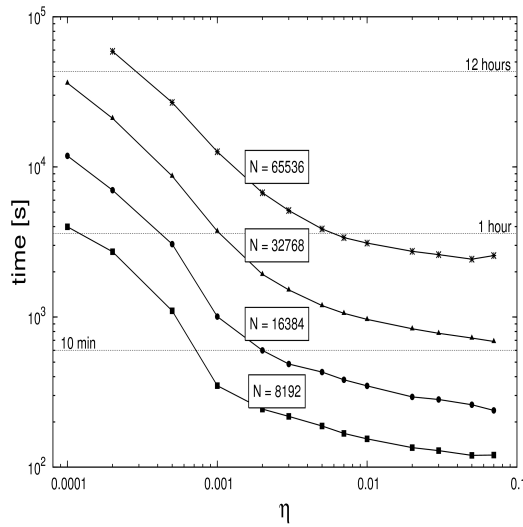
Υπάρχουν πολλές πηγές αριθμητικών σφαλμάτων σε έναν κώδικα N -σωμάτων. Δύο από αυτές, που μπορούν εύκολα να ελεγχθούν, είναι η επιλογή του αλγορίθμου και η τάξη του. Ο κώδικας Myriad χρησιμοποιεί τον αλγόριθμο H4 που είναι 4 τάξης, το οποίο σημαίνει,



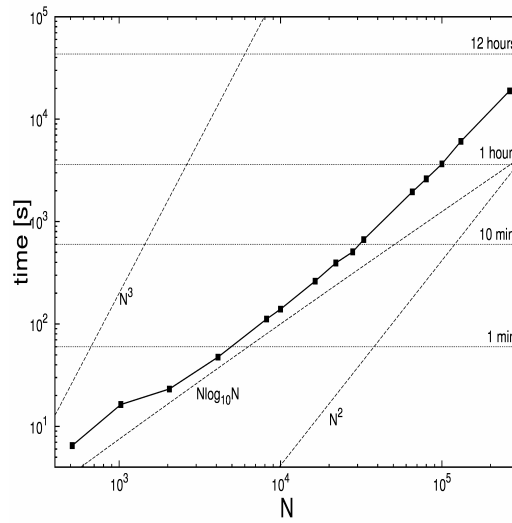
Σχήμα 6.7: Συνολικό σχετικό σφάλμα στην ενέργεια ως συνάρτηση της παραμέτρου ακρίβειας η για μοντέλα Plummer με $N = 8192$ (επάνω αριστερά), $N = 16384$ (επάνω δεξιά), $N = 32768$ (κάτω αριστερά), και $N = 65536$ (κάτω δεξιά). Οι προσομοιώσεις περατώθηκαν μετά από $t = 1$ μονάδες χρόνου στο σύστημα μονάδων N -σωμάτων.

πως αν όλοι οι αστέρες χρησιμοποιούσαν το ίδιο χρονικό βήμα εξέλιξης dt , το αριθμητικό σφάλμα θα έπρεπε να είναι ανάλογο του dt^4 . Σε κώδικες που χρησιμοποιούν ομαδοποιημένα χρονικά βήματα, όπως εδώ, η παράμετρος που ελέγχει τα αριθμητικά σφάλματα είναι η παράμετρος ακρίβειας η που χρησιμοποιείται στο κριτήριο του χρονικού βήματος που δίνεται από την εξίσωση (6.7). Μια άλλη πηγή σφάλματος που παίζει ρόλο όταν χρησιμοποιούνται μικρές τιμές της παραμέτρου η , είναι η ακρίβεια με την οποία γίνονται οι υπολογισμοί στα υπολογιστικά συστήματα που χρησιμοποιούνται. Ο κώδικας Myriad χρησιμοποιεί διπλή ακρίβεια για όλους τους υπολογισμούς που γίνονται στη CPU, ενώ η ακρίβεια στις επιταχύνσεις και τις παραγώγους τους καθορίζεται από το GRAPE-6 [108].

Εκτελέσαμε μια σειρά από πειράματα χρησιμοποιώντας το Myriad για την εξέλιξη μοντέλων Plummer [10] που περιέχουν με διαφορετικούς αριθμούς N αστέρων ίσης μάζας. Η εξέλιξη όλων των μοντέλων ξεκίνησε από την χρονική στιγμή $t = 0$ και ολοκληρώθηκε τη στιγμή $t = 1$ σε μονάδες N -σωμάτων (βλέπε Παράρτημα Α). Για όλες τις προσομοιώσεις καταγράψαμε το συνολικό σχετικό σφάλμα στην ολική ενέργεια του συστήματος ($\Delta E/E = (E_{t=1} - E_{t=0})/E_0$) και μελετήσαμε την εξάρτησή του από την παράμετρο ακρίβειας και από τον αριθμό των αστέρων N . Για τη μελέτη αυτή, δώσαμε τιμές στην παράμετρο ακρίβειας από 10^{-4} ως 0.2 και τον αριθμό των αστέρων N από 8192 ($\equiv 8$) ως



Σχήμα 6.8: Πραγματικός χρόνος που χρειάζεται μια προσομοίωση σαν συνάρτηση του αριθμού N των αστέρων που περιέχει και της παραμέτρου η για τις προσομοιώσεις του σχήματος 6.7. Όλες οι προσομοιώσεις σταμάτησαν στο χρονικό σημείο $t = 1$ στις μονάδες N -σωμάτων.



Σχήμα 6.9: Πραγματικός χρόνος σαν συνάρτηση του αριθμού αστέρων N . Όλες οι προσομοιώσεις σταμάτησαν σε χρόνο $t = 1$ στις μονάδες N -σωμάτων. Η παράμετρος ακρίβειας η είχε την ίδια τιμή 0.01 σε όλες τις προσομοιώσεις. Οι κλίσεις των ευθειών $O(N^3)$, $O(N^2)$, και $O(N \log N)$ παρουσιάζονται για σύγκριση.

65536 ($\equiv 64$). Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στη Σχήμα 6.7.

Για μικρές τιμές της παραμέτρου ($\eta \leq 5 \times 10^{-3}$) το σχετικό σφάλμα στην ενέργεια είναι σχεδόν σταθερό. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι για τις τιμές αυτές το σφάλμα της αριθμητικής μεθόδου είναι μικρό, και το συνολικό σφάλμα οφείλεται κυρίως στα σφάλματα των υπολογιστών (hardware errors). Για τιμές της παραμέτρου ακρίβειας $\eta \geq 5 \times 10^{-3}$, το σφάλμα αυξάνει με την αύξηση του η , όπως είναι αναμενόμενο. Για $\eta \geq 0.1$ τα σφάλματα στην ενέργεια είναι τόσο μεγάλα που κάνουν τις επιλογές αυτές της παραμέτρου ακατάλληλες για προσομοιώσεις. Τυπικές επιλογές της παραμέτρου ακρίβειας είναι $0.001 \leq \eta \leq 0.01$, για τις οποίες το συνολικό σχετικό σφάλμα στην ενέργεια είναι $\Delta E/E_0 \leq 10^{-9}$ για $N \leq 16K$ και $\Delta E/E_0 \leq 10^{-7}$ για μεγαλύτερες τιμές του αριθμού αστέρων N .

Η εξάρτηση του σφάλματος από τον αριθμό αστέρων N είναι πολύ μικρή και υπάρχει μόνο όταν χρησιμοποιούνται οι μικρότερες τιμές της παραμέτρου. Γι' αυτές τις τιμές, όσο ο αριθμός N αυξάνει, το σχετικό σφάλμα στην ενέργεια, συγκλίνει σε λίγο μικρότερες τιμές.

Ταχύτητα

Ο πραγματικός χρόνος που χρειάζεται για να τελειώσει μια προσομοίωση εξαρτάται από την παράμετρο ακρίβειας και από τον συνολικό αριθμό αστέρων N . Ο χρόνος που χρειάστηκαν για να περατωθούν οι προσομοιώσεις του σχήματος 6.7 σαν συνάρτηση των παραμέτρων αυτών παρουσιάζεται στο Σχήμα 6.8. Όπως είναι αναμενόμενο, ο χρόνος αυ-

ξάνει καθώς η παράμετρος μειώνεται και καθώς ο αριθμός αστερών N αυξάνεται. Υπενθυμίζεται πως επιλογή μικρότερης τιμής για την παράμετρο σημαίνει πως χρησιμοποιούνται στην προσομοίωση μικρότερα, κατά μέσο όρο, χρονικά βήματα.

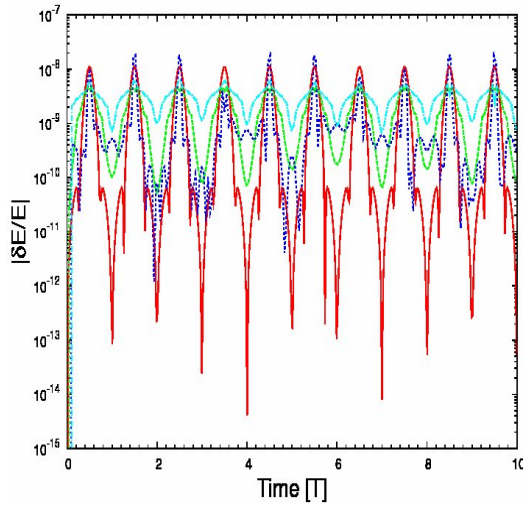
Για την μελέτη της ταχύτητας του κώδικα Myriad εκτελέσαμε μια σειρά από πειράματα εξελίσσοντας μοντέλα Plummer με διαφορετικούς αριθμούς N ίσης μάζας αστερών. Τα πειράματα ξεκίνησαν σε χρόνο $t = 0$ και ολοκληρώθηκαν σε χρόνο $t = 1$ σε μονάδες N -σωμάτων, ενώ για όλα καταγράφηκε ο πραγματικός χρόνος που απαιτήθηκε. Ο χρόνος αυτός, σαν συνάρτηση του αριθμού των αστερών N κάθε πειράματος παρουσιάζεται στο διάγραμμα του σχήματος 6.9. Οι αριθμοί αστερών που χρησιμοποιήθηκαν ήταν από $512 (= 2^9)$ ως και $262144 (= 2^{18})$. Η παράμετρος ακρίβειας που χρησιμοποιήθηκε για όλα τα πειράματα αυτά ήταν $\eta = 0.01$. Στο ίδιο σχήμα, οι κλίσεις των ευθειών ², ³ και $\log_{10}$ παρουσιάζονται για σύγκριση.

Όπως είδαμε στην περιγραφή του κώδικα, όλοι μαζί οι υπολογισμοί που γίνονται σε αυτόν έχουν χρονική πολυπλοκότητα $\log_{10}$, καθώς ο υπολογισμός των δυνάμεων γίνεται στο GRAPE-6. Υπάρχει μόνο ένας υπολογισμός που απαιτεί περισσότερο χρόνο, κι αυτός είναι ο υπολογισμός της ακτίνας του πυρήνα του σμήνους που έχει πολυπλοκότητα $O(mN)$, όπου $1 \leq m \leq N$ είναι ο μέσος αριθμός των γειτόνων ανά αστέρα που επιστρέφεται από το GRAPE-6. Ο υπολογισμός αυτός στις παραπάνω προσομοιώσεις γίνεται μια φορά και όπως είναι προφανές παίρνει περισσότερο πραγματικό χρόνο για μεγάλες τιμές του αριθμού των αστερών N . Αυτός είναι και ο λόγος για τον οποίο η κλίση της γραφικής παράστασης του σχήματος 6.9, ενώ είναι παρόμοια με την κλίση της ευθείας $\log_{10}$, για μεγαλύτερες τιμές του N τείνει να πλησιάζει αυτήν της ευθείας ². Σημειώνουμε εδώ πως όλοι οι αστέρες ξεκινούν την εξέλιξή τους με το μικρότερο δυνατό χρονικό βήμα $Dt_{\min}$ κι έπειτα, καθώς περνάει ο χρόνος, μοιράζονται σε ανώτερες ομάδες χρονικών βημάτων. Επίσης, σε όλες τις προσομοιώσεις κανένα διπλό σύστημα δεν σχηματίστηκε δυναμικά μέχρι τη χρονική στιγμή $t = 1$ σε μονάδες N -σωμάτων. Αν συνεχιζόταν οι προσομοιώσεις, θα σχηματίζονταν στενά διπλά συστήματα κάτι που θα ανάγκαζε την προσομοίωση να γίνει πιο αργή.

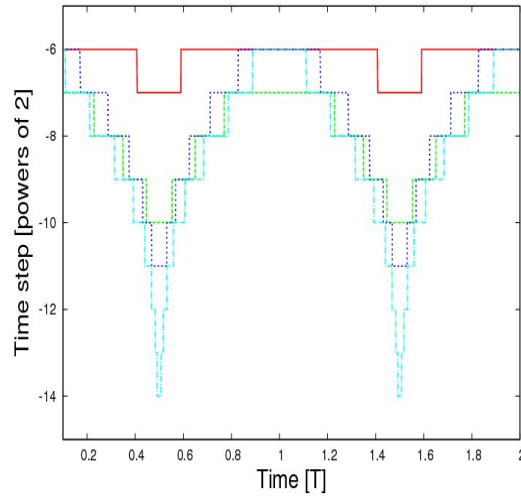
6.2.2 Διπλά και πολλαπλά συστήματα

Πριν προχωρήσουμε σε ελέγχους του Myriad σε προσομοιώσεις σμηνών ως και το χρόνο κατάρευσής του πυρήνα, ελέγξαμε την ακρίβεια με την οποία είναι σε θέση να εξελίξει στενά διπλά και πολλαπλά συστήματα. Υπενθυμίζουμε πως ο αλγόριθμος για την εξέλιξη αυτών είναι ο χρονικά συμμετρικός αλγόριθμος 4ης τάξης του Hermite P(EC)³. Συμειώνουμε επίσης πως όλοι οι απαραίτητοι υπολογισμοί για τον αλγόριθμο αυτό γίνονται στη CPU.

Στο Σχήμα 6.10 παρουσιάζεται το συνολικό σχετικό σφάλμα στην ενέργεια για τις πρώτες 10 περιόδους διπλών συστημάτων που αποτελούνται από ίσης μάζας αστέρες, για διάφορες τιμές της εκκεντρότητας. Η επιλογή της παραμέτρου ακρίβειας η στον υπολογισμό του χρονικού βήματος και το μεγαλύτερο επιτρεπτό χρονικό βήμα είναι τέτοια, ώστε τα σφάλματα στην ενέργεια για κάθε περίπτωση να είναι της ίδιας τάξης μεγέθους. Ο αριθμός των χρονικών βημάτων ανά περίοδο για το διπλό σύστημα με εκκεντρότητα $e = 0.19$ είναι 720, για το διπλό σύστημα με $e = 0.51$ είναι 1300, για το σύστημα με $e = 0.75$ είναι 2200, ενώ για το διπλό σύστημα με $e = 0.91$ είναι 4300. Στο σχήμα 6.11 φαίνεται πως το



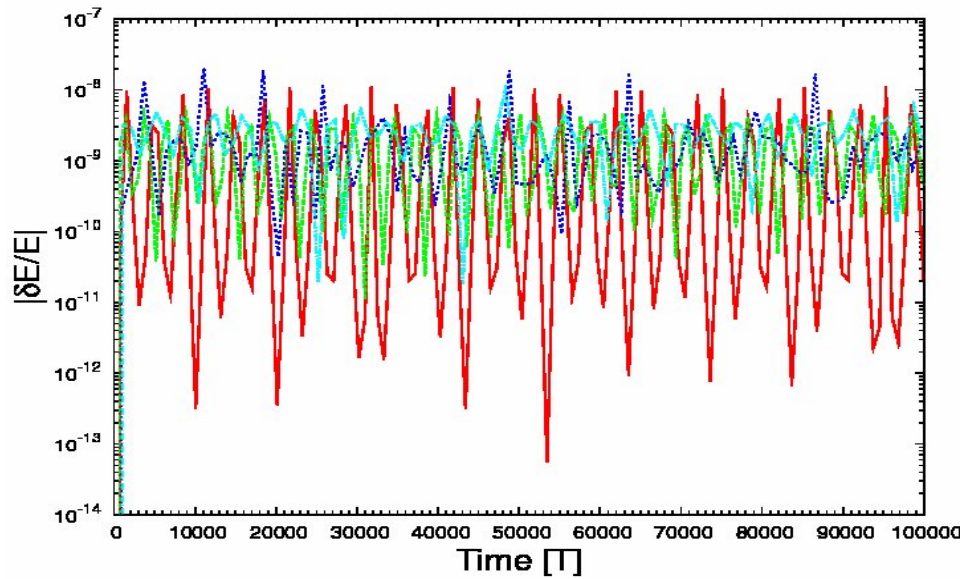
Σχήμα 6.10: Συνολικό σχετικό σφάλμα ($\Delta E/E_0 = (E_t - E_0)/E_0$) σαν συνάρτηση του χρόνου για τις πρώτες 10 περιόδους διπλών συστημάτων ίσης μάζας αστερών με 4 διαφορετικές εκκεντρότητες. Οι εκκεντρότητες είναι $e = 0.19$ (κόκκινη γραμμή), $e = 0.51$ (πράσινη γραμμή), $e = 0.75$ (μπλε γραμμή), and $e = 0.91$ (γαλάζια γραμμή).



Σχήμα 6.11: Μεταβολή του χρονικού βήματος που χρησιμοποιείται στην εξέλιξη των διπλών συστημάτων του σχήματος 6.10 κατά τη διάρκεια των πρώτων 2 περιόδων του καθενός. Η παράμετρος ακρίβειας η_b επιλέχθηκε έτσι ώστε το σφάλμα να είναι της ίδιας τάξης μεγέθους για κάθε διπλό σύστημα.

χρονικό βήμα αλλάζει, σύμφωνα με το κριτήριο που χρησιμοποιούμε, για τις δύο πρώτες περιόδους κάθε συστήματος. Όπως είναι φανερό, το χρονικό βήμα είναι κβαντισμένο σε δυνάμεις του 2. Τέλος, το συνολικό σφάλμα στην ενέργεια κατά την εξέλιξη των διπλών συστημάτων για 10^5 περιόδους παρουσιάζεται στο Σχήμα 6.12. Είναι εμφανές πως ο αλγόριθμος είναι χρονικά συμμετρικός και διατηρεί την ενέργεια των συστημάτων που εξελίσσει χωρίς να υπάρχει γραμμική αύξηση των σφαλμάτων με το χρόνο. Ο σφάλμα στην ενέργεια παρουσιάζει διακυμάνσεις μεταξύ μιας χαμηλότερης και μιας υψηλότερης τιμής. Η χαμηλότερη τιμή, εμφανίζεται κατά το πέρασμα των αστερών από το απόστρο, ενώ το μεγαλύτερο σφάλμα παρατηρείται όταν αυτά βρίσκονται στο περίαστρο της τροχιάς τους. Η ίδια συμπεριφορά θα παρατηρούνταν αν μειώναμε τον αριθμό των χρονικών βημάτων ανά περίοδο για κάθε διπλό σύστημα. Το σφάλμα θα ήταν μεγαλύτερο, αλλά πάλι δεν θα υπήρχε γραμμική αύξηση με το χρόνο.

Το Σχήμα 6.13 δείχνει το συνολικό σφάλμα στην ενέργεια για την περίπτωση ενός διπλού συστήματος με διαφορετικής μάζας αστέρες (λόγος μάζας 15) και εκκεντρότητα $e = 0.89$. Ακολουθήσαμε την τροχιά του συστήματος για 10^5 περιόδους. Το σφάλμα στην ενέργεια δεν παρουσιάζει καμία γραμμική αύξηση με το χρόνο, αλλά αντ' αυτού ακολουθεί κάποιας μορφής τυχαίας διακύμανσής μεταξύ ενός άνω κι ενός κάτω ορίου. Το αποτέλεσμα αυτό δείχνει πως ο κώδικας Myriad είναι ικανός να εξελίσει διπλά συστήματα με διαφορετικής μάζας αστέρες και μεγάλες εκκεντρότητες, για μεγάλο χρονικό διάστημα, χωρίς να έχει μεγάλα σφάλματα. Οι τροχιές των δύο σωμάτων για όλο το χρονικό διάστημα της



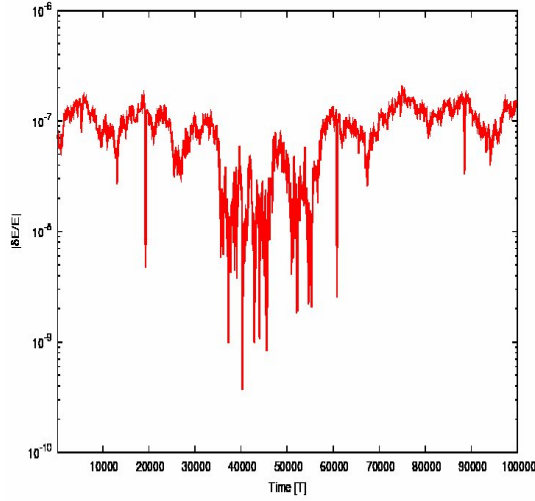
Σχήμα 6.12: Όμοια με το Σχήμα 6.10, αλλά για συνολική διάρκεια εξέλιξης ίση προς 10^5 περιόδους των συστημάτων.

προσομοίωσης παρουσιάζονται στο Σχήμα 6.14.

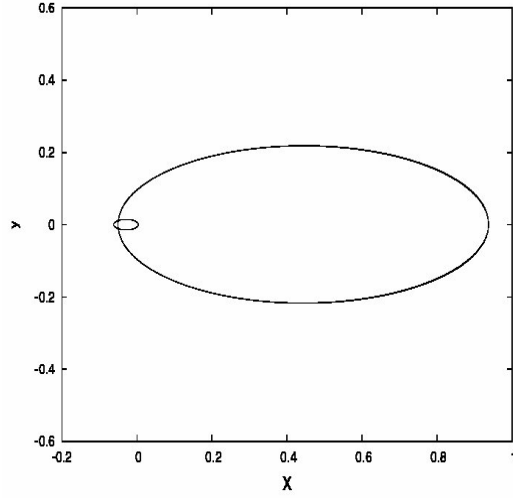
Τέλος, ελέγχσαμε την ικανότητα του Myriad στο να εξελίξει συστήματα με περισσότερους από δύο αστέρες. Το σύστημα που εξελίξαμε για το σκοπό αυτό, ήταν το λεγόμενο τριπλό σύστημα του Πυθαγόρα. Το σύστημα αυτό αποτελείται από τρία διαφορετικής μάζας σωματίδια τοποθετημένα στις γωνίες ενός ισόπλευρου τριγώνου, του οποίου οι πλευρές έχουν μήκη 3, 4 και 5 σε τυχαίες μονάδες. Καθένα από τα σώματα έχει μάζα ίση με την πλευρά απέναντι από την οποία αυτό βρίσκεται, έτσι οι μάζες των σωμάτων είναι επίσης 3, 4 και 5. Τα τρία σώματα αλληλεπιδρούν ισχυρά και οι τροχιές τους κατά τη διάρκεια της προσομοίωσης φαίνονται στο Σχήμα 6.16. Το τελικό αποτέλεσμα είναι ένα στενό διπλό σύστημα που αποτελείται από τα σώματα με μάζες 5 και 4, ενώ το σώμα με μάζα 3 διαφεύγει. Η χρονική εξέλιξη του ολικού σχετικού σφάλματος για όλη την προσομοίωση φαίνεται στο Σχήμα 6.15. Στο διάγραμμα αυτό φαίνονται δύο "άλματα" στο σφάλμα που δημιουργούνται όταν δύο από τα σώματα έρθουν πολύ κοντά μεταξύ τους. Στην περίπτωση αυτή, ο κώδικας δίνει πολύ μικρά χρονικά βήματα στο σύστημα. Για την προσομοίωση χρησιμοποιήσαμε σταθερή τιμή για την παράμετρο ακρίβειας $\eta_b = 0.0001$. Το συνολικό σχετικό σφάλμα σε χρόνο $t = 100$ μονάδες χρόνου είναι 2.23776×10^{-8} .

6.2.3 Στενά διπλά συστήματα μελανών οπών

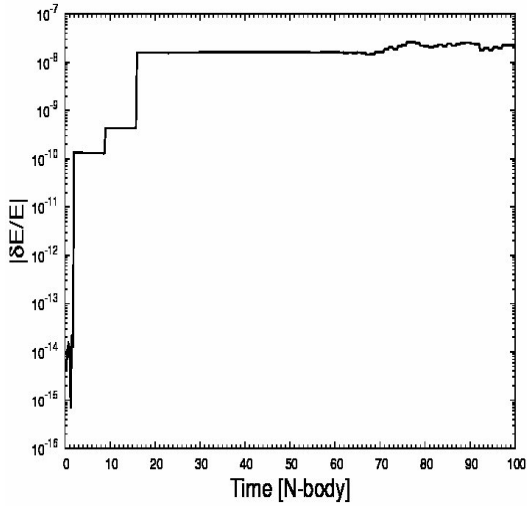
Σε όλους τους παραπάνω ελέγχους και προσομοιώσεις, θεωρήσαμε πως όλα τα σημειακά σωματίδια που χρησιμοποιούνται είναι αστέρες που βρίσκονται σε σχετικά μεγάλες αποστάσεις μεταξύ τους, ώστε οι εξισώσεις της Νευτώνειας θεωρίας να μπορούν να αναπαραστήσουν με ακρίβεια τις τροχιές τους. Έτσι, στις προσομοιώσεις αυτές, δεν ενε-



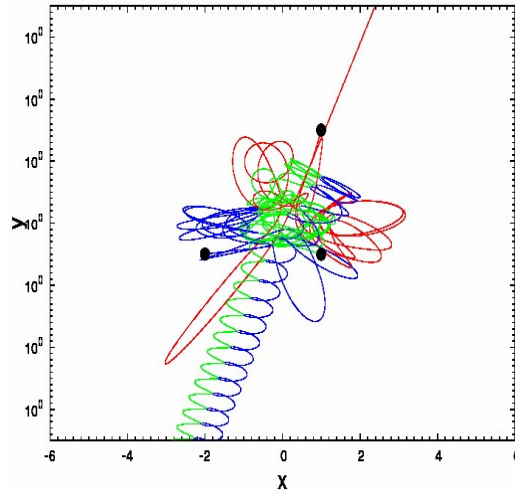
Σχήμα 6.13: Συνολικό σφάλμα στην ενέργεια $\Delta E/E_0 = (E_t - E_0)/E_0$ σαν συνάρτηση του χρόνου για τις πρώτες 10^5 περιόδους της προσομοίωσης ενός διπλού συστήματος με εκκεντρότητα $e = 0.89$ και λόγο μαζών $m_{\text{heavy}}/m_{\text{light}} = 15$.



Σχήμα 6.14: Η τροχιά των αστερών του διπλού συστήματος που αναφέρεται στο Σχήμα 6.13. Οι δύο αστέρες εκτελούν τροχιά γύρω από το κοινό τους κέντρο μάζας το οποίο τοποθετείται στο σημείο $O(0,0)$.

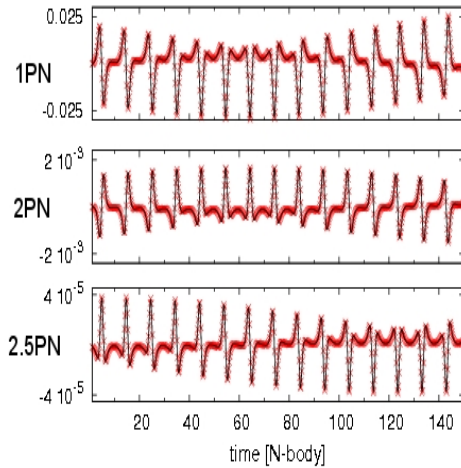


Σχήμα 6.15: Συνολικό σχετικό σφάλμα στην ενέργεια ($\Delta E/E_0 = (E_t - E_0)/E_0$) σαν συνάρτηση του χρόνου για το τριπλό σύστημα του Πυθαγόρα.

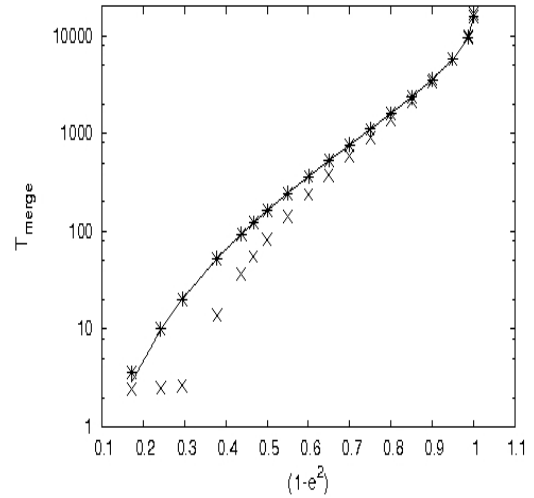


Σχήμα 6.16: Τροχιές των σωμάτων από την προσομοίωση του τριπλού συστήματος του Πυθαγόρα. Οι αρχικές θέσεις των σωματιδίων σημειώνονται με μαυρές τελείες.

γοποιήθηκε το μέρος εκείνο του κώδικα που περιέχει τις εξισώσεις της μετα-Νευτώνειας θεωρίας, για την εξέλιξη στενών διπλών συστημάτων μελανών σπών. Για τον έλεγχο αυτού του μέρους του *Myriad* δημιουργήσαμε αρχικές συνθήκες στενών διπλών συστημάτων



Σχήμα 6.17: Σύγκριση μεταξύ των θεωρητικών και των αριθμητικών τιμών για τους μετα-Νευτώνειους όρους της παραγώγου της επιτάχυνσης. Παρατηρούμε πως οι δύο τρόποι υπολογισμού ταιριάζουν απόλυτα. Σε όλα τα σχήματα, τα κόκκινα σημεία είναι οι αναλυτικές τιμές, ενώ η μαύρη γραμμή ενώνει τις αντίστοιχες αριθμητικές τιμές των μετα-Νευτώνειων όρων.

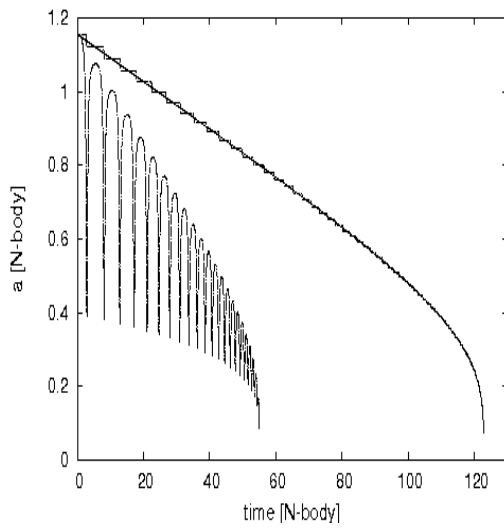


Σχήμα 6.18: Ο χρόνος σύγκρουσης ενός διπλού συστήματος από ίσης μάζας μελανές οπές. Η συνεχής γραμμή αναπαριστά το θεωρητικό αποτέλεσμα που προκύπτει επιλύοντας τις εξισώσεις (3.45) και (3.46) των Peters & Mathews. Τα αστεράκια είναι τα αποτελέσματα προσομοιώσεων στις οποίες χρησιμοποιείται μόνο ο όρος 2.5PN. Τα "x" είναι τα αποτελέσματα προσομοιώσεων που περιλαμβάνουν όλους τους PN όρους.

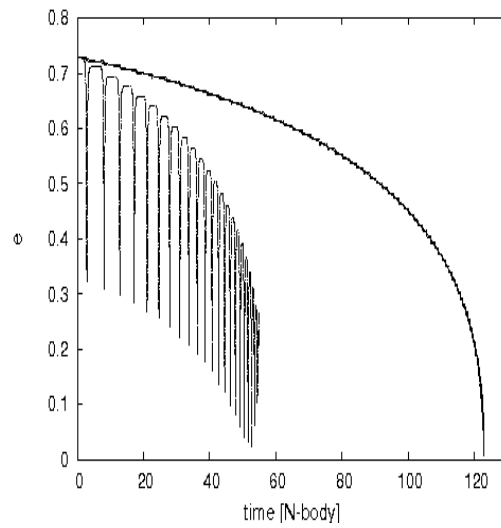
μελανών οπών και ζητήσαμε από τον κώδικα να προσομοιώσει τις τροχιές τους, ως και το χρονικό σημείο της σύγκρουσής τους. Η σύγκρουση θεωρήσαμε πως επήλθε όταν η απόσταση μεταξύ των δύο μελανών οπών έγινε πέντε φορές μεγαλύτερη από το άθροισμα των ακτίνων Schwarzschild τους, κι αυτό γιατί από το όριο αυτό και κάτω η μετα-Νευτώνεια προσέγγιση δεν είναι ακριβής. Τα αποτελέσματα που πήραμε ήταν η εξέλιξη του μεγάλου ημιάξονα, αλλά και της εκκεντρότητας της τροχιάς με το χρόνο, για συστήματα ίσης μάζας μελανών οπών, αλλά με διαφορετική αρχική εκκεντρότητα. Επίσης, μετρήσαμε το χρόνο που απαιτείται μέχρι την σύγκρουση των δύο μελανών οπών κάθε φορά.

Η κατασκευή του κώδικα είναι τέτοια, που επιτρέπει την εύκολη παρέμβαση σε αυτόν. Έτσι, επαναλάβουμε τα πειράματα που περιγράφηκαν παραπάνω δύο φορές για κάθε ζεύγος μελανών οπών, χρησιμοποιώντας στην πρώτη περίπτωση όλους τους PN όρους, και στη δεύτερη μόνο τον όρο 2.5PN που είναι και ο όρος που ευθύνεται για την εκπομπή βαρυτικής ακτινοβολίας και την απώλεια ενέργειας και στροφορμής από το σύστημα. Τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων που περιλαμβάνουν μόνο τον όρο 2.5PN θα πρέπει να συμφωνούν με τα αποτελέσματα που προκύπτουν από την επίλυση των εξισώσεων (3.45) και (3.46) των Peters & Mathews [26, 27].

Στο Σχήμα 6.17 παρουσιάζεται η σύγκριση των αναλυτικών τιμών των PN όρων της παραγώγου της επιτάχυνσης, όπως αυτοί παρουσιάζονται στις σχέσεις (6.40)-(6.45) που υπολογίσαμε, και των αριθμητικών τιμών τους. Όπως είναι εμφανές, αριθμητικές και ανα-



Σχήμα 6.19: Χρονική εξέλιξη του μεγάλου ημιάξονα ενός διπλού συστήματος μελανών οπών ίσης μάζας. Η διακεκομμένη γραμμή είναι το αποτέλεσμα της προσομοίωσης στην οποία χρησιμοποιείται μόνο ο όρος 2.5PN χρησιμοποιείται, ενώ η διακεκομμένη γραμμή με τις τελείες είναι το αποτέλεσμα της προσομοίωσης στην οποία συμπεριλαμβάνονται όλοι οι PN όροι. Η συνεχής γραμμή είναι το αποτέλεσμα της ολοκλήρωσης των σχέσεων (3.45) και (3.46).



Σχήμα 6.20: Χρονική εξέλιξη της εκκεντρότητας του συστήματος που περιγράφεται στο Σχήμα 6.19. Κι εδώ η διακεκομμένη γραμμή είναι το αποτέλεσμα της προσομοίωσης στην οποία χρησιμοποιείται μόνο ο όρος 2.5PN χρησιμοποιείται, ενώ η διακεκομμένη γραμμή με τις τελείες είναι το αποτέλεσμα της προσομοίωσης στην οποία συμπεριλαμβάνονται όλοι οι PN όροι. Η συνεχής γραμμή είναι το αποτέλεσμα της ολοκλήρωσης των σχέσεων (3.45) και (3.46).

λυτικές τιμές ταιριάζουν απόλυτα κι αυτό είναι απόδειξη του ότι οι σχέσεις (6.40)-(6.45) είναι σωστές.

Στο Σχήμα 6.18 παρουσιάζεται ο χρόνος μέχρι την σύγκρουση συστημάτων ίσης μάζας μελανών οπών που έχουν διαφορετική εκκεντρότητα. Ο χρόνος, όπως είναι αναμενόμενο, μειώνεται με την αύξηση της εκκεντρότητας e (στο σχήμα αυξάνεται με την αύξηση του όρου $(1 - e^2)$). Όπως είναι προφανές, ο θεωρητικός χρόνος που προκύπτει από επίλυση των εξισώσεων (3.45) και (3.46) συμφωνεί σχεδόν απόλυτα με τον χρόνο που προκύπτει από τις προσομοιώσεις στις οποίες χρησιμοποιείται μόνο ο όρος 2.5PN, κάτι που είναι αναμενόμενο.

Τέλος στα Σχήματα 6.19 και 6.20 παρουσιάζεται ο τρόπος με τον οποίο αλλάζουν με το χρόνο τόσο ο μεγάλος ημιάξονας, όσο και η εκκεντρότητα σε μια από τις προσομοιώσεις. Είναι εμφανής κι εδώ η συμφωνία της θεωρητικής εξέλιξης των δύο ποσοτήτων, όπως αυτή προκύπτει από την επίλυση των εξισώσεων (3.45) και (3.46) και του αποτελέσματος της προσομοίωσης στην οποία χρησιμοποιήθηκε μόνο ο όρος 2.5PN. Είναι σημαντικό να σημειώσουμε πως η προσθήκη και των άλλων δύο PN όρων έχει ως αποτέλεσμα την πιο γρήγορη εξέλιξη του συστήματος και τη μείωση του χρόνου που απαιτείται για να οδηγηθεί το σύστημα στην σύγκρουση. Σε όλα τα σχήματα που περιγράφονται παραπάνω, οι μονάδες είναι αυτές του συστήματος μονάδων N-σωμάτων.

6.2.4 Εξέλιξη μοντέλων αστρικών σμήνων ως και την κατάρρευση του πυρήνα

Η εξέλιξη ενός σμήνους αστερών πέρα από την κατάρρευση του πυρήνα είναι μια σημαντική πρόκληση για οποιονδήποτε κώδικα N-σωμάτων. Κατά την κατάρρευση του πυρήνα η πυκνότητα στο κέντρο του σμήνους γίνεται μέγιστη, ενώ η ακτίνα του πυρήνα που ορίζεται από τη σχέση

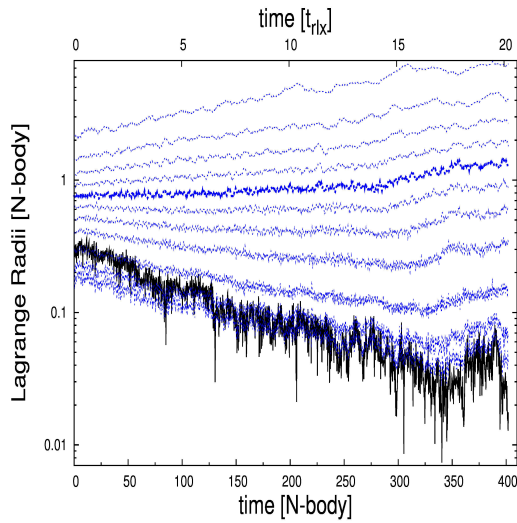
$$r_c = \sqrt{\frac{\sum_i \rho_i^2 |\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_d|^2}{\sum_i \rho_i^2}}, \quad (6.48)$$

που περιγράφεται στο Παράρτημα Α, γίνεται ελάχιστη. Τα Σχήματα 6.27 και 6.21 δείχνουν καθαρά τη συμπεριφορά αυτή σε ένα σύστημα από 1024 αστέρες ίσης μάζας. Καθώς το σμήνος των αστερών εξελίσσεται στο χρόνο, στενά διπλά και πολλαπλά συστήματα δημιουργούνται και αλληλεπιδρούν με άλλους ελεύθερους και μή αστέρες. Οι αλληλεπιδράσεις γίνονται πιο συχνές και έντονες καθώς το σμήνος πλησιάζει στην κατάρρευση, γιατί η πυκνότητα των αστερών γύρω από το κέντρο αυξάνει. Όλες οι αλληλεπιδράσεις αυτές θα πρέπει να προσομοιωθούν με ικανοποιητική ακρίβεια. Επιπλέον, κατά την εξέλιξη του σμήνους, ορισμένοι αστέρες φτάνουν στα εξωτερικά στρώματα του σμήνους και συνεπώς διαφεύγουν από αυτό.

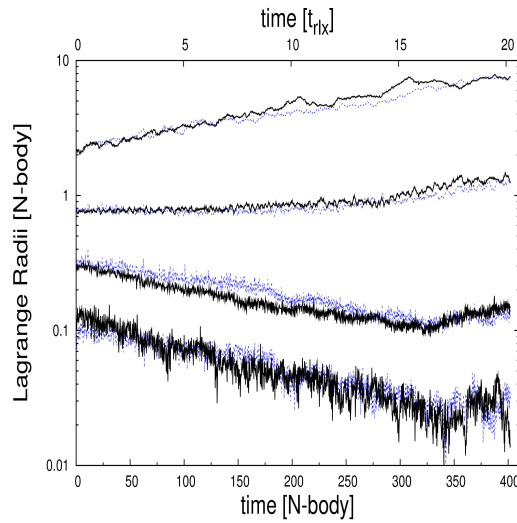
Ελέγξαμε τη συμπεριφορά του Myriad στην εξέλιξη σμήνων ως και το χρονικό σημείο της κατάρρευσης του πυρήνα και μετά από αυτό και συγκρίναμε τα αποτελέσματα με τα αντίστοιχα αποτελέσματα του κώδικα Starlab, αλλά και με αποτελέσματα που υπάρχουν στη διεθνή βιβλιογραφία. Για τα πειράματα αυτά χρησιμοποιήσαμε 3 διαφορετικές μεταξύ τους οικογένειες αρχικών συνθηκών. Αρχικά χρησιμοποιήσαμε ένα ιδεατό μοντέλο Plummer με ίσης μάζας αστέρες και μελετήσαμε τον χρόνο της κατάρρευσης του πυρήνα, όπως και την εξέλιξη του σφάλματος στην ολική ενέργεια του συστήματος. Η ίδια προσομοίωση ακριβώς του ίδιου συστήματος έγινε και με τη χρήση του Starlab για σύγκριση. Το επόμενο πείραμα ήταν η εξέλιξη ενός σμήνους από αστέρες που έχουν διαφορετικές μάζες μεταξύ τους. Η πυκνότητα, και αυτή τη φορά ήταν τύπου Plummer. Τέλος, κάναμε έναν αριθμό προσομοιώσεων αστρικών σμήνων με αρχική κατανομή μάζας και με μεγάλες διαφορές μεταξύ του μικρότερου και του μεγαλύτερου σε μάζα αστέρα. Η αρχική κατανομή πυκνότητας, τη φορά αυτή, ήταν τυπου King. Το αποτέλεσμα των πειραμάτων αυτών που ήταν μια μέτρηση του χρόνου κατάρρευσης του πυρήνα (t_{cc}) ως συνάρτηση του χρόνου χαλάρωσης μισής μάζας (half-mass relaxation time (t_{rx})) του σμήνους, συγκρίθηκε με αντίστοιχα αποτελέσματα που βρέθηκαν στη βιβλιογραφία.

Σύστημα με 1K αστέρες ίσης μάζας

Εκτελέσαμε μια προσομοίωση ενός μοντέλου αστρικού σμήνους με αστέρες ίσης μάζας που αρχικά ήταν κατανομημένοι σύμφωνα με την κατανομή πυκνότητας Plummer. Στην προσομοίωση αυτή θέλαμε να ελέγξουμε την σταθερότητα, την ακρίβεια, αλλά και την ταχύτητα του Myriad. Στο Σχήμα 6.21 παρουσιάζεται η εξέλιξη των ακτίνων Lagrange που αντιστοιχούν σε ομόκεντρες σφαίρες γύρω από το κέντρο του σμήνους που περικλείουν διαφορετικά ποσοστά της συνολικής μάζας του συστήματος. Στο ίδιο διάγραμμα παρουσιάζεται και η εξέλιξη με το χρόνο της ακτίνας του πυρήνα του σμήνους. Το σμήνος αποτελού-



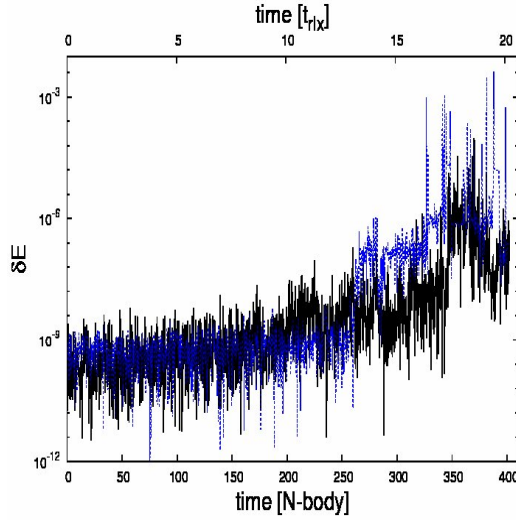
Σχήμα 6.21: Η ακτίνα του πυρήνα (μαύρη γραμμή) και οι ακτίνες Lagrange που περιέχουν 90%, 80%, 70%, 60%, 50%, 40%, 30%, 20%, 10%, 5%, και 3% (μπλε διακεκομμένες γραμμές από κάτω προς τα πάνω) της συνολικής μάζας. Η ακτίνα μισής μάζας σημειώνεται με πιο έντονη διακεκομμένη γραμμή. Η κατάρρευση του πυρήνα συμβαίνει σε χρόνο $t_{cc} \simeq 17t_{rlx}$.



