

ΚΙΝΗΤΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ ΤΩΝ ΑΕΡΙΩΝ

Χάρης Βάρβογλης

Τμήμα Φυσικής

Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης

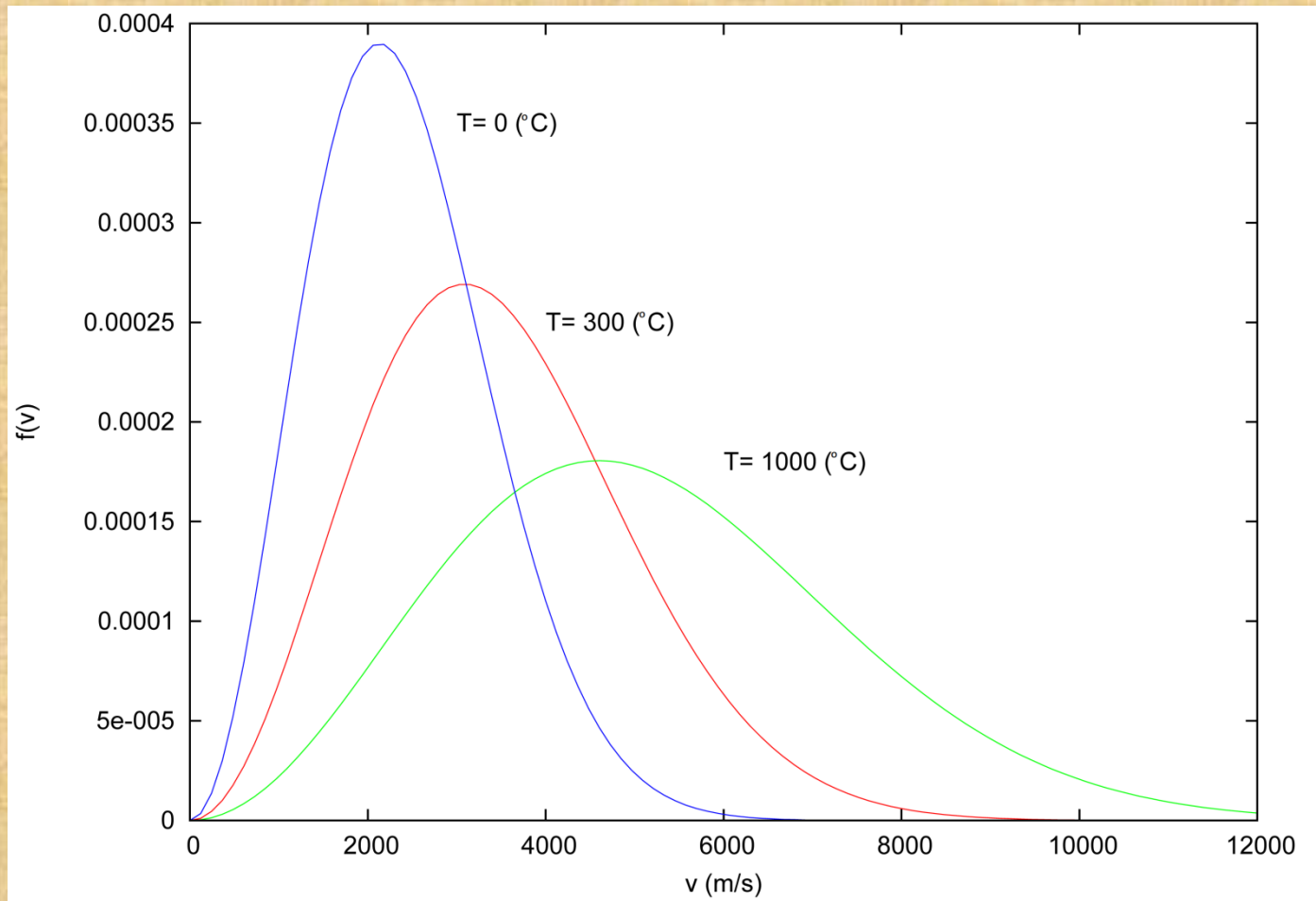
Ατομική θεωρία

- Αρχαίοι Έλληνες: Λεύκιππος και Δημόκριτος
- Πειραματικά δεδομένα:
 - Νόμοι των αερίων: Boyle (1627-1684) & Mariotte (1620-1684)
 - Βάρος αντιδρώντων-προϊόντων σε χημικές αντιδράσεις: Lavoisier (1743-1794)
- Αναβίωση της ατομικής θεωρίας: John Dalton (1766-1844)
- Ενδιαφέρον σημείο:
 - οι νόμοι των αερίων υποδηλώνουν την ύπαρξη **μορίων**
 - οι νόμοι της Χημείας υποδηλώνουν την ύπαρξη **ατόμων**
- Αλλά τα άτομα αποτελούνται από πρωτόνια, νετρόνια και ηλεκτρόνια!
- Τα πρωτόνια και τα νετρόνια αποτελούνται από quarks!
- Αντίθετα με την καθημερινή αντίληψη, τα πειράματα δείχνουν ότι κάθε φορά που είχαμε τη δυνατότητα να «χτυπήσουμε δυνατά» ένα σωματίδιο, βρήκαμε ότι δεν ήταν στοιχειώδες!