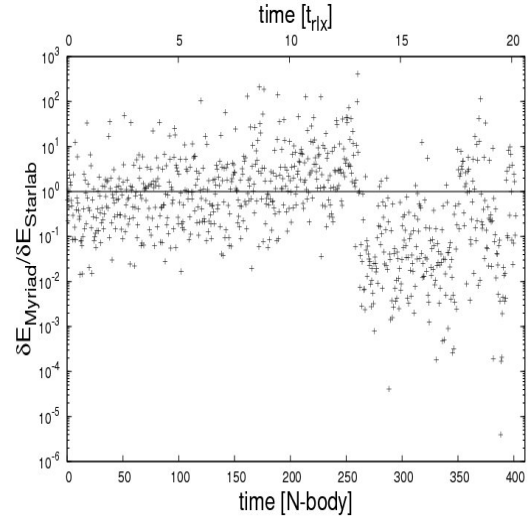
Σχήμα 6.22: Ακτίνες Lagrange που περιέχουν από επάνω προς τα κάτω 90%, 50%, 10%, και 1% της συνολικής μάζας. Οι συνεχείς γραμμές είναι τα αποτελέσματα του Myriad, ενώ οι μπλε διακεκομμένες τα αποτελέσματα του Starlab.

νταν από $N = 1024$ αστέρες. Όπως είναι εμφανές, η ακτίνα του πυρήνα, όπως και οι μικρότερες ακτίνες Lagrange, φτάνουν σε μια ελάχιστη τιμή τους σε χρόνο $t_{cc} \simeq 340$ μονάδες χρόνου στο σύστημα μονάδων N -σωμάτων. Από την εξίσωση (2.5) βρίσκουμε πως για το σύστημα αυτό ο χρόνος χαλάρωσης είναι $t_{rlx} = 19.92$ μονάδες χρόνου, οπότε $t_{cc} \simeq 17t_{rlx}$, το οποίο είναι αναμενόμενο σύμφωνα με όσα είδαμε στο Κεφάλαιο 2 (εξίσωση 8.22). Το αποτέλεσμα αυτό συμφωνεί επίσης με τα αποτελέσματα άλλων κωδίκων όπως αυτά παρουσιάζονται στον Πίνακα 1 της εργασίας [18], καθώς και με αυτά της εργασίας [113], στην οποία γίνεται μια λεπτομερής σύγκριση των δύο πιο διαδεδομένων κωδίκων N -σωμάτων, του Starlab και του NBODY4. Στο Σχήμα 6.22 παρουσιάζεται μια σύγκρισή των αποτελεσμάτων του Myriad και του Starlab για την εξέλιξη επιλεγμένων ακτίνων Lagrange του ίδιου συστήματος. Οι μικρές διαφορές στις ακτίνες Lagrange που υπολογίζουν οι δύο κώδικες οφείλονται στις διαφορές που έχουν οι δύο κώδικες στο κριτήριο σύμφωνα με το οποίο αστέρες διαφεύγουν από το σύστημα, αλλά και σε μικρές διαφορές στο κριτήριο του χρονικού βήματος. Εξαιτίας αυτών των διαφορών στο τέλος της προσομοίωσης που έγινε με το Myriad παρέμειναν 983 αστέρες, ενώ σε αυτήν που έγινε με το Starlab παρέμειναν 973 αστέρες.

Στο Σχήμα 6.23 φαίνεται η εξέλιξη του στιγμιαίου σφάλματος στην ενέργεια δE για την προσομοίωση αυτή. Στο ίδιο σχήμα παρουσιάζεται για σύγκριση το αντίστοιχο σφάλμα της προσομοίωσης που έγινε με το Starlab. Το σφάλμα είναι αρχικά μικρό καθώς οι αστέρες παραμένουν σε σχετικά μακρινές αποστάσεις μεταξύ τους και δεν υπάρχουν στενά διπλά



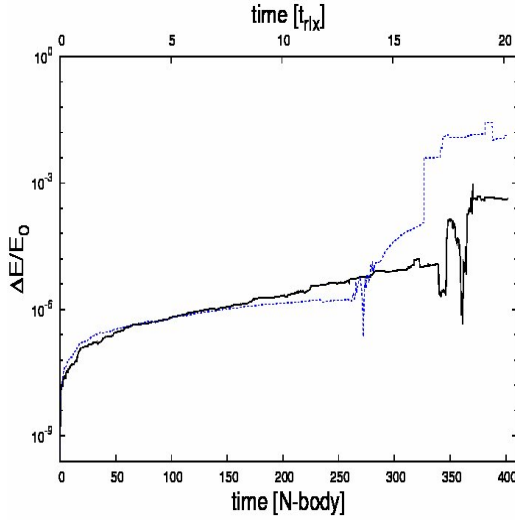
Σχήμα 6.23: Σφάλμα στην ενέργεια ανά χρονικό διάστημα 0.25 μονάδες χρόνου σε μονάδες N-σωμάτων ($\delta E = E_{(t)} - E_{(t-0.25)}$) καθώς εξελίσσεται με το χρόνο κατά την προσομοίωση ενός συστήματος 1024 αστερών ίσης μάζας με κατανομή πυκνότητας Plummer. Η προσομοίωση σταμάτησε σε χρόνο $t \simeq 402$ μονάδες χρόνου σε μονάδες N-σωμάτων. Η διακεκομμένη γραμμή είναι το αντίστοιχο σφάλμα στην ενέργεια για το Starlab.



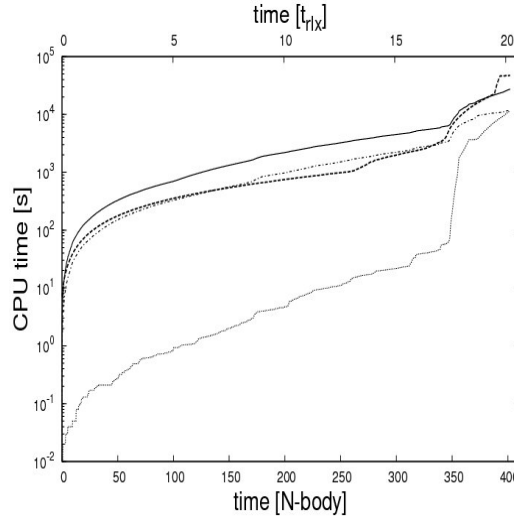
Σχήμα 6.24: Χρονική εξέλιξη του λόγου των σφαλμάτων στην ενέργεια των δύο κωδίκων Myriad/Starlab.

συστήματα, αλλά αυξάνει με την πάροδο του χρόνου, όπως, όμως, είναι αναμενόμενο για τον αλγόριθμο H4 που χρησιμοποιείται. Καθώς το σύστημα πλησιάζει στην κατάρρευση του πυρήνα, οι αλληλεπιδράσεις στο κέντρο γίνονται πιο συχνές και έντονες και επηρεάζουν το σφάλμα στην ενέργεια. Τότε, δημιουργούνται στενά διπλά συστήματα και οι αλληλεπιδράσεις μεταξύ αυτών και των ελεύθερων αστερών, αλλά και άλλων στενών διπλών συστημάτων εισάγουν επιπλέον σφάλματα. Μετά από την κατάρρευση του πυρήνα το μέσο σφάλμα στην ενέργεια μειώνεται, αλλά ορισμένες απότομες αυξήσεις του, που οφείλονται σε έντονες αλληλεπιδράσεις μεταξύ αστερών, συνεχίζουν να υπάρχουν.

Η σύγκριση μεταξύ του Myriad και του Starlab φαίνεται επίσης στο Σχήμα 6.24, όπου παρουσιάζεται ο λόγος του σχετικού σφάλματος Myriad/Starlab των δύο κωδίκων. Το μεγαλύτερο σφάλμα του Myriad είναι μικρότερο από 300 φορές το αντίστοιχο σφάλμα του Starlab, ενώ σχεδόν καθόλη τη διάρκεια της εξέλιξης, το σφάλμα του Starlab είναι μεγαλύτερο. Μετά από χρόνο $t \sim 250$ και μέχρι το χρόνο κατάρρευσης του πυρήνα, το σφάλμα του Myriad γίνεται αρκετές φορές μικρότερο από το αντίστοιχο του Starlab. Μετά την κατάρρευση του πυρήνα, και οι δύο κώδικες παρουσιάζουν μεγάλα στιγμιαία σφάλματα και ο λόγος αυτών παρουσιάζει διασπορά μεταξύ 10^{-5} και 300. Στο Σχήμα 6.25 φαίνεται το συνολικό σχετικό σφάλμα στην ενέργεια για την προσομοίωση. Το σφάλμα του Starlab παρουσιάζεται κι εδώ για σύγκριση. Είναι προφανές πως πριν από την κατάρρευση του πυρήνα το σφάλμα του Myriad παραμένει μικρότερο από αυτό του Starlab.

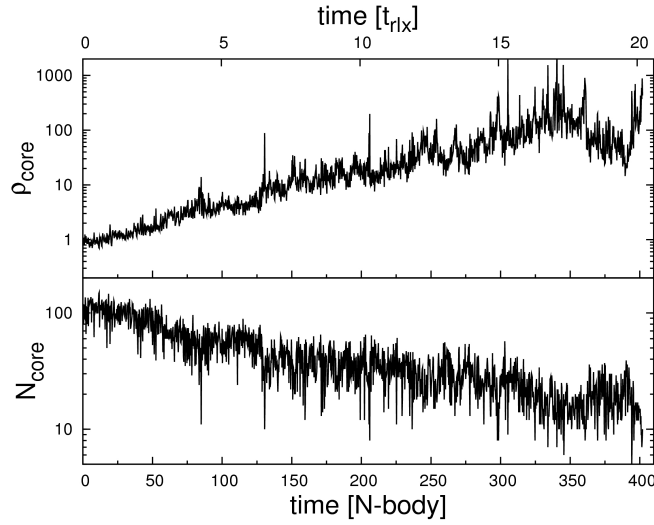


Σχήμα 6.25: Συνολικό σφάλμα στην ενέργεια ($\Delta E/E_0 = (E_t - E_0)/E_0$) σε συνάρτηση του χρόνου για την προσομοίωση του σχήματος 6.23. Η διακεκομμένη γραμμή είναι το σφάλμα του Starlab, ενώ η έντονη μαύρη γραμμή το σφάλμα του Myriad.



Σχήμα 6.26: Πραγματικός χρόνος που χρειάστηκε η προσομοίωση ως συνάρτηση της ηλικίας του σμήνους. Η συνεχής γραμμή είναι ο χρόνος που χρειάστηκε ο Myriad, ενώ η έντονη διακεκομμένη γραμμή ο χρόνος που χρειάστηκε το Starlab. Η διακεκομμένη γραμμή με τις τελείες δείχνει το χρόνο που απαιτήθηκε για τον υπολογισμό των δυνάμεων με τη βοήθεια του GRAPE-6. Η διακεκομμένη γραμμή είναι ο χρόνος που χρειάστηκε για την εξέλιξη διπλών συστημάτων.

Σταματήσαμε την προσομοίωση μετά από χρόνο $t \simeq 402$ μονάδες χρόνου στο σύστημα μονάδων N-σωμάτων. Στο Σχήμα 6.26 παρουσιάζεται ο πραγματικός χρόνος που χρειάστηκε ο Myriad, αλλά και ο Starlab. Επίσης, στο ίδιο σχήμα παρουσιάζεται ο πραγματικός χρόνος που δαπανήθηκε από τον Myriad για τον υπολογισμό των δυνάμεων, αλλά και για την εξέλιξη διπλών συστημάτων. Πριν από την κατάρρευση του πυρήνα ο πραγματικός χρόνος που χρειάστηκε ο Myriad είναι διαρκώς μεγαλύτερος από αυτόν που χρειάστηκε το Starlab. Αυτό οφείλεται σε μικρές διαφορές μεταξύ των δύο κωδίκων κυρίως στην επιλογή του χρονικού βήματος εξέλιξης κάθε αστέρα. Γενικά, ο Myriad δίνει μικρότερα χρονικά βήματα από το Starlab. Ο ολικός πραγματικός χρόνος για την προσομοίωση με τον Myriad μέχρι την κατάρρευση του πυρήνα ήταν $T \simeq 1.7$ hours, ενώ το Starlab χρειάστηκε για να φτάσει στο ίδιο σημείο $T \simeq 1$ hour. Μετά από την κατάρρευση του πυρήνα το Starlab γίνεται πιο αργό επειδή σχηματίζονται στενά διπλά συστήματα στο σύστημα. Το ίδιο συμβαίνει και με τον Myriad. Η προσομοίωση με αυτόν τον κώδικα τελείωσε μετά από $T \simeq 8$ ώρες, ενώ η προσομοίωση με το Starlab μετά από 13 ώρες. Τέλος, στο Σχήμα 6.27 παρουσιάζεται η εξέλιξη στο χρόνο της πυκνότητας μάζας και του αριθμού των αστερών στον πυρήνα, όπως προέκυψαν από την προσομοίωση του σμήνους με τον Myriad. Όπως ήταν αναμενόμενο, η πυκνότητα του πυρήνα αυξάνει με την πάροδο του χρόνου και φτάνει τη μέγιστη τιμή της τη στιγμή της κατάρρευσης του πυρήνα. Αντίθετα, ο αριθμός των



Σχήμα 6.27: Πυκνότητα μάζας στον πυρήνα (σε μονάδες N-σωμάτων) (επάνω διάγραμμα) και αριθμός αστερών στον πυρήνα (κάτω διάγραμμα). Κατά τη στιγμή της κατάρρευσης του πυρήνα, η πυκνότητά του παίρνει μέγιστη τιμή.

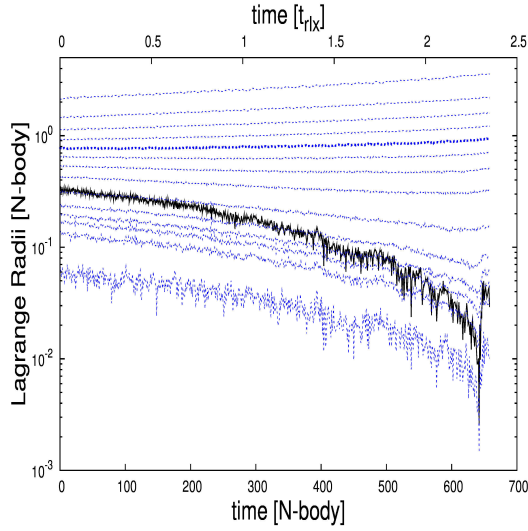
αστέρων του πυρήνα μειώνεται φτάνοντας στην ελάχιστη τιμή του την ίδια στιγμή.

Συστήματα με αρχική κατανομή μαζών

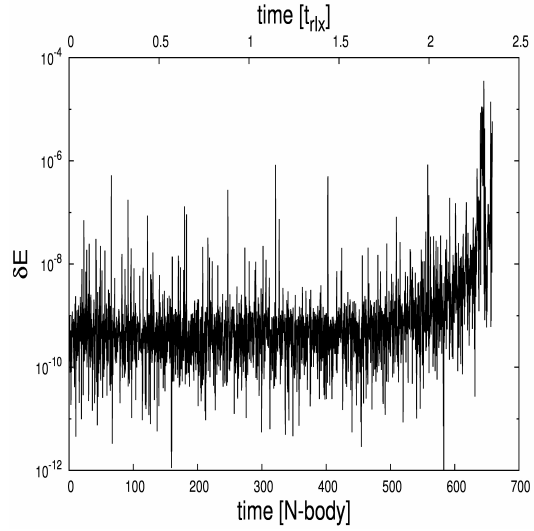
Μοντέλα Plummer με αρχική κατανομή μάζας τύπου Salpeter. Εκτελέσαμε μια προσομοίωση ενός σμήνους από 16384 αστέρες κατανεμημένους σύμφωνα με το μοντέλο πυκνότητας Plummer. Οι αστέρες αυτή τη φορά είχαν διαφορετικές μάζες μεταξύ τους οι οποίες προέκυψαν από την αρχική συνάρτηση μάζας Salpeter [12], επιλέγοντας ως κάτω όριο μάζας που μπορεί να έχει ένας αστέρας $m_{\text{lower}} = 0.5M_{\odot}$ και ως ανώτερο όριο $m_{\text{upper}} = 5M_{\odot}$. Στο Σχήμα 6.28 φαίνεται η χρονική εξέλιξη των ακτίνων Lagrange και της ακτίνας του πυρήνα του σμήνους. Στο Σχήμα 6.29, παρουσιάζεται η εξέλιξη του σφάλματος στην ολική ενέργεια του συστήματος. Η κατάρρευση του πυρήνα συμβαίνει έπειτα από χρόνο $t \simeq 2.2t_{\text{rlx}}$, που είναι πολύ μικρότερος από τον αναμενόμενο χρόνο κατάρρευσης του πυρήνα ενός σμήνους με ίσης μάζας αστέρες, που δίνεται από την εμπειρική εξίσωση (8.22). Κάτι τέτοιο είναι αναμενόμενο καθώς οι αστέρες μεγαλύτερης μάζας τείνουν να συγκεντρώνονται στο κέντρο πιο γρήγορα, αυξάνοντας την πυκνότητα του πυρήνα που οδηγείται γρηγορότερα σε κατάρρευσή. Ο χρόνος που χρειάζεται ένας αστέρας μάζας m για να φτάσει κοντά στο κέντρο από μια αρχική κυκλική τροχιά ακτίνας $r \gg r_c$ δίνεται από τη σχέση [19]

$$t_s = 3.3 \frac{\bar{m}}{m} t_{\text{rlx}}, \quad (6.49)$$

Σύμφωνα με την εξίσωση (6.49), οι αστέρες μεγαλύτερης μάζας του συστήματος που περιγράφει παραπάνω θα έφταναν στο κέντρο του σε χρόνο $t_s \simeq 0.73t_{\text{rlx}}$. Μέχρι τη χρονική



Σχήμα 6.28: Ακτίνα του πυρήνα (έντονη μαύρη γραμμή) και ακτίνες Lagrange που περιέχουν 90%, 80%, 70%, 60%, 50%, 40%, 30%, 20%, 10%, 5%, 3%, 2%, 1%, και 0.1% (μπλε διακεκομμένες γραμμές από επάνω προς τα κάτω) της συνολικής μάζας. Η ακτίνα μισής μάζας σημειώνεται με πιο έντονη μπλε γραμμή. Η αρχική κατανομή πυκνότητας αστερών ήταν ένα μοντέλο Plummer με 16384 stars. Για της μάζες των αστερών επιλεχθηκε η συνάρτηση αρχικής μάζας του Salpeter με όρια $m_{\text{lower}} = 0.5M_{\odot}$ και $m_{\text{upper}} = 5M_{\odot}$. Η κατάρρευση του πυρήνα προκύπτει σε χρόνο $t_{\text{cc}} \simeq 2.2t_{\text{rlx}}$. Η προσομοίωση σταμάτησε σε χρόνο $t \simeq 660$ μονάδες χρόνου και διήρκεσε ~ 5 ημέρες.



Σχήμα 6.29: Σφάλμα στην ενέργεια ανά 0.25 μονάδες χρόνου στο σύστημα μονάδων N-σωμάτων ($\Delta E = E_{(t)} - E_{(t-0.25)}$) καθώς εξελίσσεται με το χρόνο της προσομοίωσης για το σύστημα που περιγράφεται στο Σχήμα 6.28.

στιγμή $t = 2.2t_{\text{rlx}}$, οι περισσότεροι από τους μεγαλύτερης μάζας αστέρες βρίσκονται ήδη κοντά στο κέντρο κι αυτό οδηγεί στην παρατηρούμενη κατάρρευση του πυρήνα του σμήνους.

Μοντέλα King με αρχική κατανομή μαζών τύπου Scalo. Εκτελέσαμε μια σειρά από προσομοιώσεις N-σωμάτων σμηνών με αρχική κατανομή πυκνότητας τύπου King [11] με παράμετρο $W_0 = 6$ ως το χρονικό σημείο της κατάρρευσης του πυρήνα τους. Για τις μάζες των αστερών, επιλέχθηκε η συνάρτηση αρχικής μάζας Scalo [13] με ελάχιστη επιτρεπτή μάζα $0.1M_{\odot}$ και μέγιστη $100M_{\odot}$. Ο συνολικός αριθμός των αστερών στις προσομοιώσεις αυτές ήταν $N = 6122$ και $N = 12\,288$. Το ζητούμενο των πειραμάτων αυτών ήταν ο χρόνος της κατάρρευσης του πυρήνα t_{cc} σαν συνάρτηση του χρόνου χαλάρωσης του σμήνους t_{rlx} . Τα επιλεγμένα συστήματα είναι παρόμοια με αυτά που χρησιμοποιήθηκαν στην εργα-

Πίνακας 6.1: Οι χρόνοι κατάρρευσης του πυρήνα για διαφορετικές αρχικές συνθήκες

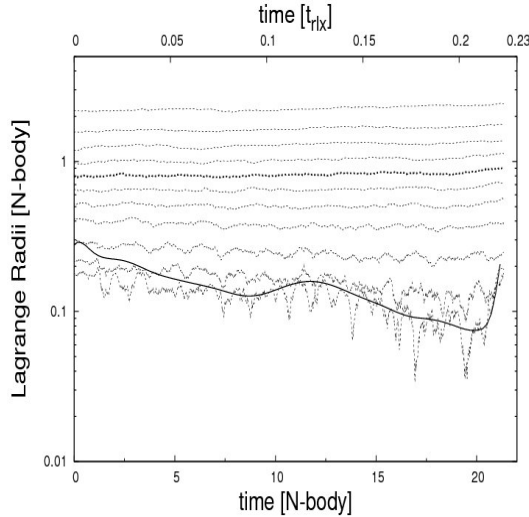
Μοντέλο	N	Αριθμός προσομοιώσεων	$\langle t_{\text{rlx}} \rangle$ [Myr]	$\langle t_{\text{cc}} \rangle$ [Myr]	$t_{\text{cc}}[t_{\text{rlx}}]$
6kw6Scalo3	6122	11	5.6	1.0	0.18 ± 0.05
12kw6Scalo3	12288	7	13.8	2.4	0.17 ± 0.06

Note: Η πρώτη στήλη δείχνει το όνομα του μοντέλου και περιγράφει τις βασικές του ιδιότητες. Οι πρώτοι αριθμοί μαζί με το k δείχνουν τον αριθμό των αστερών του μοντέλου. Ο αριθμός που ακολουθεί το γράμμα w είναι η τιμή της παραμέτρου W_0 για την αρχική κατανομή πυκνότητας τύπου King. Η επόμενη αλληλουχία γραμμάτων είναι το όνομα της συνάρτησης αρχικής μάζας, ενώ ο τελευταίος αριθμός είναι ο εκθέτης στον οποίο αν υψωθεί ο αριθμός 10 θα προκύψει ο λόγος μάζας μεταξύ του πιο μεγάλου και του πιο μικρού αστερά στο σύστημα. Για παράδειγμα 6kw6Scalo3 είναι το κωδικό όνομα ενός συστήματος που αποτελείται από $6k = 6 \times 1024 = 6122$ αστέρες, κατανομημένους αρχικά σύμφωνα με τη κατανομή πυκνότητας King με παράμετρο $W_0 = 6$, ενώ οι μάζες των αστερών δίνονται από τη συνάρτηση αρχικής μάζας Scalo IMF με λόγο μαζών $m_{\text{upper}}/m_{\text{lower}} = 10^3$. Για όλα τα μοντέλα που παρουσιάζουμε εδώ το άνω όριο μάζας είναι $100 M_{\odot}$, ενώ το κατώτερο είναι $0.1 M_{\odot}$. Η δεύτερη στήλη δείχνει τον αριθμό των αστερών σε κάθε προσομοίωση, ενώ η τρίτη, τον αριθμό των προσομοιώσεων που κάναμε για κάθε μοντέλο, χρησιμοποιώντας διαφορετικές αρχικές συνθήκες κάθε φορά. Η τέταρτη στήλη δείχνει τη μέση τιμή του χρόνου χαλάρωσης μισής μάζας σε Myr. Η πέμπτη στήλη δείχνει το μέσο χρόνο κατάρρευσης του πυρήνα σε Myr, όπως υπολογίστηκε από τον Myriad. Τέλος, η έκτη στήλη δείχνει το χρόνο αυτό σε μονάδες t_{rlx} .

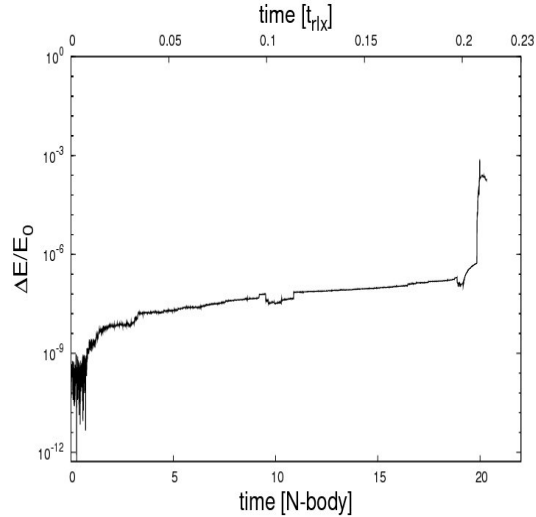
σία [19], όπου οι προσομοιώσεις πραγματοποιήθηκαν με το υπολογιστικό πακέτο Starlab συμπεριλαμβάνοντας εκτός από τη δυναμική εξέλιξη των αστερών και την απώλεια μάζας των αστερών λόγω της εξέλιξής τους. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στον Πίνακα 1. Σαν χρόνος της κατάρρευσης του πυρήνα, σε συμφωνία με τον ορισμό των [19], λάβαμε το χρόνο στον οποίο δημιουργείται δυναμικά το πρώτο στενό διπλό σύστημα αστερών στο σμήνος. Πραγματοποιήσαμε συνολικά 18 προσομοιώσεις και το αποτέλεσμα που βρήκαμε για τον χρόνο κατάρρευσης του πυρήνα είναι $t_{\text{cc}} \simeq (0.17 \pm 0.05)t_{\text{rlx}}$. Το αποτέλεσμα αυτό είναι λίγο μικρότερο από αυτό της εργασίας [19], που είναι $t_{\text{cc}} \simeq (0.19 \pm 0.08)t_{\text{rlx}}$. Η διαφορά αυτή των αποτελεσμάτων προέρχεται από την έλλειψη αστρικής εξέλιξης στον κώδικα Myriad η οποία, σύμφωνα με όσα αναφέρονται στην εργασία [19], τείνει να καθυστερεί την κατάρρευση του πυρήνα.

Η χρονική εξέλιξη των ακτίνων Lagrange και της ακτίνας του πυρήνα για τις προσομοιώσεις που περιέχουν $N = 6122$ αστέρες, παρουσιάζονται στο Σχήμα 6.30. Για καλύτερο οπτικό αποτέλεσμα εφαρμόσαμε την μέθοδο της κυβική spline παρεμβολής στα δεδομένα για την ακτίνα του πυρήνα. Το συνολικό σφάλμα στην ενέργεια για την προσομοίωση αυτή

φαίνεται στο Σχήμα 6.31. Στα Σχήματα 6.32 και 6.33, παρουσιάζονται τα ίδια αποτελέσματα για μια από τις προσομοιώσεις που περιείχαν $N = 12\,288$ αστέρες. Το συνολικό σφάλμα στην ενέργεια σε όλες τις προσομοιώσεις παρέμεινε μικρότερο από 10^{-3} .



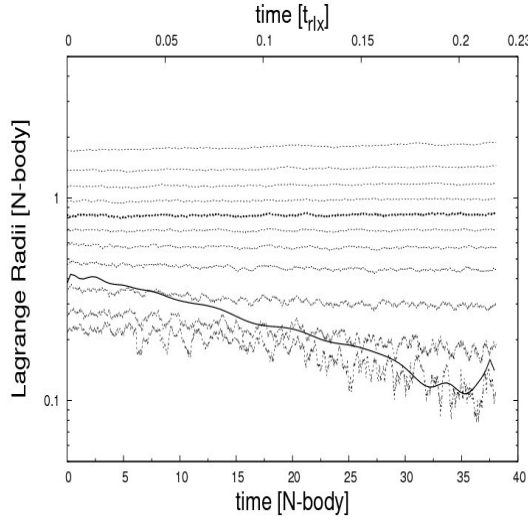
Σχήμα 6.30: Ακτίνα του πυρήνα (έντονη μαύρη γραμμή) και ακτίνες Lagrange που περιέχουν 90%, 80%, 70%, 60%, 50%, 40%, 30%, 20%, 10%, 5%, και 3% (διακεκομμένες γραμμές από επάνω προς τα κάτω) της συνολικής μάζας. Η ακτίνα μισής μάζας σημειώνεται με πιο έντονη μπλε γραμμή. Η αρχική κατανομή πυκνότητας ήταν ένα μοντέλο King με $W_0 = 6$ που περιέχει 6144 stars. Η αρχική συνάρτηση μάζας ήταν τύπου Scalo με όρια μαζών $m_{\text{lower}} = 0.1M_{\odot}$ και $m_{\text{upper}} = 100M_{\odot}$. Η κατάρρευση του πυρήνα συμβαίνει σε χρόνο $t_{\text{cc}} \simeq 20.6$ μονάδες χρόνου στο σύστημα μονάδων N-σωμάτων ή $t_{\text{cc}} \simeq 0.21t_{\text{rlx}}$, που είναι και ο χρόνος δημιουργίας του πρώτου στενού διπλού συστήματος.



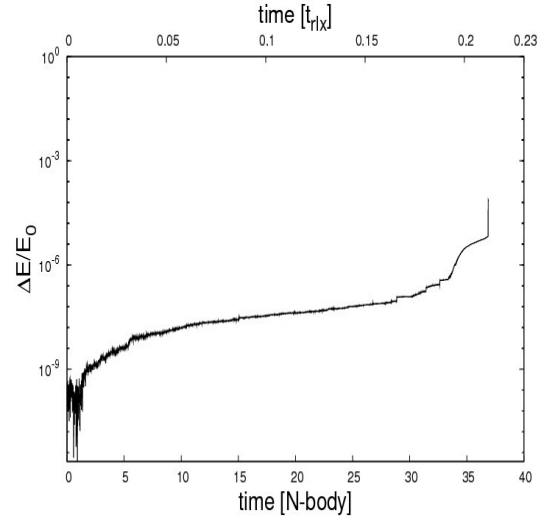
Σχήμα 6.31: Συνολικό σφάλμα στην ενέργεια ($\Delta E/E_0 = (E_t - E_0)/E_0$) καθώς το σύστημα εξελίσσεται στο χρόνο για την προσομοίωση του σχήματος 6.30.

6.3 Σύνοψη του κεφαλαίου

Δημιουργήσαμε έναν νέο κώδικα N-σωμάτων σε γλώσσα C++. Ο κώδικας ονομάζεται Myriad. Ο κώδικας μπορεί να προσομοιώσει τη χρονική εξέλιξη αστρικών σμηνών με πολύ καλή ακρίβεια, ενώ η ταχύτητά του χαρακτηρίζεται ως ικανοποιητική. Το συνολικό σχετικό σφάλμα στην ενέργεια κατά την προσομοίωση ενός σμήνους αποτελούμενου από $N = 16384$ αστέρες, με αρχική κατανομή μαζών τύπου Salpeter ($m_{\text{upper}} = 5M_{\odot}$, $m_{\text{lower}} = 0.5M_{\odot}$), που εξελίχθηκε ως τη στιγμή της κατάρρευσης του πυρήνα, ήταν μικρότερο από 2.5×10^{-5} , ενώ το στιγμιαίο σφάλμα ήταν μικρότερο από 6×10^{-6} . Ο πραγματικός



Σχήμα 6.32: Ακτίνα του πυρήνα (μαύρη γραμμή) και ακτίνες Lagrange που περιέχουν 90%, 80%, 70%, 60%, 50%, 40%, 30%, 20%, 10%, 5%, και 3% (διακεκομμένες γραμμές από επάνω προς τα κάτω) της συνολικής μάζας. Η ακτίνα μισής μάζας σημειώνεται με πιο έντονη μπλε γραμμή. Η αρχική κατανομή πυκνότητας ήταν μια κατανομή King με $W_0 = 6$ που περιέχει 12288 αστέρες. Η αρχική συνάρτηση μάζας ήταν τύπου Scalo mass με όρια μαζών $m_{\text{lower}} = 0.1M_{\odot}$ και $m_{\text{upper}} = 100M_{\odot}$. Η κατάρρευση του πυρήνα συμβαίνει σε χρόνο $t_{\text{cc}} \simeq 37.2$ μονάδες χρόνου στο σύστημα μονάδων N-σωμάτων ή $t_{\text{cc}} \simeq 0.21t_{\text{rlx}}$, που είναι και ο χρόνος του δυναμικού σχηματισμού του πρώτου στενού διπλού συστήματος.



Σχήμα 6.33: Συνολικό σφάλμα στην ενέργεια ($\Delta E/E_0 = (E_t - E_0)/E_0$) καθώς το σύστημα εξελίσσεται στο χρόνο για την προσομοίωση του σχήματος 6.32.

χρόνος που απαιτήθηκε για την προσομοίωση αυτή ήταν μικρότερος από 3 ημέρες, που είναι συγκρίσιμος με το χρόνο που χρειάζονται οι περισσότεροι από τους κώδικες N-σωμάτων για μια τέτοια προσομοίωση. Τα αποτελέσματα για το χρόνο της κατάρρευσης του πυρήνα, τόσο για σμήνη με διαφορετικής μάζας αστέρες, όσο και για σμήνη με ίσης μάζας αστέρες, είναι συγκρίσιμα με τα ανεμενόμενα από τα αντίστοιχα αποτελέσματα που βρίσκονται στη βιβλιογραφία ή που προέκυψαν από άλλους κώδικες όπως το Starlab. Στην εργασία [113], συγκρίνονται λεπτομερώς οι κώδικες Starlab και NBODY4, και ο Myriad επιτυχώς αναπαράγει το αποτέλεσμα για τον χρόνο κατάρρευσης του πυρήνα ενός σμήνους με 1 ίσης μάζας αστέρες, καταναμεμένους σύμφωνα με το μοντέλο πυκνότητας Plummer που παρουσιάζεται σε αυτήν.

Στο σημείο αυτό συνοψίζουμε τις σημαντικότερες καινοτομίες που εισάγει ο κώδικας Myriad:

- Η παράμετρος ακρίβειας η_b στην εξέλιξη διπλών και πολλαπλών συστημάτων δεν εί-

ναι σταθερή, αλλά καθορίζεται για καθένα από αυτά κατά τη διάρκεια της δημιουργίας του. Η μεταβλητότητα του η_b εξασφαλίζει την όσο γίνεται πιο ομαλή μετάβαση από τον αλγόριθμο H4 που χρησιμοποιείται για το σύστημα των N-σωμάτων, στον χρονικά συμμετρικό H4 που χρησιμοποιείται για τα διπλά ή πολλαπλά συστήματα.

- Οι αλγόριθμοι των Kaplan et al. (2005) [114, 106] έχουν συμπεριληφθεί με επιτυχία στον Myriad για την εξέλιξη διπλών ή πολλαπλών συστημάτων. Το σφάλμα στην εξέλιξη αυτών δεν αυξάνει μονότονα με το χρόνο, αλλά παραμένει περιορισμένο μεταξύ κάποιων ορίων.
- Εισάγαμε νέους κανόνες για τη δημιουργία στενών τριπλών συστημάτων που συμβαίνουν όταν ένας αστέρας πλησιάζει ένα διπλό σύστημα. Δεν χρησιμοποιούμε κάποιο κριτήριο απόστασης, αλλά την αδιάστατη παράμετρο διαταραχής γ που ορίζεται στη σχέση (6.20) κι εξαρτάται από τις μάζες και τις αποστάσεις μεταξύ των αστερών. Η ίδια παράμετρος χρησιμοποιείται και για την απομάκρυνση ενός αστέρα από ένα τριπλό ή πολλαπλό σύστημα.

Από τα αποτελέσματα των ελέγχων του κώδικα Myriad προκύπτει πως ο κώδικας αυτός είναι σε θέση να χρησιμοποιηθεί για προσομοιώσεις μοντέλων αστρικών σημνών των οποίων τα χαρακτηριστικά είναι κοντά στα χαρακτηριστικά των πραγματικών σημνών. Οι εξισώσεις της μετα-Νευτώνειας θεωρίας που συμπεριλαμβάνονται στον κώδικα, τον κάνουν ικανό να διαπραγματεύεται στενά διπλά συστήματα μελανών οπών και να τα εξελίσει με τους νόμους της Φυσικής που ισχύουν γι' αυτά. Για τον ίδιο λόγο έγινε και η προσθήκη των εξισώσεων για την ταχύτητα ανάδρασης στην περίπτωση σύγκρουσης μεταξύ δύο μελανών οπών.

Όπως είναι φανερό από τους λεπτομερείς ελέγχους, ο κώδικας είναι ικανός να προσομοιώσει συστήματα στα οποία οι αστέρες έχουν πολύ διαφορετικές μάζες μεταξύ τους, κι έτσι μπορεί να προσομοιώσει αστρικά σμήνη με μια IMBH στο κέντρο τους. Οι αλληλεπιδράσεις της IMBH με το περιβάλλον της είναι δυνατόν να οδηγήσουν στη δημιουργία ενός στενού διπλού συστήματος με μέλη αυτήν και κάποια από τις άλλες μελανές οπές του σμήνους. Αν το διπλό σύστημα αυτό οδηγηθεί σε σύγκρουση, ο κώδικας, μπορεί να δημιουργήσει το αποτέλεσμα της κρούσης, που θα είναι μια νέα, μεγαλύτερης μάζας, IMBH, και να του αποδόσει την απαραίτητη ταχύτητα ανάδρασης. Με τον τρόπο αυτό, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τον κώδικα Myriad, ώστε να μελετήσουμε την πιθανότητα διαφυγής της IMBH από ένα σμήνος, έπειτα από συγκρούσεις της με άλλες μελανές οπές.

Τα αποτελέσματα του Κεφαλαίου αυτού έχουν δημοσιευτεί στην εργασία A1 που αναφέρεται στο Παράρτημα B: Βιογραφικό Σημείωμα.

Κεφάλαιο 7

Εφαρμογές του κώδικα Myriad

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζουμε τα αποτελέσματα εφαρμογών του κώδικα Myriad σε προβλήματα αστροφυσικής. Το κεφάλαιο χωρίζεται σε δύο τμήματα. Στο πρώτο παρουσιάζονται τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων ενός σμήνους αστερών που διαθέτει στο κέντρο του μια μελανή οπή μεσαίας μάζας (Intermediate-mass black hole: IMBH). Με τη βοήθεια του κώδικα είμαστε σε θέση να παρακολουθήσουμε λεπτομερώς την κίνηση της IMBH μέσα στο σμήνος, τις αλληλεπιδράσεις που αυτή δίνει με άλλα μέλη του, αλλά και στα στενά διπλά συστήματα που δημιουργεί με άλλες μελανές οπές που, καθώς το σύστημα εξελίσσεται στο χρόνο, συσσωρεύονται κόντα στο κέντρο. Ορισμένα από τα αποτελέσματα των προσομοιώσεών μας παρουσιάζουν ενδιαφέρον, καθώς οι αλληλεπιδράσεις της IMBH με το περιβάλλον της, πολύ γρήγορα είναι δυνατόν να οδηγήσουν σε φαινόμενα που ποτέ άλλοτε δεν έχουν παρατηρηθεί σε ανάλογες προσομοιώσεις. Ένα μέρος του τμήματος αυτού του κεφαλαίου αφιερώθηκε στην έρευνα της βαρυτικής ακτινοβολίας που μπορεί να εκπέμπεται από στενά διπλά συστήματα της IMBH με άλλες μελανές οπές αστρικής μάζας. Το αποτέλεσμα της μελέτης αυτής είναι πως ένα τέτοιο διπλό σύστημα είναι δυνατό να παράγει ένα πολύ ισχυρό σήμα βαρυτικής ακτινοβολίας, το οποίο θα είναι ανιχνεύσιμο από μελλοντικούς διαστημικούς ανιχνευτές βαρυτικής ακτινοβολίας. Τέλος, στις προσομοιώσεις που διεξήγαμε, μελετήσαμε την πιθανότητα απομάκρυνσης της IMBH από το σμήνος στο οποίο δημιουργήθηκε, εξαιτίας της ανάδρασης που αυτή λαμβάνει στις περιπτώσεις σύγκρουσής της με μία άλλη μελανή οπή του συστήματος. Τα αποτελέσματα του κεφαλαίου αυτού έχουν καταγραφεί στην εργασία [115] η οποία βρίσκεται στο στάδιο της συγγραφής.

Στο δεύτερο μέρος του κεφαλαίου αυτού παρουσιάζουμε τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων που διεξήγαμε τόσο με τον κώδικα Myriad, όσο και με τον κώδικα nbodv4 και αφορούν στις αλληλεπιδράσεις μιας αναδράζουσας IMBH σε ένα σύμπλεγμα αστρικών σμηνών που ονομάζεται Cluster Complex (CC). Στις προσομοιώσεις που πραγματοποιήθηκαν, μελετήσαμε ένα μεγάλο μέρος του χώρου των παραμέτρων τόσο για τις μεμονομένες αλληλεπιδράσεις της IMBH με ένα σμήνος, όσο και για τις μεγάλης κλίμακας προσομοιώσεις της κίνησης της IMBH μέσα στο σύμπλεγμα. Τα αποτελέσματα παρουσιάζουν ιδιαίτερο ενδιαφέρον, καθώς μας δόθηκε η ευκαιρία να μελετήσουμε την συμπεριφορά μιας IMBH μέσα σε ένα τέτοιο σύστημα, το οποίο ταυτόχρονα, καταρρέει βαρυτικά σχηματίζοντας πολύ μεγάλα σμήνη στο κέντρο του. Με τις προσομοιώσεις αυτές, αποδεικνύεται πως οι διαδοχι-

κές συγκρούσεις των σμηνών μέσα σε ένα CC, είναι δυνατό να οδηγήσουν στη δημιουργία ενός υπέρ-πυκνου γαλαξία νάνου (Ultra-compact dwarf galaxy: UCD), όπως αυτούς που έχουν παρατηρηθεί σε διάφορες περιοχές του σύμπαντος και των οποίων η φύση, αλλά και ο τρόπος γέννησης, εξακολουθούν να απασχολούν τους αστρονόμους. Η μέλετή αυτή, μπορεί να συνεισφέρει στην έρευνα σχετικά με τη φύση και τη δημιουργία τέτοιων αντικειμένων. Ταυτόχρονα, θεωρώντας πως οι IMBH υπάρχουν, εξήγαμε συμπεράσματα για τον τρόπο δημιουργίας μιας μεγάλης μελανής οπής στο κέντρο ενός τέτοιου αντικειμένου. Τα αποτελέσματά μας θα μπορούσαν να επαληθευτούν με την παρατήρηση, είτε μέσω ηλεκτρομαγνητικής, είτε μέσω βαρυτικής ακτινοβολίας, μιας τέτοιας μελανής οπής στο κέντρο ενός UCD, κάτι που αναμένεται να γίνει είτε με την επόμενη γενιά διαστημικών τηλεσκοπίων, είτε με τους μελλοντικούς διαστημικούς ανιχνευτές βαρυτικών κυμάτων.