- Στη σύγχρονη **String Theory** τα «στοιχειώδη σωματΙΑ» είναι χορδές, δηλ. μονοδιάστατα (1-D) αντικείμενα, με μήκος $\sim 10^{-35}$ m, δηλαδή 10^{20} μικρότερο από την «κλασική» διάμετρο ενός πρωτονίου!

Κινητική θεωρία των αερίων

- Ιδανικό (τέλειο) αέριο: το «ιδανικό» μοντέλο για την περιγραφή της Θερμοδυναμικής.
- Daniel Bernoulli (ένας από τα εννέα διάσημα μέλη της οικογένειας):
$$pV = \frac{1}{3}Nm\langle v^2 \rangle .$$
- Maxwell: συνάρτηση «κατανομής» (ορθότερα συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας), $dN = f(v)dv$.
- Με την μορφή $f(v) = (2\pi)^{-3/2}\exp(-mv^2/2kT)$, που πρότεινε ο Maxwell, βρίσκουμε τη σχέση $pV = NkT$ (νόμος του Clapeyron).
 - Ο Clausius πίστευε ότι όλα τα μόρια κινούνται με την ίδια «μέση ταχύτητα», αλλά με τυχαίες διευθύνσεις.
- Ερώτηση: είναι η $f(v)$ μοναδική; Ο Boltzmann πίστευε ότι το απέδειξε (H-Theorem), σήμερα υπάρχει και άλλη άποψη (Tsallis' non-extensive entropy).
- Από τις δύο παραπάνω σχέσεις βρίσκουμε ότι: $T = \frac{1}{3}(m/k)\langle v^2 \rangle$.
- Η θερμοκρασία είναι ένα μέτρο της άτακτης («χαοτικής») κινητικής ενέργειας των μορίων!