7.1 Προσομοιώσεις αστρικών σμηνών που διαθέτουν μελανή οπή μεσαίας μάζας - Βαρυτική ακτινοβολία

Όπως αναφέραμε στο Κεφάλαιο 4, οι μελανές οπές μεσαίας μάζας (IMBH), όποιος κι αν είναι ο μηχανισμός δημιουργίας τους, γεννιούνται στα κέντρα των αστρικών σμηνών, όπου η πυκνότητα αστερών είναι πολύ μεγάλη. Στα πρώτα 500Myr της ζωής της μια IMBH είναι δυναμικά ενεργή [1], καθώς η πυκνότητα στο κέντρο του σμήνους στο οποίο δημιουργήθηκε παραμένει υψηλή κι έτσι οι αλληλεπιδράσεις της με άλλους αστέρες, αλλά και μελανές οπές που έχουν φτάσει στο κέντρο, είναι συχνές και ισχυρές. Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζουν οι αλληλεπιδράσεις της IMBH με μελανές οπές που, λόγω του διαχωρισμού μάζας (mass segregation) δημιουργούνται κοντά στο κέντρο. Οι διαδοχικές αυτές αλληλεπιδράσεις είναι δυνατόν να οδηγήσουν σε συγκρούσεις της IMBH με κάποιες από τις μελανές οπές, κάτι που μπορεί να έχει σημαντικές συνέπειες τόσο για την ίδια την IMBH, όσο και για ολόκληρο το σμήνος.

Οι συγκρούσεις μεταξύ αστερών στα κέντρα σμηνών είναι συχνό φαινόμενο, όπως έχει υπολογιστεί θεωρητικά, αλλά και όπως φαίνεται από παρατηρήσεις. Η ύπαρξη των "μπλε λιποτακτών", όπως αναφέρθηκε στο Κεφάλαιο 2, θεωρείται συνέπεια των συγκρούσεων μεταξύ αστερών. Επίσης, αστέρες μεγάλης μάζας, όπως οι αστέρες Pistol και R136a που βρίσκονται στα νεαρά σμήνη Westerlund 1 και R136 αντίστοιχα, θεωρούνται αποτελέσματα συγκρούσεων μεταξύ μικρότερων αστερών-γιγάντων. Οι συγκρούσεις μεταξύ μελανών οπών ή αστερών νετρονίων αναμένεται να είναι λιγότερες, λόγω των μικρών διαστάσεων των σωμάτων αυτών, όμως σημαντικό ρόλο στις συγκρούσεις αυτές παίζει ο αριθμός των μελανών οπών και αστερών νετρονίων που είναι μέλη διπλών συστημάτων. Μία IMBH, εξαιτίας της μάζας της, έχει σαφώς μεγαλύτερη πιθανότητα, από μια μελανή οπή αστρικής μάζας, για να συγκρουστεί με ένα άλλο σώμα του συστήματος, όμως οι διαστάσεις της παραμένουν σχετικά μικρές κι έτσι η πιθανότητα αυτή δεν είναι πολύ μεγάλη, εκτός αν η πυκνότητα των σωμάτων που βρίσκονται γύρω της είναι πολύ μεγάλη. Κάτι τέτοιο, μπορεί να είναι δυνατό στα κέντρα των νεαρών αστρικών σμηνών.

Οι εργασίες που έχουν γίνει μελετώντας, με προσομοιώσεις N—σωμάτων, σμήνη με την παρουσία μιας IMBH στα κέντρα τους είναι αρκετά περιορισμένες. Ο λόγος γι' αυτό είναι πως προσομοιώσεις σαν κι αυτές απαιτούν κώδικες που να είναι σε θέση να προσο-

μοιάζουν συστήματα με μεγάλες διαφορές στις μάζες των μελών τους. Μια IMBH έχει μάζα εκατοντάδες ή και χιλιάδες φορές τη μάζα του μικρότερου αστέρα ενός τέτοιου συστήματος. Επίσης, ακόμη και με τα πιο γρήγορα υπολογιστικά συστήματα, μια τέτοια προσομοίωση είναι αρκετά χρονοβόρα, ακόμη κι αν δε χρησιμοποιηθεί μεγάλος αριθμός αστέρων για το σμήνος. Πιο συγκεκριμένα, δεν είναι δυνατό να παρακολουθηθεί η εξέλιξη ενός συστήματος που αποτελείται από μερικές δεκάδες χιλιάδες αστέρες για χρονικό διάστημα της τάξης των αρκετών Gyr, που είναι και η ηλικία των γαλαξιακών σμηνών. Οι προσομοιώσεις σμηνών που διαθέτουν IMBH στα κέντρα τους, είναι δυνατό να μη χρειάζεται να εξελιχθούν για τόσο μεγάλα χρονικά διαστήματα, ειδικά αν το αποτέλεσμα που χρειάζεται να εξαχθεί αφορά στην ίδια την IMBH. Αυτό γιατί σε μικρό σχετικά χρονικό διάστημα, η IMBH είτε θα συγκρουστεί με κάποια άλλη μελανή οπή του συστήματος, με σημαντικές συνέπειες, για την ίδια, αλλά και για το σμήνος, είτε θα σταματήσει να αλληλεπιδρά συχνά με άλλες μελανές οπές, καθώς οι περισσότερες από αυτές, σχετικά γρήγορα, θα απομακρυνθούν από το σμήνος, λόγω της αύξησης της στροφορμής τους από αλληλεπιδράσεις με την IMBH. Έτσι, αν η IMBH παραμένει στο σμήνος έπειτα από ~ 0.5 Gyr από τη στιγμή της δημιουργίας της, ενώ ταυτόχρονα οι περισσότερες μελανές οπές αστρικής μάζας έχουν απομακρυνθεί από αυτό, μπορεί κανείς να εξάγει το σχετικά ασφαλές συμπέρασμα πως τελικά η IMBH θα μείνει στο κέντρο του σμήνους κι έτσι να σταματήσει την αντίστοιχη προσομοίωση. Βεβαίως, ακόμη και ~ 0.5 Gyr είναι αρκετά μεγάλο χρονικό για μια προσομοίωση N-σωμάτων ενός τέτοιου συστήματος.

Η μοναδική εργασία που έχει γίνει για τη μελέτη των αλληλεπιδράσεων μιας IMBH με άλλες μελανές οπές ενός αστρικού σμήνους, είναι των Holley-Bogelmann et al. 2007 [?]. Στην εργασία αυτή δεν πραγματοποιούνται προσομοιώσεις N-σωμάτων, αλλά υπολογίζεται ο ρυθμός με τον οποίο η IMBH αλληλεπιδρά με μια μελανή οπή αστρικής μάζας και πραγματοποιούνται προσομοιώσεις τύπου Monte-Carlo των αλληλεπιδράσεων αυτών. Πιο συγκεκριμένα, σύμφωνα με αναλυτικούς υπολογισμούς που παρουσιάζονται στην εργασία, η IMBH αναμένεται να έχει περίπου 25 συγκρούσεις με άλλες μελανές οπές, οπότε μελετήθηκαν οι συγκρούσεις αυτές, από την πλευρά της ταχύτητας ανάδρασης της παραγόμενης IMBH κάθε φορά. Το σημαντικότερο συμπέρασμα της εργασίας αυτής είναι το ότι IMBH με μάζες $1000 M_{\odot}$ έχουν 33% πιθανότητα να διαφύγουν από το σμήνος έπειτα από τις συγκρούσεις αυτές. Επίσης, μικρότερης μάζας IMBH έχουν πολύ μεγαλύτερη πιθανότητα διαφυγής. Σύμφωνα με τα δεδομένα αυτά, οι συγγραφείς κάνουν τον υπολογισμό πως αρκετές από τις IMBH των γαλαξιακών αστρικών σμηνών θα έχουν διαφύγει από αυτά, συμπεραίνοντας πως θα πρέπει να υπάρχουν περί τις 100 απομονωμένες IMBH στη γαλαξιακή άλω. Τα συμπεράσματα αυτά κρίνονται αρκετά απλουστευμένα και παραπλανητικά, καθώς αφενός δεν έχει ακόμη επαληθευτεί η ύπαρξη IMBH στα αστρικά σμήνη, αφετέρου ακόμη κι αν αυτές υπάρχουν σε αυτά, δεν είναι ξεκάθαρο το ποσοστό των σμηνών που διαθέτουν μια IMBH. Επίσης, ο αριθμός των συγκρούσεων της IMBH με άλλες μελανές οπές του σμήνους είναι αρκετά μεγάλος, δεδομένου του αρκετά μικρού πληθυσμού μελανών οπών στο σμήνος. Ο αριθμός αυτός είναι μικρός κυρίως γιατί οι κατά τη δημιουργία τους οι μελανές οπές αυτές, δέχονται ισχυρές ταχύτητες ανάδρασης (natal kicks) που στις περισσότερες περιπτώσεις είναι τόσο μεγάλες που οδηγούν την μελανή οπή στη διαφυγή από το σύστημα. Έτσι, ο αριθμός μελανών οπών σε ένα σμήνος αναμένεται να είναι αρκετά μικρός, ενώ λίγες από αυτές θα αλληλεπιδράσουν και τελικά θα συγκρουστούν με την IMBH. Τέλος, στην εργασία αυτή,

αλλά και σε άλλες που μελετούν αστρικά σμήνη που διαθέτουν IMBH στα κέντρα τους, δεν γίνεται κάποια εκτίμηση της βαρυτικής ακτινοβολίας που μπορεί να εκπέμπεται από αυτά.

Στην παράγραφο αυτή, παρουσιάζουμε τα αποτελέσματα προσομοιώσεων N-σωμάτων αστρικών σμηνών που διαθέτουν στα κέντρα τους μια IMBH. Οι προσομοιώσεις αυτές είναι πολύ απαιτητικές σε χρόνο, οπότε δεν ήταν δυνατή μια στατιστική μελέτη του χώρου των παραμέτρων. Αντ' αυτού, πραγματοποιήσαμε προσομοιώσεις χαρακτηριστικών περιπτώσεων, κρατώντας κάποιες από τις παραμέτρους σταθερές και μεταβάλλοντας τις υπόλοιπες. Στις προσομοιώσεις αυτές, ενδιαφερθήκαμε κυρίως για τις αλληλεπιδράσεις της IMBH με γειτονικούς της αστέρες και μελανές οπές.

Ειδικότερα, τα ζητούμενα των προσομοιώσεων αυτών ήταν:

- Ο χρόνος στον οποίο οι υπόλοιπες μελανές οπές του συστήματος φτάνουν κοντά στην IMBH και αλληλεπιδρούν με αυτήν.
- Ο χρόνος από την έναρξη των προσομοιώσεων στον οποίο δημιουργείται το πρώτο σταθερό στενό διπλό σύστημα IMBH-BH και τα αρχικά χαρακτηριστικά του.
- Η εξέλιξη του μεγάλου ημιάξονα και της εκκεντρότητας του διπλού αυτού συστήματος με το χρόνο.
- Ο χρόνος που απαιτείται ώστε το στενό διπλό σύστημα IMBH-BH να φτάσει στο σημείο στο οποίο η εκπομπή βαρυτικής ακτινοβολίας είναι σημαντική και παρατηρήσιμη από τους ανιχνευτές βαρυτικών κυμάτων. Επίσης, η τιμή της εκκεντρότητας του συστήματος, όταν αυτό θα αρχίσει να γίνεται παρατηρήσιμο από τη LISA και άλλους ανιχνευτές βαρυτικής ακτινοβολίας.
- Αν υπάρχει πιθανότητα το διπλό σύστημα IMBH-BH να οδηγηθεί σε σύγκρουση. Αν οι δύο μελανές οπές έχουν ιδιοπεριστροφή, όπως είναι αναμενόμενο, τότε αν υπάρχει πιθανότητα η παραγόμενη από τη σύγκρουση IMBH να διαφύγει από το σύστημα, εξαιτίας της ταχύτητας ανάδρασης που λαμβάνει κατά το σχηματισμό της.

7.1.1 Περιγραφή της υπολογιστικής μεθόδου

Στην παράγραφο αυτή περιγράφουμε την υπολογιστική μέθοδο που χρησιμοποιήθηκε στις προσομοιώσεις αυτές επιμένοντας κυρίως στην επιλογή των αρχικών συνθηκών, καθώς τα χαρακτηριστικά του κώδικα που χρησιμοποιήσαμε έχουν αναλυθεί στο Κεφάλαιο 6.

Αρχικές συνθήκες και κώδικας προσομοίωσης

Υπάρχουν πολλές ελεύθερες παράμετροι που καθορίζουν τις αρχικές συνθήκες (δηλαδή το αρχικό σμήνος και την IMBH που πρόκειται να προσομοιωθούν) ενός τέτοιου προβλήματος. Επιγραμματικά αναφέρουμε:

1. Ο αριθμός των αστερών του σμήνους.
2. Η μάζα της IMBH.
3. Η αρχική κατανομή μάζας των αστερών του συστήματος.
4. Οι μάζες των μελανών οπών αστρικής μάζας που υπάρχουν στο σμήνος τη στιγμή της δημιουργίας της IMBH.

5. Ο αριθμός των μελανών οπών αυτών.
6. Η κατανομή των αστερών και των μελανών οπών στο σμήνος.

Όπως αναφέρθηκε, δεν είναι δυνατή η κάλυψη όλου του χώρου των παραμέτρων εξαιτίας της μεγάλης χρονικής διάρκειας κάθε προσομοίωσης και της έλλειψης πολλών διαθέσιμων υπολογιστικών συστημάτων. Για το λόγο αυτό διατηρήσαμε σταθερό τον αριθμό των αστερών του σμήνους, τη μάζα της IMBH και την κατανομή των αστερών και των μελανών οπών μέσα στο σύστημα. Πιο συγκεκριμένα, σε όλες τις προσομοιώσεις χρησιμοποιήσαμε $N = 32768$ αστέρες κατανεμημένους σύμφωνα με το μοντέλο King με παράμετρο συγκέντρωσης που κυμαίνεται από 6 ως 7. Η μάζα της IMBH επιλέχθηκε να είναι $500M_{\odot}$. Η μάζα αυτή είναι αρκετά μεγαλύτερη από τη μάζα που προβλέπει η σχέση μάζας σμήνους-μάζας IMBH (βλ. Κεφάλαιο 4), όμως η επιλογή μας έγινε με τη λογική της ρεαλιστικής αναπαραγωγής των αλληλεπιδράσεων της IMBH με τους μεμονωμένους αστέρες και μελανές οπές του σμήνους κι όχι με αυτή της ρεαλιστικής αναπαραγωγής της αλληλεπίδρασης της IMBH με όλο το σμήνος. Πιο αναλυτικά, επειδή ο αριθμός αστερών και κατά επέκταση η συνολική μάζα του σμήνους είναι αρκετά μικρότερη των αντίστοιχων τιμών για ένα πραγματικό σμήνος, η επιλογές για τη μάζα της IMBH είναι δύο: είτε χρησιμοποιείται μια μικρότερη της αναμενόμενης τιμής, ώστε ο λόγος μαζών του σμήνους και της IMBH να είναι κοντύτερα στον αναμενόμενο $0.1 - 1\%$, είτε χρησιμοποιείται η αναμενόμενη από τις παρατηρήσεις τιμή, παραβιάζοντας το νόμο του λόγου μαζών με το σμήνος, όμως διατηρώντας σε σωστά επίπεδα το λόγο μαζών της IMBH με τους γειτονικούς της αστέρες. Επειδή, ενδιαφερόμαστε κυρίως για τις τοπικές αλληλεπιδράσεις της IMBH και τα αποτελέσματα αυτών στην ίδια και στο σμήνος, επιλέξαμε τη δεύτερη προσέγγιση.

Οι εναπομείναντες παράμετροι, καθορίζονται πλήρως από την αρχική κατανομή μάζας στο σμήνος. Επειδή η κατανομή αυτή εξελίσσεται στο χρόνο για χρονικό διάστημα 5Myr πριν ξεκινήσει η προσομοίωση (αυτό γίνεται γιατί θεωρούμε πως τη χρονική στιγμή αυτή δημιουργείται η IMBH εξαιτίας διαδοχικών συγκρούσεων μεταξύ αστερών), αυτομάτως δημιουργούνται οι μελανές οπές αστρικής μάζας. Ο αριθμός αυτών και η μέγιστή τους μάζα καθορίζεται από την επιλογή κατανομή μάζας. Στις προσομοιώσεις που πραγματοποιήθηκαν, χρησιμοποιήθηκαν οι κατανομές μαζών της μορφής $NdM = M^{-\alpha}$ με τιμές του $\alpha \simeq 1.2-1.3$ με $m \leq 0.5M_{\odot}$, και $\alpha \simeq 2.4 - 2.7$ για μάζες αστερών $m > 0.5M_{\odot}$. Η μικρότερη τιμή της μάζας που χρησιμοποιήθηκε ήταν $m_{\min} = 0.5M_{\odot}$, ενώ η ανώτερη $m = 100M_{\odot}$. Οι συναρτήσεις μάζας αυτές εξελίσσονται στο χρόνο για 5Myr ακολουθώντας μια αστρική εξέλιξη τύπου Belczynski (Belczynski et al (2006) [69]) με μεταλλικότητα ανάλογη με αυτή που εντοπίζεται σε αστρικά σμήνη. Το αποτέλεσμα της εξέλιξης αυτής είναι η δημιουργία μελανών οπών στο σύστημα. Αστέρες νετρονίων και πιθανοί λευκοί νάνοι που δημιουργήθηκαν, αγνοήθηκαν στις αρχικές μας συνθήκες στις οποίες θεωρήθηκαν ως απλοί αστέρες. Οι διαφορετικές τιμές της παραμέτρου α της συνάρτησης μάζας, είχαν ως αποτέλεσμα τη δημιουργία διαφορετικού αριθμού μελανών οπών των οποίων οι μάζες κυμαίνονται από $10M_{\odot}$ ως και $26.5M_{\odot}$, κάτι που είναι συμβατό με τις ως τώρα παρατηρούμενες τιμές μαζών μελανών οπών αστρικής μάζας. Οι αριθμοί μελανών οπών που σχηματίστηκαν με τον τρόπο αυτό, κυμαίνονται από 17 ως 62. Οι αριθμοί αυτοί αντιπροσωπεύουν τα δύο άκρα στη διατήρηση μελανών οπών στο σύστημα. Το άνω όριο θα πρέπει να θεωρείται το αποτέλεσμα πλήρους διατήρησης, ενώ το κάτω, ως το αποτέλεσμα στο οποίο η ταχύτητα ανάδρασης

των μελανών οπών λόγω των εκρήξεων υπερκαινοφανών από τις οποίες παράγονται, απομακρύνει από το σμήνος τις περισσότερες (~ 70%) μελανές οπές.

Ο κώδικας που χρησιμοποιήθηκε για τις προσομοιώσεις είναι ο κώδικας *Myriad* που παρουσιάστηκε με λεπτομέρεια στο Κεφάλαιό 6. Στην πλήρη του μορφή ο κώδικας αυτός περιλαμβάνει εκτός από εξισώσεις της νευτώνειας δυναμικής, εξισώσεις της μετα-νευτώνειας θεωρίας, που χρησιμοποιούνται για την εξέλιξη στενών διπλών συστημάτων μελανών οπών. Επίσης, διαθέτει συναρτήσεις που όταν δυο μελανές οπές συγχωνεύονται για τη δημιουργία μιας νέας μελανής οπής, η μελανή οπή αυτή λαμβάνει μια ταχύτητα ανάδρασης, που εξαρτάται από το λόγο μαζών των δύο μελανών οπών, το μέγεθος των ιδιοπεριστροφών τους, αλλά και τον προσανατολισμό αυτών. Οι προσομοιώσεις, πραγματοποιήθηκαν με τη βοήθεια του ειδικού υπολογιστικού συστήματος GRAPE-6 που διαθέτει το Εργαστήριο Αστρονομίας, αλλά και με τη βοήθεια αντίστοιχων συστημάτων που μας διατέθηκαν ευγενικά και βρίσκονται στο Max-Planck Institute for Gravitational Physics, Albert Einstein Institute, που βρίσκεται στο Golm της Γερμανίας.

Παραδοχές

Σε όλες τις προσομοιώσεις οι αστέρες και οι μελανές οπές λαμβάνονται ως σημειακά σωματίδια. Οι πραγματικές διαστάσεις των σωμάτων αυτών λαμβάνονται υπόψιν μόνο στις περιπτώσεις των συγκρούσεων μεταξύ τους. Επίσης, θεωρούμε πως δεν υπάρχει αέριο στο σύστημα και πως δε συμβαίνει αστρική εξέλιξη κατά τη διάρκεια των προσομοιώσεων N -σωμάτων. Η παραδοχή αυτή δεν εισάγει προβλήματα, καθώς η αστρική εξέλιξη των 5Myr που έγινε πριν την έναρξη των προσομοιώσεων για όλους τους αστέρες, οδήγησε στην εξέλιξη των πιο μεγάλων σε μάζα από αυτούς σε μελανές οπές. Οι υπόλοιποι αστέρες εξελίσσονται πολύ πιο αργά, οπότε κατά τη διάρκεια των προσομοιώσεων, που διαρκούν λιγότερο από 100Myr μπορούμε να θεωρήσουμε πως παραμένουν ως έχουν, χωρίς αυτό να απέχει πολύ από την πραγματικότητα. Επίσης, ακόμη κι αν αγνοούμε τη δημιουργία κάποιων μελανών οπών κατά τη διάρκεια των προσομοιώσεων, αυτές θα είναι αρκετά μικρής μάζας, οπότε οι πιθανές αλληλεπιδράσεις τους με την IMBH δεν θα έχουν κανένα ουσιαστικό αποτέλεσμα.

Θεωρούμε επίσης πως δεν υπάρχει αστρική εξέλιξη στα συστήματα 2 σωμάτων που πιθανό να δημιουργηθούν κατά τη διάρκεια των προσομοιώσεων, ενώ στις αρχικές μας συνθήκες δεν υπάρχουν διπλά συστήματα μεταξύ αστερών ή μελανών οπών. Τέλος, θεωρούμε πως όλες οι μελανές οπές διαθέτουν τυχαίες σε μέγεθος και κατεύθυνση ιδιοπεριστροφές. Οι ιδιοπεριστροφές δεν επηρεάζουν τη δυναμική εξέλιξη του σμήνους, όμως παίζουν ουσιαστικό ρόλο στις συγκρούσεις μεταξύ μελανών οπών, αν αυτές πραγματοποιηθούν.

Περιγραφή της διαδικασίας προσομοίωσης

Η διαδικασία που ακολουθήθηκε για κάθε προσομοίωση ήταν η εξής:

- Αρχικά δημιουργείται ένα σμήνος από $N = 32768$ αστέρες που ακολουθούν τις κατανομές μάζας και πυκνότητας που περιγράφηκε παραπάνω.
- Στο κέντρο μάζας του σμήνους αυτού τοποθετείται σε ηρεμία μια IMBH μάζας $M_{\text{IMBH}} = 500M_{\odot}$. Οι ταχύτητες όλων των υπόλοιπων σωμάτων υπολογίζονται ξανά, ώστε όλο

το σύστημα να βρίσκεται αρχικά σε δυναμική ισορροπία.

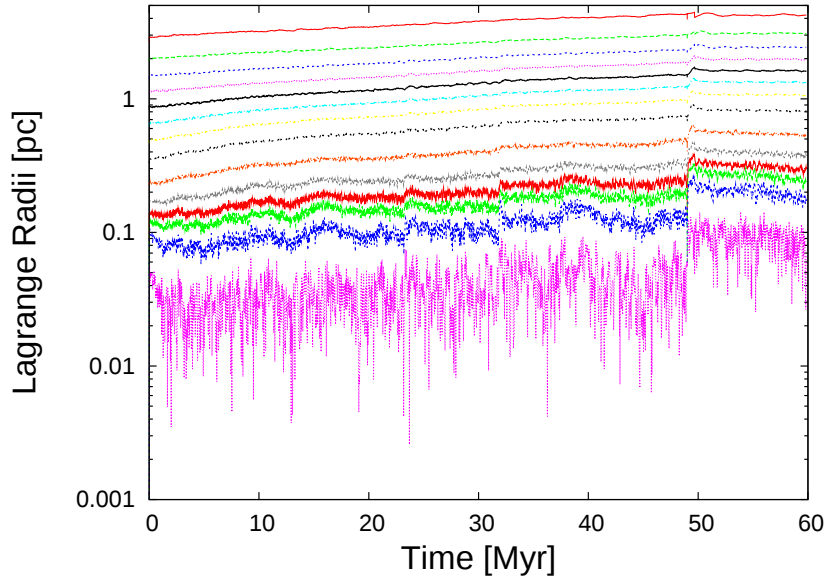
- Αρχικές συνθήκες που παράγονται με τον τρόπο που περιγράφηκε παραπάνω δίνονται στον κώδικα Myriad που εξελίσει δυναμικά το σύστημα με τα εργαλεία που διαθέτει.
- Στενά διπλά συστήματα μελανών οπών που δημιουργούνται δυναμικά εξελίσσονται στο χρόνο με βάση τον χρονικά συμμετρικό αλγόριθμο Hermite 4ης τάξης, ενώ όπου είναι απαραίτητο, εισάγονται οι διορθώσεις της μετα-Νευτώνειας θεωρίας στις επιταχύνσεις και τις παραγώγους τους.
- Μια προσομοίωση σταματά εφόσον είτε η IMBH συγκρουστεί με μία μελανή οπή αστρικής μάζας, είτε έπειτα από 500Myr από το ξεκίνημά της.

7.1.2 Αποτελέσματα

Από τις 4 προσομοιώσεις που διεξήχθησαν, οι 3 έφτασαν στο χρονικό σημείο των 500Myr χωρίς η κεντρική μελανή οπή να συγκρουστεί με κάποιο άλλο αντικείμενο του σμήνους. Στις προσομοιώσεις αυτές, η IMBH έχει καταλήξει να διαθέτει μια μελανή οπή-συνοδό, ενώ οι αλληλεπιδράσεις με τις υπόλοιπες μελανές οπές και τους αστέρες του συστήματος, έχουν γίνει αρκετά σπάνιες. Θεωρούμε πως οι αλληλεπιδράσεις αυτές είναι απίθανο να οδηγήσουν σε διαφοροποίηση της κατάστασης και ακόμη πιο απίθανο σε σύγκρουση της IMBH με κάποια μελανή οπή, κι έτσι σταματήσαμε τις προσομοιώσεις αυτές. Παρακάτω παραθέτουμε τα αποτελέσματα της προσομοίωσης στην οποία η IMBH σχετικά σύντομα οδηγείται σε σύγκρουση με μια μελανή οπή αστρικής μάζας. Οι αρχικές συνθήκες της προσομοίωσης αυτής ήταν τέτοιες ώστε κατά την εκκίνηση της προσομοίωσης να υπάρχουν 62 μελανές οπές στο σύστημα, με μάζες από $10M_{\odot}$ ως $26.55M_{\odot}$. Να σημειώσουμε εδώ πως είναι η πρώτη φορά που εμφανίζεται μια τέτοια κατάσταση σε μια προσομοίωση N-σωμάτων.

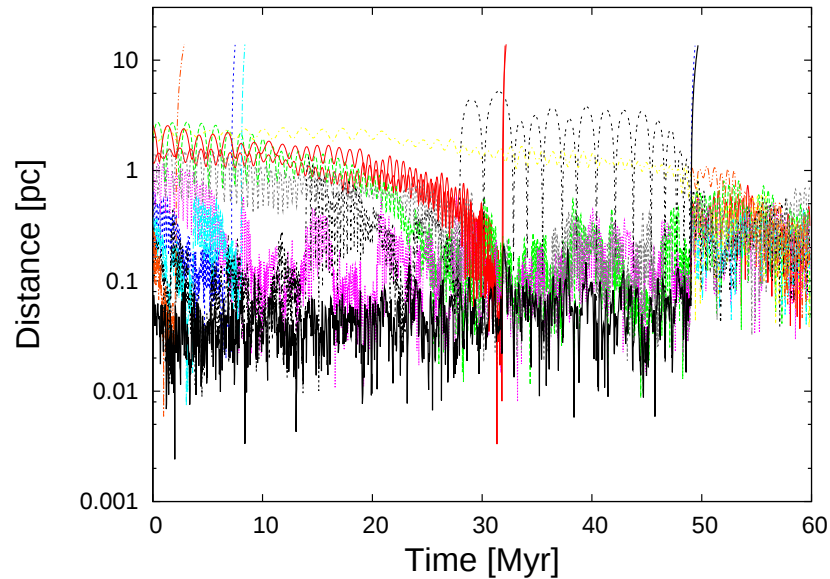
Περιγραφή της εξέλιξης του σμήνους

Αρχικά η IMBH αλληλεπιδρά έντονα με μια ομάδα που αποτελείται από περίπου 20 αστέρες και μελανές οπές. Σύντομα, οι περισσότερες από τις μελανές οπές μεγάλης μάζας του συστήματος προσεγγίζουν το κέντρο και αρχίζουν να αλληλεπιδρούν έντονα με την IMBH και το περιβάλλον της. Έπειτα από $t \sim 3\text{Myr}$ δημιουργείται το πρώτο σχετικά σταθερό διπλό σύστημα με μέλη την IMBH και μια μελανή οπή με μάζα $M_{bh} = 23.9M_{\odot}$. Η αρχική τιμή του μεγάλου ημιάξονα του συστήματος αυτού ήταν $a \sim 88\text{AU}$. Τη χρονική στιγμή $t \sim 9.2\text{Myr}$ το διπλό σύστημα IMBH-BH αλληλεπιδρά έντονα με μια μελανή οπή μάζας $M_{bh} = 20.1M_{\odot}$. Το αποτέλεσμα της αλληλεπίδρασης αυτής είναι η αντικατάσταση του συνοδού της IMBH με αυτή τη μελανή οπή. Το νέο διπλό σύστημα, αρχίζει να εξελίσσεται στο χρόνο έχοντας αρχικό μεγάλο ημιάξονα $a \sim 17.6\text{AU}$. Έπειτα από 40Myr εξέλιξης και αλληλεπιδράσεων με άλλες μελανές οπές που φτάνουν κατά διαστήματα στο κέντρο του σμήνους, το διπλό αυτό σύστημα έχει μεγάλο ημιάξονα $a \sim 5\text{AU}$ και εκκεντρότητα μια μεγάλη $e = 0.965$. Να σημειώσουμε εδώ πως μεγάλες τιμές της εκκεντρότητας για διπλά συστήματα έχουν εντοπιστεί και σε άλλες προσομοιώσεις N-σωμάτων (Dr. Sverre Aarseth προσωπική επικοινωνία). Κατά τη διάρκεια των 40Myr αυτών, πολλές μελανές οπές που έχουν αλληλεπιδράσει με το κεντρικό διπλό σύστημα, αποκτούν μεγάλες ταχύτητες που τις κάνουν να διαφύγουν από το σύστημα. Τέλος, έπειτα από $t \sim 49\text{Myr}$ από την εκκίνηση της



Σχήμα 7.1: Εξέλιξη των ακτίνων Lagrange του σμήνους στο χρόνο. Η απότομη αύξηση των τιμών των ακτίνων Lagrange κοντά στη χρονική στιγμή $t \sim 49\text{Myr}$ οφείλεται στην διαφυγή της IMBH από το σμήνος εξαιτίας της συγκρουσίς της με την 2η μεγαλύτερη μελανή οπή αστρικής μάζας του συστήματος, και της συνεπακόλουθης ανάδρασής της. Η σκούρα μαύρη γραμμή αντιπροσωπεύει την ακτίνα μισής μάζας του σμήνους.

προσομοίωσης το διπλό σύστημα που βρίσκεται στο κέντρο του σμήνους αλλάζει και πάλι. Αυτή τη φορά τη θέση του συνοδού της IMBH αναλαμβάνει η δεύτερη μεγαλύτερη σε μάζα μελανή οπή αστρικής μάζας του συστήματος. Αυτή έχει μάζα $M_{bh} = 26.54M_{\odot}$. Η αρχική τιμή του μεγάλου ημιάξονα του διπλού συστήματος που δημιουργείται είναι $a \sim 6.55\text{AU}$, όμως η εντυπωσιακή τιμή βρίσκεται στην αρχική εκκεντρότητά του που είναι $e = 0.999$. Μια τόσο μεγάλη τιμή εκκεντρότητας συνδυαζόμενη με τη μικρή τιμή του αρχικού μεγάλου ημιάξονα, ενεργοποιεί της εξισώσεις της μετα-νευτώνειας θεωρίας, που απαιτούνται για την σωστή εξέλιξη ενός τέτοιου συστήματος. Ως αποτέλεσμα, ο μεγάλος ημιάξονας του συστήματος φθίνει συστηματικά με το χρόνο, εξαιτίας της συνεπακόλουθης εκπομπής βαρυτικής ακτινοβολίας. Σε σχετικά μικρό χρονικό διάστημα από τη δημιουργία του $T \sim 13000\text{yr}$ το διπλό σύστημα οδηγείται σε σύγκρουση με ταυτόχρονη εκπομπή βαρυτικής ακτινοβολίας, αλλά και ανάδραση της παραγόμενης IMBH. Μια λεπτομερέστερη μελέτη της ανάδρασης μιας μελανής οπής που δημιουργείται με αυτόν τον τρόπο θα ακολουθήσει, όμως κατά την εξέλιξη του συστήματος, και μετά την συγχώνευση των δύο μελανών οπών, η IMBH έλαβε μια ταχύτητα ανάδρασης που την οδήγησε σε άμεση έξοδο από το σμήνος. Οι άμεσες συνέπειες αυτού του γεγονότος στο σμήνος φαίνονται στο Σχήμα 7.1, όπου παρουσιάζεται η εξέλιξη των ακτίνων Lagrange του σμήνους στο χρόνο. Είναι εμφανής η ``αναπήδηση'' όλων των ακτίνων τη στιγμή της απομάκρυνσης της IMBH από το σμήνος. Οι ακτίνες Lagrange αμέσως μετά σταθεροποιούνται σε ελαφρώς μεγαλύτερες τιμές από αυτές που είχαν όταν η IMBH βρισκόταν εντός του συστήματος, όμως σχεδόν σε όλες από αυτές είναι εμφανές πως στα επόμενα $\sim 10\text{Myr}$ που ακολουθούν υπάρχουν ενδείξεις συρρίκνωσης. Η συρρίκνωση

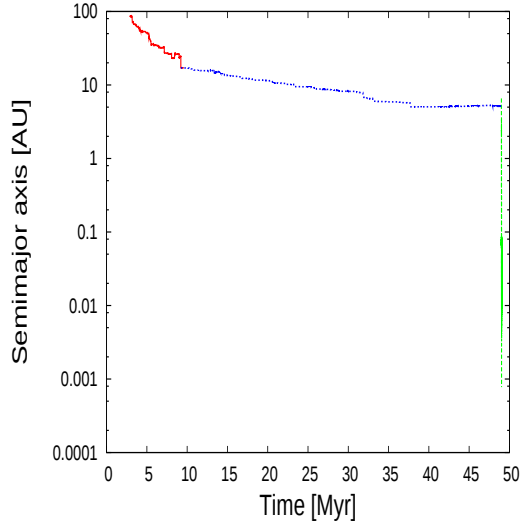


Σχήμα 7.2: Αποστάσεις των 10 μελανών οπών με τη μεγαλύτερη μάζα από το κέντρο του σμήνους, κοντά στο οποίο βρίσκεται η IMBH. Η απόσταση της IMBH από το κέντρο σημειώνεται με σκούρα μαύρη γραμμή. Όπως είναι φανερό, η IMBH διαφεύγει από το σύστημα κοντά σε χρόνο $t \sim 49 \text{ Myr}$ από την εκκίνηση της προσομοίωσης. Άλλες μελανές οπές διαφεύγουν από το σύστημα νωρίτερα λόγω ισχυρών αλληλεπιδράσεων με το διπλό σύστημα IMBH-BH στο κέντρο.

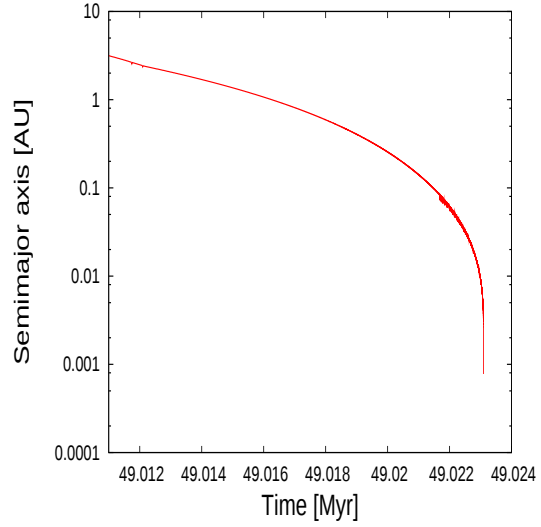
αυτή ερμηνεύεται από τη μη ύπαρξη της IMBH στο κέντρο του συστήματος. Η έλλειψή της, αφαιρεί ένα μηχανισμό "θέρμανσης" του σμήνους (δηλαδή ένα μηχανισμό που προσδίδει μεγάλες ταχύτητες στους αστέρες του σμήνους) κάτι που έχει ως αποτέλεσμα τη συρρίκνωσή του και την οδήγησή του, πιθανότατα, σε μια ακόμη κατάρρευση του πυρήνα στο εγγύς μέλλον, κάτι που είναι αναπόφευκτο αν δε δημιουργηθούν νέα στενά διπλά συστήματα που να αναλάβουν το ρόλο της "θέρμανσης" του κέντρου του σμήνους.

Στο Σχήμα 7.2 παρουσιάζονται οι αποστάσεις των 10 μεγαλύτερων σε μάζα μελανών οπών από το κέντρο του συστήματος. 4 από αυτές διαφεύγουν από το σμήνος αφού πρώτα αλληλεπιδράσουν έντονα με το διπλό σύστημα που βρίσκεται στο κέντρο τη συγκεκριμένη στιγμή. Στο τέλος, η IMBH διαφεύγει παρασύροντας μαζί της μια ακόμη μελανή οπή που έτυχε να βρίσκεται δέσμιά της την προκειμένη χρονική στιγμή. Έπειτα από την απομάκρυνση της IMBH, οι εναπομείνουσες μελανές οπές δεν εξακολουθούν να έλκονται από το κέντρο του συστήματος με τόσο ισχυρές δυνάμεις, κάτι που τις κάνει να μην κινούνται με ραγδαίους ρυθμούς προς αυτό, αλλά να περιφέρονται σε κλειστές τροχιές γύρω του. Αυτό είναι εμφανές στο Σχήμα 7.2, όπου φαίνεται πως οι μελανές οπές δεν ακολουθούν απότομες-σπειροειδείς τροχιές μετά την έξοδο της IMBH από το σύστημα.

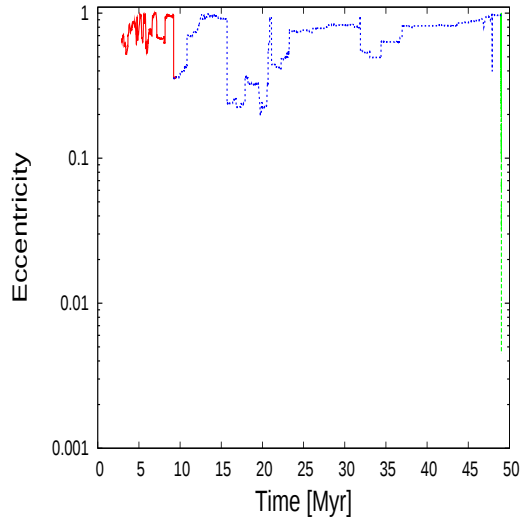
Στα επόμενα Σχήματα (Σχήμα 7.3 και Σχήμα 7.5) παρουσιάζονται η εξέλιξη του μεγάλου ημιάξονα και της εκκεντρότητας του διπλού συστήματος που υπάρχει ανά πάσα στιγμή στο κέντρο του σμήνους. Τα ίδια διαγράμματα για τα τελευταία 10000 έτη της εξέλιξης του τελευταίου IMBH-BH διπλού συστήματος παρουσιάζονται στα Σχήματα 7.4 και 7.6. Στα Σχήματα αυτά είναι εμφανής η επίδραση των μετα-νευτώνειων φαινομένων και πιο συ-



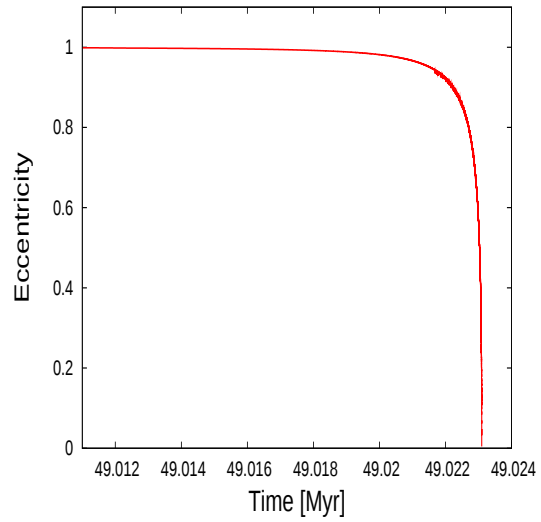
Σχήμα 7.3: Χρονική εξέλιξη του μεγάλου ημιάξονα του IMBH-BH διπλού συστήματος. Αλλαγή του χρώματος στο διάγραμμα σημαίνει αλλαγή του συνοδού της IMBH.



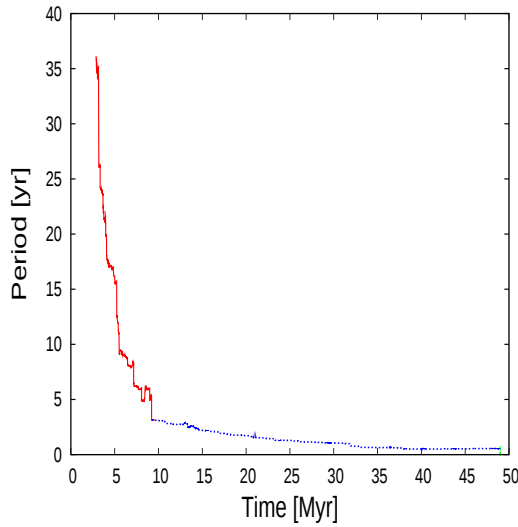
Σχήμα 7.4: Μεγέθυνση των τελευταίων ~ 10000 ετών του διαγράμματος 7.3.



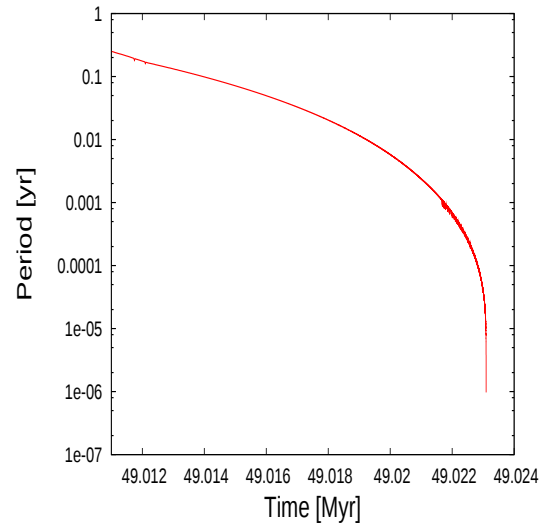
Σχήμα 7.5: Χρονική εξέλιξη της εκκεντρότητας του IMBH-BH διπλού συστήματος. Αλλαγή του χρώματος στο διάγραμμα σημαίνει αλλαγή του συνοδού της IMBH.



Σχήμα 7.6: Μεγέθυνση των τελευταίων ~ 10000 ετών του διαγράμματος 7.5.



Σχήμα 7.7: Χρονική εξέλιξη της περιόδου του MBH-BH διπλού συστήματος. Αλλαγή του χρώματος στο διάγραμμα σημαίνει αλλαγή του συνόδου της IMBH.



Σχήμα 7.8: Μεγέθυνση των τελευταίων ~ 10000 ετών του διαγράμματος 7.7.

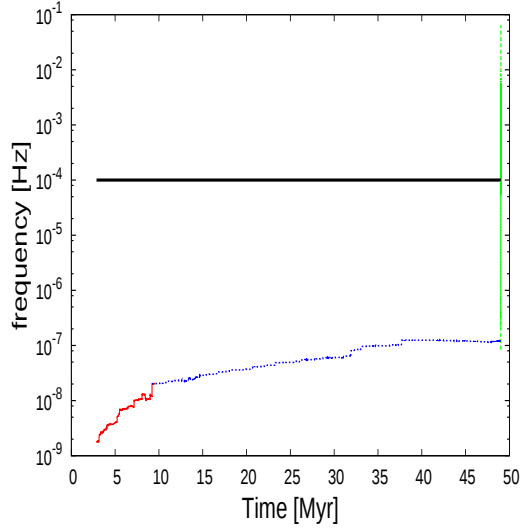
γκεκριμένα της εκπομπής βαρυτικής ακτινοβολίας που οδηγεί σταδιακά το διπλό σύστημα στην σύγκρουση. Τα αντίστοιχα διαγράμματα για την περίοδο του διπλού συστήματος παρουσιάζονται στα Σχήματα 7.7 και 7.8. Στα τελευταία στάδια πριν τη σύγκρουση του το διπλό σύστημα είχε περίοδο της τάξης των δευτερολέπτων.

7.1.3 Βαρυτική ακτινοβολία από σφαιρωτά σμήνη που διαθέτουν μελανή οπή μεσαίας μάζας

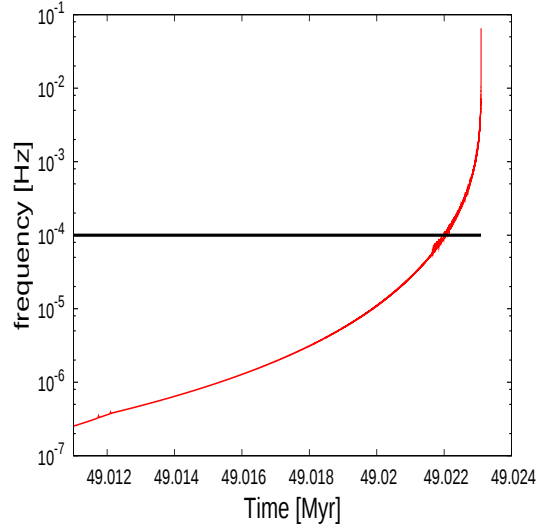
Στην παράγραφο αυτή θα επιχειρήσουμε μια μελέτη της βαρυτικής ακτινοβολίας που εκπέμπεται από ένα διπλό σύστημα μελανών οπών όπως αυτό που οδηγήθηκε σε σύγκρουση στην προσομοίωση που περιγράφηκε στην προηγούμενη παράγραφο. Συνδέοντας με τα προηγούμενα, μπορούμε από την περίοδο του διπλού συστήματος να υπολογίσουμε τη συχνότητα των βαρυτικών κυμάτων που αυτό εκπέμπει την κάθε χρονική στιγμή. Το Σχήμα 7.9 δείχνει την εξέλιξη της συχνότητας των βαρυτικών κυμάτων για όλα τα ζεύγη IMBH-BH που δημιουργήθηκαν από την εκκίνηση της προσομοίωσης. Το Σχήμα 7.10 παρουσιάζει τα τελευταία 10000 έτη του προηγούμενου σχήματος. Η έντονη μαύρη γραμμή στα δύο σχήματα δείχνει την κατώτερη συχνότητα βαρυτικών κυμάτων που θα μπορεί να ανιχνεύσει ο διαστημικός ανιχνευτής LISA.

Στο Σχήμα 7.11 φαίνεται το πως η συχνότητα των βαρυτικών κυμάτων μεταβάλλεται σε σχέση με την εκκεντρότητα του συστήματος, ενώ η σπειροειδής τροχιά του διπλού συστήματος αποτυπώνεται στο διάγραμμα εκκεντρότητας-μεγάλου ημιάξονα που παρουσιάζεται στο Σχήμα 7.12, το οποίο επεξηγείται πλήρως από την επεξήγηση που το συνοδεύει.

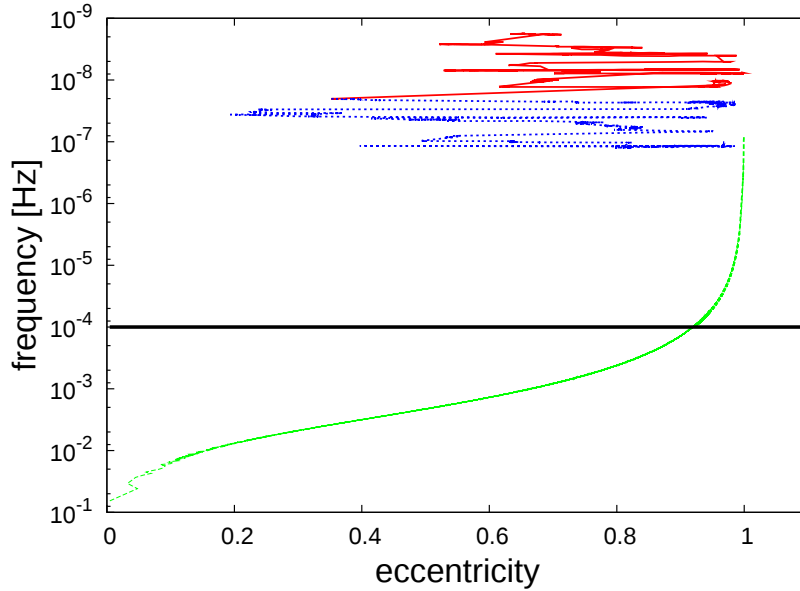
Από τα παραπάνω είναι λογικό να αναρωτηθεί κανείς αν μια τέτοια πηγή βαρυτικής ακτινοβολίας μπορεί να είναι παρατηρήσιμη από τους ανιχνευτές που υπάρχουν ή που ανα-



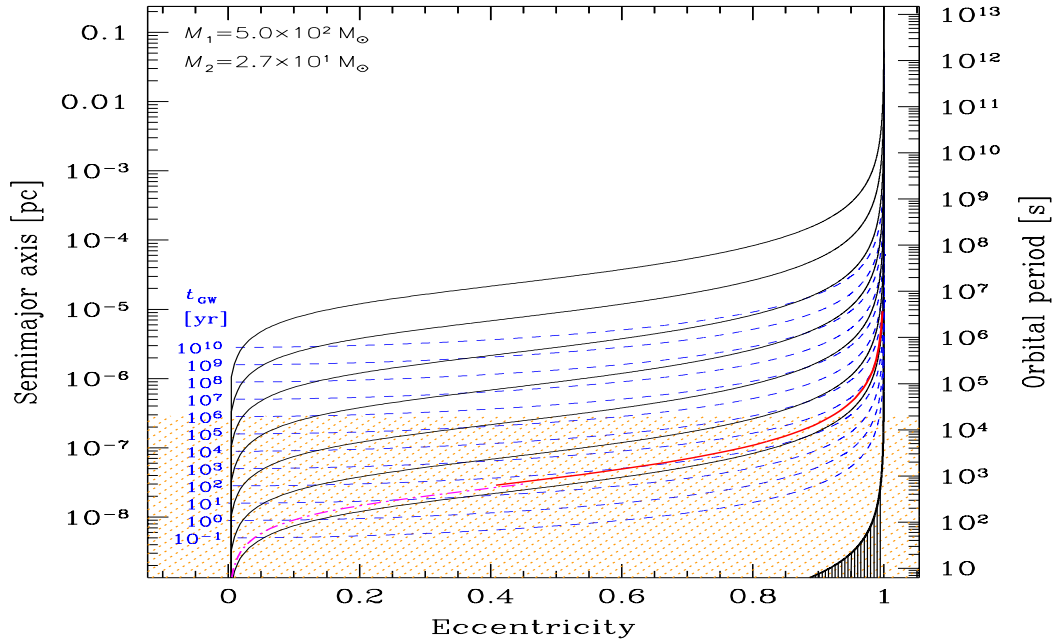
Σχήμα 7.9: Χρονική εξέλιξη της συχνότητας της βαρυτικής ακτινοβολίας που εκπέμπεται από το διπλό σύστημα IMBH-BH από το ξεκίνημα της προσομοίωσης. Αλλαγή του χρώματος στο διάγραμμα σημαίνει αλλαγή του συνοδού της IMBH. Με μαύρη γραμμή σημειώνεται το κάτω όριο συχνοτήτων βαρυτικών κυμάτων που μπορούν να ανιχνευτούν από τη LISA.



Σχήμα 7.10: Μεγέθυνση των τελευταίων ~ 10000 ετών του διαγράμματος 7.9.



Σχήμα 7.11: Η συχνότητα των βαρυτικών κυμάτων που εκπέμπονται από το σύστημα IMBH-BH ως συνάρτηση της εκκεντρότητας του συστήματος. Η εκκεντρότητα με την οποία γίνεται για πρώτη φορά ανιχνεύσιμο το σύστημα από τη LISA είναι $e \sim 0.75$.



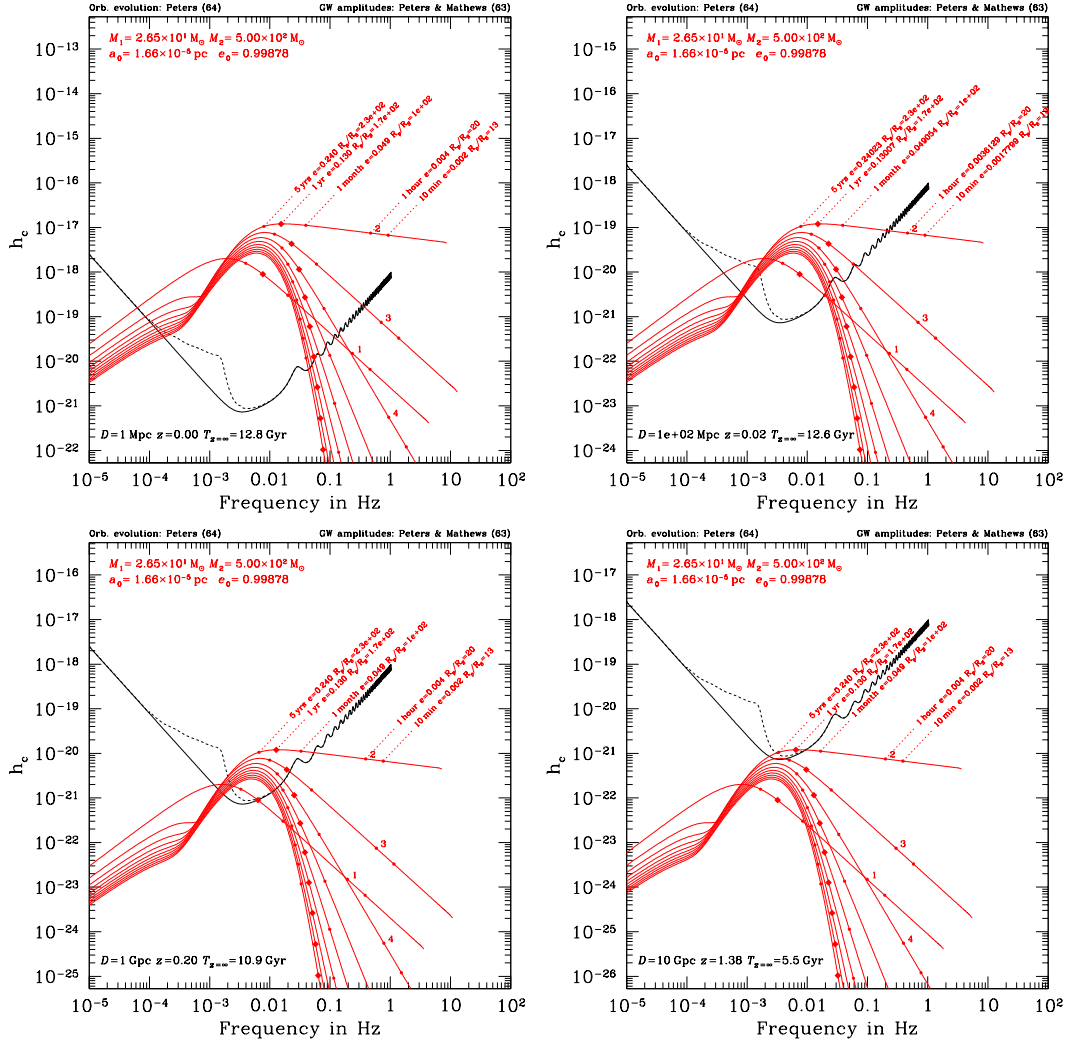
Σχήμα 7.12: Σπειροειδής τροχιά του διπλού συστήματος μελανών οπών στο επίπεδο εκκεντρότητας-μεγάλου ημιάξονα. Η κόκκινη καμπύλη είναι το αποτέλεσμα της προσομοίωσης N-σωμάτων για τα τελευταία στάδια του διπλού συστήματος πριν την οριστική σύγκρουση. Οι συνεχείς μαύρες καμπύλες είναι οι προβλέψεις της μετα-Νευτώνειας θεωρίας, όπως περιγράφονται από τον Peters (1964) [26], για την εξέλιξη παρόμοιων συστημάτων με διαφορετικές αρχικές συνθήκες. Το γεγονός πως η κόκκινη καμπύλη είναι παράλληλη με τις θεωρητικές, αποδεικνύει πως οι εξισώσεις της μετα-Νευτώνειας θεωρίας για την επιτάχυνση και την παράγωγό της, όπως χρησιμοποιούνται στον κώδικα, είναι σωστές. Οι αριθμοί που σημειώνονται δίπλα από κάθε θεωρητική καμπύλη δείχνουν την αναμενόμενη χρονική διάρκεια της σπειροειδούς τροχιάς πριν την οριστική σύγκρουση των μελανών οπών. Με βάση τις θεωρητικές προβλέψεις, το διπλό σύστημα θα οδηγηθεί σε σύγκρουση σε λιγότερο από 1000yr κάτι που συμφωνεί με το αποτέλεσμα της προσομοίωσης στην οποία ο χρόνος ζωής του συστήματος μέχρι τη σύγκρουση είναι ~ 550 yr. Η κόκκινη γραμμοσκιασμένη περιοχή, παριστάνει την περιοχή στην οποία η $n = 2$ αρμονική της εκπεμπόμενης βαρυτικής ακτινοβολίας του συστήματος είναι ανιχνεύσιμη από τη LISA. Τέλος, η σκούρα γραμμοσκιασμένη περιοχή παριστάνει την περιοχή των ασταθών τροχιών.

μένεται να κατασκευαστούν στο μέλλον. Για το λόγο αυτό και με την πολύτιμη βοήθεια του Δρ. Pau Amaro-Seoane, κάναμε μια έρευνα για το σήμα της βαρυτικής ακτινοβολίας που θα προέρχονταν από ένα τέτοιο διπλό σύστημα αν αυτό βρίσκταν σε διάφορες αποστάσεις από τη γη. Για τη μελέτη αυτή, προσδιορίσαμε τις κυματομορφές μιας τέτοιας πηγής βαρυτικών κυμάτων με τη βοήθεια των σχέσεων των αρμονικών όπως παρουσιάζονται στην εργασία του Peters Mathews (1964) [27], ενώ η εξέλιξη των χαρακτηριστικών του διπλού συστήματος έγινε με τις σχέσεις των Peters (1963) [26]. Τα αποτελέσματά μας τα παρουσιάζουμε στα Σχήματα 7.13 και 7.14 στα οποία παρουσιάζουμε και τα "παράθυρα" ανίχνευσης δύο ανιχνευτών βαρυτικών κυμάτων που αναμένεται να κατασκευαστούν στο μέλλον, της LISA και του ALIA που πρόκειται για μια βελτιωμένη έκδοση της LISA που έχει ήδη αρχίσει να μελετάται. Όπως είναι προφανές, ένα τέτοιο διπλό σύστημα, ακόμη κι αν βρίσκεται σε απόσταση 1Gpc από τη γη θα είναι δυνατό να παρατηρηθεί από τους ανιχνευτές αυτούς. Δυστυχώς μια εκτίμηση του αριθμού παραπλήσιων πηγών θα ήταν παρακινδυνευμένη κυρίως λόγω των ασαφειών στην ύπαρξη των IMBH, αλλά και της συχνότητας με την οποία αυτές απαντώνται στα αστρικά σμήνη. Αν παντως η ύπαρξη των IMBH επιβεβαιωθεί με παρατηρήσεις στο ηλεκτρομαγνητικό φάσμα, τότε αναμένεται να υπάρχει μια πληθώρα τέτοιων πηγών, καθώς κάθε γαλαξίας δισθέτει δεκάδες ως και χιλιάδες νεαρά σμήνη και σε έναν όγκο ακτίνας 1Gpc υπάρχουν πολλά σμήνη γαλαξιών που αριθμούν χιλιάδες γαλαξίες.

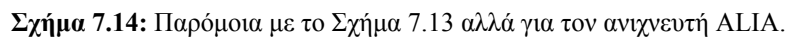
7.1.4 Συμπεράσματα

Σύμφωνα με τα αποτελέσματα λεπτομερών προσομοιώσεων N-σωμάτων που διεξήγαμε είναι πιθανόν σε νεαρά αστρικά σμήνη που διαθέτουν μια IMBH να δημιουργηθεί τουλάχιστον ένα στενό διπλό σύστημα IMBH-BH που να οδηγηθεί σε σύντομο χρονικό διάστημα σε σπειροειδή τροχία και συγχώνευση, εξαιτίας της εκπεμπόμενης βαρυτικής ακτινοβολίας. Μια τέτοια περίπτωση θα ήταν εύκολα παρατηρήσιμη από μελλοντικούς ανιχνευτές βαρυτικής ακτινοβολίας που αναμένεται να τοποθετηθούν στο διάστημα. Επίσης, ένα τέτοιο γεγονός θα είχε συνέπειες στην ίδια την IMBH, αλλά και στο σμήνος που τη φιλοξενεί. Πιο συγκεκριμένα, μετά από σχετική εύρευνα που κάναμε για την ταχύτητα ανάδρασης μιας IMBH μάζας $M_{imbh} \sim 500M_{\odot}$ όταν αυτή συγκρουστεί με μια μελανή οπή μάζας $M \sim 25M_{\odot}$ (επιλέγοντας τυχαίες τιμές για τις ιδιοπεριστροφές των δύο μελανών οπών, αλλά και για τους προσανατολισμούς των ιδιοπεριστροφών τους σε σχέση με το επίπεδο της σπειροειδούς τροχιάς), συμπεράναμε πως η IMBH που θα παραχθεί με αυτόν τον τρόπο, έχει μόλις 30% πιθανότητα να παραμείνει σε ένα σμήνος στου οποίου το κέντρο η ταχύτητα διαφυγής είναι της τάξης των 50km s^{-1} . Αυτό σημαίνει πως είναι δυνατό IMBH να έχουν δημιουργηθεί σε ορισμένα σμήνη, αλλά να μη βρίσκονται πια εκεί, καθώς θα έχουν οδηγηθεί στην έξοδο από αυτά από τα πρώτα ήδη στάδια της ζωής τους.

Όπως αναφέρθηκε από την αρχή της παραγράφου αυτής, ο αριθμός των προσομοιώσεων N-σωμάτων που μπορεί κανείς να κάνει είναι περιορισμένος, κάτι που καθιστά απαγορευτική μια στατιστική μελέτη των φαινομένων που παρατηρήθηκαν. Έτσι, τα αποτελέσματα της εργασίας αυτής μπορούν να θεωρηθούν ως ενδείξεις πως κάτι τέτοιο είναι δυνατό να γίνει σε νεαρά σμήνη που διαθέτουν μια IMBH στα κέντρα τους. Επιπλέον προσομοιώσεις, καλύπτοντας όσο το δυνατό μεγαλύτερο μέρος του χώρου των παραμέτρων, απαιτούνται για την επιβεβαίωση των παρατηρήσεων μας. Ήδη έχουμε ξεκινήσει μια σειρά αντιστοιχών



Σχήμα 7.13: Κυματομορφές των διαφόρων αρμονικών των βαρυτικών κυμάτων που φτάνουν από το διπλό σύστημα στη Γη ως συνάρτηση της συχνότητάς τους. Το διπλό σύστημα θεωρείται πως βρίσκεται σε αποστάσεις 1Mpc (σχήμα επάνω-αριστερά), 100Mpc (σχήμα επάνω-δεξιά), 1Gpc (σχήμα κάτω-αριστερά) και 10Gpc (σχήμα κάτω-δεξιά) από τη Γη. Το ``παράθυρο'' της LISA σημειώνεται στα διαγράμματα. Οι αριθμοί δίπλα από κάθε καμπύλη σημειώνουν την αντίστοιχη αρμονική συνιστώσα του βαρυτικού κύματος, όπως αυτή προσδιορίζεται από τις εξισώσεις των Peters & Mathews (1964) [27].



προσομοιώσεων τα αποτελέσματα των οποίων αναμένονται στους επόμενους μήνες.

Τα αποτελέσματα του Κεφαλαίου αυτού έχουν δημοσιευτεί στην εργασία A3 που αναφέρεται στο Παράρτημα Β: Βιογραφικό Σημείωμα.

7.2 Νεαρά αστρικά σμήνη και IMBH ως δομικά συστατικά υπέρ-πυκνων νάνων γαλαξιών

Παρατηρήσεις των τελευταίων δέκα ετών με το διαστημικό τηλεσκόπιο Hubble φανέρωσαν την ύπαρξη αντικειμένων που, εξαιτίας του μεγέθους τους, δεν μπορούν να καταταχθούν ούτε μεταξύ των σφαιρωτών σμηνών, αλλά ούτε και των γαλαξιών. Οι μάζες των αστρικών αυτών ομάδων κυμαίνονται από $10^6 M_\odot$ ως και $10^8 M_\odot$ και οι ακτίνες τους από 10 pc ως και 100 pc. Από τα μεγέθη αυτά είναι φυσιολογικό να υπάρχει προβληματισμός σχετικά με την κατηγοριοποίηση των αντικειμένων αυτών τα οποία έχει επικρατήσει να ονομάζονται υπέρ-πυκνοι γαλαξίες νάνοι (ultra-compact dwarf galaxies: UCDs) και να αποτελούν μία ξεχωριστή κατηγορία αστρικών σμηνών. Έως και σήμερα έχουν βρεθεί πολλοί τέτοιοι γαλαξίες τόσο μέσα σε σμήνη γαλαξιών, όσο και σε πιο απομονωμένα περιβάλλοντα. Μία πλήρης λίστα με δημοσιεύσεις σχετικές με παρατηρήσεις UCDs παρουσιάζεται στην εισαγωγή της εργασίας [116].

Η προέλευση και η εξέλιξη των UCDs παραμένει ένα από τα αινίγματα της αστρονομίας. Οι Bekki et al. (2001) [117] πρότειναν πως προέρχονται από κανονικούς γαλαξίες-νάνους που για κάποιο λόγο έχουν χάσει τα εξωτερικά τους στρώματα, αλλά και την άλω σκοτεινής ύλης που τους περιβάλλει. Αντίθετα οι Mieske et al. (2002) [118] έχουν προτείνει πως οι UCDs είναι απλά μεγάλης μάζας σφαιρωτά σμήνη αστερών. Οι Bruenz et al. (2011) [116] ξεκινώντας με την υπόθεση πως σε ορισμένες περιπτώσεις τα αστρικά σμήνη γεννιούνται σχηματίζοντας ομάδες, κι έπειτα από προσομοιώσεις N-σωμάτων που διεξήγαγαν, κατέληξαν στο συμπέρασμα πως η δημιουργία των UCDs μπορεί να ερμηνευτεί από διαδοχικές συγκρούσεις μεταξύ νεαρών αστρικών σμηνών. Σύμφωνα με τις προσομοιώσεις τους, στις οποίες χρησιμοποίησαν μικρό αριθμό σμηνών, η δημιουργία ενός UCD μπορεί να γίνει στα πρώτα 100 Myr από τη δημιουργία του σμήνους των αστρικών σμηνών. Υπάρχουν όμως τέτοιες συγκεντρώσεις σμηνών που να μπορούν να σχηματίσουν τόσο μεγάλα αντικείμενα; Την απάντηση στο ερώτημα αυτό έδωσαν παρατηρήσεις των τελευταίων ετών που έγιναν επίσης με το διαστημικό τηλεσκόπιο Hubble. Πιο συγκεκριμένα σε ορισμένα ζεύγη γαλαξιών που βρίσκονται υπό σύγκρουση, όπως στον διπλό γαλαξία Antennae, αποκαλύφθηκε η ύπαρξη πολλών συγκεντρώσεων νεαρών αστρικών σμηνών σε περιοχές με ακτίνες που μπορεί να φτάνουν και τα 500 pc. Τα υπερ-σμήνη αυτά ονομάστηκαν συμπλέγματα αστρικών σμηνών (Cluster Complexes: CCs). Σύμφωνα με τα έως τώρα παρατηρησιακά δεδομένα οι μάζες των CCs κυμαίνονται από $10^6 M_\odot$ ως και $10^8 M_\odot$, ενώ οι διαστάσεις τους από 100 pc ως και 500 pc.

Η περίπτωση που έχει μελετηθεί περισσότερο είναι αυτή των γαλαξιών Antennae (NGC 4038/4039), η οποία είναι το πλησιέστερο παράδειγμα συγκρουόμενων σπειροειδών γαλαξιών που αναφέρεται στην λίστα Toomre (1977) [119]. Σε αυτόν τον νεαρό γαλαξία που βρίσκεται υπό σύγκρουση, οι παρατηρήσεις του Hubble Space Telescope αποκάλυψαν την ύπαρξη πολλών, σχετικά μικρών, περιοχών στις οποίες βρίσκονται εκατοντάδες νεαρά

σμήνη [120, 121, 122]. Οι Whitmore et al. (2010) [120] παρατήρησαν 18 τέτοιες περιοχές, που της ονόμασαν "knots", μεγέθους $100 - 600 \text{ pc}$ οι οποίες περιέχουν εκατοντάδες σμήνη. Η συνάρτηση μάζας αυτών των συστημάτων έχει μελετηθεί εκτενώς από τους Zhang & Fall (1999) [123], οι οποίοι έδειξαν ότι οι παρατηρούμενοι γαλαξίες με μάζες $M \sim 10^4 - 10^6 M_\odot$ ακολουθούν μια δυναμική κατανομή με εκθέτη $n = -2$ ($MdM = 10^{-2}$). Οι Bastian et al. (2006) [124] ανακάλυψαν ότι στους γαλαξίες Antennae υπάρχουν επίσης χαμηλής μάζας CCs με μάζες γύρω στις $10^6 M_\odot$ και διαμέτρους $100 - 200 \text{ pc}$. Καποια από τα CCs που έχουν παρατηρηθεί έχουν ακτίνες μεγαλύτερες από τις παλιρροιακές ακτίνες τους (tidal radii), που σημαίνει ότι αυτά τα CCs θα χάσουν καποια από τα σμήνη ή τα αστέρια τους, τα οποία αναμένεται να παγιδευτούν από το βαρυτικό πεδίο του γαλαξία. Ένα από τα περισσότερο μελετημένα CCs είναι η "knot S" με συνολική μάζα $10^8 M_\odot$ και ακτίνα $\sim 450 \text{ pc}$ [121]. Σε αυτό έχουν παρατηρηθεί περίπου 100 σμήνη με το μεγαλύτερης μάζας να έχει μάζα $1.63 \times 10^6 M_\odot$ [120]. Ο αριθμός των CCs που έχουν βρεθεί και σε άλλους γαλαξίες που βρίσκονται σε διαδικασία σύγκρουσης αυξάνεται συνεχώς, κυρίως εξαιτίας της βελτίωσης των οργάνων και των τεχνικών παρατήρησης. CCs έχουν βρεθεί επίσης στο γαλαξία NGC7673 [125], στον M82 [126], στον NGC6745 (de Grijs et al. 2003), στον Stephan's Quintet [127], αλλά και στον NGC 922 [128].

Οι CCs είναι δέσμια συστήματα [129, 130, 116, 120] και σε σχετικά μικρές χρονικές κλίμακες τουλάχιστον κάποια από σμήνη-μέλη τους θα συγχωνευτούν σχηματίζοντας ένα μεγαλύτερο αντικείμενο. Όπως αναφέρθηκε παραπάνω οι Kroupa et al (1998,2005) [129, 130] χρησιμοποίησαν προσομοιώσεις N-σωμάτων για να δείξουν ότι τα CCs μπορεί να είναι οι πρόγονοι των UCDs. Πρόσφατα οι Bruens et al. (2011) [116] πραγματοποίησαν προσομοιώσεις N-σωμάτων των CCs καλύπτοντας ένα μεγάλο μέρος του χώρου των παραμέτρων, χρησιμοποιώντας διαφορετικές συνολικές μάζες ($10^{5.5} - 10^8 M_\odot$) και αρχικές ακτίνες Plummer $10 - 160 \text{ pc}$. Τα συμπεράσματά τους δείχνουν ότι αντικείμενα όπως οι UCDs, εκτεταμένα αστρικά σμήνη (Extended Clusters: ECs) ή ακόμη και τα μεγάλα σφαιρωτά σμήνη (Globular Clusters: GCs) που παρατηρούνται στους σημερινούς γαλαξίες, μπορεί να έχουν προέλθει από την συγχώνευση αρχικών CCs. Σύμφωνα με τις προσομοιώσεις τους, σχεδόν όλα τα σμήνη-μέλη ενός CC θα συννενοθούν σε χρόνο λιγότερο από 1 Gyr , ενώ σε μερικές περιπτώσεις ο χρόνος στον οποίον θα συμβεί η συγχώνευσή τους είναι της τάξης των 10 Myr . Το τελικό αποτέλεσμα μπορεί να περιέχει έως $26 - 97\%$ της μάζας του αρχικού CC και να έχει μέγεθος έως και 55 Mpc .

Οι επαναλαμβανόμενες συγκρούσεις σμηνών στα CCs μπορεί να έχουν ενδιαφέρον όχι μόνο για τον σχηματισμό μεγάλων GCs ή ενός UCD, αλλά και για την αστρονομία βαρυτικής ακτινοβολίας. Όπως αναφέρθηκε στο Κεφάλαιο 4, θεωρητικές και υπολογιστικές μελέτες δείχνουν ότι τουλάχιστον ένα μέρος των νεαρών σμηνών θα μπορούσε να έχει στο κέντρο του μια IMBH. Παρά το γεγονός ότι η ύπαρξη τους δεν έχει επιβεβαιωθεί από παρατηρήσεις, ο κατάλογος των σμηνών που θα μπορούσαν να περιέχουν μία MBH είναι πλέον μεγάλος [53, 54, 55, 56, 59]. Σε αυτή την εργασία θα δεχτούμε την ύπαρξη τους σαν μία υπόθεση εργασίας ή ansatz.

Οι Amaro-Seoane & Freitag (2006) [80] έδειξαν ότι η συγχώνευση δύο σμηνών που περιέχουν στα κέντρα τους IMBHs θα οδηγήσει στο σχηματισμό ενός διπλού συστήματος από IMBH, το οποίο θα οδηγηθεί σε συγχώνευση μέσα σε μία συντομη χρονική κλίμακα της τάξης των $\sim 7 \text{ Myr}$. Μια τέτοια συγχώνευση θα μπορούσε να ανιχνευτεί εύκολα από τους

επίγειους ανιχνευτές βαρυτικών κυμάτων όπως ο Advanced LIGO ή ο Advanced VIRGO αν το γεγονός συμβεί εντός των ορίων ευαισθησίας του ανιχνευτή [131]. Όπως αναφέρθηκε με λεπτομέρεια στο Κεφάλαιο 3 (παράγραφος 3.4), προσομοιώσεις της Αριθμητικής Σχετικότητας έχουν δείξει ότι κατά τη διάρκεια της συγχώνευσης δύο μελανών οπών εκπέμπεται βαρυτική ακτινοβολία μη συμμετρικά, με το μέγεθος της ασυμμετρίας να εξαρτάται από τον λόγο των μαζών των δύο μελανών οπών καθώς επίσης και από το μέγεθος και τον προσανατολισμό των ιδιοπεριστροφών τους (δες για παράδειγμα [132] και αναφορές που αναφέρονται εκεί). Όπως αναφέρεται επίσης στο Κεφάλαιο 3, αυτή η ασυμμετρία στην εκπομπή της βαρυτικής ακτινοβολίας δίνει στη μελανή οπή που προκύπτει μια ταχύτητα ανάδρασης. Αν αυτή η ταχύτητα ανάδρασης υπερβαίνει τη μέση ταχύτητα διασποράς του σμήνους, τότε η IMBH που δημιουργείται το εγκαταλείπει κατευθυνόμενη προς στο μεσογαλαξιακό χώρο. Αν η σύγκρουση των δύο σμηνών συμβαίνει μέσα σε ένα CC, τότε η IMBH μπορεί να παραμείνει δέσμια του συστήματος και να οδηγηθεί σε ``συγκρούσεις'' με κάποια από τα άλλα σμήνη του καταλήγοντας στο κέντρο ενός από αυτά.

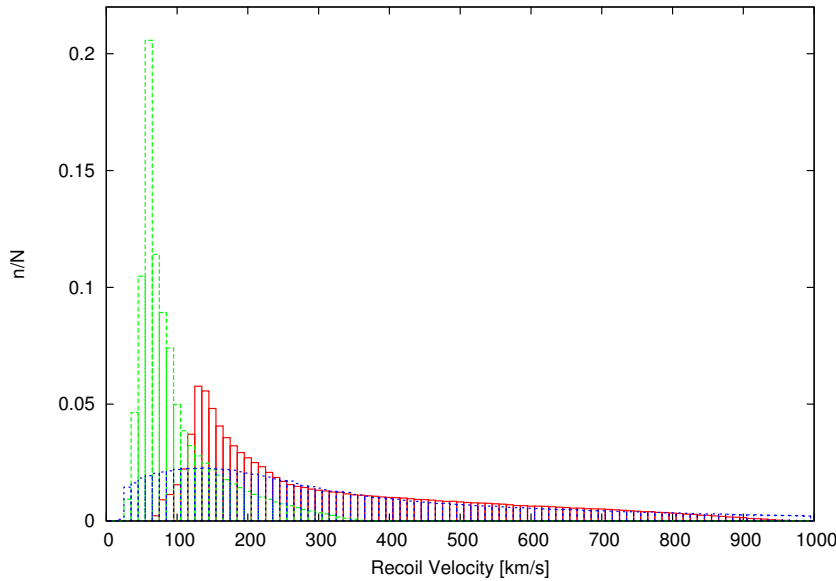
Στην παράγραφο αυτή παρουσιάζουμε τα αποτελέσματα της έρευνας για τη δημιουργία ενός UCD από τη συγχώνευση πολλών αστρικών σμηνών που είναι δυνατό να γίνει σε ένα CC, αλλά και το ρόλο που μπορεί να έχει η ύπαρξη μιας αναδράζουσας IMBH στο σύστημα. Στην υποπαράγραφο 7.2.1 παρουσιάζουμε μια εκτίμηση της ταχύτητας ανάδρασης μιας IMBH, χρησιμοποιώντας τις σχέσεις που παρουσιάστηκαν στο Κεφάλαιο 3. Ανάλογα με το μέγεθος της ταχύτητας αυτής, η IMBH είναι δυνατόν να παραμείνει ή να διαφύγει από το σύστημα. Στην υποπαράγραφο 7.2.2 αναλύουμε τις αλληλεπιδράσεις μιας αναδράζουσας IMBH με ένα σμήνος που μπορεί να είναι μέλος ενός CC. Για το σκοπό αυτό, πραγματοποιήσαμε αναλυτικές προσομοιώσεις N-σωμάτων που καλύπτουν ένα μεγάλο μέρος του χώρου των παραμέτρων. Στην υποπαράγραφο 7.2.3 περιγράφουμε τις μεγαλύτερης κλίμακας προσομοιώσεις που διεξήγαμε, αλλά και τα κύρια αποτελέσματα της έρευνας. Τέλος, στην υποπαράγραφο 7.2.5 παρουσιάζουμε τα συμπεράσματα της εργασίας αυτής.

Τα αποτελέσματα της υποπαραγράφου αυτής συμπεριλαμβάνονται στην εργασία A2 που αναφέρεται στο Παράρτημα B: Βιογραφικό Σημείωμα.

7.2.1 Αρχική ταχύτητα της αναδράζουσας IMBH

Στην παράγραφο αυτή υπολογίζουμε την πιθανότερη ταχύτητα ανάδρασης της τελικής IMBH στην περίπτωση που περιγράφεται από τους Amaro-Seoane & Freitag (2006)[80]. Οι συγγραφείς μελετούν την συγχώνευση δύο σμηνών που το κάθε ένα από αυτά περιέχει μία IMBH. Βρίσκουν ότι μετά από $\sim 7\text{Myr}$ το διπλό σύστημα θα συνενωθεί λόγω της εκπομπής βαρυτικής ακτινοβολίας. Διεξήγαμε μία σειρά πειραμάτων για να μελετήσουμε τις πιθανές ταχύτητες ανάδρασης του προϊόντος της συγχώνευσης των δύο περιστρεφόμενων μελανών οπών. Γι' αυτό χρησιμοποιούμε την ημι-αναλυτική σχέση των Lousto et al.(2010) [?] που παρουσιάζεται λεπτομερώς στο Κεφάλαιο 3 (παράγραφος 3.4) αυτής της διατριβής.

Χρησιμοποιήσαμε την εξίσωση (3.60) για διαφορετικές τιμές του λόγου μαζών q περιορίζοντας όμως τη μελέτη μας στην περιοχή $0.01 \leq q \leq 0.1$, καθώς ο λόγος μαζών δύο συγκρουόμενων σμηνών βρίσκεται σε αυτό το διάστημα και θεωρούμε πως η μάζα της κάθε IMBH είναι ανάλογη της μάζας του σμήνους μέσα στο οποίο αυτή βρίσκεται. Για κάθε τιμή του λόγου μαζών, υπολογίσαμε το αποτέλεσμα που δίνει η εξίσωση (3.60) για την ταχύτητα



Σχήμα 7.15: Ιστογράμματα των ταχυτήτων ανάδρασης που προκύπτουν από διαφορετικούς λόγους μαζών ενός διπλού συστήματος μελανών οπών. Η κόκκινη συνεχής καμπύλη αναφέρεται σε λόγο μαζών $q = 0.2$, η πράσινη διακεκομμένη καμπύλη σε λόγο μαζών $q = 0.1$, ενώ τέλος η μπλε καμπύλη σε λόγο μαζών $q = 1$.

ανάδρασης της παραγόμενης IMBH, χρησιμοποιώντας τυχαίες τιμές τόσο για το μέγεθος των ιδιοπεριστροφών των δύο μελανών οπών, όσο και για τον προσανατολισμό τους σε σχέση με την γωνιακή στροφορμή L του συστήματος. Επαναλάβουμε τον κάθε υπολογισμό 10^7 φορές και τα αποτελέσματα για τρεις τιμές του λόγου μαζών ($q=1$, 0.2 και 0.1) παρουσιάζονται με μορφή ιστογραμμάτων στο Σχήμα 7.15. Τα ιστογράμματα έχουν το μέγιστο τους κοντά στην πιο πιθανή τιμή της ταχύτητας ανάδρασης, ενώ παρουσιάζουν μεγάλες ``ουρές" προς πολύ μεγάλες ταχύτητες, οι οποίες όμως παρουσιάζουν μικρή πιθανότητα να εμφανιστούν. Ο λόγος γι' αυτό είναι πως οι μεγάλες ταχύτητες ανάδρασης προϋποθέτουν μεγάλες τιμές για την ιδιοπεριστροφή (spin) των δύο IMBH, αλλά και ειδικό προσανατολισμό αυτών (αντιπαράλληλες μεταξύ τους κι επάνω στο επίπεδο της τροχιάς). Από τα ιστογράμματα συμπεραίνουμε επίσης πως καθώς ο λόγος μαζών μεγαλώνει, η καμπύλη παρουσιάζεται πιο εκτενής με χαμηλότερο και πιο δυσδιάκριτο μέγιστο, κάτι που σημαίνει πως υπάρχει ένα εύρος πιθανότερων ταχυτήτων ανάδρασης, παρά μια και μοναδική πιθανότερη τιμή. Επίσης, μείωση του λόγου μαζών μετατοπίζει το ιστόγραμμα, αλλά και το μέγιστό του προς μικρότερες τιμές της ταχύτητας ανάδρασης. Το μέγιστο των ιστογραμμάτων εμφανίζεται στην τιμή $v \sim 150 \text{ km s}^{-1}$ για $q = 1$, $v \sim 135 \text{ km s}^{-1}$ για $q = 0.2$ και $v \sim 65 \text{ km s}^{-1}$ για $q = 0.1$. Μια πιο λεπτομερής μελέτη της ταχύτητας ανάδρασης μελανών οπών που προκύπτουν από συγχωνεύσεις άλλων μελανών οπών, παρουσιάζεται στην εργασία [133]. Από τα παραπάνω αποτελέσματα είναι λογικό να θεωρήσουμε για τους σκοπούς της μελέτης που κάνουμε πως η αναδράζουσα IMBH που έχει δημιουργηθεί κοντά στο κένρο ενός CC, έχει αρχική ταχύτητα $v \sim 100 \text{ km s}^{-1}$. Η ταχύτητα αυτή είναι αρκετά μεγαλύτερη από την ταχύ-

τητα διαφυγής ενός σμήνους, οπότε θεωρείται δεδομένο πως η IMBH θα διαφύγει από αυτό, όμως δεν είναι σίγουρο το αν θα διαφύγει από το CC καθώς κι αν θα έχει αλληλεπιδράσεις με άλλα αστρικά σμήνη-μέλη αυτού.

7.2.2 Αλληλεπιδράσεις μεταξύ μιας αναδράζουσας IMBH κι ενός νεαρού αστρικού σμήνους

Σε αυτήν την παράγραφο μελετάμε για ένα ευρύ φάσμα παραμέτρων τη σύγκρουση ανάμεσα σε μια αναδράζουσα IMBH και ένα νεαρό αστρικό σμήνος που βρίσκονται μέσα σε ένα CC. Για το σκοπό αυτό αρχικά υπολογίζουμε θεωρητικά το μέσο χρόνο (t_{capt}) μέσα από τον οποίο ένα σμήνος συλλαμβάνει μια IMBH. Έπειτα, παρουσιάζουμε τα αποτελέσματα από ~ 200 προσομοιώσεις για τη δημιουργία ενός "δικτύου" που καλύπτει μεγάλο μέρος του χώρου των παραμέτρων. Τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων αυτών, θα χρησιμοποιηθούν αργότερα στις προσομοιώσεις της IMBH στο CC.