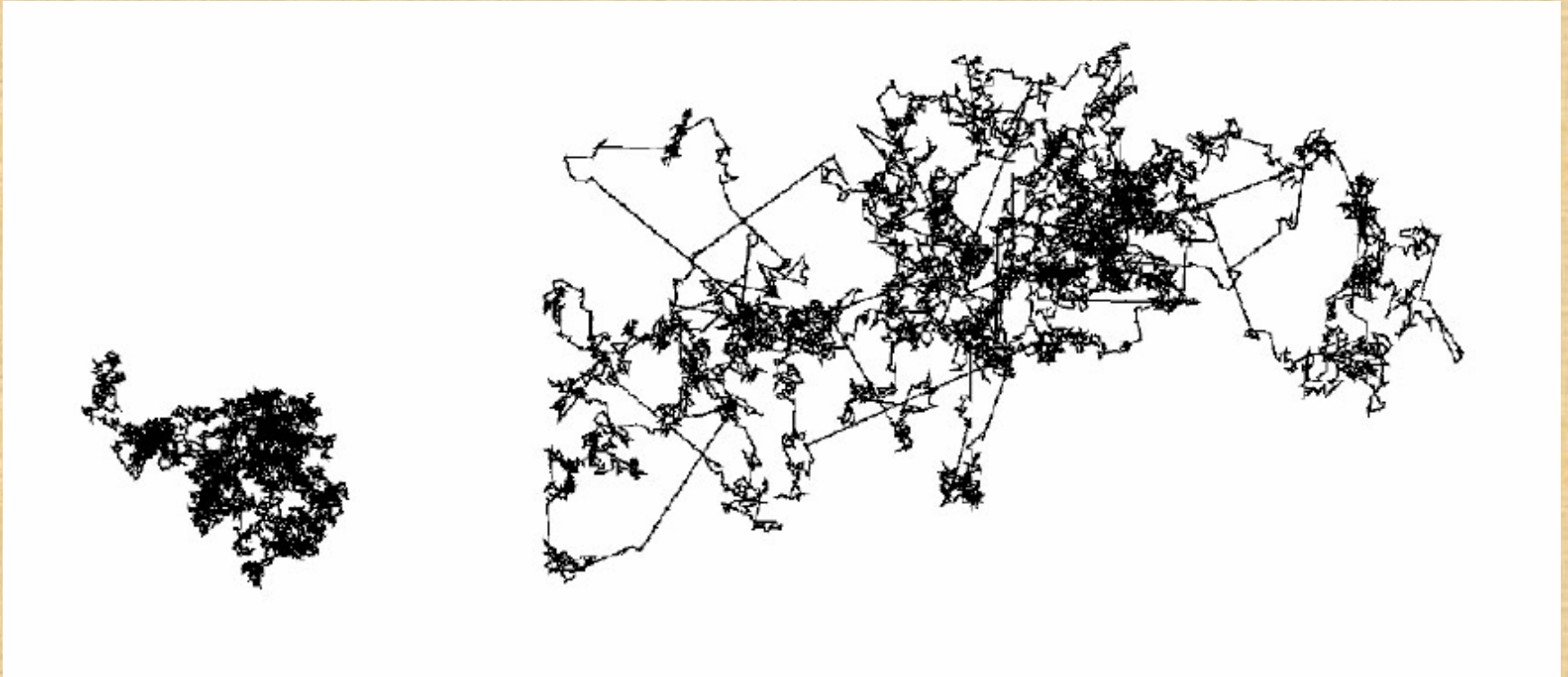
Συνάρτηση κατανομής Maxwell-Boltzmann $f(v)$



Σύγχρονη κινητική θεωρία

- Στην **κλασική** κινητική θεωρία, η ελεύθερη διαδρομή ακολουθεί κατανομή Gauss, οπότε είναι γνωστό ότι μετά από N «βήματα» η κατανομή του τελικού σημείου είναι επίσης Gaussian (Κεντρικό Οριακό Θεώρημα, ΚΟΘ).
- Υπάρχουν και άλλες κατανομές (πέρα από την Gaussian) με την ίδια (αυτο-όμοια) ιδιότητα;
 - Γενίκευση της κατανομής Gauss (Lévy-Montroll).
- Οι κατανομές Lévy της ελεύθερης διαδρομής οδηγούν σε μια αυτό-όμοια κίνηση των μορίων των αερίων που **δεν ικανοποιεί το ΚΟΘ**.
- Φρακταλική διάσταση της τροχιάς ενός μορίου σε μια κατανομή Lévy (έναντι ακέραιας στην περίπτωση της Gaussian).
- Θερμοδυναμική “non-equilibrium” (Ilya Prigogine).
- Non-extensive Θερμοδυναμική και **γενικευμένη εντροπία** (Tsallis).