Εκτίμηση του χρόνου σύλληψης της IMBH από ένα σμήνος

Αν το σμήνος περιφέρεται γύρω από τον γαλαξία του σε κυκλική τροχία αυτή η χρονική κλίμακα δίνεται από τη σχέση:

$$t_{\text{capt}}^{-1}(R) = n_{\bullet}(R) \int_0^{\infty} dV_{\text{rel}} V_{\text{rel}} g_R(V_{\text{rel}}) S_{\text{capt}}(V_{\text{rel}}), \quad (7.1)$$

Όπου $n_{\bullet}$ είναι η αριθμητική πυκνότητα των MBHs, η οποία υποθέτουμε πως ακολουθεί σφαιρική χωρική κατανομή, $g_R(V_{\text{rel}})$ είναι η τοπική κατανομή σχετικών ταχυτήτων και $S_{\text{capt}}(V_{\text{rel}})$ είναι η ενεργός διατομή "σύλληψης" της IMBH από το σμήνος. Παρακάτω διευκολύνουμε τον συμβολισμό παραλείποντας την εξάρτηση των διαφόρων ποσοτήτων από το R . Απλουστεύοντας τους υπολογισμούς, υποθέτουμε ότι οι ταχύτητες ακολουθούν μια κατανομή Maxwell με διασπορά σ_{rel} ,

$$g(V_{\text{rel}}) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sigma_{\text{rel}}^{-3} V_{\text{rel}}^2 e^{-[V_{\text{rel}}^2/(2\sigma_{\text{rel}}^2)]}. \quad (7.2)$$

Γενικά, η ενεργός διατομή "σύλληψης" μπορεί να γραφεί ως

$$S_{\text{capt}}(V_{\text{rel}}) = \pi d_{\text{capt}}(V_{\text{rel}})^2 \left(1 + \frac{2(\mathcal{M}_{\text{cl}} + \mathcal{M}_{\bullet})}{d_{\text{capt}}(V_{\text{rel}}) V_{\text{rel}}^2} \right), \quad (7.3)$$

όπου $d_{\text{capt}}(V_{\text{rel}})$ είναι η απόσταση από το κέντρο του σμήνους μέσα στην οποία πρέπει να βρεθεί η IMBH (αν θεωρήσουμε μια υπερβολική αλληλεπίδραση Kepler) έτσι ώστε να συλληφθεί. $\mathcal{M}_{\text{cl}}$ και $\mathcal{M}_{\bullet}$ είναι οι μάζες του σμήνους και της IMBH αντίστοιχα. Περιμένουμε πως η σύλληψη της IMBH δεν μπορεί να συμβεί αν η σχετική ταχύτητα είναι μεγαλύτερη από μία κρίσιμη τιμή της τάξης της ταχύτητας διασποράς του σμήνους, η οποία είναι περίπου $V_h \equiv (G\mathcal{M}_{\text{cl}}/R_h)^{1/2} \simeq 15 \text{ km s}^{-1} (\mathcal{M}_{\text{cl}}/10^5 M_{\odot})^{1/2} (R_h/2 \text{ pc})^{-1/2}$. Όπου R_h είναι η ακτίνα μισής μάζας (half mass radius) του σμήνους. Για τον σκοπό του απλοποιημένου υπολογισμού μας μπορούμε να υποθέσουμε μία σταθερή τιμή για την ακτίνα σύλληψης κάτω από

την κρίσιμη τιμή

$$d_{\text{capt}} = \begin{cases} \xi R_h & V_{\text{rel}} < \eta V_h, \\ 0 & V_{\text{rel}} > \eta V_h, \end{cases} \quad (7.4)$$

όπου η και ξ είναι παράγοντες της τάξης της μονάδας. Όταν $V_{\text{rel}} < \eta V_h \lesssim [2(\mathcal{M}_{\text{cl}} + \mathcal{M}_{\bullet})/d_{\text{capt}}]^{1/2}$, το φαινόμενο της βαρυτικής συγκέντρωσης (gravitational focusing) κυριαρχεί της ενεργού διατομής. Έτσι,

$$S_{\text{capt}} \simeq \begin{cases} 2\pi\xi R_h \frac{G(\mathcal{M}_{\text{cl}} + \mathcal{M}_{\bullet})}{V_{\text{rel}}^2} & V_{\text{rel}} < \eta V_h, \\ 0 & V_{\text{rel}} > \eta V_h, \end{cases} \quad (7.5)$$

και η έκφραση του χρόνου σύλληψης γίνεται

$$t_{\text{capt}}^{-1} \approx 2^{3/2} \pi^{1/2} G(\mathcal{M}_{\text{cl}} + \mathcal{M}_{\bullet}) \xi R_h \times \frac{n_{\bullet}}{\sigma_{\text{rel}}} \int_0^{\eta V_h} \frac{dV_{\text{rel}}}{\sigma_{\text{rel}}} \frac{V_{\text{rel}}}{\sigma_{\text{rel}}} e^{-[V_{\text{rel}}^2/(2\sigma_{\text{rel}}^2)]}. \quad (7.6)$$

Το ολοκλήρωμα ως προς τη σχετική ταχύτητα δίνει $1 - \exp(-[\frac{1}{2}(\eta V_h/\sigma_{\text{rel}})^2]) \simeq \frac{1}{2}(\eta V_h/\sigma_{\text{rel}})^2$. Χρησιμοποιώντας τον ορισμό της V_h παίρνουμε τελικά

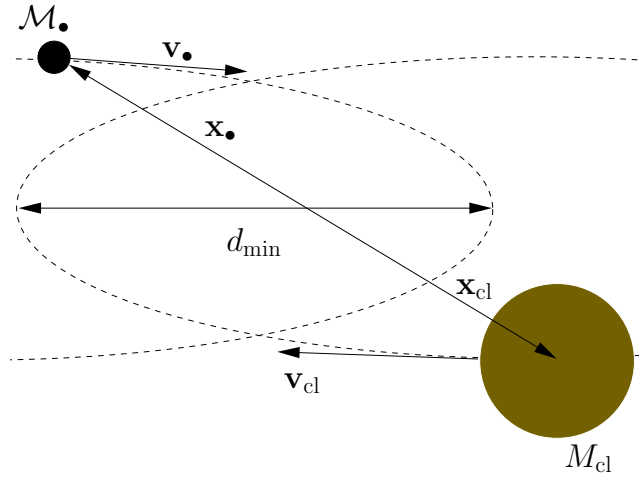
$$\begin{aligned} t_{\text{capt}} &\approx \left[\sqrt{2\pi} \xi \eta^2 G^2 (\mathcal{M}_{\text{cl}} + \mathcal{M}_{\bullet}) \mathcal{M}_{\text{cl}} \frac{n_{\bullet}}{\sigma_{\text{rel}}} \right]^{-1} \\ &\approx 84 \text{ Gyr } \xi^{-1} \eta^{-2} \left(\frac{\mathcal{M}_{\text{cl}} + \mathcal{M}_{\bullet}}{2 \times 10^5 M_{\odot}} \right)^{-1} \left(\frac{\mathcal{M}_{\text{cl}}}{10^5 M_{\odot}} \right)^{-1} \\ &\quad \times \left(\frac{\sigma_{\text{rel}}}{200 \text{ km s}^{-1}} \right)^3 \left(\frac{n_{\bullet}}{100 \text{ kpc}^{-3}} \right)^{-1}. \end{aligned} \quad (7.7)$$

Από τη σχέση συμπεραίνουμε πως ο χρόνος σύλληψης, εξαρτάται ασθενώς από τη μάζα της IMBH αρκεί αυτή να είναι μικρότερη από τη μάζα του σμήνους. Στη πραγματικότητα, όπως θα δείξουν οι προσομοιώσεις μας στην επόμενη παράγραφο, η ενεργός διατομή "σύλληψης" της IMBH (που εδώ εκφράζεται μέσω των συντελεστών ξ και η), αυξάνεται με τον λόγο $\mathcal{M}_{\bullet}/\mathcal{M}_{\text{cl}}$ ως αποτέλεσμα της ισχυρότερης επίδρασης της δυναμικής τριβής.

Αρχικές συνθήκες για τις προσομοιώσεις N-σωμάτων των αλληλεπιδράσεων IMBH-σμηνών

Θέτουμε την IMBH και το σμήνος σε μια παραβολική τροχιά έτσι ώστε η ελάχιστη απόσταση στην οποία βρίσκονται, αν θεωρηθούν τη δεδομένη στιγμή σαν σημειακά σωματίδια, να είναι η d_{min} του Σχήματος 7.16. Στο σύστημα αναφοράς του κέντρου μάζας (COM):

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{\bullet} &= \lambda_{\text{cl}} \mathbf{d}, \\ \mathbf{x}_{\text{cl}} &= -\lambda_{\bullet} \mathbf{d}, \\ \mathbf{v}_{\bullet} &= \lambda_{\text{cl}} \mathbf{v}_{\text{rel}}, \\ \mathbf{v}_{\text{cl}} &= -\lambda_{\bullet} \mathbf{v}_{\text{rel}} \end{aligned} \quad (7.8)$$



Σχήμα 7.16: "Γεωμετρία" των αρχικών συνθηκών μιας παραβολικής σύγκρουσης στο σύστημα συντεταγμένων του κέντρου μάζας του συστήματος IMBH--σμήνος. Για να παραχθεί το αποτέλεσμα του Σχήματος 7.17, μεταβάλλαμε συστηματικά της παραμέτρους d , v_{rel} και το λόγο μαζών μεταξύ της IMBH και του σμήνους.

όπου v_{rel} είναι η σχετική ταχύτητα των δύο αντικειμένων, $\mathbf{x}_{\bullet, \text{cl}}$ οι θέσεις τους (αν τα θεωρήσουμε σαν σημειακές μάζες που βρίσκονται στα κέντρα μάζας των αντίστοιχων εκτεταμένων σωμάτων) και $\lambda_{\bullet, \text{cl}} = m_{\bullet, \text{cl}} / (M_{\bullet} + M_{\text{cl}})$.

Ορίζουμε τα $\mathbf{d}$ and $\mathbf{v}_{\text{rel}}$ και $\mathbf{v}_{\text{rel}}$ τη στιγμή κατά την οποία η απόσταση μεταξύ των δύο σωμάτων είναι d (η οποία δίνεται ως μια αρχική συνθήκη). Αν ανοιγμένη μάζα του συστήματος είναι $\mu = M_{\bullet} M_{\text{cl}} / (M_{\bullet} + M_{\text{cl}})$ και για μία παραβολική τροχία, η ενέργεια στο περίκεντρο δίνεται από τη σχέση

$$\begin{aligned} E &= \frac{-G M_{\bullet} M_{\text{cl}}}{d} + \frac{1}{2} \mu v_{\text{rel}}^2 \\ &= \frac{-G M_{\bullet} M_{\text{cl}}}{d} + \frac{1}{2} \mu v_{\text{max}}^2 = 0. \end{aligned} \quad (7.9)$$

Η στροφορμή ανά μονάδα μ είναι $l = l_z = -v_{\text{max}} \cdot d$, $d_{\text{min}} = |\mathbf{d} \wedge \mathbf{v}_{\text{rel}}|_z = x v_y - y v_x$, οπότε παίρνουμε $v_{\text{max}} = \sqrt{2 G (M_{\bullet} + M_{\text{cl}}) / d_{\text{min}}}$, για μια δεδομένη τιμή της ειδικής στροφορμής $l = \sqrt{2 G d_{\text{min}} (M_{\bullet} + M_{\text{cl}})}$.

Για μια δεδομένη σχετική ταχύτητα $v_{\text{rel}} = \sqrt{2 G d_{\text{min}} (M_{\bullet} + M_{\text{cl}}) / d}$ και με τη βοήθεια των σχέσεων $-l = x \cdot v_y - y \cdot v_x$, $v_{\text{rel}}^2 = v_x^2 + v_y^2$ και $d^2 = x^2 + y^2$, μπορούμε να συμπεράνουμε ότι οι συνιστώσες των ταχυτήτων είναι

$$\begin{aligned} v_x &= \frac{l \cdot y}{d^2} \left[1 + \sqrt{1 + \left(\frac{d}{y} \right)^2 \left(x^2 \frac{v_{\text{rel}}^2}{l^2} - 1 \right)} \right] \\ v_y &= -\sqrt{v_{\text{rel}}^2 - v_x^2}. \end{aligned} \quad (7.10)$$

Από τον ορισμό της παραβολής παίρνουμε τις απαιτούμενες εκφράσεις για τα x και y : $x = d - 2 d_{\min}$ και $y = \sqrt{d^2 - x^2}$.

Σύμφωνα με τα παραπάνω, οι προσομοιώσεις ξεκινούν με την IMBH σε υπερβολική τροχιά γύρω από το σμήνος. Ο λόγος της μάζας της IMBH προς τη μάζα του σμήνους κυμαίνεται από 0.01 έως 2, ενώ οι αποστάσεις $d_{\min}$ από 0 έως και $\sim 5R_h$. Τέλος, η αρχική σχετική ταχύτητα των δύο σωμάτων κυμαίνεται από $0.1V_h$ έως και $10V_h$. Ο αριθμός αστερίων που χρησιμοποιήθηκαν για κάθε προσομοίωση είναι $N_* = 3 \times 10^3$, ενώ η αρχική κατανομή τους στο σμήνος ακολουθεί ένα μοντέλο King συγκέντρωσης $W_0 = 7$. Οι προσομοιώσεις πραγματοποιήθηκαν με τον κώδικα N—σωμάτων του Aarseth(2003). Η επιλογή του κώδικα έγινε για χάρη της ακρίβειας στον υπολογισμό των χαρακτηριστικών του διπλού συστήματος καθώς αυτό εξελίσσεται στο χρόνο.

Ταξινόμηση των αποτελεσμάτων

Αρχικά κάνουμε μία εκτίμηση για το ποια σωματίδια είναι δέσμια στο σμήνος, ορίζοντας την “ομάδα του σμήνους”, και ποια σχηματίζουν μια δέσμια ομάδα στην οποία περιλαμβάνεται και η IMBH (την “IMBH ομάδα”). Σημειώνουμε εδώ ότι ένα σωματίδιο μπορεί να ανήκει και στις δύο ομάδες, για παράδειγμα αν η MBH έχει συλληφθεί από το σμήνος και έχει καταλήξει στο κέντρο του ή βρίσκεται σε τροχιά γύρω από αυτό. Για την πρώτη αυτή εκτίμηση, τα σωματίδια θεωρούνται δεσμευμένα στην “IMBH ομάδα” αν είναι δεσμευμένα από την IMBH (δηλαδή δε λαμβάνουμε υπ’όψη την αυτο-βαρύτητα (self-gravity) των δεσμευμένων αστερίων). Για το σμήνος υποθέτουμε ότι το κέντρο του αντιστοιχεί στη μέση θέση όλων των σωματιδίων. Για να εκτιμηθεί η ταχύτητα του σμήνους, πρέπει κανείς να χρησιμοποιήσει τη μέση ταχύτητα του 10% των σωματιδίων που βρίσκονται πλησιέστερα στο (υποτιθέμενο) κέντρο. Το 90% των σωματιδίων που είναι πιο κοντά στο κέντρο του σμήνους θεωρούνται μέλη του σμήνους.

Για χάρη ταξινόμησης θεωρούμε τριών ειδών αποτελέσματα. Μια “συγχώνευση” (merger) συμβαίνει όταν η “IMBH ομάδα” δεσμεύεται από το σμήνος και η απόσταση μεταξύ των κέντρων των δύο ομάδων είναι μικρότερη από το άθροισμα των διαστάσεών τους. Μία “δορυφορική” (satellite) κατάσταση εμφανίζεται όταν οι δύο ομάδες είναι δεσμευμένες, αλλά η απόσταση μεταξύ των κέντρων τους είναι μεγαλύτερη από το διπλάσιο του αθροίσματος των διαστάσεών τους. Μία “υπερβολική” κατάσταση (flyby) παρατηρείται όταν οι δύο ομάδες δεν είναι δέσμιες και η απόσταση μεταξύ των κέντρων τους είναι μεγαλύτερη από άθροισμα της συνολικής έκτασης της κάθε ομάδας. Οποιαδήποτε άλλη κατάσταση θεωρείται «άγνωστη», αλλά δεν θα εμφανιστεί αν η προσομοίωση διεξαχθεί για επαρκές χρονικό διάστημα.

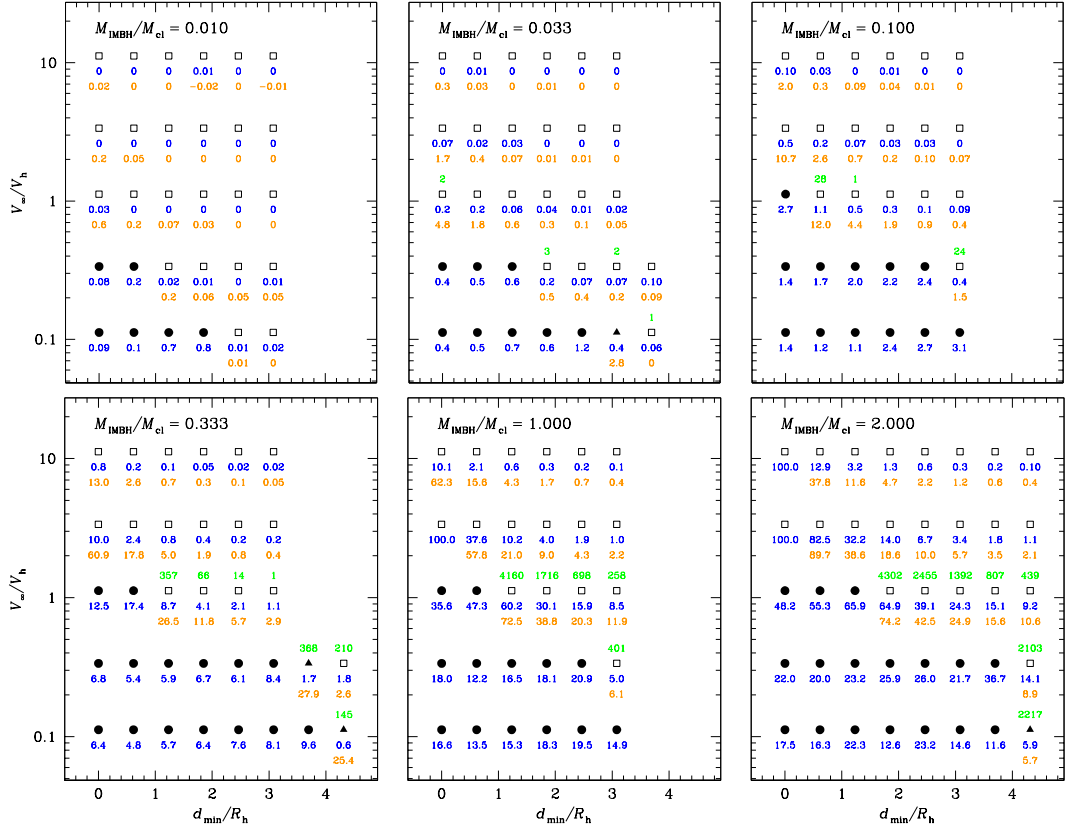
Στα σχήματα 7.18 και 7.19 παρουσιάζουμε δύο ειδικές περιπτώσεις για την αλληλεπίδραση IMBH-σμήνους στο σύστημα αναφοράς του κέντρου μάζας (COM), οι οποίες αν και δεν είναι αντιπροσωπευτικές του συνολικού δείγματος, όπως αυτό εμφανίζεται στο Σχήμα 7.17, είναι ενδιαφέρουσες ως προς τη δυναμική του συστήματος¹. Στο πρώτο από αυτά

¹Ο ενδιαφερόμενος αναγνώστης μπορεί να επισκευθεί τις ιστοσελίδες:

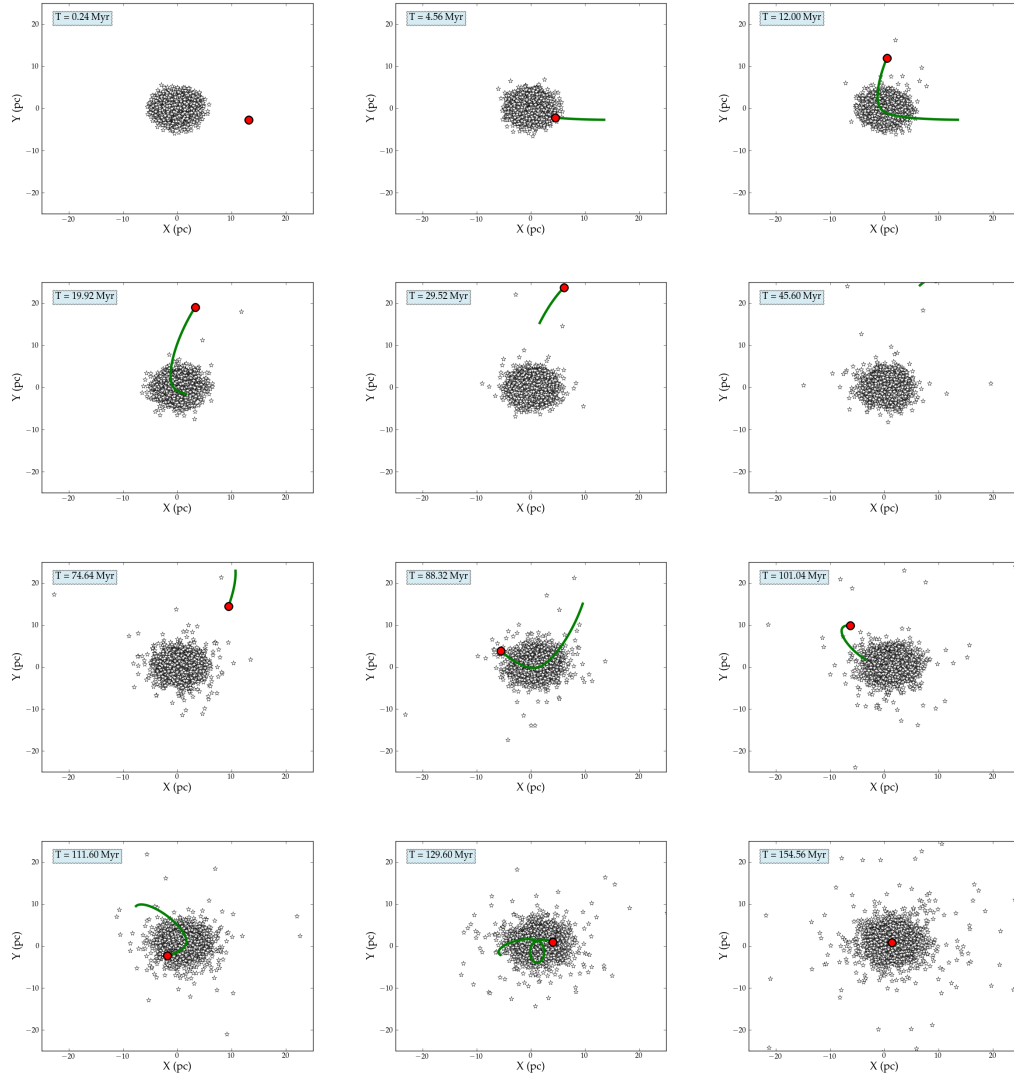
http://www.aei.mpg.de/~pau/dmin1_1e-2_V1kms.ogg,

http://www.aei.mpg.de/~pau/dmin5_3p33e-1_V5kms.ogg

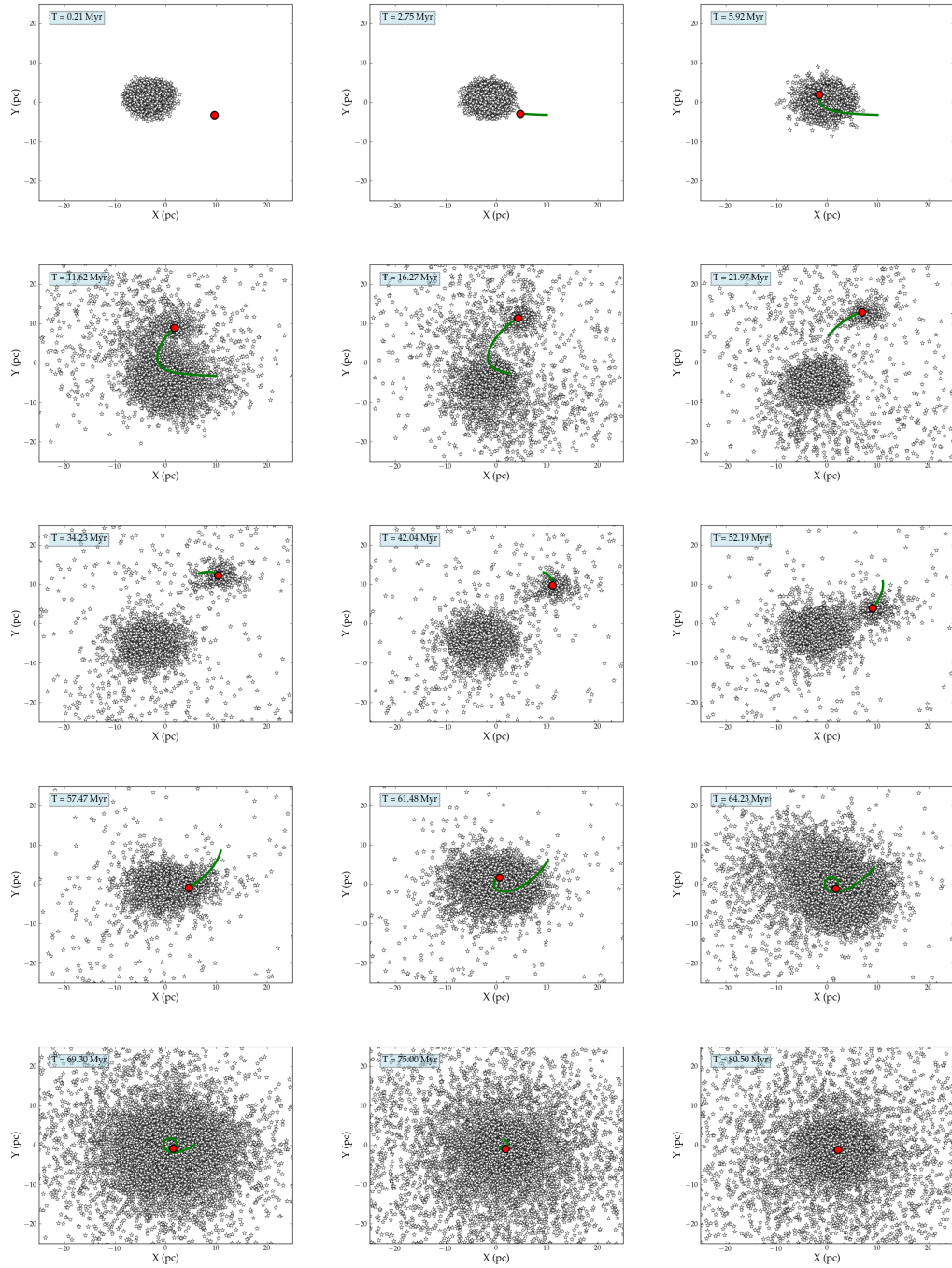
και



Σχήμα 7.17: Αποτελέσματα των 196 προσομοιώσεων της διέλευσης μιας IMBH μέσα από ένα σμήνος αστέρων με παράμετρο King $W_0 = 7$. Κάθε παράθυρο δείχνει τα αποτελέσματα για μια συγκεκριμένη τιμή του λόγου μαζών $M_{\bullet}/M_{cl}$. Ο x-άξονας σε κάθε σχήμα είναι η απόσταση d_{min} , σε μονάδες της ακτίνας μισής μάζας R_h του σμήνους. Ο y-άξονας είναι η σχετική ταχύτητα στο άπειρο των δύο σωμάτων, σε μονάδες της ταχύτητας διασποράς $V_h \equiv (GM_{cl}/R_h)^{1/2}$ του σμήνους. Οι "γεμάτες" τελείες υποδεικνύουν "συγκρούσεις" δηλαδή περιπτώσεις στις οποίες η IMBH παγιδεύτηκε από το σμήνος και κατέληξε στο κέντρο του. Τα "γεμάτα" τρίγωνα υποδεικνύουν περιπτώσεις όπου η IMBH παγιδεύτηκε σε τροχιά γύρω από το σμήνος αποτελώντας δορυφόρο του. Το τελικό αποτέλεσμα των περιπτώσεων αυτών αναμένεται να είναι επίσης σύγκρουση. Τα "Ανοιχτά" τετράγωνα αναφέρονται σε προσομοιώσεις στις οποίες η IMBH διαπέρασε το σμήνος χωρίς να παγιδευτεί στο βαρυτικό του πεδίο. Ο μπλε αριθμός ακριβώς από κάτω από κάθε σύμβολο, δείχνει το ποσοστό απώλειας μάζας του σμήνους. Ο δεύτερος ακριβώς από κάτω αριθμός, σε πορτοκαλί χρώμα, δείχνει το ποσοστό της μείωσης της ενέργειας σύνδεσης των δύο σωμάτων. Ο αριθμός ακριβώς από επάνω από το κάθε σύμβολο, υποδεικνύει τον αριθμό των αστέρων του σμήνους που έχουν παγιδευτεί από το βαρυτικό πεδίο της IMBH, στις περιπτώσεις που αυτή δεν έχει καταλήξει στο κέντρο του σμήνους.



Σχήμα 7.18: Προβολή στο επίπεδο X--Y όλων των τροχιών των αστέρων ενός σμήνους και της IMBH (κόκκινος κύκλος) για 12 διαφορετικές στιγμές της προσομοίωσης. Στην συγκεκριμένη περίπτωση, η προσομοίωση καταλήγει σε παγίδευση της IMBH από το σμήνος. Για λόγους παρουσίασης, η ακτίνα της IMBH εμφανίζεται μεγενθυμένη κατά 13 φορές, ενώ η ακτίνα των αστέρων έχει μειωθεί κατά 8 φορές. Επιπλέον, με πράσινη γραμμή, παρουσιάζονται οι 60 τελευταίες θέσεις της IMBH, ώστε να φανεί η τροχιά της. Ο λόγος μάζων της IMBH με το σμήνος είναι στην περίπτωση αυτή 0.01, η απόσταση $d_{\min} = 1$, ενώ η σχετική ταχύτητα $V_{\infty} = 1 \text{ km s}^{-1}$.



Σχήμα 7.19: Παρόμοια όπως και στο Σχήμα (7.18) για 15 διαφορετικές στιγμές της προσομοίωσης με λόγο μαζών 0.333, $d_{\min} = 5$ και $V_{\infty} = 3 \text{ km s}^{-1}$.

είναι $d_{\min} = 1$, κάτι που οδηγεί σε μετωπική σύγκρουση μεταξύ της IMBH και του σμήνους. Επιπλέον, εξαιτίας της μικρής σχετικής ταχύτητας και του μικρού λόγου μαζών, η αλληλεπίδραση δεν οδηγεί σε μεγάλη απώλεια μάζας του σμήνους. Ακόμη και σε χρόνο $T = 45.60 \text{ Myr}$ η IMBH και το σμήνος φαίνεται πως είναι μη δέσμια μεταξύ τους, η IMBH φτιάχνει ένα διπλό σύστημα με το COM του σμήνους και συνεπώς, ο μεγάλος ημίαξονας εξακολουθεί να μειώνεται. Μετά από περίπου 154 Myr η MBH ηρεμεί στο κέντρο και εγκλωβίζεται. Στο δεύτερο σχήμα, ο μεγαλύτερος λόγος μάζας έχει σημαντική επίδραση στην απώλεια μάζας του σμήνους. Ήδη μετά από 11.62 Myr η IMBH εγκλωβίζει ένα μέρος των αστερών του σμήνους το οποίο ακολουθεί στο εξής την τροχιά της IMBH. Αυτό το δορυφορικό σμήνος και η IMBH είναι παρόλα αυτά ακόμη βαρυτικά δέσμια του σμήνους και επανέρχονται ξανά σε αυτό. Η μεγαλύτερη μάζα του συστήματος της IMBH και του σμήνους-δορυφόρου οδηγεί σε σχετικά μεγάλη απώλεια μάζας του αρχικού συστήματος. Μετά από 80.50 Myr η IMBH βρίσκεται στο κέντρο του τελικού σμήνους.

7.2.3 Δημιουργία του ``σπόρου'' ενός UCD: ο ρόλος της IMBH

Σε αυτή τη παράγραφο παρακολουθούμε την εξέλιξη του CC και της αναδράζουσας IMBH. Ταυτόχρονα με τις διαδοχικές αλληλεπιδράσεις της IMBH με μεμονωμένα σμήνη, στο κέντρο του CC αρχίζει να σχηματίζεται ένα πολύ μεγάλο σμήνος σαν αποτέλεσμα της σύνθεσης μικρότερων σμηνών. Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει η εξέλιξη αυτού του πολύ μεγάλου σμήνους, το οποίο στο εξής θα αναφέρουμε ως τον ``σπόρο'' από τον οποίο αναμένεται να δημιουργηθεί ένα UCD. Πρώτα παρουσιάζουμε μία απλή αναλυτική εκτίμηση της πιθανότητας η IMBH να συγκρουστεί με ένα σμήνος ενός στατικού CC. Όπως θα δούμε η χρονική κλίμακα είναι αρκετά κάτω από τον χρόνο Hubble οπότε υπάρχει κίνητρο για αυτή τη μελέτη. Όμως, προκειμένου να κάνουμε μια δυναμική μελέτη του συστήματος, πρέπει να εκτελέσουμε αριθμητικές προσομοιώσεις, επειδή η αρχιτεκτονική και η κατανομή των σμηνών στο CC επίσης εξελίσσεται με το χρόνο. Η κεντρική πυκνότητα των σμηνών στον CC εξελίσσεται ταχύτατα προς πολύ υψηλότερες τιμές. Οι προσομοιώσεις μας δίνουν τον αριθμό των IMBH-cluster ``χτυπημάτων'', δηλαδή των αριθμών των διελεύσεων της IMBH μέσα από ένα σμήνος. Αυτός είναι σημαντικός για να συμπεράνουμε αν η IMBH διαφεύγει ή παραμένει δέσμια στο CC. Με αυτό το σκεπτικό αναζητούμε την μικρότερη ταχύτητα διαφυγής στο κέντρο του CC η οποία μεγιστοποιεί την πιθανότητα συγκράτησης της IMBH στο σύστημα. Κατά τη διάρκεια των αλληλεπιδράσεων, η MBH θα μπορούσε να πυροδοτήσει αστρικές διαταραχές αλλά και συγκρούσεις, που θα μπορούσαν να χρησιμοποιηθούν σαν ενδείξεις της συγκράτησης μιας IMBH από ένα CC.

Πιθανότητα σύγκρουσης MBH-σμήνους: Θεωρητική μελέτη

Θεωρούμε πως το CC αποτελεί μία σφαίρα Plummer με ακτίνα Plummer $\alpha = 100 \text{ pc}$ και συνολική ακτίνα $R_{\text{CC}} = 500 \text{ pc}$. Η συνολική μάζα στο CC είναι $M_{\text{CC}} = 10^{8-9} M_{\odot}$. Θέτουμε των συνολικό αριθμό σμηνών που βρίσκονται στο CC $N_{\text{cl}} = 1,000$, ενώ τα σμήνη που το αποτελούν θεωρούνται ίσης μάζας με μάζα $m_{\text{cl}} = 10^5 M_{\odot} - 10^6 M_{\odot}$.

http://www.aei.mpg.de/~pau/3D_dmin5_3p33e-1_V5kms.ogg
για videos που βασίζονται στα αποτελέσματα των σχημάτων.

Η ταχύτητα διαφυγής από το κέντρο του CC είναι

$$v_{\text{esc}}(0) = \sqrt{\frac{2GM_{\text{CC}}}{\alpha}} \quad (7.11)$$

έτσι ώστε για $\alpha = 100\text{pc}$, $v_{\text{esc}}(0) \sim 100 - 300 \text{ km/s}$ αν $M_{\text{CC}} = 10^8 - 10^9 M_{\odot}$.

Η μάζα του CC σε ακτίνα ίση προς α είναι

$$M(\alpha) = \frac{M_{\text{CC}}\alpha^3}{(2\alpha^2)^{3/2}}, \quad (7.12)$$

όπου M_{CC} είναι η συνολική μάζα του CC. Έτσι έχουμε ότι $M(\alpha) = 0.354 M_{\text{CC}} = 3.54 \times 10^8 M_{\odot}$ στην περίπτωση που $\{M_{\text{CC}} = 10^8 M_{\odot}$. Ο αριθμός των σμηνών σε απόσταση $r = \alpha$ είναι

$$N(\alpha) = \frac{M(\alpha)}{m_{\text{cl}}} \simeq 350 \quad (7.13)$$

Ο όγκος του πυρήνα του CC είναι:

$$V(\alpha) = 4\alpha^3 \simeq 4 \times 10^6 \text{pc}^3 \quad (7.14)$$

Ο όγκος του κάθε μεμονωμένου σμήνους είναι :

$$v_{\text{cl}} = 4r_{\text{cl}}^3 \quad (7.15)$$

Άρα αν $r_{\text{cl}} = 10\text{pc}$, τότε $v_{\text{cl}} = 4 \times 10^3 \text{pc}^3$ και ο συνολικός όγκος των σμηνών στον πυρήνα είναι $V_{\text{cl}}(\alpha) \simeq 1.4 \times 10^6 \text{pc}^3$. Αν $r_{\text{cl}} = 5\text{pc}$, τότε $v_{\text{cl}} = 5 \times 10^5 \text{pc}^3$ και ο συνολικός όγκος των σμηνών στον πυρήνα είναι $V_{\text{cl}}(\alpha) \simeq 1.7 \times 10^5 \text{pc}^3$. Αυτό σημαίνει ότι το 4–35% του όγκου του CC στον πυρήνα βρίσκεται στα σμήνη, ενώ το υπόλοιπο αποτελεί χώρο μεταξύ των σμηνών. Μία ακόμη ποσότητα που χρειαζόμαστε είναι η ταχύτητα διασποράς των σμηνών στο CC. Αν το CC βρίσκεται σε ισοροπία Virial και η συνολική κινητική ενέργεια του σμήνους είναι $T = \frac{1}{2}M_{\text{CC}}\sigma^2$, τότε από το θεώρημα Virial έχουμε ότι $2T + U = 0$ και η δυναμική ενέργεια θα είναι

$$U = - \int_0^R GM(r)dm(r) \quad (7.16)$$

Για απλότητα μπορούμε να γράψουμε:

$$U = - \frac{GM_{\text{CC}}^2}{R} \quad (7.17)$$

Για $R = 500\text{pc}$ η ταχύτητα διασποράς είναι $\sigma \simeq 90\text{km/s}$. Σε απόσταση ίση με την ακτίνα του πυρήνα είναι $\sigma_{\text{core}} \simeq 120\text{km/s}$. Σε αυτό το σημείο διαθέτουμε όλες τις απαραίτητες ποσότητες για να υπολογίσουμε την ενεργό διατομή για μια αλληλεπίδραση IMBH-σμήνους στο κέντρο του CC. Για το λόγο αυτό, υποθέτουμε ότι το μεμονωμένο σμήνος έχει μάζα m_{cl} και ακτίνα r_{cl} , η IMBH έχει μάζα $m_{\text{IMBH}} \ll m_{\text{cl}}$ και ταχύτητα στο άπειρο V_{IMBH} . Η παράμετρος σκέδασης (impact parameter) είναι b ενώ η ταχύτητα της IMBH στο

περίκεντρο της τροχιάς της (δηλαδή το κοντινότερο σημείο της με την IMBH) είναι V_{imp} . Μπορούμε εύκολα να υπολογίσουμε ότι

$$V_{\text{imp}}^2 = V_{\text{IMBH}}^2 + \frac{2Gm_{\text{cl}}}{r_{\text{cl}}}, \quad (7.18)$$

οπότε από τις σχέσεις της διατήρησης της ενέργειας και της στροφορμής η ενεργός διατομή είναι

$$\sigma = \pi b^2 = \pi r_{\text{cl}}^2 \left(1 + \frac{2Gm_{\text{cl}}}{r_{\text{cl}} V_{\text{IMBH}}^2} \right), \quad (7.19)$$

ενώ σχετική ταχύτητα V_{IMBH} είναι

$$V_{\text{IMBH}} = V_{\text{esc}} \pm V_{\text{disp}}. \quad (7.20)$$

Το θετικό πρόσημο αντιστοιχεί στην περίπτωση που η IMBH και το σμήνος- στόχος κινούνται προς αντίθετες κατευθύνσεις ενώ το αρνητικό στην περίπτωση που κινούνται προς την ίδια κατεύθυνση. V_{disp} είναι η ταχύτητα διασποράς του σμήνους και V_{esc} η ταχύτητα με την οποία η MBH διαφεύγει από το σμήνος στο οποίο δημιουργήθηκε (δηλαδή το σμήνος που σχηματίζεται μετά τη συγχώνευση δύο σμηνών με τη συνεπακόλουθη συγχώνευση των δύο IMBH). Η ταχύτητα αυτή θεωρείται η αρχική ταχύτητα της IMBH πριν αυτή ξεκινήσει να έχει αλληλεπιδράσεις με αστρικά σμήνη του CC. Η V_{disp} στον πυρήνα είναι κατά προσέγγιση $V_{\text{disp}} \simeq 120 \text{ km s}^{-1}$ και στο σμήνος $V_{\text{disp}} \simeq 90 \text{ km/s}$.

Από τις εκτιμήσεις μας για την ταχύτητα ανάδρασης, μπορούμε να υποθέσουμε ότι η V_{esc} θα βρίσκεται σε ένα εύρος $50 - 130 \text{ km/s}$. Στην πραγματικότητα η IMBH θα χάσει μικρό μέρος της κινητικής της ενέργειας όταν διαφεύγει από το σμήνος στο οποίο δημιουργήθηκε. Έτσι η σχετική ταχύτητα της IMBH ως προς ένα σμήνος στον πυρήνα θα είναι

$$V_{\text{IMBH}} = 10 - 250 \text{ km/s}, \quad (7.21)$$

ενώ οι συνεπακόλουθες οριακές τιμές της ενεργού διατομής σύγκρουσης με ένα σμήνος είναι:

$$\sigma_{10} \simeq 1428 \text{ pc}^2 \quad (7.22)$$

and

$$\sigma_{250} \simeq 80 \text{ pc}^2, \quad (7.23)$$

όπου ο δείκτης 10 αναφέρεται στο κάτω όριο της ταχύτητας V_{IMBH} , ενώ ο δείκτης 250 στο άνω όριο αυτής. Ο μέσος χρόνος μεταξύ των συγκρούσεων IMBH-σμήνους στον πυρήνα του CC δίνεται από τη σχέση :

$$\tau_{\text{IMBH-cl}} \sim \frac{1}{n(r)\sigma V_{\text{IMBH}}}, \quad (7.24)$$

όπου $n(r)$ είναι η αριθμητική πυκνότητα των σμηνών, σ η ενεργός διατομή για την σύγκρουση MBH-σμήνους και V_{IMBH} η σχετική ταχύτητα. Εφόσον έχουμε υποθέσει πως όλα τα σμήνη έχουν τη ίδια μάζα παίρνουμε:

$$n(r) = \frac{M(r)}{m_{\text{cl}}} = \frac{3M}{m_{\text{cl}} 4\pi \alpha^3} \left(1 + \frac{r^2}{\alpha^2} \right)^{-5/2}. \quad (7.25)$$

Για $r=a$:

$$n(a) = \frac{3M}{m_{cl}4\pi a^3} 2^{-5/2} = 4.4 \times 10^{-5} \text{pc}^{-3}. \quad (7.26)$$

Έτσι, για τις δύο οριακές περιπτώσεις είναι: $\tau_{\text{IMBH-cl10}} \sim 1.58 \text{ Myr}$ και $\tau_{\text{IMBH-cl250}} \sim 1.12 \text{ Myr}$. Στην τελευταία περίπτωση, η IMBH κινείται τόσο γρήγορα, ώστε στο χρόνο που χρειάζεται για να συμβεί μία συνάντηση με ένα σμήνος ($\sim 1 \text{ Myr}$), θα βρεθεί έξω από τον πυρήνα του CC, όπου η πυκνότητα σμηνών είναι μικρή και κατά συνέπεια η πιθανότητα σύγκρουσης με ένα σμήνος είναι μικρή.

Αρχικές συνθήκες για τις προσομοιώσεις μεγάλης κλίμακας

Η IMBH θεωρείται πως είναι το προϊόν της συγχώνευσης δύο IMBHs που βρίσκονταν στα κέντρα δύο συγκρουόμενων σμηνών. Οι συγκρούσεις σμηνών συμβαίνουν κυρίως κοντά στο κέντρο του CC, έτσι ώστε είναι λογικό να υποθέσουμε πως η παραγόμενη αναδράζουσα IMBH βρίσκεται αρχικά στο κέντρο του CC. Επίσης, η ταχύτητα ανάκρουσής της, που είναι της τάξης των 100 km s^{-1} , υπερβαίνει την ταχύτητα διαφυγής του μητρικού της σμήνους, οπότε σε σύντομο χρονικό διάστημα η IMBH θα διαφύγει από αυτό. Αν το σμήνος έχει συνολική ακτίνα $\sim 10 \text{ pc}$, η IMBH θα διαφύγει σε μία χρονική κλίμακα της τάξης των $\sim 0.1 \text{ Myr}$. Έτσι αποφασίζουμε να κατασκευάσουμε το σύστημα με την IMBH αρχικά τοποθετημένη στο κέντρο του CC ενώ προσέχουμε να μην είναι δέσμια σε κανένα σμήνος.

Εκτός από τη θέση της IMBH, υπάρχουν πολλές παράμετροι που μπορούν να διαφοροποιηθούν στις προσομοιώσεις, όπως η μάζα της IMBH, η αρχική ταχύτητά της, που είναι και η ταχύτητα ανάκρουσής της, η συνάρτηση μάζας των σμηνών στο CC, η ανώτερη και η κατώτερη μάζα που μπορεί να έχει ένα σμήνος, η χωρική κατανομή των σμηνών στον CC, αλλά και ο συνολικός αριθμός των σμηνών στο CC. Η παρατηρούμενη συνάρτηση μάζας των “knots” των γαλαξιών Antennae είναι ένας δυναμικός νόμος με εκθέτη $n = -2$. Οι παρατηρούμενοι αριθμοί σμηνών σε μία από αυτές τις περιοχές είναι της τάξης των 100, αλλά μπορεί να υπάρχουν εκατοντάδες ή ακόμη και χιλιάδες περισσότερα σμήνη χαμύλης μάζας τα οποία δεν είναι παρατηρήσιμα [130]. Η συνολική μάζα και η ακτίνα του CC είναι επιπλέον παράμετροι. Παρατηρήσεις δείχνουν ότι τα CCs έχουν μάζες στην περιοχή $10^6 - 10^8 M_{\odot}$, ενώ οι ακτίνες τους κυμαίνονται από 100 pc ως και 500 pc .

Επιλέγουμε κάποιες από τις παραμέτρους σύμφωνα με τις πιο πιθανές τιμές όπως αυτές προκύπτουν από άλλες μελετες, δηλαδή:

1. $M_{\bullet} = 5 \times 10^3 M_{\odot}$.
2. Η αρχική ταχύτητα ανάδρασης της IMBH, 100 km s^{-1} .
3. Η συνάρτηση μάζας των σμηνών ακολουθεί το νόμο δύναμης με εκθέτη $n = -2$. Οι μάζες των σμηνών είναι διακριτές και προέρχονται από τους λόγους $M_{\bullet}/M_{cl}$ που χρησιμοποιήθηκαν στις προσομοιώσεις αλληλεπίδρασης IMBH με σμήνη που παρουσιάστηκαν σε προηγούμενη παράγραφο. Σύμφωνα με αυτούς τους λόγους, για μία IMBH μάζας $M_{\bullet} = 5 \times 10^3 M_{\odot}$ και για λόγους μαζών $M_{\bullet}/M_{cl} = 0.01, 0.033, 0.1, 0.33, 1, 2$, οι μάζες των σμηνών σε ένα CC είναι $2.5 \times 10^3 M_{\odot}, 5 \times 10^3 M_{\odot}, 1 \times 10^4 M_{\odot}, 1.5 \times 10^4 M_{\odot}, 3 \times 10^4 M_{\odot}$ και $6 \times 10^4 M_{\odot}$.

4. Καθώς δεν υπάρχουν παρατηρησιακά δεδομένα για την κατανομή των σμηνών σε ένα CC, θεωρούμε πως αυτή ακολουθεί ένα μοντέλο Plummer [10] με κάποια ακτίνα αποκοπής.

Έτσι, ο χώρος των παραμέτρων αποτελείται από τον αριθμό των σμηνών (N) και την αρχική ακτίνα (R_{CC}) του CC. Η συνολική μάζα M_{CC} του CC είναι συνέπεια του N , αφού οι μάζες των σμηνών έχουν υποτεθεί να ακολουθούν ένα συγκεκριμένο δυναμικό νόμο. Για τον αριθμό των σμηνών χρησιμοποιούμε τις τιμές που φαίνονται στον 7.1. Σε αυτόν τον πίνακα παρουσιάζονται οι παράμετροι (N , M_{CC} and R_{CC}) όλων των προσομοιώσεων μαζί με ένα κωδικό όνομα για κάθε προσομοίωση. Στο εξής θα αναφερόμαστε σε κάθε προσομοίωση με το κωδικό της όνομα.

Ο αριθμός των σμηνών μπορεί να φαίνεται πολύ μεγάλος συγκρινόμενος με τους αριθμούς των σμηνών στα CCs που έχουν παρατηρηθεί, αλλά καμία από τις παρατηρήσεις δε συμπεριλαμβάνει τα σμήνη χαμηλής μάζας, τα οποία επίσης υπάρχουν στα CCs. Παρόλο που δεν υπάρχουν άμεσες παρατηρήσεις ότι σμήνη χαμηλής μάζας υπάρχουν στα CCs, δεν υπάρχει κανένας λόγος να πιστέψουμε πως ο δυναμικός νόμος που έχει παρατηρηθεί δεν συνεχίζει να ισχύει και για χαμηλότερες από τις παρατηρούμενες μάζες. Επίσης, ακόμη και αν ο αριθμός των σμηνών στις προσομοιώσεις μας είναι μεγαλύτερος του αναμενομένου, η συνολική μάζα που χρησιμοποιήθηκε για τα CCs βρίσκεται πάντα μέσα στα όρια των CCs υψηλής μάζας που έχουν παρατηρηθεί. Επιλέγουμε να μελετήσουμε τα CCs υψηλής μάζας, επειδή στα αντίστοιχα χαμηλής μάζας είναι σχεδόν βέβαιο ότι μια recoiling IMBH θα διαφύγει, έχοντας μία πολύ μικρή πιθανότητα να αλληλεπιδράσει με τα σμήνη του. Τα CCs υψηλής μάζας έχουν μεγαλύτερες ταχύτητες διαφυγής και έτσι η IMBH έχει αρκετά μεγάλη πιθανότητα να παραμείνει δέσμια στο σύστημα, αλλά ακόμη και αν αυτή διαφύγει από το CC, η ταχύτητά της θα μειωθεί ραγδαία, κάτι που ευνοεί τις αλληλεπιδράσεις IMBH-σμήνους για τις οποίες ενδιαφερόμαστε. Για κάθε αριθμό N μεταβάλλαμε την R_{CC} , έτσι ώστε να δημιουργήσουμε τα πιο συμπαγή, αλλά και τα πιο αραιά μοντέλα. Οι συνολικές ακτίνες που χρησιμοποιήσαμε μεταβάλλονται από 45pc ως 330pc. Με δεδομένη τη μάζα και το μέγεθος των CCs, οι αρχικές ταχύτητες διαφυγής στα κέντρα των CCs βρίσκονται μεταξύ των ορίων $27 - 137 \text{ km s}^{-1}$.

Το πλήρες σύνολο των παραμέτρων παρουσιάζεται στο Σχήμα 7.20 και περιγράφεται παρακάτω.

Προσομοιώσεις N-σωμάτων

Ο αριθμητικός κώδικας που χρησιμοποιήθηκε για τις προσομοιώσεις είναι ο κώδικας Myriad που έχει παρουσιαστεί λεπτομερώς στο Κεφάλαιο 6. Παρά το γεγονός ότι ο κώδικας είχε αρχικά σχεδιαστεί για προσομοιώσεις αστερών μέσα σε αστρικά σμήνη, η σπονδυλωτή δομή του έκανε την προσαρμογή του στο συγκεκριμένο πρόβλημα απλή. Στις προσομοιώσεις, κάθε αστρικό σμήνος αντιπροσωπεύεται από ένα σωματίδιο. Μια απόσταση, ισοδύναμη με την ενεργή ακτίνα του αντίστοιχου σμήνους, αποδίδεται στο κάθε σωματίδιο, ενώ δύο σωματίδια θεωρείται πως συγκρούονται μεταξύ τους αν η απόσταση μεταξύ των κέντρων τους γίνει μικρότερη από το άθροισμα των ακτίνων τους. Η έρευνα για γειτονικά σμήνη γίνεται με τη βοήθεια του GRAPE-6. Η IMBH επίσης αντιπροσωπεύεται από ένα

σωματίδιο, του οποίου η ακτίνα είναι ίση με την ακτίνα Schwarzschild της IMBH, δηλαδή πολύ μικρή σε σχέση με την ακτίνα των σμηνών.

Οι στενές αλληλεπιδράσεις της IMBH με ένα σμήνος προσομοιώνονται χρησιμοποιώντας τον χρονικά συμμετρικό αλγόριθμο Hermite 4^{ης} τάξης. Κατά τη διάρκεια αυτών των αλληλεπιδράσεων, η IMBH επιτρέπεται να διαπεράσει το σμήνος, αν η απόσταση της πλησιέστερης προσέγγισης των δύο αντικειμένων είναι μικρότερη από την ακτίνα του σμήνους. Μετά από την αλληλεπίδραση, η IMBH εξέρχεται από το σμήνος με μειωμένη κινητική ενέργεια. Χρησιμοποιώντας τα αποτελέσματα των λεπτομερών προσομοιώσεων N-σωμάτων μιας IMBH και ενός σμήνους που παρουσιάστηκαν στην προηγούμενη παράγραφο, βρίσκουμε ότι όταν η αλληλεπίδραση οδηγήσει σε “flyby”, δηλαδή όταν η IMBH δεν εγκλωβιστεί από το αστρικό σμήνος, η κινητική της ενέργεια μειώνεται κατά ένα συγκεκριμένο ποσοστό. Η μείωση αυτή προκύπτει από τις αλληλεπιδράσεις της IMBH με τους μεμονωμένους αστέρες του σμήνους, οι οποίες μπορεί ακόμη και να οδηγήσουν σε παλιρροιακές διαταραχές κάποιων αστερών ιδιαίτερα στην περίπτωση που η IMBH κινείται σχετικά αργά. Στις προσομοιώσεις μεγάλης κλίμακας του συνολικού CC, κάθε φορά που η IMBH διαπερνάει ένα αστρικό σμήνος, η κινητική της ενέργεια μειώνεται ανάλογα με το αποτέλεσμα της πιο κοντινής περίπτωσης αλληλεπίδρασης IMBH-σμήνους που περιγράψαμε στην προηγούμενη παράγραφο (βλ. Σχήμα 7.17). Για κάθε αλληλεπίδραση IMBH-σμήνους καταγράφουμε:

1. Το λόγο μαζών $M_{\bullet}/M_{cl}$,
2. Την κοντινότερη απόσταση d_{min} ,
3. Τη σχετική ταχύτητα των δύο αντικειμένων v_{inf} ,
4. Τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας της IMBH.

Έπειτα, από τα δεδομένα των προσομοιώσεων που παρουσιάζονται στο Σχήμα 7.17, βρίσκουμε το αποτέλεσμα της συγκεκριμένης αλληλεπίδρασης, διορθώνοντας την κινητική ενέργεια της IMBH, αν αυτή δεν παγιδευτεί από το σμήνος. Επίσης από τα δεδομένα της αλληλεπίδρασης της IMBH με το συγκεκριμένο σμήνος καταγράφουμε τον αριθμό των αστερών που έχουν διαταραχθεί παλιρροιακά, αλλά και τον αριθμό συγκρούσεων μεταξύ αστερών στο σμήνος. Το τελικό αποτέλεσμα μπορεί να είναι, όπως περιγράφηκε σε προηγούμενη παράγραφο, διαφυγή της IMBH (“flyby”), εγκλωβισμός της (“merger”) ή δορυφόρος (“satellite”). Στις δύο τελευταίες περιπτώσεις, η IMBH θεωρείται πως έχει παγιδευτεί από το σμήνος. Έχοντας τον πλήρη αριθμό των αλληλεπιδράσεων της IMBH με τα σμήνη του CC, τις ελέγχουμε όλες και καταγράφουμε τα αποτελέσματα. Ως τέλος μιας προσομοίωσης, θεωρείται η στιγμή που είτε η IMBH διαφεύγει από το σύστημα, μην έχοντας τη δυνατότητα επιπλέον αλληλεπίδρασης με αστρικά σμήνη, είτε η στιγμή που αυτή παγιδεύεται από ένα σμήνος.

Η ακτίνα κάθε σμήνους εξαρτάται από τη μάζα του. Τα σμήνη με μεγαλύτερες μάζες έχουν ακτίνα μισής μάζας $4pc$, ενώ εκείνα με τις μικρότερες μάζες έχουν ακτίνα μισής μάζας $0.5pc$. Απλοί κανόνες έχουν εφαρμοστεί για το αποτέλεσμα της συγχώνευσης σμηνών. Όταν δύο σμήνη συγκρούονται μεταξύ τους, υποθέτουμε πως το σμήνος που προκύπτει διατηρεί το 80% της μάζας του συστήματος, προσέχοντας αυτό να μην είναι ποτέ μικρότερο από τη μάζα του μεγαλύτερου από τα δύο σμήνη. Επίσης, η ακτίνα του νέου σμήνους αυξάνεται

ID	N	$M_{CC}[M_{\odot}]$	$R_{CC}[pc]$	ID	N	$M_{CC}[M_{\odot}]$	$R_{CC}[pc]$
A1	5×10^2	1.522×10^7	45	E1	3×10^3	4.32×10^7	122
A2	5×10^2	1.522×10^7	90	E2	4×10^3	5.75×10^7	165
A3	5×10^2	1.522×10^7	132	E3	4×10^3	5.75×10^7	246
A4	5×10^2	1.522×10^7	168	E4	4×10^3	5.75×10^7	329
A5	5×10^2	1.522×10^7	255				
B1	1×10^3	1.522×10^7	90	F1	5×10^3	7.18×10^7	122
B2	1×10^3	1.522×10^7	128	F2	5×10^3	7.18×10^7	165
B3	1×10^3	1.522×10^7	169	F3	5×10^3	7.18×10^7	248
B4	1×10^3	1.522×10^7	252	F4	5×10^3	7.18×10^7	330
B5	1×10^3	1.522×10^7	333				
C1	2×10^3	2.9×10^7	126	G1	6×10^3	8.6×10^7	122
C2	2×10^3	2.9×10^7	167	G2	6×10^3	8.6×10^7	165
C3	2×10^3	2.9×10^7	252	G3	6×10^3	8.6×10^7	248
C4	2×10^3	2.9×10^7	336	G4	6×10^3	8.6×10^7	330
D1	3×10^3	4.32×10^7	124	H1	8×10^3	1.14×10^8	122
D2	3×10^3	4.32×10^7	166	H2	8×10^3	1.14×10^8	165
D3	3×10^3	4.32×10^7	249	H3	8×10^3	1.14×10^8	248
D4	3×10^3	4.32×10^7	332	H4	8×10^3	1.14×10^8	330

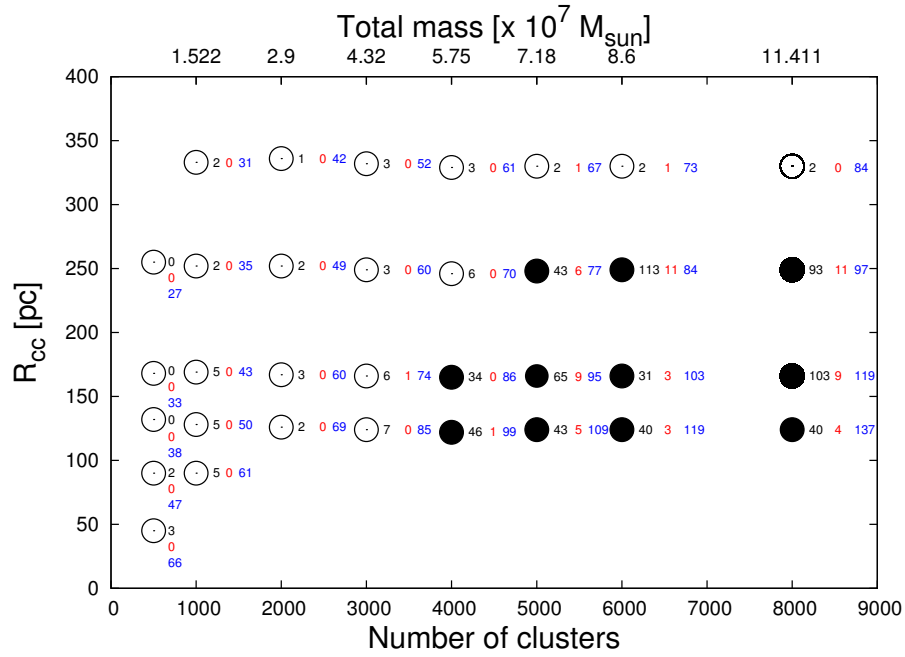
Πίνακας 7.1: Αριθμός σωματών, συνολική μάζα και ακτίνα αποκοπής για τα CC των προσομοιώσεων μεγάλης κλίμακας

ανάλογα με τη νέα του μάζα. Με τον τρόπο αυτό, προσομοιώνουμε τις συγκρούσεις σμηνών που μπορεί να οδηγήσουν στη δημιουργία ενός μεγάλου σε διαστάσεις και μάζα σμήνους.

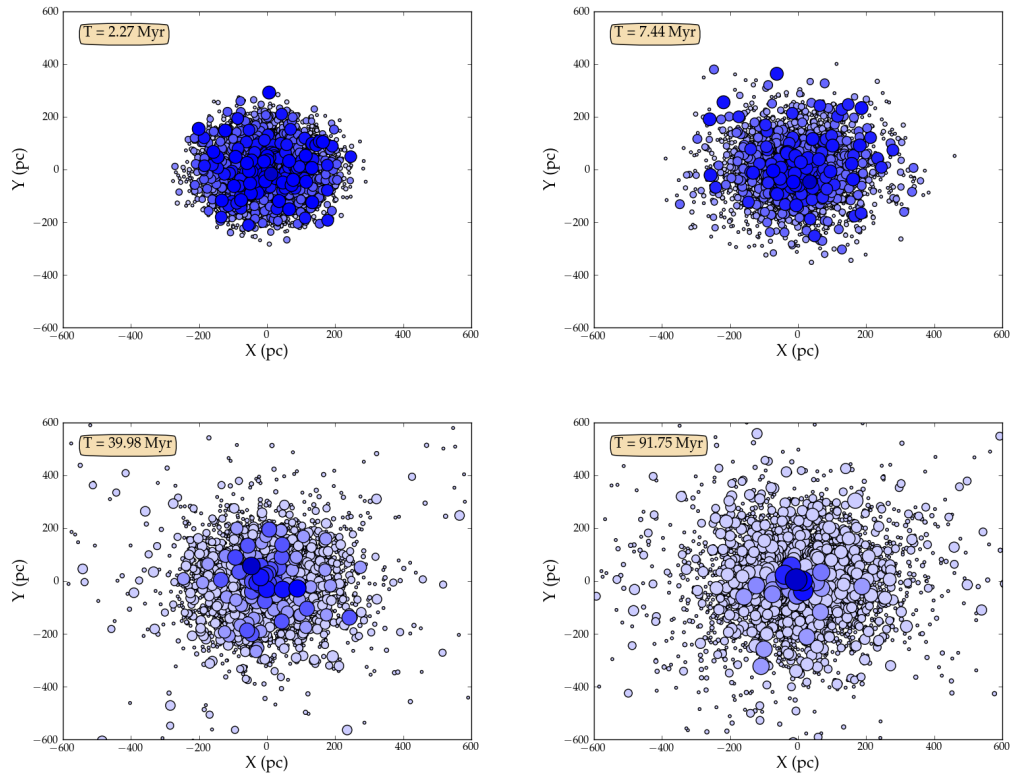
7.2.4 Αποτελέσματα

Το Σχήμα 7.20 περιλαμβάνει όλα τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων N—σωμάτων. Κάθε κύκλος αντιπροσωπεύει μια προσομοίωση. Στις προσομοιώσεις στις οποίες η IMBH διαφεύγει από το CC έχοντας δώσει κάποιες ή καθόλου αλληλεπιδράσεις με σμήνη, το αντίστοιχο CC είχε είτε μικρή μάζα (προσομοιώσεις με κωδικούς A1-A5, B1-B5, C1-C4, D1-D4 and E3-E4), είτε μικρή πυκνότητα (προσομοιώσεις με κωδικούς F4, G4 and H4). Στις προσομοιώσεις στις οποίες οι μάζες και οι διαστάσεις του CC ήταν πιο κοντά στα έως σήμερα παρατηρησιακά δεδομένα (προσομοιώσεις με κωδικούς E1-E2, F1-F3, G1-G3 and H1-H4), η IMBH παρέμεινε δέσμια του CC κι έδωσε ένα μη αμελητέο αριθμό αλληλεπιδράσεων με σμήνη, έως ότου να εγκλωβιστεί από το βαρυντικό πεδίο ενός από αυτά. Ο λόγος για το παραπάνω συμπέρασμα είναι το γεγονός πως η IMBH μπορεί να διαφύγει ευκολότερα από συστήματα με μικρότερη μάζα και μεγαλύτερη ακτίνα (αριστερά και κάτω μέρος του Σχήματος 7.20). Αντίθετα, CCs με μεγάλη μάζα και σχετικά μικρή ακτίνα, έχουν πολλές πιθανότητες να διατηρήσουν την IMBH (δεξιά και κάτω μέρος του Σχήματος 7.20).

Δύο παραδείγματα εξέλιξης ενός CC, χωρίς όμως να φαίνεται η κίνηση της IMBH μέσα



Σχήμα 7.20: Αποτελέσματα των προσομοιώσεων μεγάλης κλίμακας. Ο x-άξονας δείχνει τον αριθμό των σημηνών σε κάθε προσομοίωση, ενώ ο άξονας y την αρχική ακτίνα των CC. Ο επάνω άξονας x δείχνει τη μάζα των CC σε μονάδες $M_{\odot}$. Κάθε κύκλος αντιπροσωπεύει μια ένδειξη του Πίνακα 7.1. Οι ανοικτοί κύκλοι υποδεικνύουν προσομοιώσεις στις οποίες η IMBH διαφεύγει από το CC, ενώ οι σκούροι κύκλοι τις περιπτώσεις στις οποίες η IMBH παγιδεύεται από το βαρυτικό πεδίο του CC. Δίπλα σε κάθε σύμβολο, υπάρχουν τρεις αριθμοί. Ο πρώτος (σημειωμένος με μαύρο χρώμα) δείχνει τον αριθμό των σημηνών του CC που έχουν αλληλεπιδράσει με την IMBH έως ότου αυτή διαφύγει από το CC, ή παγιδευτεί από ένα σμήνος του. Ο δεύτερος αριθμός (σημειωμένος με κόκκινο χρώμα) είναι ο αριθμός των αστερών που έχουν διαταραχθεί από την IMBH μαζί με τον αριθμό των συγκρούσεων μεταξύ αστερών που προκλήθηκαν από την παρουσία της IMBH σε ένα σμήνος. Τέλος, ο τρίτος αριθμός δείχνει την αρχική ταχύτητα διαφυγής από το κέντρο του CC σε km s^{-1} .



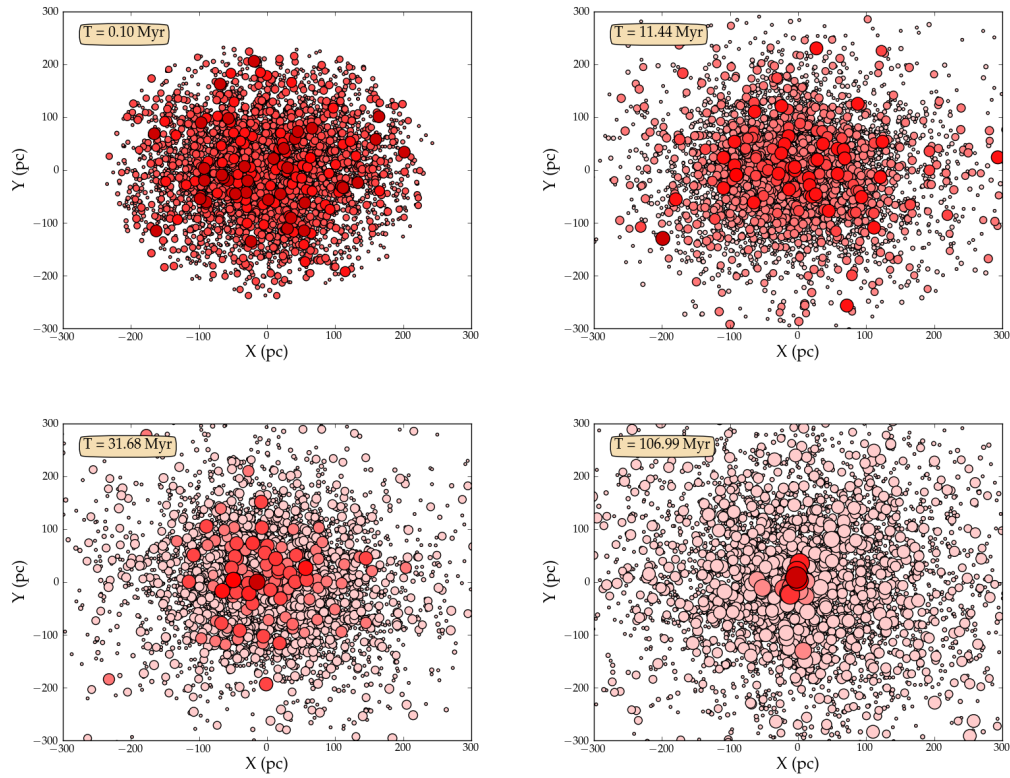
Σχήμα 7.21: Δημιουργία του ``σπόρου" UCD στο κέντρο του CC. Προβολή όλων των αστρικών σμηνων στο επίπεδο X--Y για την προσομοίωση με κωδικό όνομα F3. Η ακτίνα των σμηνών έχει μεγεθυνθεί για λόγους παρουσίασης. Τα σμήνη με μεγαλύτερη μάζα παρουσιάζονται ως μεγαλύτερα σε μέγεθος και πιο σκούρα σε χρώμα σε σχέση με τα μικρότερα σμήνη κάθε εικόνας. Μετά από 7.44 Myr είναι φανερό πως τα μεγαλύτερα σε μάζα σμήνη δημιουργούνται κοντά στο κέντρο του CC. Αργότερα, σε χρόνο $T \sim 40$ Myr όλα τα μεγαλύτερης μάζας σμήνη εντοπίζονται κοντά στο κέντρο του CC. Τέλος, στο τελευταίο σχήμα είναι φανερό πως υπάρχουν ορισμένα μεγάλα σμήνη κοντά στο κέντρο, στο οποίο βρίσκεται ένα πολύ μεγαλύτερο σμήνος. Η μάζα του σμήνους αυτού είναι $2.9 \times 10^6 M_\odot$ κανόντάς το να αποτελεί τον ``σπόρο" από τον οποίο θα δημιουργηθεί εν τέλει ο UCD. Στην ηλεκτρονική διεύθυνση http://www.astro.auth.gr/~simos/mediawiki-1.6.7/index.php/Cluster_Complexes παρουσιάζεται ένα βίντεο της διαδικασίας.

ID	Coll	T[Myr]	R _{capt} [pc]	M _{cl} [M _☉]	M _{UCD} [M _☉]	T _{DF} [Myr]	T _{FH} [Myr]	T _{FC} [Myr]
E1	1	14	9.6	1.9×10^6	1.9×10^6	142	0.197	12.57
E2	0	38.2	10.3	1.2×10^6	1.2×10^6	129	0.09	33.59
F1 ²	4	9.7	42	5×10^3	6.5×10^5	2400	0.047	2.14
F2	9	28.2	18.4	7.3×10^5	7.3×10^5	240	0.067	0.54
F3	6	118	15.4	2.9×10^6	2.9×10^6	367	0.1	0.28
G1	3	10.14	45.6	2.5×10^3	1.1×10^6	4300	0.011	0.35
G2	3	13.1	23.8	1.5×10^4	6.6×10^5	762	0.009	0.009
G3	11	167.4	92.7	2.5×10^3	4×10^6	7900	0.1	44.8
H1	4	11.7	15.5	5.6×10^5	1.3×10^6	26	0.012	3.65
H2	9	20.1	17.8	1.8×10^6	1.8×10^6	360	0.15	5.32
H3	11	49.9	30.2	1.5×10^5	9.7×10^5	167	0.28	9.54

Πίνακας 7.2: Δεδομένα των προσομοιώσεων στις οποίες η IMBH συνελήφθη από ένα σμήνος του CC. Η πρώτη στήλη δείχνει το κωδικό όνομα της προσομοίωσης (βλ. Πίνακα 7.1). Η δεύτερη στήλη δείχνει τον αριθμό των συγκρούσεων αστέρων που προκλήθηκαν από την IMBH. Η τρίτη, το χρόνο που περνάει από την εκκίνηση της προσομοίωσης μέχρι τη σύλληψη της IMBH από ένα σμήνος, ενώ η τέταρτη στήλη δείχνει την απόσταση από το κέντρο του CC στην οποία έγινε η σύλληψη αυτή. Η επόμενη δύο στήλες παρουσιάζουν τη μάζα του σμήνους που εγκλώβισε την IMBH και τη μάζα του μεγαλύτερου σμήνους τη στιγμή που παγιδεύτηκε η IMBH. Η έβδομη στήλη δείχνει μια προσέγγιση του χρόνου που απαιτείται ώστε η IMBH να φτάσει στο κέντρο του CC λόγω δυναμικής τριβής. Οι τελευταίες δύο στήλες δείχνουν το χρόνο από την εκκίνηση της προσομοίωσης στον οποίο η IMBH αλληλεπιδρά με ένα σμήνος για πρώτη φορά, και το χρόνο της πρώτης σύγκρουσης μεταξύ αστέρων.

σε αυτό, παρουσιάζονται στα Σχήματα 7.21) και (7.22), όπου φαίνεται ο σχηματισμός της αρχικής μορφής ενός UCD για δύο παραδείγματα του Πίνακα των προσομοιώσεων 7.1. Στα δύο αυτά παραδείγματα η IMBH κατέληξε τελικά στο κέντρο ενός από τα σμήνη του CC. Στις περιπτώσεις αυτές, η IMBH διαπερνά δεκάδες έως και εκατοντάδες σμήνη. Ο αριθμός αυτών των αλληλεπιδράσεων εξαρτάται από το συνολικό χρόνο που απαιτείται έως την παγίδευση της IMBH από ένα συγκεκριμένο σμήνος του CC. Σε 6 από τις προσομοιώσεις, η IMBH εγκλωβίζεται από ένα σμήνος που δεν έχει συγκρουστεί ακόμη με κάποιο άλλο σμήνος. Σε 5 από αυτές, το σμήνος που εγκλωβίζει την IMBH τελικά, είναι το κεντρικό σμήνος, που έχει ήδη μεγαλώσει τόσο σε μάζα, όσο σε διαστάσεις, λόγω των πολλαπλών συγκρούσεων του με άλλα σμήνη. Το σμήνος αυτό είναι αυτό που θα οδηγήσει στη δημιουργία του UCD στο κέντρο του συστήματος. Στον Πίνακα 7.2 παρουσιάζονται τα χαρακτηριστικά του σμήνους που εγκλώβισε την IMBH σε καθεμιά από τις προσομοιώσεις που κάτι τέτοιο συνέβη. Η θέση της IMBH μέσα στο CC τη στιγμή της παγίδευσής της, καθώς και η μάζα του μεγαλύτερου σμήνους που υπάρχει στο σύστημα εκείνη τη στιγμή, καταγράφονται επίσης. Τέλος, στον ίδιο πίνακα, αναφέρονται τόσο ο αριθμός των συγκρούσεων μεταξύ αστέρων, που προέκυψαν σε σμήνη που ``χτυπήθηκαν" από την IMBH εξαιτίας της ύπαρξής της σε αυτά, όσο και μια εκτίμηση του δυναμικού χρόνου που απαιτείται ώστε η IMBH, μετά το τέλος των προσομοιώσεων, να καταλήξει στο κέντρο του σχηματιζόμενου UCD.

Ο υπολογισμός του χρόνου αυτού έγινε ως εξής:



Σχήμα 7.22: Όπως και στο Σχήμα 7.21, αλλά για την προσομοίωση με κωδικό όνομα G3. Στην περίπτωση αυτή δείχνουμε την εσωτερική περιοχή διαμέτρου 600 pc. Όπως και στο προηγούμενο σχήμα, σε περίπου ~ 100 Myr έχουμε ήδη τη δημιουργία ενός μεγάλου σμήνους στο κέντρο του συστήματος. Το σμήνος αυτό έχει μάζα $5.5 \times 10^5 M_{\odot}$, ενώ σμήνη με μάζες $5.2 \times 10^5 M_{\odot}$, $5.0 \times 10^5 M_{\odot}$, $1.9 \times 10^5 M_{\odot}$, $1.4 \times 10^5 M_{\odot}$ και $6.5 \times 10^4 M_{\odot}$ εξακολουθούν να υπάρχουν κόντα στο κέντρο του συστήματος. Στην ηλεκτρονική διεύθυνση http://www.astro.auth.gr/~simos/mediawiki-1.6.7/index.php/Cluster_Complexes2 παρουσιάζεται ένα βίντεο της διαδικασίας.

Ο χαρακτηριστικός χρόνος δυναμικής τριβής (T_{DF}) ενός αντικειμένου μάζας m που κινείται εντός ενός συστήματος συνολικής μάζας M , δίνεται από τη σχέση [134]

$$T_{DF} = \frac{1.17 M}{\ln \Lambda} \frac{r}{m V_h}, \quad (7.27)$$

όπου r είναι η απόστασή του από το κέντρο του συστήματος, V_h είναι η rms τιμή της ταχύτητας διασποράς του συστήματος και $\ln \Lambda$ ο λογάριθμός Coulomb, που συνήθως είναι της τάξης της μονάδας. Ο χρόνος T_{DF} είναι μια εκτίμηση του χρόνου που χρειάζεται ένα αντικείμενο μάζας m , ώστε, ξεκινώντας από απόσταση r , να φτάσει στο κέντρο του συστήματος. Εφαρμόζοντας κατάλληλα την παραπάνω σχέση μπορούμε να βρούμε το χρόνο που απαιτείται ώστε η IMBH να φτάσει στο κέντρο του CC, αφού εγκλωβιστεί από ένα σμήνος του. Όπως είναι προφανές από τα δεδομένα του Πίνακα 7.2 σχεδόν στις μισές προσομοιώσεις (5 από τις 11), στις οποίες η IMBH παρέμεινε δέσμια του CC, η ίδια της εγκλωβίστηκε από το μεγαλύτερο σε μάζα σμήνος, το οποίο, όπως αναφέρθηκε παραπάνω, αποτελεί τον πρόγονο του σχηματιζόμενου UCD. Το σμήνος αυτό, τη στιγμή που εγκλωβίζει την IMBH, βρίσκεται ήδη στο κέντρο του CC. Στις περιπτώσεις αυτές, ο χρόνος T_{DF} είναι ο απαιτούμενος χρόνος ώστε η IMBH να καταλήξει στο κέντρο του UCD, οπότε η εξίσωση (7.27) μπορεί να γραφτεί ως εξής:

$$T_{DF} = \frac{1.17 M_{UCD}}{\ln \Lambda} \frac{r}{M_{\bullet} V_{UCD,h}}. \quad (7.28)$$

Όπου $M_{\bullet}$ είναι η μάζα της IMBH, M_{UCD} η μάζα του σχηματιζόμενου UCD, r η ακτίνα του, και $V_{UCD,h}$ είναι η rms ταχύτητα διασποράς που δίνεται από τη σχέση $V_{UCD,h} = \sqrt{GM_{UCD}/R_h}$, με R_h την ακτίνα μισής μάζας του UCD.

Στην αντίθετη περίπτωση, όταν η IMBH εγκλωβίζεται από ένα μικρότερο σμήνος του CC (6 από τις 11 προσομοιώσεις του Πίνακα 7.2), ο χαρακτηριστικός χρόνος δυναμικής τριβής είναι ο χρόνος που απαιτείται ώστε το σμήνος αυτό (που πλέον περιέχει και την IMBH) να καταλήξει στο κέντρο του συστήματος. Στην περίπτωση αυτή, μπορούμε να γράψουμε την εξίσωση (7.27) ως εξής:

$$T_{DF} = \frac{1.17 M_{CC}}{\ln \Lambda} \frac{r}{m_c V_{CC,h}}. \quad (7.29)$$

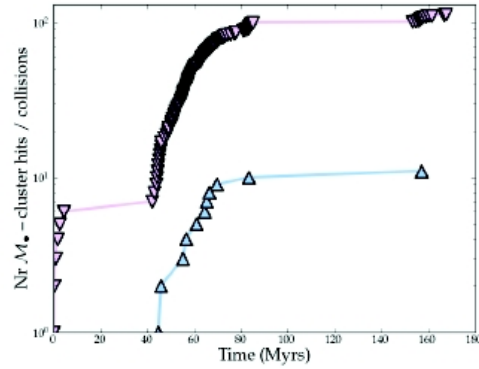
Όπου M_{CC} είναι η συνολική μάζα του σμήνους και της IMBH, r είναι η απόσταση από το κέντρο του CC στην οποία βρίσκεται το σμήνος τη στιγμή που εγκλωβίζεται σε αυτό η IMBH, και $V_{CC,h}$ είναι RMS τιμή της ταχύτητας διασποράς των σμηνών του CC. Από την εξίσωση (7.29) μπορούμε να συμπεράνουμε πως αν η IMBH εγκλωβιστεί από ένα σμήνος μικρής μάζας, τότε θα χρειαστεί μεγάλο σχετικά χρονικό διάστημα, ώστε αυτή, μαζί με το σμήνος στο οποίο εγκλωβίστηκε, να φτάσουν στο κέντρο του συστήματος. Το συμπέρασμα αυτό είναι φανερό από τα δεδομένα του Πίνακα 7.2, όπου στις προσομοιώσεις στις οποίες η IMBH "πιάστηκε" από ένα μικρής μάζας σμήνος ο χρόνος T_{DF} είναι της τάξης των Gyr. Η εκτίμηση αυτή μπορεί να είναι αρκετά μεγαλύτερη από τον πραγματικό χρόνο που θα χρειαστεί το σμήνος αυτό για να καταλήξει στο κέντρο, καθώς τα σμήνη στο κέντρο του συστήματος, συγχωνεύονται συνεχώς μεταξύ τους, δίνοντας όλο και μεγαλύτερης μάζας σμήνη, που συσσωρεύονται στο κέντρο κι έλκουν με ισχυρότερες δυνάμεις τα υπόλοιπα

σμήνη του CC. Αυτός είναι ο λόγος για τον οποίο στις περιπτώσεις αυτές ο αριθμός στην τελευταία στήλη του Πίνακα 7.2 είναι πιθανότερα ένα άνω όριο του χρόνου που θα χρειαστεί η IMBH για να καταλήξει στο κέντρο του CC. Αντίθετα, στις περιπτώσεις στις οποίες η IMBH εγκλωβίζεται από το κεντρικό, μεγάλο σμήνος, ο χρόνος T_{DF} είναι της τάξης των $100 - 500 \text{ Myr}$.

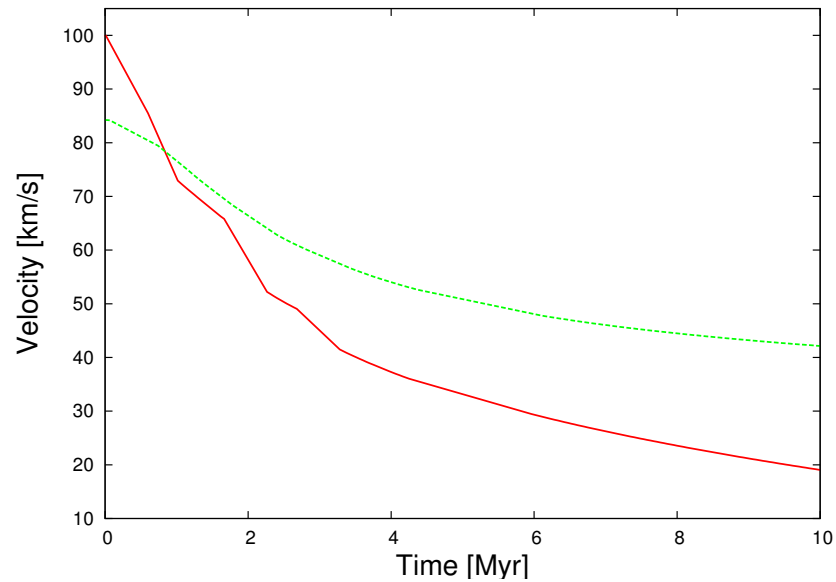
Σύμφωνα με τα παραπάνω αποτελέσματα, η διαδικασία κατά την οποία η αναδράζουσα IMBH καταλήγει στο κέντρο του μεγαλύτερου σμήνους του συστήματος, είναι σχετικά γρήγορη. Αν και δεν υπάρχουν ενδείξεις για την ύπαρξη και τον αριθμό των IMBH στο σύμπαν, μπορούμε να θεωρήσουμε πως περίπου 0.1% όλων των σμηνών περιέχουν μια IMBH στα κέντρα τους. Το ποσοστό αυτό είναι καθαρά υποθετικό, αν όμως η ύπαρξη IMBH είναι γεγονός, τότε πρόκειται για ένα πραγματικά μικρό ποσοστό. Με βάση το ποσοστό αυτό, ένα CC με $N = 8000$ σμήνη θα διαθέτει ~ 8 IMBHs οι οποίες, καθώς τα σμήνη συγκρούονται μεταξύ τους, θα δώσουν ~ 4 αναδράζουσες IMBHs. Αν αυτές δε διαφύγουν από το σύστημα, κάτι που σύμφωνα με τα αποτελέσματά μας είναι το πιο πιθανό, τότε σε χρονικό διάστημα μικρότερο του 1 Gyr όλες θα καταλήξουν στο κέντρο του UCD, όπου και αναμένεται να συγκρουστούν μεταξύ τους δίνοντας τελικά μια μεγαλύτερη IMBH. Σημειώνεται πως οι συγκρούσεις των IMBH μέσα στο UCD είναι απίθανο να οδηγήσουν σε ταχύτητες ανάδρασης μεγαλύτερες από την ταχύτητα διαφυγής από το σύστημα, καθώς οι UCDs, έχουν μεγάλες κεντρικές πυκνότητες και μάζες, ώστε οι ταχύτητα διαφυγής από τα κέντρα τους να είναι αρκετές φορές πιο μεγάλη από την αντίστοιχη ταχύτητα διαφυγής από τα κέντρα των αστρικών σμηνών. Το τελικό αποτέλεσμα της διαδικασίας αυτής, θα είναι ένα UCD στο κέντρο του οποίου θα βρίσκεται μια αρκετά μεγάλη σε μάζα μελανή οπή. Με τον τρόπο αυτό, τα CCs μπορούν όχι μόνο να ερμηνεύσουν την ύπαρξη και τη δημιουργία ορισμένων τουλάχιστον από τα UCDs, αλλά και να εξηγήσουν την ύπαρξη μεγάλων μελανών οπών στα κέντρα τους. Μια ένδειξη, λοιπόν, πως οι UCDs δημιουργούνται από CCs αλλά και του γεγονότος πως IMBH όντως υπάρχουν στα αστρικά σμήνη θα ήταν η ανίχνευσή μελανών οπών με μάζες μεγαλύτερες από τις τυπικές μάζες των IMBH, στα κέντρα ορισμένων UCDs. Μια τέτοια ανίχνευσή δεν είναι δυνατή με τα σημερινά δεδομένα της παρατηρησιακής αστρονομία, όμως αναμένεται να μπορεί να γίνει πραγματικότητα στο εγγύς μέλλον, όπου μια νέα γενιά οργάνων παρατήρησης θα είναι διαθέσιμα.

Ο μεσαίος αριθμός δίπλα σε κάθε σύμβολο του Σχήματος 7.20 είναι ο αριθμός των αστερών που έχουν διαταραχθεί παλιρροιακά από την IMBH συν τον αριθμό των συγκρούσεων μεταξύ αστερών, που προκλήθηκαν από την ύπαρξη της IMBH μέσα σε ένα σμήνος. Σε όλες τις προσομοιώσεις υπήρξε μόνο μια παλιρροιακή διαταραχή αστερά (στην προσομοίωση με κωδικό F1), οπότε όλοι οι υπόλοιποι αριθμοί δείχνουν τις συγκρούσεις μεταξύ αστερών. Σύμφωνα με τα αποτελέσματα, σε ένα CC στο οποίο κινείται μια αναδράζουσα IMBH, συμβαίνει μία σύγκρουση μεταξύ δύο αστερών κάθε $5 - 8 \text{ Myr}$. Στο Σχήμα 7.23 παρουσιάζουμε τον αριθμό των αστρικών συγκρούσεων και των σμηνών που αλληλεπιδρούν με την IMBH ως συνάρτηση του χρόνου. Είναι προφανής και αναμενόμενη η ύπαρξη συσχετισμού μεταξύ των δύο καμπυλών.

Ο τρίτος αριθμός δίπλα από κάθε σύμβολο του Σχήματος 7.20 είναι η αρχική ταχύτητα διαφυγής από το κέντρο του συστήματος. Όπως είναι προφανές, CCs με αρχική ταχύτητα διαφυγής μικρότερη από 100 km s^{-1} μπορούν επίσης να διατηρήσουν την IMBH (υπενθυμίζεται πως η IMBH ξεκινάει από το κέντρο του κάθε CC με ταχύτητα 100 km s^{-1}). Το γεγονός



Σχήμα 7.23: Αριθμός των "χτυπημάτων" της IMBH σε σμήνη (αναποδογυρισμένα τρίγωνα) και αριθμός των συγκρούσεων μεταξύ αστερών (τρίγωνα) ως συναρτήσεις του χρόνου για την προσομοίωση με κωδικό όνομα G3.



Σχήμα 7.24: Η ταχύτητα της IMBH ως συνάρτηση του χρόνου (κόκκινη συνεχής καμπύλη) στην προσομοίωση με κωδικό όνομα G3, στην οποία η IMBH παραμένει δέσμια στο CC. Με πράσινη διακεκομμένη γραμμή παρουσιάζεται η ταχύτητα διαφυγής στο σημείο στο οποίο βρίσκεται η IMBH κάθε στιγμή. Λόγω της απώλειας κινητικής ενέργειας, η ταχύτητα της IMBH γίνεται σύντομα μικρότερη από την ταχύτητα διαφυγής.