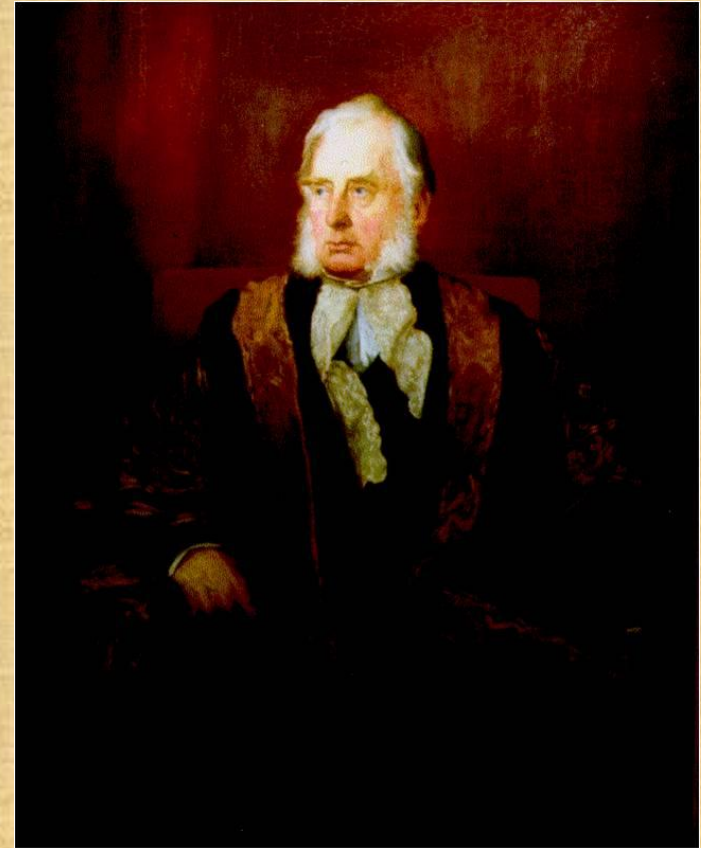
Τυχαίοι βηματισμοί Gaussian - Lévy



- Σύγκριση των τροχιών μιας διαδικασίας Gauss (αριστερά) και Lévy (δεξιά).
- Και οι δύο τροχιές είναι στατιστικά αυτό-όμοιες.
- Η τροχιά της διαδικασίας Lévy χαρακτηρίζεται από δομή νησίδων σμηνών από μικρότερα βήματα, τα οποία συνδέονται με ένα μεγαλύτερα βήματα.
- Και οι δύο βηματισμοί έχουν σχεδιασθεί για τον ίδιο αριθμό βημάτων (≈ 7000).

Ο Maxwell και το Εργαστήριο Cavendish

- Ο ανεψιός του Cavendish, Chancellor του Πανεπιστημίου του Cambridge, συνεισέφερε £6,300 έναντι του κόστους ανέγερσης ενός εργαστηρίου Φυσικής (του πρώτου στον κόσμο!), με τον όρο ότι τα Κολλέγια θα πλήρωναν τον μισθό ενός καθηγητή Πειραματικής Φυσικής.
- Η θέση προσφέρθηκε αρχικά στον Kelvin.
- Όταν αρνήθηκε, προσφέρθηκε στον Helmholtz, που αρνήθηκε επίσης.
- Τότε ο Kelvin πρότεινε τον «προστατευόμενό του» (στο Cambridge), Maxwell.
- Υπήρχε ένας όρος: ο νέος καθηγητής θα έπρεπε να διαβάσει και να δημοσιεύσει τα χειρόγραφα του Henry Cavendish.
- Ο Maxwell πήρε τη θέση και μετακόμισε στο Cambridge πριν από την ολοκλήρωση του κτηρίου.
- Εκτέλεσε πολλά από τα αρχικά πειράματά του με τη βοήθεια της γυναίκας του, στην κουζίνα του σπιτιού του.
- Διάδοχοι: Lord Rayleigh, JJ Thomson, Rutherford, Lawrence Bragg.



The Seventh Duke of Devonshire,
William Cavendish

Τα πειράματα του Maxwell

- Ο Clausius είχε εισαγάγει την έννοια της **μέσης ελεύθερης διαδρομής**, ℓ .
- Μπορούμε να βρούμε, θεωρητικά, ότι το ιξώδες ενός αερίου δίνεται από τη σχέση $\mu = \frac{1}{3} \rho \ell \langle v \rangle$, όπου $\langle v \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} v f(v) dv$.
- Εξάλλου, μπορεί να αποδειχθεί ότι $\ell = \frac{m}{\sqrt{2} \kappa \rho}$, όπου κ είναι η διατομή των μορίων και ρ η πυκνότητά του.
- Από τα παραπάνω βλέπουμε ότι το ιξώδες, μ , είναι ανεξάρτητο του ρ ,
$$\mu = \frac{1}{3} \frac{m \langle v \rangle}{\sqrt{2} \kappa}$$
- Η φυσική ερμηνεία αυτού του «παράδοξου» αποτελέσματος δόθηκε (ορθά) από τον Maxwell, και σχετίζεται με τη μεταφορά ορμής.
- Επιπλέον, επειδή $T = \frac{1}{3} (m/k) \langle v^2 \rangle \rightarrow \mu \sim T^{1/2}$, αλλά ο Maxwell βρήκε πειραματικά (στην κουζίνα του!) ότι $\mu \sim T$!
- Ερμηνεία: Τα μόρια δεν είναι «σκληρές» σφαίρες, αλλά (αρνητικά, στην επιφάνεια!) φορτισμένα σωματίδια. Το μοντέλο του ιδανικού αερίου έχει τα όριά του! (θα επανέλθουμε σε αυτό στη Θεωρία του Χάους).