αυτό εξηγείται από το ότι η IMBH χάνει κινητική ενέργεια έπειτα από κάθε αλληλεπίδρασή της με ένα σμήνος. Μια ενδιαφέρουσα περίπτωση είναι αυτή της προσομοίωσης με κωδικό H4 στην οποία αν και η αρχική ταχύτητα διαφυγής είναι υψηλή, η IMBH διαφεύγει από το σύστημα, εξαιτίας του ότι αυτό είναι τόσο αραιό, ώστε η IMBH αλληλεπιδρά μόνο με 2 σμήνη, οπότε η κινητική της ενέργεια δεν ελαττώνεται αισθητά, ώστε να την οδηγήσει σε παραμονή στο σύστημα. Αντίθετα, στην προσομοίωση με κωδικό G3, όπου η αρχική ταχύτητα διαφυγής από το κέντρο του CC είναι επίσης 84 km s^{-1} , η IMBH παραμένει στο σύστημα, καθώς αυτό είναι αρκετά πυκνό, ώστε να πραγματοποιηθούν αρκετές αλληλεπιδράσεις IMBH-σμήνους. Οι αλληλεπιδράσεις αυτές, μειώνουν την κινητική ενέργεια της IMBH, υποχρεωνοντάς την να παραμείνει τελικά μέσα στο CC. Στο Σχήμα 7.24 παρουσιάζεται η εξέλιξη της ταχύτητας της IMBH, αλλά και της ταχύτητας διαφυγής στο σημείο που εντοπίζεται κάθε στιγμή η IMBH, με το χρόνο. Αρχικά, η ταχύτητα διαφυγής είναι μικρότερη από την ταχύτητα της IMBH, όμως καθώς η IMBH αλληλεπιδρά με σμήνη κατά την πορεία της προς τα εξωτερικά στρώματα του CC, η ταχύτητά της ελαττώνεται αισθητά, και αρκετά γρήγορα γίνεται μικρότερη από την ταχύτητα διαφυγής. Μετά το πρώτο Myr της εξέλιξης, είναι προφανές πως η IMBH δεν θα διαφύγει από το σύστημα, αλλά πως θα παραμείνει εγκλωβισμένη σε αυτό.

7.2.5 Συμπεράσματα

Στην παράγραφο αυτή παρουσιάσαμε τα αποτελέσματα προσομοιώσεων για τη δημιουργία ενός υπέρ-πυκνου γαλαξία νάνου (UCD) από ένα υπερσμήνος αστρικών σμηνών CC. Μελετήσαμε επίσης τη συμπεριφορά μιας αναδράζουσας IMBH καθώς το σύστημα αυτό εξελίσσεται. Για το σκοπό αυτό πραγματοποιήσαμε δύο ομάδες προσομοιώσεων. Η πρώτη ομάδα αποτελείτο από προσομοιώσεις στις οποίες μια IMBH αλληλεπιδρά με ένα αστρικό σμήνος. Μελετήσαμε τα αποτελέσματα της αλληλεπίδρασης αυτής για διαφορετικές τιμές των ελεύθερων παραμέτρων, που ήταν ο λόγος των μαζών, η σχετική ταχύτητα και η απόσταση της κοντινότερης διέλευσης της IMBH από το κέντρο του σμήνους. Τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων αυτών χρησιμοποιήθηκαν στη δεύτερη ομάδα προσομοιώσεων, στις προσομοιώσεις μεγάλης κλίμακας, στις οποίες μελετήθηκε η κίνηση μιας IMBH μέσα σε ένα CC και οι αλληλεπιδράσεις που αυτή έχει μέσα σε αυτό, με τα αστρικά του σμήνη. Σταματήσαμε τις προσομοιώσεις αυτές, όταν, σύμφωνα με τα αποτελέσματα της πρώτης ομάδας προσομοιώσεων, η IMBH εγκλωβίζεται από ένα σμήνός. Τη στιγμή εκείνη καταγράψαμε τη μάζα του μεγαλύτερου σμήνους που έχει ήδη δημιουργηθεί στο σύστημα. Το σμήνος αυτό, έχει τέτοια μάζα ώστε να μπορεί να θεωρηθεί ως ο πρόγονος ενός UCD.

Ένα συμπέρασμα των προσομοιώσεών μας είναι πως σε CCs που έχουν μάζες κοντά στις παρατηρούμενες, η IMBH σχεδόν πάντα παραμένει δέσμια του συστήματος. Μόνο στα συστήματα με μικρό αριθμό σμηνών και με μικρές συνολικές μάζες η IMBH διαφεύγει. Στις πιο συχνές περιπτώσεις που η IMBH παραμένει, εγκλωβίζεται από κάποιο σμήνος του CC σε χρόνο που είναι πάντα μικρότερος από $\sim 200\text{ Myr}$. Σε ορισμένες από τις προσομοιώσεις, η IMBH παγιδεύεται από ένα σμήνος μικρής σχετικά μάζας, ενώ σε ορισμένες άλλες, από το κεντρικό μεγάλο σμήνος που έχει ήδη δημιουργηθεί στο CC από διαδοχικές συγκρούσεις μεταξύ σμηνών.

Στις περιπτώσεις στις οποίες η IMBH παραμένει στο CC, αλλά και σε κάποιες από τις

οποίες αυτή διαφεύγει, παρατηρήσαμε πως προκαλεί ορισμένες συγκρούσεις μεταξύ αστερών στα σμήνη με τα οποία αλληλεπιδρά, ενώ δεν εντοπίσαμε παρά μόνο μια διαταραχή αστερά από την IMBH σε όλες τις προσομοιώσεις. Το τελευταίο είναι αναμενόμενο, καθώς η ταχύτητα της IMBH είναι συνήθως αρκετά μεγαλύτερη από την ταχύτητα διασποράς στο κέντρο του σμήνους το οποίο διαπερνάει. Η πρώτη σύγκρουση αστερών στο CC γίνεται σε χρόνο μεγαλύτερο των 1000 ετών από τη στιγμή της ανάδρασης της IMBH, οπότε στις προσομοιώσεις μας δεν υπάρχει καμία ένδειξη ταυτόχρονης ανίχνευσης, βαρυτικής και ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας.

Τα αποτελέσματα του Κεφαλαίου αυτού έχουν δημοσιευτεί στην εργασία A2 που αναφέρεται στο Παράρτημα B: Βιογραφικό Σημείωμα.

Κεφάλαιο 8

Σύνοψη

Στο κεφάλαιο αυτό συνοψίζουμε τα αποτελέσματα και τις καινοτομίες τις παρούσας διατριβής, ενώ ταυτόχρονα αναφέρουμε τις σκέψεις μας για πιθανές μελλοντικές επεκτάσεις της.

Μια σημαντική συνεισφορά της εργασίας είναι η εξ'αρχής δημιουργία ενός νέου κώδικα που μπορεί να χρησιμοποιηθεί για προσομοιώσεις N-σωμάτων. Ο κώδικας αυτός που ονομάζεται *Myriad*, γράφτηκε εξ' ολοκλήρου από εμάς κατά τη διάρκεια εκπόνησης της διατριβής και είναι ικανός, με τη διαθέσιμη υπολογιστική ισχύ, να προσομοιώσει μοντέλα αστρικών σμηνών που διαθέτουν μερικές δεκάδες χιλιάδες αστέρες. Η αναμενόμενη αύξηση της υπολογιστικής ισχύος στο εγγύς μέλλον, αναμένεται να αυξήσει αρκετά τον αριθμό αστέρων ενός σμήνους που μπορεί να προσομοιωθεί. Ο κώδικάς μας είναι ελεύθερα διαθέσιμος για οποιονδήποτε θέλει να τον χρησιμοποιήσει, ενώ γράφουμε ήδη ένα εγχειρίδιο χρήσης γι' αυτόν. Ο πηγαίος κώδικας μαζί με τα συνοδευτικά προγράμματα που τον ακολουθούν μπορεί να βρεθεί στην ιστοσελίδα <http://www.astro.auth.gr/~simos/Downloads/Myriad.tgz>

Τα βασικά χαρακτηριστικά του κώδικα *Myriad* είναι:

- Διαθέτει έναν πολύ γρήγορο και ακριβή αλγόριθμο για την εύρεση των θέσεων και ταχυτήτων των αστέρων κάθε χρονική στιγμή. Ο αλγόριθμος αυτός είναι ο αλγόριθμος Hermite 4ης τάξης, που χρησιμοποιείται από όλους τους σύγχρονους κώδικες N-σωμάτων.
- Οι επιταχύνσεις όλων των αστέρων καθώς και οι τιμές των παραγώγων τους, ανά πάσα στιγμή, υπολογίζονται με τη χρήση του υπολογιστικού συστήματος GRAPE-6, που είναι ένας υπολογιστής σχεδιασμένος μόνο για το σκοπό αυτό. Ο ίδιος υπολογιστής χρησιμοποιείται και για την εύρεση των γειτονικών αστέρων του κάθε αστέρα.
- Ο αλγόριθμος που χρησιμοποιείται για τη χρονική εξέλιξη διπλών ή πολλαπλών στενών υπο-συστημάτων που υπάρχουν σε ένα σμήνος, ή δημιουργούνται δυναμικά σε αυτό, γίνεται με τη χρήση του μεγάλης ακρίβειας συμμετρικού αλγορίθμου 4ης τάξης Hermite. Στην εξέλιξη των υποσυστημάτων αυτών λαμβάνονται υπ' όψιν και δυνάμεις από γειτονικούς αστέρες που, όμως δεν ανήκουν σε αυτό.
- Στενά διπλά συστήματα μεταξύ μελανών οπών και αστέρων νετρονίων εξελίσσονται στο χρόνο με τη χρήση της μετα-Νευτώνειας θεωρίας τις εξισώσεις της οποίας προ-

σαρμόσαμε κατάλληλα στον κώδικα. Για τη σωστή προσαρμογή, υπολογίσαμε τους μετα-Νευτώνειους όρους της παραγωγού της επιτάχυνσης, ενώ χρησιμοποιήσαμε τους αντίστοιχους όρους της επιτάχυνσης που υπάρχουν στη βιβλιογραφία.

- Ο κώδικας προσομοιώνει συγκρούσεις μεταξύ αστερών θεωρώντας πως στην περίπτωση αυτή συντελείται απλή πλαστική κρούση και το αποτέλεσμα διατηρεί τη συνολική μάζα του διπλού συστήματος. Συγκρούσεις μεταξύ μελανών οπών προσομοιώνονται με την ίδια παραδοχή, όμως στην περίπτωση αυτή λαμβάνεται υπ' όψιν και η ασύμμετρη εκπομπή βαρυτικής ακτινοβολίας από το σύστημα. Ειδικά για συγκρούσεις μελανών οπών με ιδιοπεριστροφή, υπολογίζεται η ταχύτητα της παραγόμενης από την σύγκρουση μελανής οπής, με βάση τους ημι-αναλυτικούς τύπους της Αριθμητικής Σχετικότητας.

Οι καινοτομίες που εισάγει ο Myriad στο χώρο των κωδίκων N-σωμάτων είναι:

- Διαθέτει ξεκάθαρη και εύκολα κατανοητή δομή, ώστε να είναι εύκολη η κατανόηση του τρόπου λειτουργίας του, αλλά και η μελλοντική προσθήκη νέων συναρτήσεων που θα προσομοιώνουν περισσότερες από τις φυσικές διεργασίες που συμβαίνουν σε ένα σμήνος.
- Η παράμετρος ακρίβειας η_b που χρησιμοποιείται για την εύρεση του χρονικού βήματος εξέλιξης στενών διπλών ή πολλαπλών συστημάτων (βλ. εξίσωση (6.11)) δεν είναι σταθερή, αλλά καθορίζεται για καθένα από αυτά κατά τη διάρκεια της δημιουργίας του. Η μεταβλητότητα της παραμέτρου αυτής εξασφαλίζει την όσο γίνεται πιο ομαλή μετάβαση από τον αλγόριθμο H4 που χρησιμοποιείται για το σύστημα των N-σωμάτων, στον χρονικά συμμετρικό H4 που χρησιμοποιείται για τα διπλά ή πολλαπλά συστήματα.
- Οι αλγόριθμοι των Kaplan et al. (2005) [114, 106] έχουν συμπεριληφθεί με επιτυχία στον Myriad για την εξέλιξη διπλών ή πολλαπλών συστημάτων. Το σφάλμα στην εξέλιξη αυτών δεν αυξάνει μονότονα με το χρόνο, αλλά παραμένει περιορισμένο μεταξύ κάποιων ορίων.
- Εισάγαμε νέους κανόνες για τη δημιουργία στενών τριπλών συστημάτων που συμβαίνουν όταν ένας αστέρας πλησιάζει ένα διπλό σύστημα. Δεν χρησιμοποιούμε κάποιο κριτήριο απόστασης, αλλά την αδιάστατη παράμετρο διαταραχής που ορίζεται στη σχέση (6.20) κι εξαρτάται από τις μάζες και τις αποστάσεις μεταξύ των αστερών. Η ίδια παράμετρος χρησιμοποιείται και για την απομάκρυνση ενός αστέρα από ένα τριπλό ή πολλαπλό σύστημα.

Παρόλη την προσπάθεια να συμπεριληφθούν στον κώδικα όσο το δυνατό περισσότερες από τις φυσικές διεργασίες που γίνονται σε ένα πραγματικό σμήνος, ορισμένες από αυτές δεν έχουν συμπεριληφθεί και αναμένεται να αποτελέσουν τις πρώτες μελλοντικές του επεκτάσεις. Οι φυσικές διεργασίες που δεν μπορούν να προσομοιωθούν από τον Myriad ή που προσομοιώνονται από αυτόν, αλλά με τρόπο που επιδέχεται βελτίωση, είναι:

- **Αστρική εξέλιξη.** Οι αστέρες κάθε σμήνους που προσομοιώνονται δεν εξελίσσονται κατά τη διάρκεια της προσομοίωσης. Έτσι, ο αριθμός των μελανών οπών, αστερών νετρονίων και λευκών νάνων δεν αλλάζει καθώς το σμήνος εξελίσσεται στο χρόνο,

ενώ δε λαμβάνεται υπ' όψιν η απώλεια μάζας από έναν αστέρα εξαιτίας της εξέλιξής του.

- **Εξέλιξη διπλών συστημάτων αστερών.** Δεν προσομοιώνονται οι ιδιαίτερες συνθήκες της αστρικής εξέλιξης διπλών συστημάτων, στα οποία η μεταφορά μάζας μεταξύ των αστερών παίζει σημαντικό ρόλο.
- **Συγκρούσεις αστερών.** Ο Myriad επιτρέπει συγκρούσεις μεταξύ αστερών, όμως αυτές αντιμετωπίζονται ως απλές πλαστικές κρούσεις. Το αποτέλεσμα μιας σύγκρουσης, είναι ένας νέος αστέρας, ή μελανή οπή με χαρακτηριστικά (μάζα, θέση, ταχύτητα) ίδια με αυτά του κέντρου μάζας των δύο σωμάτων που συγκρούστηκαν. Στην περίπτωση των συγκρούσεων μελανών οπών, η παραγόμενη μελανή οπή λαμβάνει μια ταχύτητα ανάδρασης που υπολογίζεται με βάση τους ημι-αναλυτικούς τύπους της Αριθμητικής Σχετικότητας.

Από τα παραπάνω μπορούμε να συμπεράνουμε πως μια από τις πιθανές μελλοντικές επεκτάσεις που θα έκαναν πληρέστερο τον Myriad είναι η προσθήκη κάποιου μοντέλου αστρικής εξέλιξης στον κώδικα, έτσι ώστε οι αστέρες να εξελίσσονται καθώς κινούνται μέσα στο σμήνος. Ιδιαίτερα σημαντική θα είναι η προσθήκη εξέλιξης σε διπλά συστήματα αστερών, η οποία μπορεί να επιτρέψει στον κώδικα να δημιουργεί μελανές οπές από υπερκαινοφανείς τύπου α. Επίσης, σημαντική για την πληρότητα του κώδικα θα είναι και η ενσωμάτωση ενός κώδικα SPH (από τα αρχικά του Smooth Particle Hydrodynamics) που θα μπορέσει να αναπαράγει σωστότερα τις συγκρούσεις μεταξύ αστερών, ενώ οι συγκρούσεις μεταξύ μελανών οπών μπορούν να προσεγγιστούν καλύτερα με βάση τα αποτελέσματα της Αριθμητικής Σχετικότητας. Τέλος, βελτιώσεις μπορούν να γίνουν και στην ταχύτητα του κώδικα με το να προσαρμοστεί στις απαιτήσεις των νέων και γρήγορων υπολογιστικών συστημάτων. Ο νέος υπολογιστής GRAPE (GRAPE-DR) είναι διαθέσιμος και η ταχύτητά του μπορεί να γίνει ως και τέσσερις φορές μεγαλύτερη από αυτήν του GRAPE-6 Pro. Από την άλλη, μπορούν να χρησιμοποιηθούν οι νέες τεχνολογίες κάρτες γραφικών (GPUs, από το Graphical Processing Units) αντί του GRAPE, προσφέροντας μεγάλη ταχύτητα. Για το τελευταίο, θα πρέπει να επανασχεδιαστεί ο τρόπος με τον οποίο υπολογίζονται οι επιταχύνσεις των σωμάτων σε κάθε χρονική στιγμή, ώστε αντί για τον GRAPE να χρησιμοποιούνται οι GPUs, στις οποίες, όμως, μπορούν να γίνουν κι άλλοι από τους υπολογισμούς του κώδικα.

Χρησιμοποιήσαμε τον Myriad για την προσομοίωση συστημάτων με αριθμό αστερών από $N = 2$ ως και $N = 32768$, ενώ κάναμε και προσομοιώσεις μεγαλύτερων συστημάτων ($N = 131072$), αλλά για μικρό χρονικό διάστημα. Τα συμπεράσματά μας για την ακρίβεια και την ταχύτητα του κώδικα είναι ικανοποιητικά. Επίσης, προσπαθήσαμε να αναπαράγουμε θεωρητικά αποτελέσματα, αλλά και αποτελέσματα άλλων προσομοιώσεων με τον Myriad. Στην προσπάθεια αυτή βρήκαμε:

- Ο χρόνος κατάρρευσης του πυρήνα ενός ιδεατού σμήνους αποτελούμενου από αστέρες ίσης μάζας είναι σε συμφωνία με τη θεωρητική του τιμή που είναι $t_{cc} \simeq 15t_{rlx}$ [1].
- Ο χρόνος κατάρρευσης του πυρήνα ενός ρεαλιστικού σμήνους που αποτελείται από αστέρες με κατανομή μαζών Scalo είναι $t_{cc} \simeq (0.17 \pm 0.05)t_{rlx}$. Το αποτέλεσμα αυτό είναι σε συμφωνία με άλλες προσομοιώσεις σμηνών με αντίστοιχα χαρακτηριστικά

[19], ενώ οι μικρές διαφορές οφείλονται στην απουσία αστρικής εξέλιξης στον κώδικα Myriad.

- Ο χρόνος μέχρι τη σύγκρουση ενός στενού διπλού συστήματος μελανών οπών είναι σε πλήρη συμφωνία με το χρόνο που προκύπτει από τις εξισώσεις (3.45) και (3.46) των Peters & Mathews [26, 27] στην περίπτωση που στους υπολογισμούς συμπεριλαμβάνεται μόνο η 2.5PN διόρθωση. Η διόρθωση αυτή είναι υπεύθυνη για τη βαρυτική ακτινοβολία που εκπέμπει το σύστημα και για την απώλεια ενέργειας από αυτό. Όταν συμπεριληφθούν οι επιπλέον όροι της μετα-Νευτώνειας θεωρίας (1PN και 2PN), οι οποίοι είναι υπεύθυνοι για την μετατόπιση του περιάστρου, αλλά δεν αφαιρούν ενέργεια από το σύστημα, τότε ο χρόνος της τελικής σύγκρουσης γίνεται αισθητά μικρότερος, και το αποτέλεσμα δε συμφωνεί με το αποτέλεσμα της λύσης των εξισώσεων των Peters & Mathews.

Τα χαρακτηριστικά του κώδικα Myriad, μαζί με τα αποτελέσματα των ελέγχων και συγκρίσεων των αποτελεσμάτων του με τα αντίστοιχα άλλων κωδίκων παρουσιάζονται στην εργασία A1 που αναφέρεται στο Παράρτημα Β: Βιογραφικό Σημείωμα. Εκτενής αναφορά στα παραπάνω γίνεται στο Κεφάλαιο 6.

Με κατάλληλη επιλογή των παραμέτρων, ο κώδικας μπορεί να προσομοιώσει συστήματα αστέρων στα οποία υπάρχει μεγάλη διαφορά στη μάζα μεταξύ του πιο μεγάλου και του πιο μικρού σε μάζα αστέρα. Έτσι, είναι δυνατή η προσομοίωση αστρικών σημνών με ρεαλιστικές μάζες αστέρων, αλλά και με μια μελανή οπή μεσαίας μάζας στα κέντρα τους. Σε τέτοια συστήματα, ο κώδικας είναι σε θέση να υπολογίζει τη βαρυτική ακτινοβολία που εκπέμπεται από στενά διπλά συστήματα, αλλά και από συγκρούσεις μελανών οπών, ενώ ιδιαίτερη προσοχή έχει δοθεί στην παρακολούθηση της κίνησης της μελανής οπής μεσαίας μάζας μέσα σε αυτά.

Χρησιμοποιήσαμε τον Myriad για την προσομοίωση ρεαλιστικών μοντέλων σημνών που περιέχουν μια μελανή οπή μεσαίας μάζας (IMBH) στο κέντρο τους. Η αρχική ηλικία των σημνών ήταν 5Myr που είναι και ο χρόνος από τη δημιουργία του σμήνους, στον οποίο δημιουργείται η IMBH με βάση το σενάριο των διαδοχικών συγκρούσεων αστέρων στο κέντρο του. Τα ζητούμενα των προσομοιώσεων αυτών ήταν:

- Ο χρόνος στον οποίο οι υπόλοιπες μελανές οπές του συστήματος φτάνουν κοντά στην IMBH και αλληλεπιδρούν με αυτήν.
- Ο χρόνος από την έναρξη των προσομοιώσεων στον οποίο δημιουργείται το πρώτο σταθερό στενό διπλό σύστημα IMBH-BH και τα αρχικά χαρακτηριστικά του.
- Η εξέλιξη του μεγάλου ημιιάξονα και της εκκεντρότητας του διπλού αυτού συστήματος με το χρόνο.
- Ο χρόνος που απαιτείται ώστε το στενό διπλό σύστημα IMBH-BH να φτάσει στο σημείο στο οποίο η εκπομπή βαρυτικής ακτινοβολίας είναι σημαντική και παρατηρήσιμη από τους ανιχνευτές βαρυτικών κυμάτων. Επίσης, η τιμή της εκκεντρότητας του συστήματος, όταν αυτό θα αρχίσει να γίνεται παρατηρήσιμο από τη LISA.
- Αν υπάρχει πιθανότητα το διπλό σύστημα IMBH-BH να οδηγηθεί σε σύγκρουση. Αν οι δύο μελανές οπές έχουν ιδιοπεριστροφή, όπως είναι αναμενόμενο, τότε αν υπάρχει πιθανότητα η παραγόμενη από τη σύγκρουση IMBH να διαφύγει από το σύστημα.

Σύμφωνα με τα αποτελέσματά των προσομοιώσεων μας, οι μελανές οπές του σμήνους σε μικρό χρονικό διάστημα φτάνουν στο κέντρο του συστήματος και αλληλεπιδρούν με την κεντρική IMBH. Μετά από $\sim 3\text{Myr}$ δημιουργείται το πρώτο σταθερό διπλό σύστημα μεταξύ της IMBH και μίας από αυτές τις μελανές οπές. Η μελανή οπή-συνοδός της IMBH αλλάζει σχετικά συχνά με το διπλό σύστημα να παρουσιάζει μια τάση συρρίκνωσης του μεγάλου του ημιάξονα και αύξησης της εκκεντρότητάς του. Η συρρίκνωση συμβαίνει εξαιτίας των αλληλεπιδράσεων με άλλες μελανές οπές και με άλλους αστέρες του σμήνους. Τα σώματα αυτά, πλησιάζοντας κοντά στο διπλό σύστημα, κατά μέσο όρο αποκτούν μεγαλύτερες κινητικές ενέργειες και γωνιακές στροφορμές, ενώ κάποια από αυτά μετά από μια κοντινή διέλευση από το διπλό σύστημα, διαφεύγουν από το σμήνος. Το αποτέλεσμα της διαδικασίας αυτής είναι η απώλεια ενέργειας από το διπλό σύστημα (η ενέργεια αυτή μεταφέρεται στο σμήνος που με τον τρόπο αυτό "θερμαίνεται" και δεν καταρρέει βαρυτικά) κάτι που έχει ως συνέπεια τη συνεχή μείωση του μεγάλου ημιάξονά του. Ο μηχανισμός που διατηρεί την εκκεντρότητα του διπλού συστήματος σε υψηλές τιμές δεν έχει ακόμη διευκρινιστεί, όμως το φαινόμενο αυτό έχει παρατηρηθεί και σε άλλες προσομοιώσεις N-σωμάτων.

Σε μία από τις προσομοιώσεις που πραγματοποιήσαμε παρατηρήσαμε πως σε χρόνο ίσο προς $\sim 50\text{Myr}$ από την εκκίνηση της προσομοίωσης, το σχηματιζόμενο διπλό σύστημα οδηγείται σε σύγκρουση. Η σύγκρουση αυτή γίνεται εξαιτίας της απώλειας ενέργειας του συστήματος μέσω της εκπομπής βαρυτικής ακτινοβολίας. Έπειτα από μελέτη που κάναμε για τη συχνότητα και το πλάτος των βαρυτικών κυμάτων που εκπέμπονται από μια τέτοια πηγή, συμπεράναμε πως ένα τέτοιο διπλό σύστημα θα ήταν εύκολα ανιχνεύσιμο από τον ανιχνευτή βαρυτικής ακτινοβολίας LISA. Τέλος, μελετώντας την ταχύτητα ανάδρασης που θα έπερνε μια IMBH μετά την σύγκρουσή της με μία μελανή οπή αντίστοιχής μάζας με το συνοδό της IMBH που συγκρούστηκε με την IMBH του σμήνους στην προσομοίωση, βρήκαμε πως υπάρχει μόνο 30% πιθανότητα μία τέτοια μελανή οπή να παραμείνει στο σμήνος. Με αυτόν τον τρόπο είναι δυνατό να ερμηνεύεται η μη-ύπαρξη IMBH σε ορισμένα σμήνη του γαλαξία, όπως φαίνεται από παρατηρήσεις που έχουν γίνει. Βέβαια, στα σμήνη αυτά μπορεί να μη δημιουργήθηκαν καν IMBHs, όμως αν δημιουργήθηκαν κι αν όντως δεν υπάρχουν πια εκεί, τότε θα πρέπει να βρίσκονται σε κάποια σημεία της γαλαξιακής άλω.

Τέλος, με τη βοήθεια του κώδικα μελετήσαμε τη δημιουργία ενός υπέρ-πυκνου νάνου γαλαξία από μικρότερες δομικές λίθους όπως τα νεαρά αστρικά σμήνη. Ταυτόχρονα, παρακολουθήσαμε την εξέλιξη μιας αναδράζουσας IMBH στο σύστημα. Το συμπέρασμα που εξήχθη από τη μελέτη αυτή είναι πως η IMBH καταλήγει στις περισσότερες των περιπτώσεων στο κέντρο του σχηματιζόμενου γαλαξία νάνου, ενώ κατά τη διάρκειά της κίνησής της μέσα στο σύμπλεγμα σμηνών, αλληλεπιδρά με αρκετά από τα σμήνη, χωρίς όμως να υπάρχει μεγάλη πιθανότητα μιας παρατήρησης που να μπορεί να το επιβεβαιώσει αυτό. Το κεντρικό μεγάλο σμήνος που δημιουργείται από διαδοχικές συγκρούσεις μικρότερων σμηνών, είναι ήδη από τα πρώτα 100Myr πολύ μεγάλο σε μάζα και ακτίνα και αναμένεται να αποτελέσει σε μικρό σχετικά διάστημα ένα γαλαξία νάνο με πολύ μεγάλη πυκνότητα. Λεπτομερείς παρατηρήσεις των κέντρων τέτοιων συστημάτων είναι δυνατό να φανερώσουν την ύπαρξη μελανών οπών μεγάλης μάζας στα κέντρα τους, κάτι που θα μπορούσε να επιβεβαιώσει τον τρόπο δημιουργίας που διαπιστώσαμε με τις προσομοιώσεις.

Παράρτημα Α

Σύστημα μονάδων N-σωμάτων: Οι μονάδες στις οποίες γίνονται συνήθως οι προσομοιώσεις N-σωμάτων είναι οι λεγόμενες μονάδες του συστήματος N-σωμάτων ¹. Το σύστημα αυτό δημιουργήθηκε επίσημα από τους Heggie & Mathieu το 1986 [21] και προκύπτει αν θεωρήσουμε πως σε ένα σμήνος αστερών $G = M_t = R_V = 1$. Όπου G είναι η παγκόσμια σταθερή της βαρύτητας, M_t η συνολική μάζα και R_V η ακτίνα virial του συστήματος. Στις μονάδες αυτές η ολική ενέργεια του συστήματος είναι $E_t = -1/4$. Η μετατροπή των μονάδων αυτών στις συνηθισμένες μονάδες που χρησιμοποιούνται στην Αστροφυσική μπορεί να γίνει αν είναι γνωστές οι πραγματικές τιμές της μάζας m_i και της ακτίνας virial r_v του σμήνους. Αν η μάζα του συστήματος m_i δίνεται σε ηλιακές μάζες $[M_\odot]$ και η ακτίνα virial σε parsecs $[pc]$, η μάζα m_i ενός αστερά i σε ηλιακές μάζες θα είναι

$$m_i = M_i m_t [M_\odot]. \quad (8.1)$$

Κάθε απόσταση R σε μονάδες του συστήματος αυτού μετατρέπεται σε $[pc]$ χρησιμοποιώντας τη σχέση

$$r = R r_v [pc]. \quad (8.2)$$

Επιπλέον, υπάρχουν συναρτήσεις για τη μετατροπή του χρόνου και της ταχύτητας από το σύστημα μονάδων N-σωμάτων στις συνηθισμένες μονάδες

$$t = T^* [Myr] \quad (8.3)$$

και

$$v = V^* [kms^{-1}], \quad (8.4)$$

όπου

$$V^* = 6.557 \times 10^{-2} \left(\frac{m_t}{r_v} \right)^{1/2} [kms^{-1}] \quad (8.5)$$

και

$$T^* = 14.94 \left(\frac{r_v^3}{m_t} \right)^{1/2} [Myr]. \quad (8.6)$$

Οι αριθμητικοί όροι 6.557×10^{-2} και 14.94 προέρχονται από τις τιμές των ποσοτήτων $1 \times 10^{-5} (GM_\odot/L^*)$ και $(L^{*3}/GM_\odot)^{1/2}$ σε μονάδες cgs, αντίστοιχα, όπου L^* λαμβάνεται ίσο προς $1 pc$ και τα G και $M_\odot$ εκφράζονται σε μονάδες του συστήματος cgs.

¹http://en.wikipedia.org/wiki/Natural_units#N-body_units

Ακτίνα μισής μάζας Η ακτίνα μισής μάζας r_h ορίζεται ως η ακτίνα της σφαίρας που έχοντας το κέντρο της στο κέντρο μάζας του σμήνους, περιλαμβάνει τη μισή μάζα του σμήνους. Η ακτίνα αυτή πολλές φορές ταυτίζεται με την ακτίνα μισού φωτός που μετράται από τις παρατηρήσεις.

Χρόνος χαλάρωσης μισής μάζας Η εξίσωση που χρησιμοποιείται για το χρόνο χαλάρωσης μισής μάζας είναι [3, 1]

$$t_{\text{rlx}} = 0.138 \left(\frac{Nr_h^3}{G\bar{m}} \right)^{1/2} \frac{1}{\ln \Lambda}, \quad (8.7)$$

όπου $\bar{m}$ είναι η μέση μάζα και $\ln \Lambda$ ο λογάριθμος του Coulomb [1] που δίνεται από τη σχέση

$$\ln \Lambda = \ln \gamma N, \quad (8.8)$$

όπου N είναι ο συνολικός αριθμός των αστερών, ενώ ο παράγοντας γ συνήθως επιλέγεται να είναι 0.4 [3], αλλά σε μερικές περιπτώσεις η τιμή που επιλέγεται είναι περίπου 0.1 [135]. Μια τυπική τιμή του $\ln \Lambda$ σε προσομοιώσεις N -σωμάτων είναι 10.

Χρόνος διάσχισης ενός σμήνους: Ο χρόνος που χρειάζεται ένας μέσος αστέρας για να διασχίσει ο σμήνος

$$t_{\text{cr}} \simeq 2\sqrt{2} \left(\frac{r_v^3}{GN\bar{m}} \right)^{1/2}, \quad (8.9)$$

όπου $\bar{m}$ είναι η μέση μάζα του συστήματος. Στο σύστημα μονάδων N -σωμάτων, είναι $T_{\text{cr}} = 2\sqrt{2}$. Η εξίσωση (8.21) προέρχεται από την

$$t_{\text{cr}} = 2r_v/\sigma, \quad (8.10)$$

όπου σ είναι η rms ταχύτητα διασποράς, που, σε συστήματα σε ισορροπία δίνεται από τη σχέση

$$\sigma \simeq \sqrt{\frac{GN\bar{m}}{2r_v}}. \quad (8.11)$$

Ακτίνα του πυρήνα: Η ακτίνα του πυρήνα ορίζεται από την εξίσωση

$$r_c = \sqrt{\frac{\sum_i \rho_i^2 |\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_d|^2}{\sum_i \rho_i^2}}, \quad (8.12)$$

όπου ρ_i είναι η τοπική πυκνότητα γύρω από έναν αστέρα i που δίνεται από

$$\rho_i = \frac{\sum_{j=1}^5 m_j}{\frac{4}{3}\pi r_6^3} \quad (8.13)$$

και r_6 είναι η απόσταση από τον έκτο κοντινότερο γειτονικό αστέρα του i , ενώ r_d είναι η θέση του κέντρου πυκνότητας που ορίζεται παρακάτω.

Κέντρο πυκνότητας: Το κέντρο πυκνότητας ενός σμήνους αστερών ορίζεται από τη σχέση

$$\mathbf{r}_d = \frac{\sum_i \rho_i \mathbf{r}_i}{\sum_i \rho_i}. \quad (8.14)$$

Χρόνος κατάρρευσης του πυρήνα: Για ένα σύστημα αστερών ίσης μάζας, ο χρόνος της κατάρρευσης του πυρήνα είναι [1]

$$t_{cc} \simeq 15 t_{rlx}. \quad (8.15)$$

Για ένα σύστημα που περιέχει αστέρες διαφορετικής μάζας οι οποίοι κατανέμονται σύμφωνα με το μοντέλο πυκνότητας [11], ο χρόνος της κατάρρευσης του πυρήνα γίνεται [19]

$$t_{cc} \simeq 0.2 t_{rlx}. \quad (8.16)$$

Σε μια προσομοίωση N-σωμάτων, απαιτείται ένας ξεκάθαρος ορισμός της κατάρρευσης του πυρήνα, καθώς ορισμένες φορές δεν είναι ευδιάκριτο το χρονικό σημείο που εμφανίζεται το ελάχιστο στην ακτίνα του. Σε ορισμένες εργασίες και για καλύτερη σύγκριση μεταξύ αποτελεσμάτων από διάφορους κώδικες, ως χρόνος κατάρρευσης του πυρήνα λαμβάνεται ο χρόνος της δυναμικής δημιουργίας του πρώτου σταθερού στενού διπλού συστήματος στο σμήνος. Ως στενό διπλό σύστημα λαμβάνεται το σύστημα εκείνο του οποίου η ενέργεια σύνδεσης είναι μεγαλύτερη από 100kT, όπου kT είναι το ισοδύναμο της θερμικής ενέργειας ενός αερίου, που για την περίπτωση ενός σμήνους N αστερών δίνεται από τη σχέση

$$E_{kin} = \frac{3}{2} N k T \quad (8.17)$$

και E_{kin} είναι η ολική κινητική ενέργεια του σμήνους.

Παράρτημα Β: *Βιογραφικό Σημείωμα*

Symeon Konstantinidis**Curriculum Vitae: 1/4****Personal Data:**

Name: Symeon Konstantinidis

Address: Astronomisches Rechen-Institut,
Moenchhofstrasse 12-14,
69120 Heidelberg, Germany.

Phone: +49-0175-08423898 (mobile)

E-mail: simos@astro.auth.gr, simos@ari.uni-heidelberg.de

URL: <http://www.astro.auth.gr/~simos/cgi-bin/home.pl>

Birth: 12 April 1977, Thessaloniki, Greece

Nationality: Hellenic

Academic Education:

Dec. 2004 –: Enrolled as Ph. D. student at the Department of Physics, *Aristotle University of Thessaloniki*, Greece.
Thesis title: “*Gravitational radiation from Star Clusters*”. Supervisor: Kostas Kokkotas.

Aug. 2004: M. Sc. in Astronomy and Astrophysics, *Penn State University*, USA.
Thesis title: “*R-modes of Neutron Stars*”. Supervisor: Pablo Laguna.

Sept. 2001 – Aug. 2004: Enrolled as M. Sc. Student at the Department of Astronomy and Astrophysics, *Penn State University*, USA.

Dec. 2001: Diploma Degree (Ptychio) in Physics, grade 8.3/10, Department of Physics, *Aristotle University of Thessaloniki*, Greece.
Thesis title: “*Dipole modes in Neutron stars*”. Supervisor: Kostas Kokkotas

Sept. 1995 – Nov. 2001: Enrolled as student at the Department of Physics, *Aristotle University of Thessaloniki*, Greece.

Curriculum Vitae: 2/4

Secondary Education:

- Sept. 1989 – June 1995: Secondary School: *Gymnasium and Lyceum of Prosotsani* – Drama, Greece. Degree (Apolytirio) 18.7/20.
- Sept. 1983 – June 1989: Elementary school of Prosotsani – Drama, Greece.

Research and professional Experience:

- June 2011- : Postdoctoral position, Astronomisches Rechen-Institut (ARI), Centre for Astronomy of Heidelberg University (ZAH).
- Jan. 2011 – June 2011: DAAD Scholarship, *Max Planck Institute for Gravitational Physics, Albert Einstein Institute*, Golm, Germany
- Aug. 2010 – Dec. 2010: Visiting Fellow at the Theoretical Astrophysics (TAT) Department, *Eberhard Karls University of Tuebingen*, Germany.
- Jan. 2009 – Feb. 2009: Web page programmer. Theoretical Astrophysics (TAT) Department, *Eberhard Karls University of Tuebingen*, Germany.
Creation and maintenance of the “*Outreach Wiki*” Web page.
- Oct. 2008 – Jan. 2009: Visiting Fellow at the Theoretical Astrophysics (TAT) Department, *Eberhard Karls University of Tuebingen*, Germany, German Science Foundation (DFG) via SFB/TR7 on “*Gravitational Waves*”.
Programming, close binary and multiple sub-systems in N-body simulations.
- Since Dec. 2004: Ph. D. research at the Department of Physics, *Aristotle University of Thessaloniki*, Greece.
GRAPE-6, C++ N-body code, simulations of star clusters, gravitational radiation, visualization of simulations,.
- May 2006 & May 2007: Perl programmer, *Aristotle University of Thessaloniki*, Greece.
Creation of CGI-Perl scripts for on-line Interactive Numerical Analysis Methods.
- Nov. 2005 – Dec. 2007: C++ and Wiki programmer for the Greek GSRT “*Pythagoras I*”, Department of Physics, *Aristotle University of Thessaloniki*, Greece.
WWW designer for group Wiki web-pages, GRAPE-6 installation.
- Jan 2005 – Dec. 2006: Computer and Network administrator at the Laboratory of Soil Mechanics Foundations and Geotechnical Earthquake Engineering.
- Sept. 2002 – May 2003: Research Assistant at the Center of Gravitational Physics and Astronomy, *Penn State University*, USA.
Numerical non-linear simulations of neutron stars.

 Symeon Konstantinidis

Curriculum Vitae: 3/4

Apr. 2005 – Jun. 2005: Digital Simulator operator, *Technology Museum of Thessaloniki*, Thessaloniki, Greece.

1997 – 2003: Miscellaneous other part-time jobs.

Teaching Experience:

Jan. 2008 – May 2008: Teacher Assistant, Department of Physics, *Aristotle University of Thessaloniki*, Greece.
Laboratory assistant for the course “Numerical Analysis”, programming, student assistant.

Aug. 2001 – May 2002: Teacher Assistant, Department of Astronomy and Astrophysics, *Penn State University*, USA.
Teaching of the course “*Astro 11- Observational Astronomy*”.

Sept. 2000 – Jan. 2001: Teacher Assistant, Department of Physics, *Aristotle University of Thessaloniki*, Greece.
Laboratory assistant for the course “*Computational Physics*”.

Sept. 1998 – Dec. 1998: Teacher Assistant, Department of Physics, *Aristotle University of Thessaloniki*, Greece.
Grader for the course: “*Astronomy and Astrophysics*”.

Language and Computing skills:

Language: Greek: native.
English fluent.

Computing skills: Broad knowledge of C++, C, Perl, CGI-Perl.
Expendable knowledge of Python, Fortran, Java, Wiki.
Experience in scientific programs: Starlab, Matlab, Maple, Mathematica, Partiview.
Experience in animations of scientific data using various scientific programs and scripts.
Broad knowledge of the Linux operating system (software installation and shell programming).
Microsoft Office.

Curriculum Vitae: 4/4

Grants

- Jan. 2011 – May 2011: Scholarship of the German Academic Exchange Service (DAAD)
- Sept. 2001 – May 2002: Braddock Fellowship, Department of Astronomy and Astrophysics, Penn State University, USA.
- Sept. 2001: Scholarship from the Hellenic Scholarship Foundation (IKY), Greece.

Selected Talks

- 2011: “Recoiling Intermediate-mass black holes in star-forming regions of colliding galaxies”, Bridging EM Astrophysics and Cosmology with GW, Milano, Italy.
- 2007: “*N-Body simulations in Astrophysics*”, Tuebingen, Germany.
- 2009: “*Basic features of a new collisional N-body code for simulations of Star Clusters*”, Tuebingen, Germany; Thessaloniki, Greece.
- 2011: “Intermediate-Mass Black Hole Inspirals in Globular Clusters, Beijing, China.
- 2011: “Sowing the seeds of IMBHs in UCDs”, Palma de Mallorca, Astro-GR meeting.

List of Publications

- A1. “MYRIAD: A New N-body code for simulations of star clusters”, Konstantinidis, S. and Kokkotas, K., *Astronomy and Astrophysics*, volume 522, number A70.
- A2. “Young clusters as the building blocks of UCDs: Sowing the seeds of massive black holes in small galaxies”, Amaro-Seoane, P., Konstantinidis S., Freitag M., Miller C., Ratio F, in preparation.
- A3. “Kicking massive black holes off clusters: Intermediate-mass ratio inspirals”, Konstantinidis, S., Amaro-Seoane P., and Kokkotas, K., *The Astrophysical Journal*, submitted.
- A4. “The dynamical origin of multiple stellar populations in globular clusters”, Amaro-Seoane, P., Konstantinidis, S., *The Astrophysical Journal Letters*, submitted.

Παράρτημα Γ: *Detailed summary in English*

This is the detailed summary of the PhD thesis entitled ``Gravitational Radiation from Star Clusters''

Introduction

In this thesis we study the dynamics of realistic young star clusters focusing on the events that lead to the emission of gravitational radiation. This radiation could be detectable by earth-based detectors, such as LIGO and VIRGO, or by the planned space-based detector LISA. For this research we have developed a new N-body code, called *Myriad*, which is capable of simulating models of star clusters that contain tens of thousands of stars. The code itself is one of the main products of this study, while the others are the astrophysical results we managed to have by using *Myriad* for astrophysical simulations.

In the first chapter we present all the theoretical background that is related to star clusters, paying special attention to globular clusters, which are of our interest. In the second chapter we describe in detail the sources and detectors of gravitational radiation, while in the third chapter we describe the theory and observations that indicate the existence of intermediate-mass black holes (IMBH) at the centers of many, if not all, globular clusters. In the fourth chapter we give a description of the basic numerical methods that are used in N-body simulations together with the main features of N-body codes. In the fifth chapter we present in detail our new code, its first results and comparisons with other sophisticated N-body codes. Finally, in the sixth chapter we present the results of detailed simulations of realistic models of young star clusters that contain an IMBH.

Star clusters

This chapter of the thesis is about the observational and theoretical aspects of star clusters. We focus mainly in globular clusters, which are among the densest stellar environments in the universe, since the density of stars at their centers can be as high as 100 – 1000 stars per cubic pc. Because of this high stellar densities, it is difficult to identify individual stars close to the center and thus to study the dynamical processes there.

There are 158 globular clusters in the Galaxy, which is maybe hiding 10–20 more behind dense interstellar gas-clouds. A typical spiral galaxy has hundreds of globular clusters, while elliptical galaxies have tens of thousands of them. The shape of a typical globular cluster is

almost spherical, but most of them have small ellipticities due to rotation. The characteristic distances for a globular cluster are:

- The core radius, r_c , which is defined as the distance from the center of an observed cluster in which the surface luminosity drops to half of its central value.
- The half light radius, r_{hl} , which is defined as the radius of the sphere around the center from which the cluster emits half of its total luminosity.
- The half mass radius, r_{hm} , which is defined as the radius of the sphere that contains half of the mass of the cluster. This is sometimes assumed to be equal to the half light radius.
- The tidal radius, r_t , which is defined as the distance from the center of the cluster in which the gravitational potential of the Galaxy becomes more important than the gravitational potential of the cluster. This distance is assumed to be the outer limit of the cluster.

Almost all galactic globular clusters have $r_{hl} \leq 10\text{pc}$, while most of them have $r_c \sim 1 - 2\text{pc}$.

The density profiles of globular clusters may be approximated by simple or more sophisticated models. The most simple is the Plummer model [10], but the most realistic that is usually used is the King model [11]. In the latter a parameter W_0 defines the level of concentration of the cluster. W_0 ranges from 1 to 12 so that clusters with low W_0 have a big core in which the density of stars is almost constant, while clusters with high W_0 have a small core and the density increases all the way towards their centers.

One of the characteristic time-scales for a globular cluster is the half-mass relaxation time, which is the time-scale in which a typical star of the cluster loses any information about its previous velocity. This time scale is given by equation [3] and [1]

$$t_{rlx} = 0.138 \left(\frac{Nr_h^3}{G\bar{m}} \right)^{1/2} \frac{1}{\ln \Lambda}, \quad (8.18)$$

where $\bar{m}$ is the mean mass and $\ln \Lambda$ is the Coulomb logarithm [1] given by

$$\ln \Lambda = \ln \gamma N, \quad (8.19)$$

where N is the number of stars and the factor γ is usually chosen to be 0.4 [3], but in some cases values of around 0.1 may be more appropriate [135]. A typical value of $\ln \Lambda$ used in N-body simulations is 10. In more useful units, t_{rlx} can be written as

$$t_{rlx} \simeq 1.9\text{Myr} \left(\frac{r_h}{1\text{pc}} \right) \left(\frac{M_t}{M_\odot} \right)^{1/2} \left(\frac{1M_\odot}{\bar{m}} \right) (\ln \Lambda)^{-1}. \quad (8.20)$$

The most massive clusters have t_{rlx} of the order of Gyr. Another time-scale is the time needed for a typical star of a cluster to cross the system. This is the crossing time t_{cr} and it is given by

$$t_{cr} \simeq 2\sqrt{2} \left(\frac{r_v^3}{GN\bar{m}} \right)^{1/2}, \quad (8.21)$$

Finally, the another time-scale that is important for the dynamical processes in a globular cluster is the time for the cluster to reach core-collapse. During core collapse, the mass-density at the center of the cluster reaches its maximum value, while the core radius reaches

its minimum. The time of core collapse for an ideal equal-mass system of stars distributed initially according to a Plummer density profile, is found theoretically to be [1]

$$t_{cc} \simeq 15t_{rlx}. \quad (8.22)$$

This result has been confirmed by detailed simulations of star clusters. For a system containing stars with different masses distributed according to a King density profile [11], the core collapse time becomes [19]

$$t_{cc} \simeq 0.2t_{rlx}. \quad (8.23)$$

Finally, the most important differences between the color-magnitude diagram of a typical globular cluster and of the solar neighborhood are mentioned. Those are

- The main sequence in the color-magnitude diagram of a globular cluster does not continue up to the blue giant region, but instead stops at a turning point, which indicates the age of the cluster.
- The sub-giant branch is very thin, and this indicates that all stars of the cluster have the same age. From this we can conclude that all the stars of the cluster formed in a single burst of stellar formation.
- After the turning point there are a few stars that appear to lie on the main sequence, which according to the theory, shouldn't be there. Those are the blue stragglers, and the most probably scenario of their formation is collisions between stars in the cluster. If this scenario is correct, then collisions of stars in a globular cluster are often.

Gravitational radiation

In this chapter we present in detail the most important sources of gravitational radiation and some of the recently discovered results of Numerical Relativity.

One of the most promising sources of gravitational radiation are close binary systems consisting of black holes or/and neutron stars. The asymmetry of those systems, leads to the continuous emission of gravitational radiation, which carries away energy and angular momentum of the system. This makes the semimajor axis and the period of the system shrink, while at the same time the eccentricity of the binary becomes lower. The evolution of the semimajor axis and eccentricity of close binary systems of relativistic objects are described by the equations of [26, 27], which have been calculated using the post-Newtonian formalism. Since the frequency of the emitted gravitational radiation is twice the orbital frequency of the binary, as the period of the binary decreases, the frequency of the emitted radiation increases and the binary enters the band of the already constructed earth-based detectors (LIGO or VIRGO), or the planned space-based detector LISA. Finally, the two members of the binary merge emitting a burst of gravitational waves with a characteristic pattern and creating a black hole.

According to the recent results of Numerical Relativity [? 32? ? ? ? ? ? ? ?], the outcome of such a merger would be a recoiling black hole, because just before merger, the system emits gravitational waves asymmetrically. The asymmetry in the emission is higher if the two black holes have spins and according to the magnitude and orientation of the spins, with

respect to the orbital angular momentum and the ratio of masses of the two black holes, the resulting black hole might get a recoil velocity of the order of 4000kms^{-1} . This is very high and it can make the black hole escape from systems like globular clusters, where the escape velocity is around 50kms^{-1} or galaxies, where the escape velocity is higher. We describe in detail the different semi-analytic equations for the recoil velocity found in the literature [??] and compare their results. Finally, a detailed discussion about the different types of earth-based detectors and their limitations is presented. The operating principles and the sources of noise for the resonant-mass detectors and (earth or space-based) laser interferometers are presented, together with the details about their operating frequency bands.

Intermediate-mass black holes

In this chapter we present the observational evidence of the existence of Intermediate-Mass Black Holes (IMBH) at the centers of star clusters, their possible formation mechanisms, their influence in the structure of their hosting star clusters, and the gravitational radiation they could emit.

Although there is direct proof of the existence of stellar-mass black holes (BHs) and supermassive black holes (SMBHs), the existence of IMBHs is still under controversy, This is because the current telescopes cannot provide us with detailed observations of the environments where these black holes are supposed to exist. These environments are the dense centers of globular clusters, and we will need the next generation of extremely large telescopes in order to identify the motions of individual stars and presumably observe indirectly the existence of IMBHs. Direct observations of IMBHs might be possible when LISA will start collecting data, since IMBH-BH and SMBH-IMBH binaries are expected to be strong sources of low frequency gravitational radiation. In some cases IMBH would emit higher frequency gravitational radiation, which might be observable by the next generation of LIGO and VIRGO. IMBH-IMBH binaries if they existed or exist at the centers of clusters, might be one of the most frequent observables by LISA.

There are three possible formation mechanisms for an IMBH. An IMBH might be formed after the collapse and of a Population III (Pop III) star that contained hundreds or thousands of solar masses. Pop III stars are supposed to grow very large, because of their very low metallicities, and thus their remnants might have masses of the order of $100 - 200M_{\odot}$. The stars of globular clusters belong to the Population II, but, since most of the globular clusters are very old, they might have some Pop III stars in the past. Another formation mechanism of an IMBH has been observed in simulations of star clusters [136, 19]. This is the runaway mergers of stars and it could happen in star clusters with short half-mass relaxation times which also contain stars with different masses. Very early in the evolution of such clusters, the core becomes full of heavy stars, which tend to sink there faster than lower mass stars. This is due to equipartition of energy between the stars of the cluster, which makes the lighter stars gain larger kinetic energies, and subsequently move to the outer parts of the cluster, and the heavy stars gain less kinetic energies, which forces them to sink towards the center. In such systems, the core collapses early, and if this happens before the first supernova explosion in the cluster, which is expected around 3Myr after the birth of the cluster, collisions between the heavy stars at the center might happen. Simulations showed

that such collisions might lead to the formation of a very massive star, which is supposed to collapse to a black hole, without much mass loss. This black hole would have mass around $250 - 500 M_{\odot}$ which is in the range of IMBHs. According to [74], if more than 10% of the stars of a cluster form binaries, then runaway mergers is possible to form more than one very massive star in a single cluster. This might be very important, since it would lead to the formation of an IMBH-IMBH binary, which might be a strong source of gravitational radiation. We note here that this result comes from Monte Carlo simulations and needs to be confirmed by detailed N-body simulations. Finally, if core collapse happens later than the first supernova in the cluster, an IMBH might be formed by collision between the stellar-mass BHs that sunk to the center.

N-body simulations

In this chapter we describe the basic features of most present N-body codes and we describe important algorithms that are used by them.

The Hermite 4th order algorithm (H4) is the one that is widely used as the core of N-body codes. The advantage of this numerical scheme is that it required one calculation of the accelerations and their derivatives every time step. Other numerical schemes of the same order, like Runge-Kutta 4th order, require more than a single calculation of the accelerations and this makes H4 superior to them, because this calculation is the most time consuming calculation in an N-body simulation. The successive steps of the H4 algorithm are presented and discussed in detail. Finally, a description of the time-symmetric Hermite 4th order algorithm is presented. This algorithm, requires more calculations of the accelerations during a single time step, but it is very accurate, since its numerical error does not grow monotonically with time, but remains bounded. This algorithm is usually used for simulations of N-body systems with small number of stars N . Binaries, close encounters of stars and small bound sub-systems can be integrated in time using this very accurate, but slow numerical scheme.

Myriad: A new N-body code for astrophysical simulations

In this chapter we present a detailed description of a new N-body code, called Myriad, that is capable of simulating models of star clusters that contain tens of thousands of stars.

Myriad is written in C++ and it is using C++ classes to store and manipulate data. Its main features are:

1. It contains one of the fastest and most accurate integrators for N-body simulations. This is the H4 scheme, which is presented in Chapter 4.
2. All stars do not advance their positions and velocities simultaneously, but there are blocks of stars that share the same integration time step. This makes Myriad a block-time step code.
3. The special purpose computer GRAPE-6 is used for calculating the acceleration and its first derivative for every star, when it is necessary.
4. When a binary forms in a simulation, it is replaced in the N-body system by its center of mass, while its internal motion is accurately followed using the time-symmetric H4

scheme. External perturbations from nearby stars are also taken into account. A third star might become a member of the binary, forming a 3-body system, if its perturbation on the binary is significant.

5. Close binary systems of black holes are evolved in time using the post-Newtonian formalism. We have adjusted the post-Newtonian equations in the code, following the formalism of [111]. We expressed the post-Newtonian terms as corrections on the accelerations of the two black holes, and we calculated the post-Newtonian corrections on the first derivatives of the accelerations.
6. Collisions between stars are simulated as simple plastic collisions. The final product is a new star with the characteristics of the center of mass of the merged stars.
7. We included the effect of recoil in collisions between black holes. The produced black hole contains the sum of the masses of the two merged black holes, but a recoil velocity is assigned to it, because of the asymmetric emission of gravitational waves just before the merger. If black holes exist in a simulation, they carry information about their spin magnitude and direction, which are important for the recoils.

The accuracy and speed of the code have been tested in detail providing satisfactory results. *Myriad* and another widely used N-body code, *Starlab*, were used for simulating the same system up to core collapse. The numerical errors of the two codes are similar, while the simulation done with *Myriad* required less computational time. The accuracy of *Myriad* in treating binary systems is excellent, since the integrator used does not allow the numerical errors grow monotonically with time.

We used *Myriad* for simulating a system of 1024 equal-mass stars, initially distributed according to a Plummer density profile, beyond core collapse. We calculated the time of core collapse of this system, which is $t_{cc} \simeq 17t_{rlx}$. This time is similar to what is expected theoretically [1], and to the results of other N-body or Monte Carlo simulations of similar systems [19, 18].

We also used *Myriad* for simulating more realistic systems that contain up to 16384 stars with masses given by a Scalo [13] initial mass function. The clusters were evolved up to core collapse which happened at $t_{cc} \simeq (0.17 \pm 0.05)t_{rlx}$. The result is close to the result of [19] where the simulations were done using *Starlab* with identical initial conditions.

Finally, we tested *Myriad* in simulations of close binary black holes and tested the correctness of the post-Newtonian formalism that we used. The result of *Myriad* in the time of merger between the two black holes is in perfect agreement with the theoretical result of [26, 27], when only the 2.5PN term is used. If we include the other two PN term (1PN and 2PN) the time of merger becomes shorter, as expected [112].

From the above we can conclude that *Myriad* can be used for simulations of realistic star clusters with large mass ratios between the most and less massive stars. Also, *Myriad* can evolve binaries of black holes accurately in time providing information about the emitted gravitational radiation. If black holes merge in a simulation, the code can calculate the properties of the resulting black hole and its recoil velocity according to the recent results of Numerical Relativity.

All the results and descriptions of this chapter have been published in [20].

Applications of Myriad: Simulations of star clusters containing an IMBH

As an application that pushed Myriad to its limits we simulated star clusters with realistic mass-functions that contain an IMBH at their centers. We assumed that the IMBH has been formed, due to runaway mergers of stars, at 3Myr after the birth of the cluster, so before starting the simulations we evolved all the remaining stars up to this time, using a stellar evolution code. The resulting cluster contained a number of stellar-mass black holes distributed all over the system. For the initial density profile we used a King model with parameter $W_0 = 7$ and half-mass radius $R_h = 1\text{pc}$, which is expected to fit the density profile and half-mass radii of post-collapsed clusters. The mass of the IMBH has been chosen to be $500M_\odot$, which is an expected value for the mass of an IMBH formed by runaway mergers. Using this mass, in a system of $N = 32768$ stars, makes the relation $M_{\text{IMBH}} - M_{\text{cluster}}$ unrealistic, because the mass of the IMBH is too high, but this way the interactions of the IMBH with the stellar-mass black holes will be realistic. After 3Myr in a cluster of $N = 32768$ stars with initial masses following a Kroupa initial mass function [14] with realistic limits ($m_{\text{upper}} = 150M_\odot$, $m_{\text{lower}} = 0.5M_\odot$), about 60 of them have evolved to black holes with masses from $10M_\odot$ to $30M_\odot$ according to the stellar evolution scenario used. We assumed that all BHs were maximally spinning, with a random orientation of their spins. This assumption is expected not to be far from reality, since many of the BHs of a cluster, might increase their spins during their lifetime, due to accretion of mass from companion stars, as most of them are expected to form in binaries.

We started the simulations paying special attention to the behavior of the IMBH in the cluster, and to the formation of close binary IMBH-BH systems. In the first 5Myr after the formation of the IMBH, the central black hole remains in the core where its motion is similar to a random walk. It is dynamically active, interacting strongly with stars and black holes that sink to the center. Due to mass-segregation, most of the stellar-mass BHs, which are the most massive objects in the cluster, sink to the center very soon, forming a core rich of BHs. The first stable IMBH-BH binary formed at $t \sim 2.5\text{Myr}$ after the beginning of the simulation. The semimajor axis of this binary shrunk continuously due to strong interactions with other BHs, while in some cases the companion of the IMBH changed several times during the simulations. The final IMBH-BH binary formed after 30Myr with a semimajor axis of $a \sim 1\text{AU}$. Due to the gravitational radiation emission, the semimajor axis of this binary shrunk even more, while its period decreased. As the binary becomes harder, the gravitational radiation that is emitted enters the LISA band and the binary would be detectable by this space-based detector. The eccentricity of the binary when it would become observable by LISA is around $e \sim 0.1 - 0.3$ similar to what is found in [137].

In some of the simulations the two black holes merged in short time-scales and a recoil velocity was assigned to the produced IMBH. We found that if the mass of the companion is above $15M_\odot$ the recoil velocity can be higher than the escape velocity at the center of the cluster, which is about 50kms^{-1} , and could lead to an escaping IMBH. The real recoil velocity depends also on the orientation of the spins of the two black holes and might be lower than the escape velocity of the cluster, making the IMBH oscillate with initially large amplitudes around the cluster's center. This oscillation will have an obvious result on the structure of the cluster.

The results of these simulations are included in a new publication which is under preparation.

Βιβλιογραφία

- [1] L. Spitzer, *Dynamical evolution of globular clusters*. Princeton, NJ: Princeton University Press, 1987.
- [2] R. L. Bowers and T. Deeming, *Astrophysics. Volume I - Stars*. Boston, MA: Jones and Bartlett, 1984.
- [3] S. J. Aarseth, *Gravitational N-Body Simulations*. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2003.
- [4] A. Unsold and B. Baschek, *The New Cosmos. An introduction to Astronomy and Astrophysics*. Springer, 2001.
- [5] . Βάρβογλης, Χ. και Σεραδάκης, *Εισαγωγή στη σύγχρονη Αστρονομία*. Γαρταγάνης, 1994.
- [6] J. Binney and M. Merrifield, *Galactic Astronomy*. Princeton University Press, 1999.
- [7] J. Binney and S. Tremaine, *Galactic dynamics*. Princeton University Press, 1987.
- [8] □. Κ., ``Σημειώσεις Γενικής Θεωρίας Σχετικότητας," p. http://www.astro.auth.gr/~kokkotas/lesson/book_gr.pdf, 2008.
- [9] W. E. Harris, ``A catalog of parameters for globular clusters in the milky way," *Astronomical Journal*, vol. 112, p. 1487, 1996.
- [10] H. C. Plummer, ``On the problem of distribution in globular star clusters," *M.N.R.A.S*, vol. 71, pp. 460--470, 1911.
- [11] I. R. King, ``The structure of star clusters. iii. some simple dynamical models," *Astronomical Journal*, vol. 71, p. 64, 1966.
- [12] E. E. Salpeter, ``The luminosity function and stellar evolution.," *ApJ*, vol. 121, p. 161, 1955.
- [13] J. M. Scalo, ``The stellar initial mass function," *Fundamentals of Cosmic Physics*, vol. 11, pp. 1--278, 1986.
- [14] P. Kroupa, ``On the variation of the initial mass function," *MNRAS*, vol. 322, no. 2, pp. 231--246, 2001.

- [15] P. Kroupa, "The initial mass function of stars: Evidence for uniformity in variable systems," *Science*, vol. 295, no. 5552, pp. 82--91, 2002.
- [16] R. E. White and S. J. Shawl, "Axial ratios and orientations for 100 galactic globular star clusters," *ApJ*, vol. 317, pp. 246--263, 1987.
- [17] A. Sills, "Blue straggler formation in clusters," *eprint arXiv:1009.2033*, 2010.
- [18] M. Freitag and W. Benz, "A new monte carlo code for star cluster simulations. i. relaxation," *Astronomy and Astrophysics*, vol. 375, pp. 711--738, 2001.
- [19] S. Portegies Zwart and S. McMillan, "The runaway growth of intermediate-mass black holes in dense star clusters," *New Horizons in Globular Cluster Astronomy, ASP Conference Proceedings*, vol. 296, p. 85, 2003.
- [20] S. Konstantinidis and K. D. Kokkotas, "Myriad: A new n-body code for simulations of star clusters," *Astronomy and Astrophysics*, vol. 522, no. A70, 2010.
- [21] D. C. Heggie and R. D. Mathieu, "Standardised units and time scales," in *The Use of Supercomputers in Stellar Dynamics, Proceedings of a Workshop Held at the Institute for Advanced Study*, vol. 267, p. 233, 1986. edited by P. Hut and S. McMillan.
- [22] G. Lynga, "Catalogue of open cluster data, 5th edition," *Lund Observatory, Sweden*, 1987.
- [23] M. Freitag and W. Benz, "Evolution of protostars," *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, vol. 4, p. 171, 1966.
- [24] B. Sathyaprakash and B. Schutz, "Physics, astrophysics and cosmology with gravitational waves," *Living Rev. Relativity*, vol. 12, no. <http://www.livingreviews.org/lrr-2009-2>, 2009.
- [25] S. Rowan and J. Hough, "Gravitational wave detection by interferometry (ground and space)," *Living Rev. Relativity*, vol. 3, no. <http://www.livingreviews.org/lrr-2000-3>, 2000.
- [26] P. Peters, "Gravitational radiation and the motion of two point masses," *Physical Review*, vol. 136, no. 4B, 1964.
- [27] P. Peters and J. Mathews, "Gravitational radiation from point masses in keplerian orbits," *Physical Review*, vol. 133, no. 1, 1963.
- [28] I. Berentzen, M. Preto, P. Berczik, D. Merritt, and R. Spurzem, "Post-Newtonian simulations of super-massive black hole binaries in galactic nuclei," *Astronomische Nachrichten*, vol. 329, pp. 904--907, Dec. 2008.
- [29] I. H. Stairs, S. E. Thorsett, R. J. Dewey, M. Kramer, and C. A. McPhee, "The formation of the double pulsar psr j0737-3039a/b," *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, vol. 373, no. 1, pp. L50--L54, 2006.

- [30] R. Diehl, H. Halloin, K. Kretschmer, G. G. Lichti, V. Schönfelder, A. W. Strong, A. von Kienlin, W. Wang, P. Jean, J. Knödlseider, J.-P. Roques, G. Weidenspointner, S. Schanne, D. H. Hartmann, C. Winkler, and C. Wunderer, "Radioactive ^{26}Al from massive stars in the galaxy," *Nature*, vol. 439, no. 7072, pp. 45--47, 2006.
- [31] J. Weber, "Evidence for discovery of gravitational radiation," *Physical Review Letters*, vol. 22, no. 24, pp. 1320--1324, 1969.
- [32] J. A. Gonzalez, M. Hannam, U. Sperhake, B. Brügmann, and S. Husa, "Supermassive recoil velocities for binary black-hole mergers with antialigned spins," *Physical Review Letters*, vol. 98, no. 231101, pp. 100--103, 2007.
- [33] C. Bolton, "Identification of cygnus x-1 with hde 226868," *Nature*, vol. 235, pp. 271--273, 1972.
- [34] K. Belczynski, T. Bulik, C. L. Fryer, A. Ruiter, F. Valsecchi, J. S. Vink, and J. R. Hurley, "On the maximum mass of stellar black holes," *ApJ*, vol. 714, no. 2, pp. 1217--1226, 2010.
- [35] J. M. Silverman and A. V. Filippenko, "On ic 10 x-1, the most massive known stellar-mass black hole," *ApJ*, vol. 678, no. 1, pp. L17--L20, 2008.
- [36] A. Herrero, R. P. Kudritzki, R. Gabler, J. M. Vilchez, and A. Gabler, "Fundamental parameters of galactic luminous ob stars. ii. a spectroscopic analysis of hde 226868 and the mass of cygnus x-1.," *Astronomy and Astrophysics*, vol. 297, p. 556, 1995.
- [37] J. Ziółkowski, "Evolutionary constraints on the masses of the components of the hde 226868/cyg x-1 binary system," *M.N.R.A.S.*, vol. 358, no. 3, pp. 851--859, 2005.
- [38] J. Magorrian, S. Tremaine, D. Richstone, R. Bender, G. Bower, A. Dressler, S. M. Faber, K. Gebhardt, R. Green, C. Grillmair, J. Kormendy, and T. Lauer, "The demography of massive dark objects in galaxy centers," *ApJ*, vol. 115, no. 6, pp. 2285--2305, 1998.
- [39] K. Gebhardt, R. Bender, G. Bower, A. Dressler, S. M. Faber, A. V. Filippenko, R. Green, C. Grillmair, L. C. Ho, J. Kormendy, T. R. Lauer, J. Magorrian, J. Pinkney, D. Richstone, and S. Tremaine, "A relationship between nuclear black hole mass and galaxy velocity dispersion," *The Astrophysical Journal*, vol. 539, no. 1, pp. L13--L16, 2000.
- [40] L. Ferrarese and D. Merritt, "A fundamental relation between supermassive black holes and their host galaxies," *The Astrophysical Journal*, vol. 539, no. 1, pp. L9--L12, 2000.
- [41] S. Gillessen, F. Eisenhauer, S. Trippe, T. Alexander, R. Genzel, F. Martins, and T. Ott, "Monitoring stellar orbits around the massive black hole in the galactic center," *ApJ*, vol. 692, no. 2, pp. 1075--1109, 2008.

- [42] P. J. E. Peebles, "Star distribution near a collapsed object," *Astrophysical Journal*, vol. 178, pp. 371--376, 1972.
- [43] J. N. Bahcall and R. A. Wolf, "Star distribution around a massive black hole in a globular cluster," *Astrophysical Journal*, vol. 109, no. 1, pp. 214--232, 1976.
- [44] S. L. Shapiro, "Monte carlo simulations of the 2 + 1 dimensional fokker-planck equation - spherical star clusters containing massive, central black holes," *Dynamics of star clusters; Proceedings of the Symposium, Princeton, NJ*, vol. A86-38176 17-90, pp. 373--412, 1985.
- [45] M. Freitag and W. Benz, "A new monte carlo code for star cluster simulations. ii. central black hole and stellar collisions," *Astronomy and Astrophysics*, vol. 394, pp. 345--374, 2002.
- [46] M. Preto, D. Merritt, and R. Spurzem, "N-body growth of a bahcall-wolf cusp around a black hole," *The Astrophysical Journal*, vol. 613, no. 2, pp. L109--L112., 2004.
- [47] P. Amaro-Seoane, M. Freitag, and R. Spurzem, "Accretion of stars on to a massive black hole: a realistic diffusion model and numerical studies," *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, vol. 352, no. 2, pp. 655--672, 2004.
- [48] M. Trenti, E. Vesperini, and M. Pasquato, "Tidal disruption, global mass function, and structural parameter evolution in star clusters," *The Astrophysical Journal*, vol. 708, no. 2, pp. 1598--1610, 2010.
- [49] H. Baumgardt, P. Hut, J. Makino, S. McMillan, and S. Portegies Zwart, "On the central structure of m15," *ApJ*, vol. 582, no. 1, pp. L21--L24, 2003.
- [50] E. Noyola, K. Gebhardt, and M. Bergmann, "Central dynamics of globular clusters: the case for a black hole in ω -centauri," *Proceedings of the International Astronomical Union, IAU Symposium*, vol. 246, pp. 341--345, 2008.
- [51] E. Noyola, K. Gebhardt, and M. Bergmann, "Gemini and hubble space telescope evidence for an intermediate-mass black hole in ω centauri," *The Astrophysical Journal*, vol. 676, no. 2, pp. 1008--1015, 2008.
- [52] M. Pasquato, "Croatian black hole school 2010 lecture notes on imbh's in gcs," no. <http://arxiv.org/abs/1008.4477>, 2010.
- [53] R. P. van der Marel and J. Anderson, "New limits on an intermediate-mass black hole in omega centauri. ii. dynamical models," *The Astrophysical Journal*, vol. 710, no. 2, pp. 1063--1088, 2010.
- [54] E. Noyola, K. Gebhardt, M. Kissler-Patig, N. Lützgendorf, B. Jalali, P. T. de Zeeuw, and H. Baumgardt, "Very large telescope kinematics for omega centauri: Further support for a central black hole," *The Astrophysical Journal Letters*, vol. 719, no. 1, pp. L60--L64, 2010.

- [55] K. Gebhardt, R. M. Rich, and L. C. Ho, "An intermediate-mass black hole in the globular cluster g1: Improved significance from new keck and hubble space telescope observations," *ApJ*, vol. 634, no. 2, pp. 1093--1102, 2005.
- [56] A. Ptak and E. Colbert, "The statistical properties of galaxies containing ultraluminous x-ray objects," *The Astrophysical Journal*, vol. 606, no. 1, pp. 291--295, 2004.
- [57] G. Fabbiano, A. Zezas, and S. S. Murray, "Chandra observations of the antennae" galaxies (ngc 4038/9)," *The Astrophysical Journal*, vol. 554, no. 2, pp. 1035--1043, 2001.
- [58] H. Matsumoto, T. G. Tsuru, K. Koyama, H. Awaki, C. R. Canizares, N. Kawai, S. Matsushita, and R. Kawabe, "Discovery of a luminous, variable, off-center source in the nucleus of m82 with the chandra high-resolution camera," *The Astrophysical Journal*, vol. 547, no. 1, pp. L25--L28, 2001.
- [59] E. J. M. Colbert and M. C. Miller, "Observational evidence for intermediate-mass black holes in ultra-luminous x-ray sources," *The Tenth Marcel Grossmann Meeting. Proceedings of the MG10 Meeting held at Brazilian Center for Research in Physics*, p. p.530, 2005.
- [60] A. K. H. Kong, C. O. Heinke, R. di Stefano, H. N. Cohn, P. M. Lugger, P. Barmby, W. H. G. Lewin, and F. A. Primini, "Localization of the x-ray source in the globular cluster g1 with chandra," *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, vol. 407, no. 1, pp. L84--L88, 2010.
- [61] H. Baumgardt, J. Makino, and P. Hut, "Which globular clusters contain intermediate-mass black holes?," *ApJ*, vol. 620, no. 1, pp. 238--243, 2005.
- [62] S. F. Portegies Zwart, H. Baumgardt, P. Hut, J. Makino, and S. L. W. McMillan, "Formation of massive black holes through runaway collisions in dense young star clusters," *Nature*, vol. 428, no. 6984, pp. 724--726, 2004.
- [63] S. F. Portegies Zwart, J. Makino, S. L. W. McMillan, and P. Hut, "Runaway collisions in star clusters," pp. <http://arxiv.org/abs/astro-ph/0012237>, 2000.
- [64] P. A. Crowther, O. Schnurr, R. Hirschi, N. Yusof, R. J. Parker, S. P. Goodwin, and H. A. Kassim, "The r136 star cluster hosts several stars whose individual masses greatly exceed the accepted 150msolar stellar mass limit," *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, vol. 408, no. 2, pp. 731--751, 2010.
- [65] R. B. Larson and S. Starrfield, "On the formation of massive stars and the upper limit of stellar masses.," *Astron. Astrophys*, vol. 13, pp. 190 -- 197, 1971.
- [66] T. Abel, P. Anninos, M. L. Norman, and Y. Zhang, "First structure formation. i. primordial star-forming regions in hierarchical models," *The Astrophysical Journal*, vol. 508, no. 2, pp. 518--529, 1998.

- [67] M. C. Miller and D. P. Hamilton, "Production of intermediate-mass black holes in globular clusters," *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, vol. 330, no. 1, pp. 232--240, 2002.
- [68] M. C. Miller, "Formation scenarios for intermediate-mass black holes," *AIP Conference Proceedings*, vol. 686, pp. 125--134, 2003.
- [69] K. Belczynski, A. Sadowski, F. A. Rasio, and T. Bulik, "Initial populations of black holes in star clusters," *ApJ*, vol. 650, no. 2, pp. 303--325, 2006.
- [70] F. Nakamura and M. Umemura, "On the initial mass function of population iii stars," *The Astrophysical Journal*, vol. 548, no. 1, pp. 19--32, 2001.
- [71] Z. Barkat, G. Rakavy, and N. Sack, "Dynamics of supernova explosion resulting from pair formation," *Physical Review Letters*, vol. 18, no. 10, pp. 379--381, 1967.
- [72] S. E. Woosley, A. Heger, and T. A. Weaver, "The evolution and explosion of massive stars," *Reviews of Modern Physics*, vol. 74, no. 4, pp. 1015--1071, 2002.
- [73] H. Cohn, "Late core collapse in star clusters and the gravothermal instability," *Astrophysical Journal*, vol. 242, pp. 765--771, 1980.
- [74] M. A. Gurkan, J. M. Fregeau, and F. A. Rasio, "Massive black hole binaries from collisional runaways," *ApJ*, vol. 640, no. 1, pp. L39--L42, 2006.
- [75] S. A. Colgate, "Stellar coalescence and the multiple supernova interpretation of quasi-stellar sources," *Astrophysical Journal*, vol. 150, p. 163, 1967.
- [76] M. Trenti, E. Ardi, S. Mineshige, and P. Hut, "Star clusters with primordial binaries - iii. dynamical interaction between binaries and an intermediate-mass black hole," *M.N.R.A.S.*, vol. 374, no. 3, pp. 857--866, 2007.
- [77] M. C. Miller, "Intermediate-mass black holes as lisa sources," *Classical and Quantum Gravity*, vol. 26, no. 9, p. 094031, 2009.
- [78] C. M. Will, "On the rate of detectability of intermediate-mass black hole binaries using lisa," *The Astrophysical Journal*, vol. 611, no. 2, pp. 1080--1083, 2004.
- [79] J. M. Fregeau, S. L. Larson, M. C. Miller, R. O'Shaughnessy, and F. A. Rasio, "Observing imbh-imbh binary coalescences via gravitational radiation," *ApJ*, vol. 646, no. 2, pp. L135--L138, 2006.
- [80] P. Amaro-Seoane and M. Freitag, "Intermediate-mass black holes in colliding clusters: Implications for lower frequency gravitational-wave astronomy," *ApJ*, vol. 653, no. 1, pp. L53--L56, 2006.
- [81] P. Amaro-Seoane, M. C. Miller, and M. Freitag, "Gravitational waves from eccentric intermediate-mass black hole binaries," *ApJ Letters*, vol. 692, no. 1, pp. L50--L53, 2009.

- [82] P. Amaro-Seoane and L. Santamaria, "Detection of imbh's with ground-based gravitational wave observatories: A biography of a binary of black holes, from birth to death," *eprint arXiv:0910.0254*, 2009.
- [83] G. D. Quinlan, "The dynamical evolution of massive black hole binaries i. hardening in a fixed stellar background," *New Astronomy*, vol. 1, no. 1, pp. 35--56, 1996.
- [84] S. F. Portegies Zwart, H. Baumgardt, S. L. W. McMillan, J. Makino, P. Hut, and T. Ebisuzaki, "The ecology of star clusters and intermediate-mass black holes in the galactic bulge," *The Astrophysical Journal*, vol. 641, no. 1, pp. 319--326, 2006.
- [85] A. Gualandris, S. Gillessen, and D. Merritt, "The galactic centre star s2 as a dynamical probe for intermediate-mass black holes," *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, p. <http://arxiv.org/abs/1006.3563>, 2010.
- [86] E. Holmberg, "On the clustering tendencies among the nebulae. ii. a study of encounters between laboratory models of stellar systems by a new integration procedure," *ApJ*, vol. 94, p. 385, 1941.
- [87] S. von Hoerner, "Die numerische integration des n-körper-problem'es für sternhaufen. i," *Z. Astrophys.*, vol. 50, pp. 184--214, 1960.
- [88] S. von Hoerner, "Die numerische integration des n-körper-problem'es für sternhaufen, ii.," *Z. Astrophys.*, vol. 57, pp. 47--82, 1963.
- [89] S. J. Aarseth, "Dynamical evolution of clusters of galaxies, i," *MNRAS*, vol. 126, p. 223, 1963.
- [90] S. J. Aarseth, "Dynamical evolution of simulated n-body systems," *Bull. Astron.*, vol. 3, p. 105, 1968.
- [91] S. L. W. McMillan, "The vectorization of small-n integrators," in *The Use of Supercomputers in Stellar Dynamics, Proceedings of a Workshop Held at the Institute for Advanced Study*, vol. 156, 1985. edited by P. Hut and S. McMillan.
- [92] S. F. Portegies Zwart, L. W. McMillan Stephen, P. Hut, and J. Makino, "Star cluster ecology - iv. dissection of an open star cluster: photometry," *MNRAS*, vol. 321, no. 2, pp. 199--226, 2001.
- [93] P. Hut, "The starlab environment for dense stellar systems," in *Astrophysical Supercomputing using Particle Simulations, IAU Symposium 208, held 10-13 July 2001 in Tokyo, Japan*, p. 331, 2003.
- [94] S. Harfst, A. Gualandris, D. Merritt, and S. Mikkola, "A hybrid n-body code incorporating algorithmic regularization and post-newtonian forces," *MNRAS*, vol. 389, no. 1, pp. 2--12, 2008.
- [95] S. J. Aarseth, "From nbody1 to nbody6: The growth of an industry," *PASP*, vol. 111, no. 765, pp. 1333--1346, 1999.

- [96] S. J. Aarseth, "Star cluster simulations: the state of the art," *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, vol. 73, pp. 127--137, 1999.
- [97] R. Spurzem, "Direct n-body simulations," *The Journal of Computational and Applied Mathematics*, vol. 109, pp. 407--432, 1999.
- [98] J. Makino, M. Taiji, T. Ebisuzaki, and D. Sugimoto, "Grape-4: A massively parallel special-purpose computer for collisional n-body simulations," *ApJ*, vol. 480, p. 432, 1997.
- [99] J. Makino, T. Fukushige, M. Koga, and K. Namura, "Grape-6: Massively-parallel special-purpose computer for astrophysical particle simulations," *PASJ*, vol. 55, no. 6, pp. 1163--1187, 2003.
- [100] J. Makino, "Current status of grape project," in *Dynamical Evolution of Dense Stellar Systems, Proceedings of the International Astronomical Union, IAU Symposium*, vol. 246, pp. 457--466, 2008.
- [101] S. F. Portegies Zwart, R. G. Belleman, and P. M. Geldof, "High-performance direct gravitational n-body simulations on graphics processing units," *New Astronomy*, vol. 12, no. 8, pp. 641--650, 2007.
- [102] R. G. Belleman, J. Bédorf, and S. F. Portegies Zwart, "High performance direct gravitational n-body simulations on graphics processing units ii: An implementation in cuda," *New Astronomy*, vol. 13, no. 2, pp. 103--112, 2008.
- [103] T. Hamada and T. Iitaka, "The chamomile scheme: An optimized algorithm for n-body simulations on programmable graphics processing units," *submitted to New Astronomy*, 5 Mar; 2007, 2007. <http://arxiv.org/abs/astro-ph/0703100>.
- [104] J. Makino and S. J. Aarseth, "On a hermite integrator with ahmad-cohen scheme for gravitational many-body problems," *PASJ*, vol. 44, no. 2, pp. 141--151, 1992.
- [105] K. Nitadori and J. Makino, "Sixth- and eighth-order hermite integrator for n-body simulations," *New Astronomy*, vol. 13, no. 7, pp. 498--507, 2008.
- [106] E. Kokubo, K. Yoshinaga, and J. Makino, "On a time-symmetric hermite integrator for planetary n-body simulation," *MNRAS*, vol. 297, no. 4, pp. 1067--1072, 1998.
- [107] H. Kinoshita, H. Yoshida, and H. Nakai, "Symplectic integrators and their application to dynamical astronomy," *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, vol. 50, no. 1, pp. 59--71, 1990.
- [108] J. Makino, T. Fukushige, M. Koga, and K. Namura, "Grape-6: Massively-parallel special-purpose computer for astrophysical particle simulations," *PASJ*, vol. 55, no. 6, pp. 1163--1187, 2003.
- [109] P. Hut and J. Makino, *The Art of Computational Science*. <http://www.artcompsci.org>, 2004-.

- [110] G. Kūpi, P. Amaro-Seoane, and R. Spurzem, "Dynamics of compact object clusters: a post-newtonian study," *M.N.R.A.S.*, vol. 371, no. 1, pp. L45--L49, 2006.
- [111] L. Blanchet, "Gravitational radiation from post-newtonian sources and inspiralling compact binaries," *Living Rev. Relativity*, vol. 5, no. 3, 2002.
- [112] I. Berentzen, M. Preto, P. Berczik, D. Merritt, and R. Spurzem, "Post-newtonian simulations of super-massive black hole binaries in galactic nuclei," *Astronomische Nachrichten*, vol. 329, pp. 904--907, 2008.
- [113] P. Anders, H. Baumgardt, N. Bissantz, and S. Portegies Zwart, "Title: How well do starlab and nbody4 compare? i: Simple models," *MNRAS*, vol. 395, no. 4, pp. 2304--2316, 2009.
- [114] M. Kaplan, H. Saygin, P. Hut, and J. Makino, "A new time-symmetric block time-step algorithm for n-body simulations," *astro-ph/0511304*, 2005.
- [115] S. Konstantinidis, P. Amaro-Seoane, and K. Kostas, "Intermediate-mass black holes in star clusters: gravitational radiation and retention," *in preparation*, 2011.
- [116] R. C. Bruens, P. Kroupa, M. Fellhauer, M. Metz, and P. Assmann, "A parametric study on the formation of extended star clusters and ultra-compact dwarf galaxies," *Astronomy & Astrophysics*, vol. accepted, 2011.
- [117] K. Bekki, W. J. Couch, and M. J. Drinkwater, "Galaxy threshing and the formation of ultracompact dwarf galaxie," *The Astrophysical Journal*, vol. 552, no. 2, pp. L105--L108, 2001.
- [118] S. Mieske, M. Hilker, and L. Infante, "Ultra compact objects in the fornax cluster of galaxies: Globular clusters or dwarf galaxies?," *Astronomy and Astrophysics*, vol. 383, pp. 823--837, 2001.
- [119] A. Toomre, "Mergers and some consequences," *In The Evolution of Galaxies and Stellar Populations*, vol. Yale, p. 401, 1977.
- [120] B. Whitmore, R. Chandar, F. Schweizer, B. Rothberg, C. Leitherer, M. Rieke, G. Rieke, W. P. Blair, S. Mengel, and A. Alonso-Herrero, "The antennae galaxies (ngc 4038/4039) revisited: Acs and nicmos observations of a prototypical merger," *The Astronomical Journal*, vol. 140, pp. 75--109, 2010.
- [121] B. Whitmore, Q. Zhang, C. Leitherer, and M. Fall, "The luminosity function of young star clusters in "the antennae" galaxies," *The Astronomical Journal*, vol. 118, pp. 1551--1576, 1999.
- [122] B. Whitmore, "Massive stars and star clusters in the antennae galaxies," *"Massive Stars: From Pop III and GRBs to the Milky Way"*, Cambridge University Press, vol. astro-ph/0612695, 2006.

- [123] Q. Zhang and S. M. Fall, "The mass function of young star clusters in the "antennae" galaxies," *The Astronomical Journal*, vol. 527, no. 2, pp. L81--L84, 1999.
- [124] N. Bastian, E. Emsellem, M. Kissler-Patig, and C. Maraston, "Young star cluster complexes in ngc 4038/39. integral field spectroscopy using vimos-vlt," *Astronomy & Astrophysics*, vol. 445, no. 2, pp. 471--483, 2006.
- [125] N. Homeier, J. S. I. Gallagher, and A. Pasquali, "The star cluster system of the ngc 7673 starburst," *Astronomy & Astrophysics*, vol. 391, pp. 857--873, 2002.
- [126] I. S. Konstantopoulos, N. Bastian, L. J. Smith, M. S. Westmoquette, G. Tranco, and J. S. Gallagher, "A spectroscopic census of the m82 stellar cluster population," *The Astrophysical Journal*, vol. 701, no. 2, pp. 1015--1031, 2009.
- [127] S. C. Gallagher, J. C. Charlton, S. D. Hunsberger, D. Zaritsky, and B. C. Whitmore, "Hubble space telescope images of stephan's quintet: Star cluster formation in a compact group environment," *The Astronomical Journal*, vol. 122, no. 1, pp. 163--181, 2001.
- [128] A. Pellerin, G. R. Meurer, K. Bekki, D. M. Elmegreen, O. I. Wong, and P. M. Knezek, "The star cluster population of the collisional ring galaxy ngc 922," *The Astronomical Journal*, vol. 139, no. 4, pp. 1369--1382, 2010.
- [129] P. Kroupa, "The dynamical evolution of stellar superclusters," *MNRAS*, vol. 300, no. 1, pp. 200--204, 1998.
- [130] M. Fellhauer and P. Kroupa, "A possible formation scenario for the ultramassive cluster w3 in ngc 7252," *MNRAS*, vol. 359, no. 1, pp. 223--227, 2005.
- [131] P. Amaro-Seoane and L. Santamaria, "Detection of IMBHs with ground-based gravitational wave observatories: A biography of a binary of black holes, from birth to death," *ApJ in press*, Oct. 2009.
- [132] L. Rezzolla, "Modelling the final state from binary black-hole coalescences," *Classical and Quantum Gravity*, vol. 26, pp. 094023--+, May 2009.
- [133] C. O. Lousto, H. Nakano, Y. Zlochower, and M. Campanelli, "Statistical studies of spinning black-hole binaries," *Phys. Rev. Letters D*, vol. 81, no. 8, 2010.
- [134] J. Binney and S. Tremaine, *Galactic Dynamics: Second Edition*. Princeton University Press, 2008.
- [135] M. Giersz and D. C. Heggie, "Statistics of n-body simulations - part one - equal masses before core collapse," *MNRAS*, vol. 268, p. 257, 1991.
- [136] S. F. Portegies Zwart, J. Makino, S. L. W. McMillan, and P. Hut, "Star cluster ecology. iii. runaway collisions in young compact star clusters," *Astronomy and Astrophysics*, vol. 348, pp. 117--126, 1999.

-
- [137] P. Amaro-Seoane, M. C. Miller, and M. Freitag, "Gravitational waves from eccentric intermediate-mass black hole binaries," *ApJ Letters*, vol. 692, no. 1, pp. L50--L53, 2009.