Το βέλος του χρόνου:

Ludwig Boltzmann (1844-1906)

- Γνωστός από τον **νόμο** (με τον καθηγητή του) των **Stefan-Boltzmann**,
$$E = \sigma T^4.$$
- Σχέση εντροπίας- πιθανότητας:
$$S = k \cdot \log w$$
- Αντιστρεπτότητα των εξισώσεων της Φυσικής και το βέλος του χρόνου.
- Παράδειγμα: η εξίσωση $\frac{dx}{dt} = v$
- Λύση: $x = v \cdot t + x_0$
- Για τις αρχικές συνθήκες $x_0 = 0$ και $(dx/dt)_0 = 5$ η λύση είναι $x = 5t$.
- Για ένα άλλο ζεύγος αρχικών συνθηκών, $x_0 = 0$ και $(dx/dt)_0 = -5$, η αντίστοιχη λύση είναι $x = -5t$.
- Η δεύτερη λύση είναι η πρώτη, αν αντικαταστήσουμε $-t$ όπου t !



Βέλος του χρόνου και εντροπία

- Όλες οι εξισώσεις των άλλων κεφαλαίων της Φυσικής (όχι μόνο της κλασικής!) είναι συμμετρικές ως προς τον χρόνο.
- Πώς λοιπόν συμβαίνει ότι στον «πραγματικό» κόσμο έχουμε μια καθαρή εικόνα του χρόνου που «περνά» (παρελθόν -> μέλλον); Παραδείγματα: η θραύση ενός ποτηριού – η διάχυση ενός αρώματος.
- Προσπάθειες του Boltzmann να λύσει το πρόβλημα – διαμάχες με πολλούς επιστήμονες (επόμενη διαφάνεια), θεώρημα- H (1872) =>
 $S = -NkH$.
- Το θεώρημα της επανάληψης του Poincaré και η εκτίμηση του Boltzmann για τον αναγκαίο χρόνο (στα Μαθηματικά μόνο δύο αριθμοί είναι απόλυτοι: το 0 και το ∞).
- Άραγε ο χρόνος σχετίζεται με κάποια αύξουσα συνάρτηση;
- Hawking (αρχικά): διαστολή του Σύμπαντος
(τελικά): αύξηση της εντροπίας (γενικευμένη με την επιφάνεια των μελανών οπών)
- Σχέση με τη Θεωρία του Χάους;

Διαμάχες του Boltzmann

- Πρώτη: Loschmidt vs. Boltzmann
- Loschmidt: Τα μηχανικά συστήματα είναι αντιστρεπτά, η Θερμοδυναμική όχι.
- Ο Boltzmann απάντησε:
 - Εμπρός λοιπόν, αντιστρέψτε τες (τις ταχύτητες των μορίων)
- Δεύτερη: Zermelo vs. Boltzmann
- Zermelo: Δεδομένων πολύ γενικών συνθηκών, κάθε σύστημα θα επιστρέψει αυθαίρετα κοντά στην αρχική κατάστασή του (θεώρημα επανόδου -recurrence theorem- του Poincaré). Άρα η μη αντιστρεπτή προσέγγιση σε μια τελική κατάσταση είναι αδύνατη.
- Η «σιβυλλική» απάντηση του Boltzmann:
 - Θέλετε να περιμένετε τόσο πολύ;

Το τραγικό τέλος των Maxwell & Boltzmann

- Ο Maxwell πέθανε σε ηλικία 48 ετών, από καρκίνο του στομάχου.
 - Η μητέρα του είχε πεθάνει από την ίδια αιτία στην ίδια ηλικία!
- Ο Boltzmann αυτοκτόνησε σε ηλικία 62 ετών.
 - Υπέφερε από διπολική διαταραχή.